

اصول اساسی مکانیک سیالات

جلسه اول: ۲۷ بهمن ۹۳

- به نام او که با نام ابرو نوریز باران -

اصول اساسی مکانیک سیالات:

انواع مکانیک سیالات:

۱- استاتیک سیالات: (I) هیدرواستاتیک: استاتیک سیالات تراکم ناپذیر

(II) آئرواستاتیک: استاتیک سیالات تراکم پذیر

۲- دینامیک سیالات: (I) هیدرو دینامیک: دینامیک جریان تراکم ناپذیر

(II) آئرو دینامیک: دینامیک جریان تراکم پذیر

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) : \text{جرم مخصوص} = \text{جرم حجم}$$

تراکم پذیر $\rho \neq \text{Constant}$ ، تراکم ناپذیر $\rho = \text{Constant}$

عموماً ما سیالات در فشار معمولی تراکم ناپذیرند و گازها تراکم پذیرند.

$$M = \frac{V}{C} \quad \begin{matrix} \text{(سرعت جریان)} \\ \text{(سرعت صوت)} \end{matrix} : \text{عدد ماخ}$$

$$0.3 < M < 1 : \text{supersonic} : M > 1$$

$$M < 0.3 :$$

اگر عدد ماخ، کمتر از ۰.۳ باشد، سیال در رابطه، تراکم ناپذیر است.

قانون هگنر ابارس:

هر معادله ای که از عملیات تمایزی و مبنی بر جابجایی تریک، بدست آمده باید در تمام دستگاه‌ها اعتبار معتبر باشد،

اصول اساسی سیالات

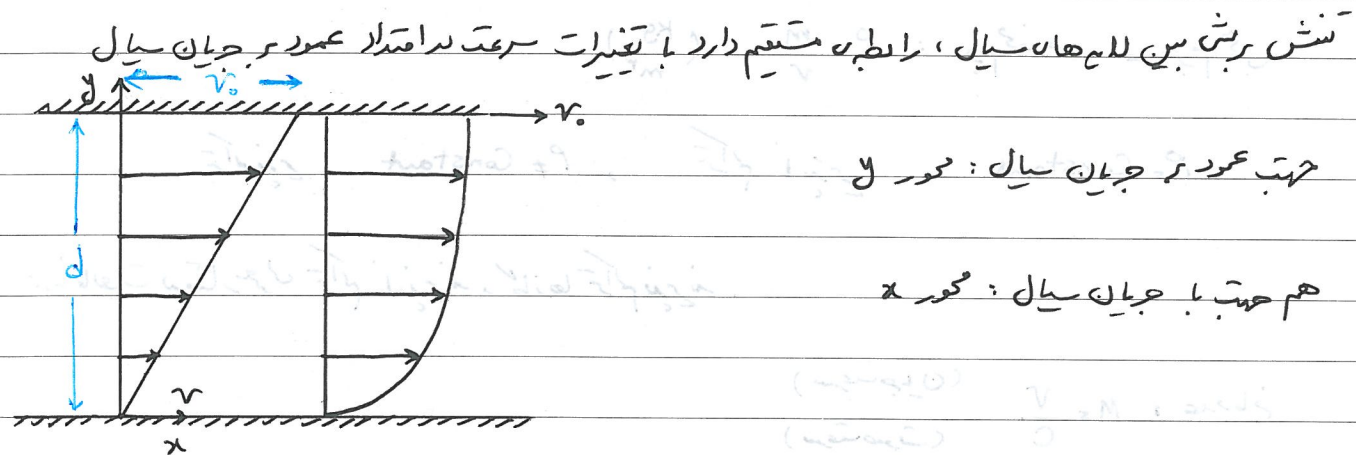
$$F = ma \quad \left\{ \begin{array}{l} 1(N) = 1(kg) \cdot 1\left(\frac{m}{s^2}\right) \\ 1(lb_f) = 32(lb_m) \cdot \frac{ft}{s^2} \\ 1(dyn) = 10^{-5}(N) \end{array} \right.$$

حبابی ددم: ۴، ارتفاع: ۹۳

- مبنای خدا -

قانون ویسکوزیته نیوتن:

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial n}$$



$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial n}$$

قانون ویسکوزیته یا لزجت نیوتن

که در فرمول بالا، μ ، ضریب ویسکوزیته یا لزجت یا چسبندگی یا گرانروی است که در سیالات است. (خاصیتی

برای سیالات)

ویسکوزیته عامل مقاومت در برابر تنش برشی است.

واحد ویسکوزیته

$$\mu : \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{m}{s}} = \frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s$$

اصول اساس مکانیک سیالات

$$\text{نیوتن} \quad N \cdot s \quad \frac{kg \cdot m}{s^2} \rightarrow \mu \cdot s \quad \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s}$$

$$\frac{lb_f \cdot s}{ft^2} = \frac{slug}{ft \cdot s}$$

$$\frac{dyn}{cm^2} = \frac{gr}{cm \cdot s} = \text{Poise (پواز)}$$

μ خاصیت یک سیال است و به جنس سیال بستگی دارد

ویسکوزیته در مایعات، ناشی از نیروهای بین مولکولی است. افزایش دما باعث کاهش نیروهای بین مولکولی

و در نتیجه کاهش ویسکوزیته می شود.

در گازها، ویسکوزیته ناشی از برخوردهای بین مولکولی است. افزایش دما باعث افزایش برخوردهای بین مولکولی و

در نتیجه افزایش ویسکوزیته می شود.

نار، تأثیر کمی بر ویسکوزیته سیالات داشته که معمولاً از آن صرف نظر می شود.

به وقت تابع یک متغیره باشد، از له استفاده می شود

به وقت تابع چند متغیره باشد، از ۳ استفاده می شود

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial n} \quad \xrightarrow{\text{اگر تغییرات سرعت، فقط در راستای عمود بر جهت جریان سیال باشد}} \quad \tau = \mu \frac{dv}{dn} \quad \xrightarrow{\text{اگر تغییرات سرعت خطی باشد}} \quad \tau = \mu \frac{\Delta v}{\Delta n}$$

$$\Rightarrow \tau = \mu \frac{v_0 - 0}{d} \Rightarrow \tau = \mu \frac{v_0}{d}$$

هر چه در ضخامت سیال کمتر باشد، در نظر گرفتن پروفیل خطی، به واقعیت نزدیکتر است.

* پروفیل سرعت را خطی در نظر می گیریم، مگر آنکه ذکر شود خلاف آن ذکر شود

اصل اساس مکانیک سیالات

شرط مرزی عدم لغزش (no slip):

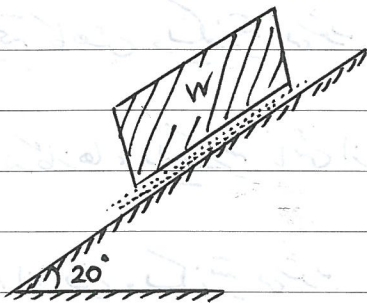
سرعت سیال چسبیده به مرز جامد، با سرعت مرز جامد برابر است. (سرعت نسبی سیال، نسبت به مرز جامد،

صفر است.)

مثال: یک بلوک به وزن 1 kN از سطح 200 mm درونی منتهی از روغن به ضخامت 0.005 mm بر یک سطح شیب دار می لغزد، با فرض

پروفیل سرعت خطی در روغن، سرعت حد بلوک را تعیین کنید. ویسکوزیته روغن $7 \times 10^{-2} \text{ Pa.s}$ است.

$W = 1 \text{ kN}$ $\alpha = 200 \text{ mm}$



سرعت صدم یعنی یک سرعت ثابت است و یا ثابتی که برابر صفراست

که ثابت ثابت به این معنات که گراند نیروهای که هر جسم دارد

فرشوند، برابر صفرا خواهد بود

سرعت v Constant. $\Rightarrow \sum F = 0 \cdot mg \sin \alpha - f_s = 0$

$f_s = T_A$

$T = \mu \frac{v}{d}$

$mg \sin \alpha = \mu \frac{v}{d} A$ $v = \frac{(mg \sin \alpha) d}{\mu A}$ جواب پارتیه سائل

$\mu = 7 \times 10^{-2} \left(\frac{\text{gr}}{\text{cm.s}} \right) \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ gr}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \rightarrow 7 \times 10^{-3} \left(\frac{\text{kg}}{\text{m.s}} \right)$

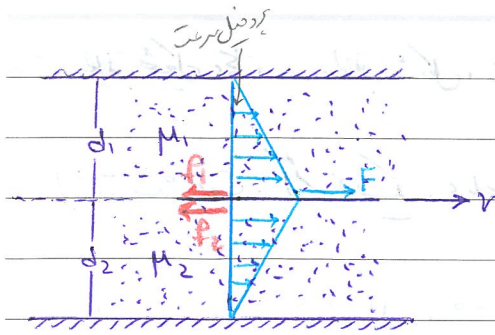
$v = \frac{(1000 \sin 20^\circ)(0.005 \times 10^{-3})}{7 \times 10^{-3} \times (0.2)^2} = 6.11 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$

سرعت مرز بین سیال و جسم

طیحه دوم: ۲۲ آذر ۹۶

Ex: نیروی لازم برای کشیدن صفحه بین دو سیال با ویسکوزیته های مختلف را بدست آورید. (v سرعت صفحه)

ثابت است (۰) همیشه از فرض بردن خط



$$F - F_1 - F_2 = 0$$

$$F_1 = T_1 A, \quad T_1 = \mu_1 \frac{v}{d_1}$$

$$F_2 = T_2 A, \quad T_2 = \mu_2 \frac{v}{d_2}$$

$$F = (T_1 + T_2) A$$

$$F = \left(\frac{\mu_1}{d_1} + \frac{\mu_2}{d_2} \right) v A$$

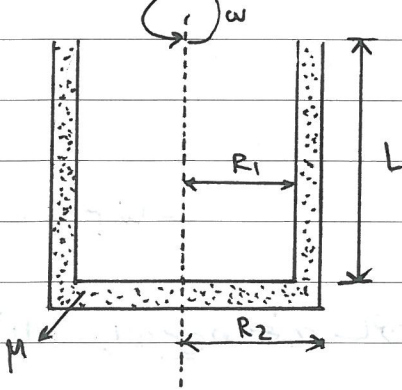
حالت خاص:

شرایط:

$$\begin{cases} \mu_1 = \mu_2 = \mu \\ d_1 = d_2 = d \end{cases}$$

$$F = 2 \frac{\mu v A}{d}$$

Ex. مطابق شکل، استوانه‌ای در داخل استوانه‌ای دیگر، با سرعت زاویه‌ای ω می‌چرخد. توان لازم برای این حرکت را بدیت آورید.



در این سوال، فقط اصطکاک ناشی از دیواره را حساب می‌کنیم.

$$T = \mu \frac{\Delta v}{\Delta n} = \mu \frac{v - 0}{R_2 - R_1} = \mu \frac{R_1 \omega}{R_2 - R_1}$$

$$F = T A = \left(\frac{\mu R_1 \omega}{R_2 - R_1} \right) (2\pi R_1 L) = \frac{2\pi R_1^2 \omega L}{R_2 - R_1}$$

$$\text{گشتاور چرخش: } T = F \cdot R_1 = \frac{2\pi \mu R_1^3 \omega L}{R_2 - R_1}$$

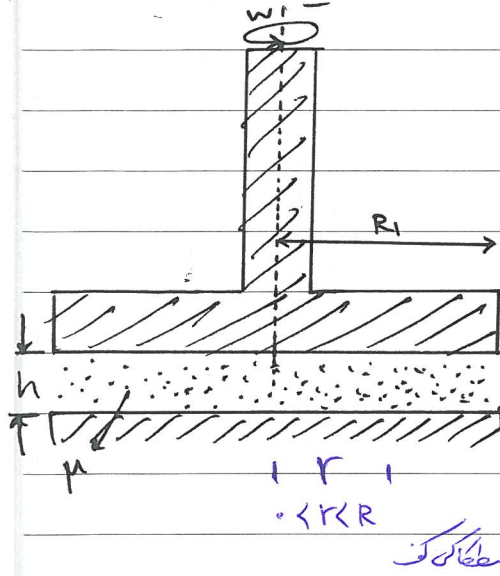
$$\text{توان: } P = T \omega = \frac{2\pi \mu R_1^3 \omega^2 L}{(R_2 - R_1)}$$

$$\text{توان در حرکت یکجانبه: } P = F \cdot v = \frac{2\pi \mu R_1^2 \omega L}{(R_2 - R_1)} \cdot R_1 \omega$$

اصول اساسی مکانیک سیالات

Ex. یک دیسک مسطح مطابق شکل، با شعاع R در ارتفاع کم h با استفاده از یک لایه روغن، ثابت نگه

دارنده شده است. اگر دیسک، با سرعت زاویه‌ای ω بچرخد، گشتاور اصطکاکی دیسک را بدست آورید.



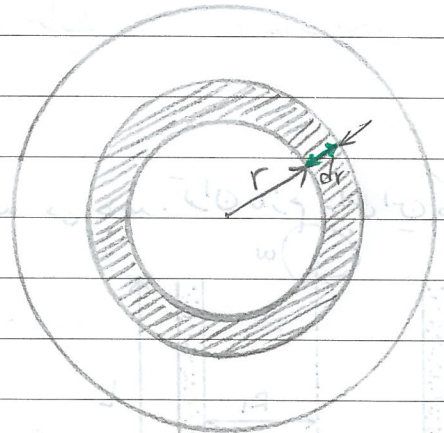
$$\tau = \mu \frac{\Delta v}{\Delta n} = \mu \frac{v - 0}{h} = \mu \frac{r\omega}{h} \quad (0 < r < R)$$

$$dF = \tau \cdot dA = \left(\frac{\mu r \omega}{h} \right) (2\pi r dr) = \frac{2\pi \mu \omega r^2 dr}{h}$$

$$dT = dF \cdot r = \frac{2\pi \mu \omega r^3 dr}{h}$$

$$T = \int_0^R dT = \frac{2\pi \mu \omega}{h} \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi \mu \omega R^4}{2h}$$

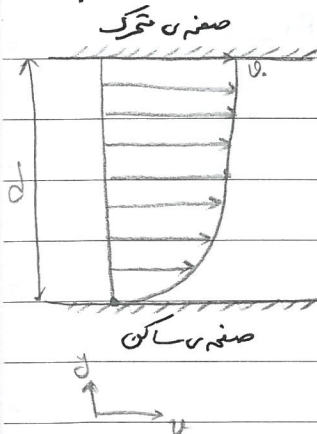
گشتاور اصطکاکی کل



حلب سوم، ۱۱ اردیبهشت ۹۳

- به نام خدا -

مثال: جریان بین دو صفحه موازی ساکن و متحرک به صورت سهمی برقرار است. تنش برشی روی صفحه متحرک را بدست آورید.
 چنانچه تغییرات سرعت، خطی نباشد → رابطه حفظ برای این مثال



$$\tau = \mu \frac{\Delta v}{\Delta n}$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

$$y = av^2 + bv + c$$

اولین شرط مرزی: روی صفحه ساکن، $v = 0$ می‌باشد،

دومین شرط مرزی: روی صفحه متحرک، $v = v_0$ می‌باشد.

۳) در $y = d$ ، $\frac{dv}{dy} = 0$ (محدود شدن)

اصول اساسی مکانیک سیالات

$$\left(\frac{dy}{dv}\right) = 2av + b$$

① $y = c$
 $v = v_0$

② $y = d$
 $v = v_0$

③ $y = v$
 $\frac{dy}{dv} = 1$

شیب خط با منبسط شدن صفر می شود

① $c = c$

③ $c = b$

② $d = av_0^2 \Rightarrow a = \frac{d}{v_0^2}$

$$y = \frac{d}{v_0^2} v^2 \Rightarrow v = v_0 \sqrt{\frac{y}{d}}$$

$$\tau = \mu \frac{v_0}{\sqrt{d}} \frac{1}{2\sqrt{y}} = \frac{\mu v_0}{2\sqrt{dy}}$$

تنش برشی در سطح $y=d$: $\tau = \frac{\mu v_0}{2d}$

در حالت جریان خطی: $\tau = \mu \frac{\Delta v}{d}$

$$PV = nRT$$

معادله حالت گاز کامل: گاز کامل: گاز که بتوان از فرمول‌ها استفاده کرد

فشار: ۱- فشار مطلق (absolute pressure): نسبت به خلأ کامل اندازه گیری می شود.

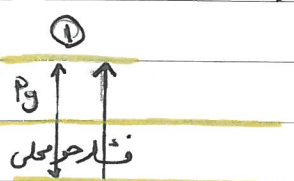
۲- فشار نسبی (gauge pressure): نسبت به جو زمین اندازه گیری می شود.

فشار جوی استاندارد: هم تراز با مکان های دیگر آب و هوا آزاد، فشار ناسی از سطح هوا مراد می شود.

فشار جوی استاندارد

$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$
 1 atm
 $1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

14.7 Psi
 10.3 mmHg

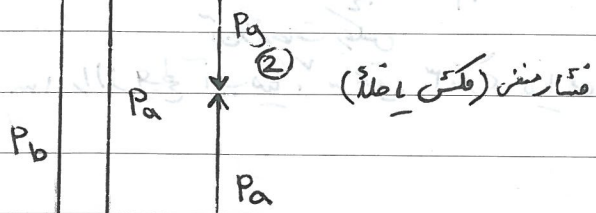


$$P_a = P_g + P_b$$

PSI: Pound Press

760 mmHg

1.03 mmHg



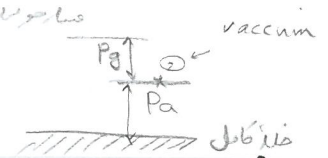
NOTE

فشار هوا وزن ستون از هوا که اعمال می شود

اصول اساسی مکانیک سیالات

Vacuum = فشار کمتر یا فشار منفی
یا فشار خنجر

P_g
↓
فشار مطلق



$$P: \text{فشار مطلق } \left(\frac{N}{m^2} \right) \text{ یا } (Pa) \quad V: \text{حجم } (m^3) \text{ یا } (lit) \quad T (K) \quad \left\{ \begin{array}{l} K: 273 + ^\circ C \\ R = F + 460 \end{array} \right.$$

$$\bar{R}: \text{ثابت جهانی گازها} \quad \bar{R} = 8.3145 \left(\frac{J}{mol \cdot K} \right)$$

$$n: \text{تعداد مول} \quad n = \frac{m (\text{جسم}) (kg)}{M (\text{جرم مول}) \left(\frac{kg}{mol} \right)}$$

$$M_{\text{هو}} = 29 \left(\frac{g}{mol} \right)$$

هو } 720 آتوم } 180 اتم

$$\frac{8.3145}{0.029}$$

$$PV = \frac{m}{M} \bar{R} T \rightarrow \frac{\bar{R}}{M} = R \quad \text{ثابت گازها} \quad R_{\text{air}} = 287 \left(\frac{J}{kg \cdot K} \right)$$

$$PV = mRT$$

شکل دوم معادله حالت

$$P = \frac{m}{V} R T \rightarrow P = \rho R T$$

شکل دوم معادله حالت

$$P = \frac{m}{V} R T \rightarrow P = \rho R T$$

شکل چهارم معادله حالت

$$PV = mR = \text{Constant} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

بویل-ماریوت

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \text{تکون دما ثابت}$$

$$\text{تکون فشار ثابت شارل-گیلوساک} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\text{تکون حجم ثابت} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

آن را به حالت برگردان

Ex. یک لوله آزمایش به ارتفاع ۱m را از سطح آب دنیا، به عمق ۳ متره دنیا می بریم و آب تا چه ارتفاعی

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$4 \text{ atm} + 1 \text{ atm} = 5 \text{ atm}$$

داخل آن در شود

$$\begin{cases} P_1 = 1 \text{ atm} \\ V_1 = A \times 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 = 4 \text{ atm} \\ V_2 = A \times h \end{cases}$$

$$1 \times A \times 1 = 4 \times A \times h \rightarrow h = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

طول ستون هوا

$$\Delta h = 75 \text{ cm} \rightarrow \text{طول آب}$$

اصول اساسی مکانیک سیالات

تراکم پذیری مایعات: گفته شد که مایعات در فشارها معمولی تراکم ندارند.

ضریب تراکم پذیری مایعات، عبارتست از تغییر حجم واحد حجم، وقتی که فشار به اندازه یک واحد تغییر کند.

تغییرات حجم

$$\beta = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \rightarrow \text{دما ثابت}$$

که حجم اولیه تغییرات فشار

β بسیار کوچک است. گفته شد که مایعات تراکم ندارند.
بنابراین از K استفاده می‌شود

β واحدها: atm^{-1} , $\frac{1}{\text{Pa}}$, $\frac{1}{\text{PSI}}$

واحدهای K : atm , Pa , PSI

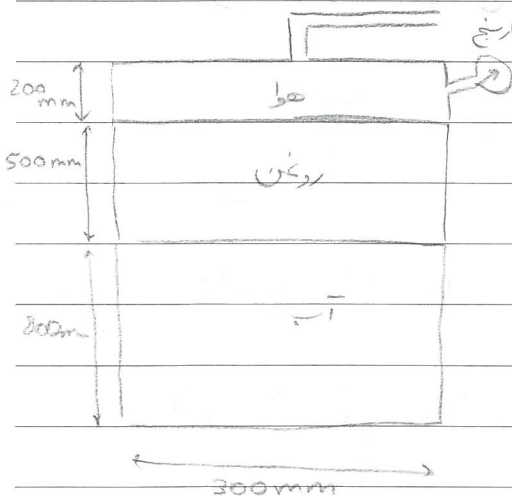
اگر تغییرات حجم، فقط ناشی از تغییرات فشار باشد:

$$K = -V \left(\frac{dP}{dV} \right)$$

در فشار 3000 atm، K دو برابر می‌شود (از 3000 به 3001، β نصف می‌شود که از این 2 میرسد).

اگر از K متوجه (ثابت) استفاده کنیم

$$K = -V \frac{dP}{dV} \Rightarrow \Delta V = -\frac{V}{K} \Delta P$$



تغییر ارتفاع مایع داخل مخزن

$$(\Delta V)_{\text{tot}} = (\Delta V)_w + (\Delta V)_{\text{oil}} = -\frac{\pi}{4} (0.3)^2 \times \frac{1 \text{ MPa}}{2075 \text{ MPa}}$$

$$-\frac{\pi}{4} (0.3)^2 \cdot 0.5 \times \frac{1}{2050} = -4.449 \times 10^{-5} \text{ (m}^3\text{)}$$

$$= \frac{\pi}{4} (0.3)^2 \Delta h \Rightarrow \Delta h = -6.294 \times 10^{-4} \text{ m} \approx 0.63 \text{ mm}$$

$$K_w = 2075 \text{ MPa}$$

$$K_{\text{oil}} = 2050 \text{ MPa}$$

$$P_g = 1 \text{ MPa} = \Delta P$$

NOTE

کشش سطحی:



آزاد تر یک مولکول به اندازه کافی، از مولکولهای آزاد دور باشد، در حال تعادل است.



اما اگر مولکول به مولکول های آزاد نزدیک شود، چون با هم یکسان هستند، نیروی

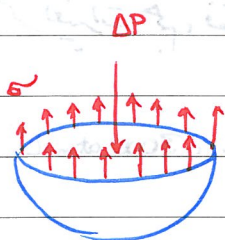
به وجود می آید که کشش سطحی را باعث می شود

در مزرین در سیال است.

$$\frac{N}{m}, \frac{lb_f}{ft}, \frac{dyn}{cm}$$

تعریف: نیروی وارد به واحد طول در مزرین شترک. (سی)

نکته: کشش سطحی تا زمانی که در طول، ضرب نشود، به خود تبدیل نخواهد شد.



مثال: تعیین فشار نسبی در قطره:

نکته: نیروی ناشی از توزیع فشار یکنواخت، بر روی سطح غیر سطحی، عبارتست

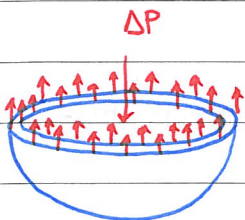
از حاصل ضرب فشار در تصویر سطحی، در اینجا عمود بر نیرو.

$$(\Delta P)(\pi R^2) = \sigma(2\pi R)$$

$$\Delta P = (P_i)g = \frac{2\sigma}{R} = \frac{4\sigma}{D}$$

قطره

نیروی ناشی از اختلاف فشار داخل و خارج به فشار نسبی داخل قطره



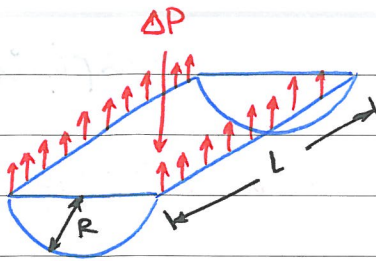
کشش سطحی هم در داخل و هم در خارج صباب اثر می کند

مثال: تعیین فشار نسبی داخل صباب:

$$(\Delta P) \pi R^2 = 2[\sigma(2\pi R)]$$

$$(\Delta P) = (P_i)g = \frac{4\sigma}{R} = \frac{8\sigma}{D}$$

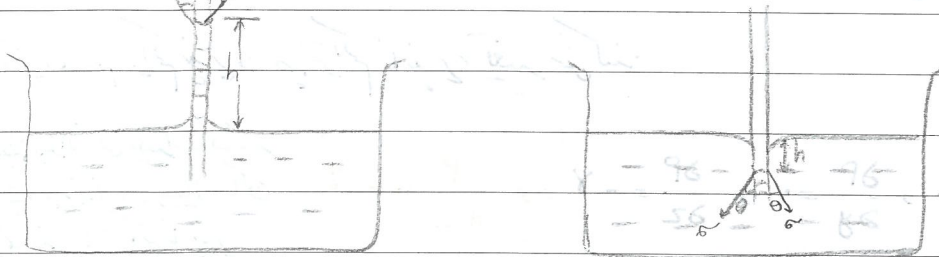
مثال: تعیین فشاری داخل استوانه از منابع:



$$(\Delta P)(2RL) = \rho(2L)$$

$$(\Delta P) - (P_i)g = \frac{\rho}{R} = \frac{2\sigma}{D}$$

چون R در مقایسه با L بسیار کوچک است، با انقباض، از گشتش سطحی R نصف ظاهر می‌شود.



میرنگی:

یک لوله میرین (قطر کمتر از 6 میلی متر) دو سر باز را وقتی داخل آب قرار می‌دهیم، با اینکه سطح لوله باز است و لوله در فشار هوا اعمال می‌شود، ارتفاع آب در لوله، بیشتر است تا داخل تشت آب.

دلیل اختلاف ارتفاع در دو شکل بالا:

نیروهای چسبندگی > نیروهای میرنگی : در مورد آب

نیروهای چسبندگی < نیروهای میرنگی : در مورد جیوه

$$\rho(2Rd) \cos \theta = W = mg = \rho V g = \rho \left(\frac{\pi d^2}{4} h \right) g \rightarrow h = \frac{4 \rho \cos \theta}{\rho g d}$$

با قطر رابطه معکوس دارد

* محاسبه ارتفاع میرنگی بین دو منحنی موازی:

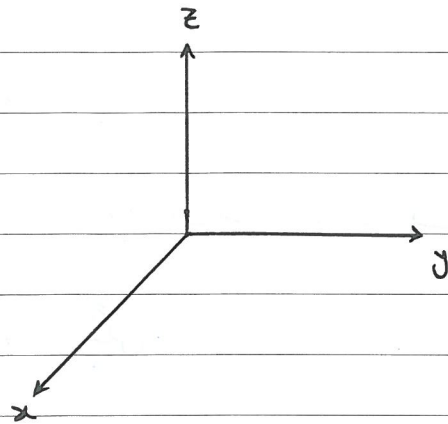
$$\rho(2X) \cos \theta = W = mg = \rho g V = \rho (X d h) g \rightarrow h = \frac{2 \cos \theta}{\rho g d}$$

محکم طلب

به نام خدا

جلسه چهارم: ۱۸ اسفند ۹۳

موضوع دوم: استاتیک سیالات:



اگر تعداد محورهای مختصات را مانند رویه بدانیم. اثبات میشود که

فشار نسبت به محور لا هاد فشار نسبت به محورهای دیگر

ساکن، چه تراکم تغییر نکند، تغییر نمی کند.

$$\text{استاتیک سیالات: } \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \frac{\partial P}{\partial z} = -\gamma \Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\gamma$$

رابطه دیفرانسیل تغییرات فشار
نسبت به ارتفاع در سیال ساکن
تراکم تغییر نکند، تراکم ثابت

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{جرم}) \quad (\text{مغصوم}) \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

$$\text{لا وزن مغصوم} = \frac{W}{V} \quad (\text{وزن}) \quad (\text{عم}) \quad \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right)$$

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g \Rightarrow \gamma = \rho g$$

$$\text{واحد نوارد: } S = \frac{P}{P_w} = \frac{\gamma}{\gamma_w}$$

$$S_{oil} = \frac{\gamma_{oil}}{\gamma_w} \quad \gamma_{oil} = S_{oil} \gamma_w$$

$$S_{Hg} = \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_w} \quad \gamma_{Hg} = S_{Hg} \gamma_w$$

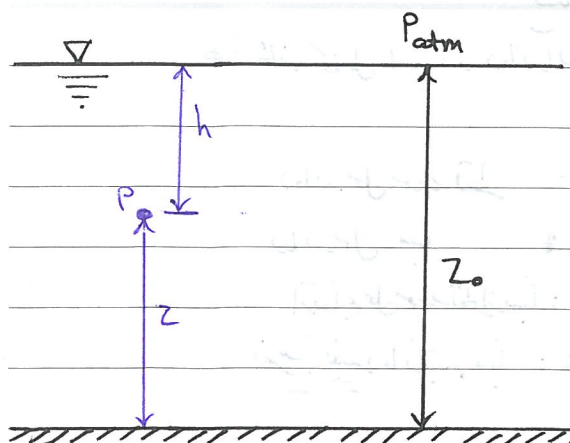
تغییرات فشار نسبت به ارتفاع در سیال ساکن تراکم ثابت (مغایات):

$$P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \frac{\rho A h g}{A} \Rightarrow P = \rho g h = \gamma h$$

$$\gamma = \text{Constant}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma \quad dP = -\gamma dz$$

تراکم ثابت



$$\int_P^{P_{atm}} dP = -\gamma \int_z^{z_0} dz$$

$$P_{atm} - P = -\gamma (z_0 - z) \rightarrow P = P_{atm} + \gamma h$$

$$\begin{cases} P_g = \gamma h \\ P_a = \gamma h + P_{atm} \end{cases} \rightarrow P_g = \gamma h = \rho g h$$

تغییرات فشار نسبت به ارتفاع در سیال ساکن تراکم پذیر (گازها):

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma$$

تراکم پذیر: $\gamma \neq \text{Constant}$

حالت اول) فرض می‌کنیم هوا گاز کامل است و دما در آن ثابت فرض شود.

$$P = \rho R T \rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} = R T = C \rightarrow \rho = \frac{P}{C}$$

در اینجا در شرایط مورد نظر

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma = -\rho g$$

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{P}{C} g$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{C} dz \rightarrow \int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{g}{C} \int_{z_0}^z dz \Rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{g}{C} (z - z_0)$$

$$\Rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{P_0 g}{P_0} (z - z_0) \Rightarrow P = P_0 \exp \left[-\frac{\gamma_0}{P_0} (z - z_0) \right]$$

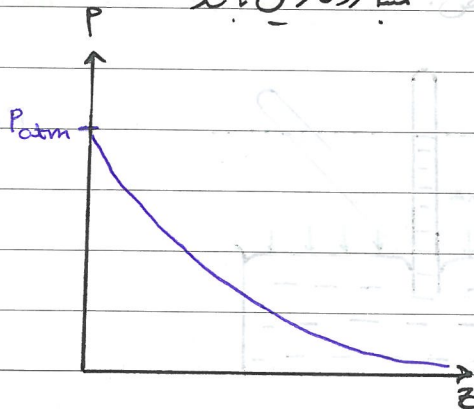
$$P = P_0 e^{-\frac{\gamma_0}{P_0} (z - z_0)}$$

مبارزه زمین باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} z_0 = 0 \\ P_0 = P_{atm} \\ \gamma = \gamma_{atm} \end{cases}$$

$$P = P_{atm} e^{-\frac{\gamma_{atm}}{P_{atm}} z}$$

فشار نسبت به ارتفاع در سیال ساکن تغییر می‌کند.



نسبت به ارتفاع
حالت دوم) هوا گاز کامل است و دما در آن کم شدت خطی تغییر می کند.

$$P = PRT$$

$$T = T_0 + KZ$$

T : دما در محل مورد نظر

T_0 : دما در محل مبدا

Z : ارتفاع محل مورد نظر از مبدا

K : ضریب تغییر دما نسبت به مبدا

$$dT = K dz$$

$$dz = \frac{dT}{K}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

$$\frac{dP}{\frac{dT}{K}} = -\frac{P}{RT} g$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{KR} \frac{dT}{T} \rightarrow \int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{g}{KR} \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} \rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{g}{KR} \ln \frac{T}{T_0} = \ln \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{g}{KR}}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{P_0} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{g}{KR}} \Rightarrow P = P_0 \left(\frac{T_0}{T_0 + KZ} \right)^{\frac{g}{KR}} \quad \frac{P}{P_0} = \left(\frac{T_0}{T_0 + KZ} \right)^{\frac{g}{KR}}$$

در یک اتمسفر، دما در سطح دریا 27°C بوده و در ارتفاع 152.5m به اندازه 0.56°C کاهش میابد.

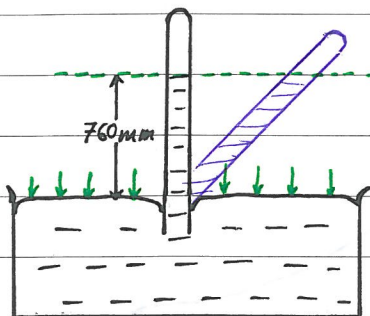
اگر ثابت گاز، $287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ باشد، درجه ارتفاع از سطح دریا، فشار، 70% فشار سطح دریا است؟

$$T = T_0 + KZ \rightarrow K = \frac{T - T_0}{Z} = \frac{-0.56}{152.5} \quad \frac{P}{P_0} = 0.7 \quad \frac{P}{P_0} = \left(\frac{T_0}{T_0 + KZ} \right)^{\frac{g}{KR}}$$

$$0.7 = \left(\frac{300}{300 - \frac{0.56}{152.5} Z} \right)^{\frac{9.81}{287 \times \frac{0.56}{152.5}}} \Rightarrow Z = 3071.2 \text{ m}$$

اندازه گیری فشار: 1- بارومتر: برای اندازه گیری فشار هوا به کار می رود

2- مانومتر: برای اندازه گیری اختلاف فشار هوا به کار می رود



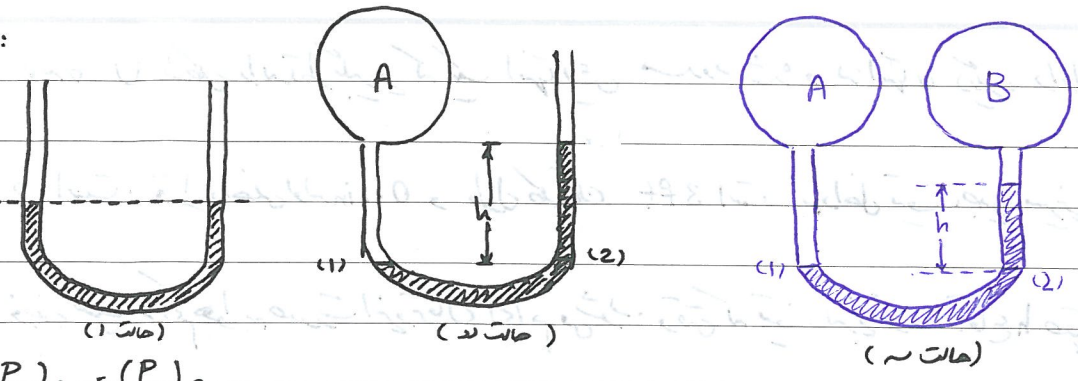
$$P = \rho g h = 13600 \times 9.8 \times 0.76 = 1.013 \times 10^5 \text{ (Pa)}$$

ارتفاع معادل در فشار هوا

$$\begin{cases} (P_A)_g - \gamma h = 0 & (P_A)_g = \gamma h \\ (P_A)_a - \gamma h = P_{atm} & (P_A)_a = \gamma h + P_{atm} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P_A - \gamma h &= P_B & P_A - P_B &= \gamma h \\ P_B + \gamma h &= P_A & P_A - P_B &= \gamma h \end{aligned}$$

مانومتر:



$$\begin{cases} (P_1)_g = (P_A)_g \\ (P_2)_g = P_{atm} = \gamma h \end{cases} \Rightarrow (P_A)_g = \gamma h$$

$$\begin{cases} P_1 = P_A \\ P_2 = \gamma h + P_B \end{cases} \Rightarrow P_A = \gamma h + P_B \Rightarrow P_A - P_B = \gamma h$$

$$\begin{cases} (P_1)_a = (P_A)_a \\ (P_2)_a = \gamma h + P_{atm} \end{cases} \Rightarrow (P_A)_a = \gamma h + P_{atm}$$

تفاضل فشار مطلق، تفاضل فشار نسبی یکسان است.

$$\begin{cases} (P_1)_g = P_A \\ (P_2)_g = \gamma h \end{cases} \Rightarrow (P_A)_g = \gamma h$$

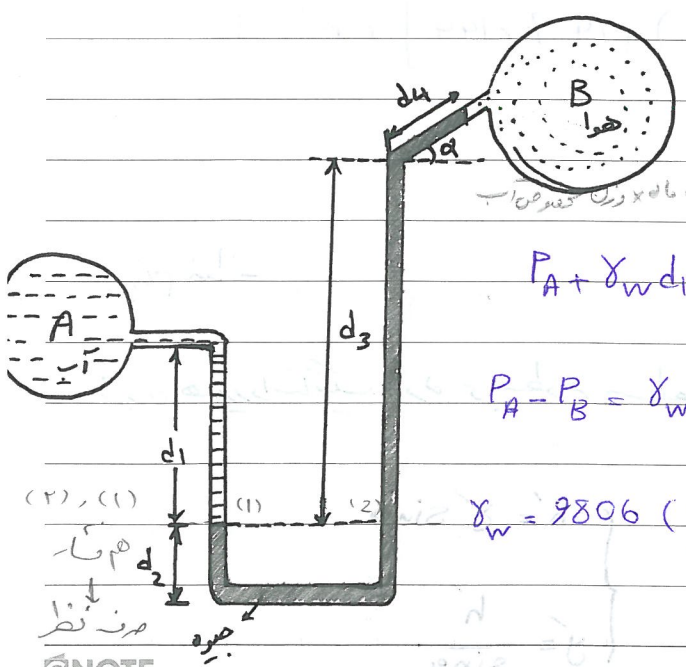
برای تعیین اختلاف فشار در مانومترها به نکات زیر توجه کنید:

۱- در نقطه هم ارتفاع در مایع به هم پیوسته یکسان، دارای فشارها یکی هستند.

۲- اگر در مایع پایین به هم اندازده γh به فشار مایع افزوده می شود و اگر در مایع بالا به هم اندازده γh

از فشار مایع کم می شود

$$\alpha = 45^\circ$$



$$P_A - P_B \text{ مطلوبست}$$

وزن مخصوص هوا = ۰ و کثافت مایع در مانومتر

$$P_A + \gamma_w d_1 - \gamma_{Hg} d_3 - \gamma_{Hg} d_4 \sin \alpha = P_B$$

$$P_A - P_B = \gamma_w [-d_1 + S_{Hg} (d_3 + d_4 \sin \alpha)]$$

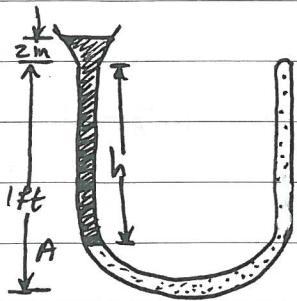
$$\gamma_w = 9806 \left(\frac{N}{m^3} \right) = 62.4 \left(\frac{lb_f}{ft^3} \right) \quad S_{Hg} = 13.6$$

NOTE

حل نکرد
Ex لوله U شکل را به قطر بگیرد که یک انتهایش مسدود شده و در انتهای دیگر، دارای قیف به ارتفاع

2 in است. قطر داخلی لوله 0.1 in و طول کل آن 3 ft است. به داخل قیف، جوی سبزیم تا هوا را حبس

کند. فرض کنید تراکم هوا به صورت انزوئرمال انجام می شود. وقتی که قیف به زیر شود ارتفاع h صفر خواهد بود؟



و از اثرات پیوستگی صرف نظر شود

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \text{کار کامل}$$

$$P_1 = 14.7 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \times \frac{144 \text{ in}^2}{1 \text{ ft}^2}$$

$$V_1 = A \times 3$$

$$V_2 = A(3-h)$$

$$P_2 = \underbrace{\gamma_{\text{Hg}}}_{\substack{\text{ft} \text{ و } \text{in} \\ \text{تبدیل}}} \left(h + \frac{2}{12} \right) + P_{\text{atm}} \quad (14.7 \times 144)(A \times 3) = 13.6 \times 62.4$$

$$(14.7 \times 144)(A \times 3) = \left[13.6 \times 62.4 \left(h + \frac{2}{12} \right) + 14.7 \times 144 \right] \times A(3-h)$$

$$\Rightarrow h = 0.895 \text{ ft}$$

جلسه چهارم: ۱۰ مرداد، ۹۴

جلسه پنجم: ۱۷، فروردین ۹۴

به نام خدا -

نیروی هیدرواستاتیک وارده بر سطوح مسطح غوطه در سیال تراکم ناپذیر:

$$\begin{cases} h = y \sin \theta \\ y = \frac{h}{\sin \theta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_c = y_c \sin \theta \\ y_c = \frac{h_c}{\sin \theta} \end{cases}$$

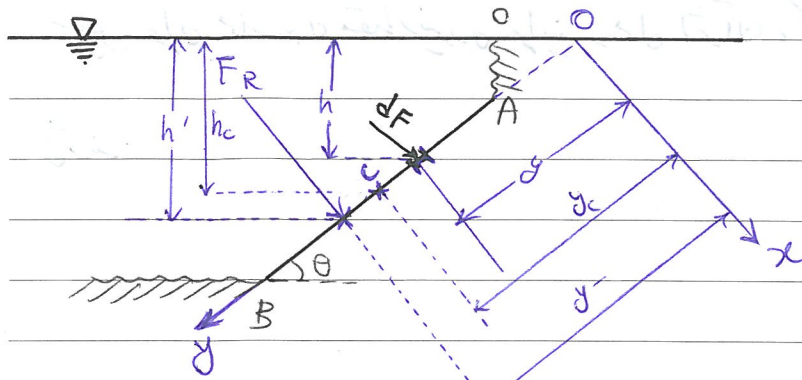
$$\begin{cases} h' = y' \sin \theta \\ y' = \frac{h'}{\sin \theta} \end{cases}$$

NOTE

* اگر در محاسبه y و h با هم برابرند

$$I_x = \int y^2 dA \quad I_y = \int x^2 dA \quad \text{تقسیم کردن مقاطع موازی} \quad I = \bar{I} + Ad^2 \quad \text{محال نیست}$$

حل تمرین دوشنبه چهارشنبه ۱۲-۱۳



$$I_x = \bar{I} + Ay_c^2$$

$$dF = P \cdot dA \quad P = \gamma h \quad dF = \gamma h \cdot d_n = \gamma y \sin \theta \cdot dA$$

$$F_R = \int dF = \gamma \sin \theta \int y dA$$

$$\begin{cases} x_c = \frac{\int x dA}{A} \\ y_c = \frac{\int y dA}{A} \end{cases}$$

$$F_R = \gamma \sin \theta \cdot y_c A \Rightarrow F_R = \gamma h_c A = P_c A$$

مقدار نیرو، برابر $P_c A$ است، اما محل اعمال آن از مرکز سطح، پایین تر است.

$$F_R \cdot y' = \int dF \cdot y \quad \gamma \sin \theta \cdot y_c A \cdot y' = \int \gamma y \sin \theta dA y$$

$$y' = \frac{\int y^2 dA}{y_c A} = \frac{I_x}{y_c A}$$

کتاب برای این استفاده

$$y' = \frac{\bar{I} + Ay_c^2}{y_c A}$$

$$y' = y_c + \frac{\bar{I}}{y_c A}$$

$$y - y_c = \frac{\bar{I}}{y_c A} > 0 \quad y - y_c > 0 \Rightarrow y > y_c$$

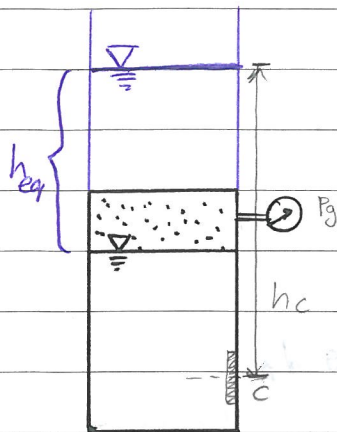
$$\frac{h'}{\sin \theta} = \frac{h_c}{\sin \theta} + \frac{\bar{I}}{\frac{h_c}{\sin \theta} \cdot A}$$

$$h' = h_c + \frac{\bar{I} \sin^2 \theta}{h_c A}$$

اگر دیدیم، در زیر سطح آزاد مایع قرار گرفته باشد که این مایع، تحت فشار هوا قرار بگیرد، ابتدا

کی ارتفاع معادل فشار $h_{eq} = \frac{P_0}{\gamma}$ محاسبه نمود و سطح آزاد واقعی را هم این مقدار، بالاتر از قطر بگیریم.

سپس برای محاسبه مقدار نیروی برآیند و محل اثر آن، کلیدهای ارتفاعها را سطح آزاد مابین دو تراز برشته

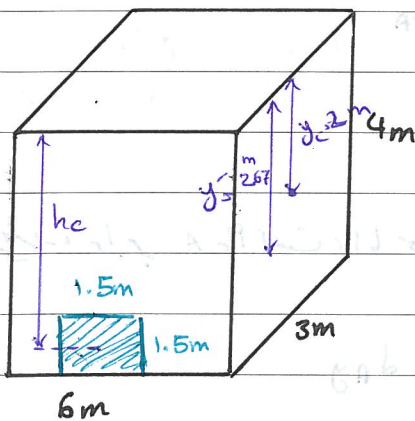


$$h_{eq} = \frac{P_g}{\gamma}$$

(مختل در سمت و جهت فشار)

فرض با ابعاد مفروض داریم که از آب برشته است.

مثال: نیروی هیدرواستاتیک را بیابید: (نیروی و محل اعمال آن)



الف) کف قعر

ب) سطح جانبی

ج) کف و سطح جانبی

$$\text{الف) } F_R = \gamma h_c A = (9806)(4)(6 \times 3) = 706 \text{ (kN)}$$

$$\text{ب) } F_R = \left(\frac{9806 \times 4}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) (6 \times 4) = 235.3 \text{ (kN)}$$

$$y' = y_c + \frac{I_{CA}}{y_c A} = 2 \text{ m} + \frac{\left(\frac{1}{12} \right) (3)(4)^3}{(2)(4 \times 3)} = 2.67 \text{ m}$$

$$\text{ج) } F_R = (9806)(3.25)(1.5)^2 = 71.7 \text{ (kN)}$$

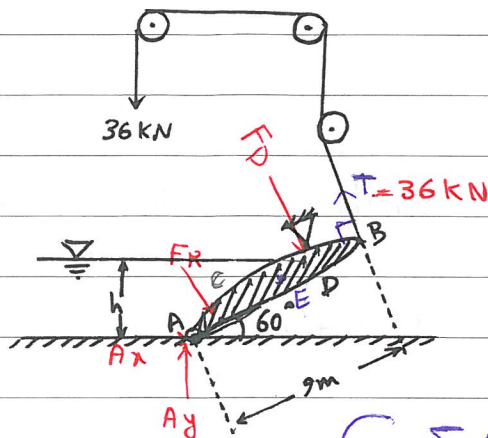
$$y' = 3.25 + \frac{\frac{1}{12} (1.5)^4}{(3.25)(1.5)^2} = 3.318 \text{ m}$$

مثال: چه ارتفاعی از آب (h) باعث میشود که بدنه در جهت عمق به حال ثابت بماند؟ عرض بدنه

$\epsilon =$ مقدار سطح آزار آب

$c =$ وسط AE قرار دارد

۳ متر است. از اصطکاک و وزن دیگم صرف نظر می‌شود



$$F_R = \gamma h_c A = (9806) \left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{h}{\sin 60} \times 3 \right) = 16984.5 h^2$$

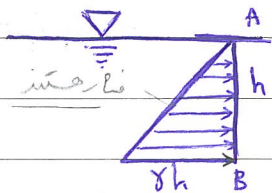
$$\bar{y}' = \bar{y}_c + \frac{I}{y_c A} = \frac{h}{2 \sin 60} + \frac{\left(\frac{1}{12} \right) (3) \left(\frac{h}{\sin 60} \right)^3}{\left(\frac{h}{2 \sin 60} \right) \left(\frac{h}{\sin 60} \times 3 \right)} = 0.77h$$

در آستانه بارشد دیگم $F_D = 0$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (36000)(9) - 16984.5 h^2 \left(\frac{h}{\sin 60} - 0.77h \right) = 0$$

$$h = 3.67 \text{ (m)}$$

عرض دیگم



$$F_R = \gamma h_c A = \gamma \frac{h}{2} h \times t = \frac{1}{2} \gamma h^2 t$$

روش سنسور فاد

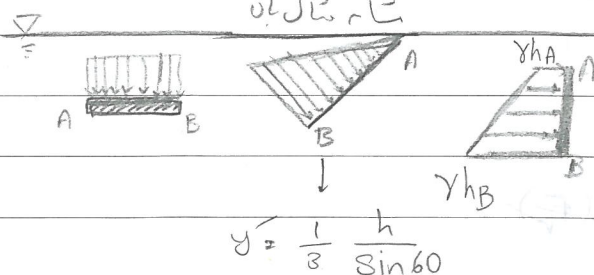
$$\bar{y}' = \bar{y}_c + \frac{I}{y_c A} = \frac{h}{2} + \frac{\frac{1}{12} \gamma h^3}{\frac{h}{2} \times h \times t} = \frac{h}{2} + \frac{h}{6} = \frac{2}{3} h$$

شکل که مقطع
تفاوت داشته

$$F_R = \frac{1}{2} (\gamma h) h (t) = \frac{1}{2} \gamma h^2 t$$

$$\bar{y}' = \frac{2}{3} h$$

برای تعیین مقدار نیرو از روش اول استفاده شود اما برای بدست آوردن عمل نیرو، به سمت توضیح می‌دهد



از روش سنسور فاد، استفاده شود

نیرو هیدرواستاتیک وارده بر سطوح منحنی غوطه‌ور:

EX. نیرو وارده از طرف آب بر دیگم AB که به شکل ربع استوانه است را بدست آورید. (عرض دیگم ۱.۳

تراست.) ارتفاع مرکز ثقل از سطح زمین چه مقدار است؟

* برای تولد قائم: هرگز تصویر نمی کشیم.

تصویر در یک صفحه، yz ، یک مستطیل است، ابعاد 1×1.3 متر

F_y تصویر نه شده
برابر وزن مایع درون یک ربع

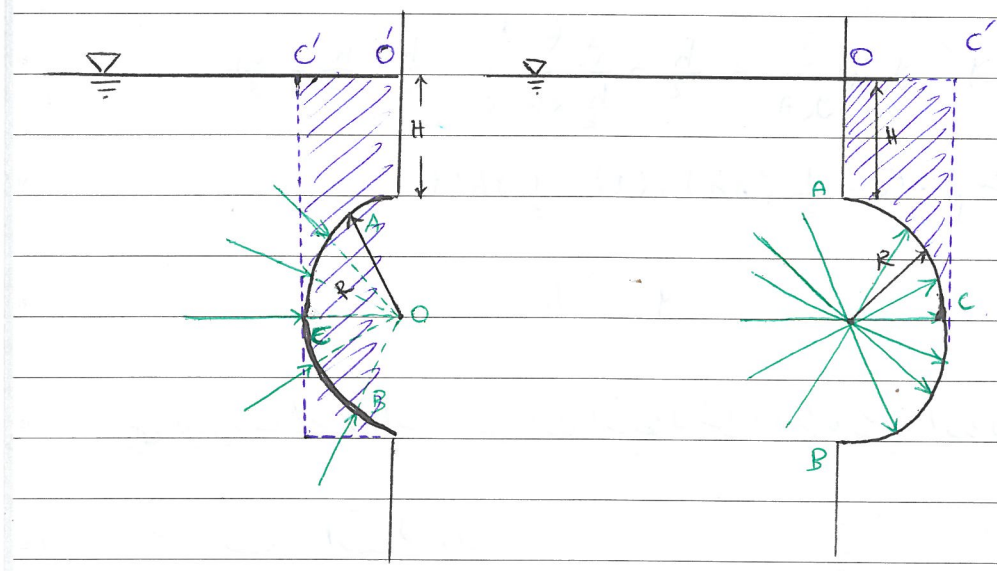
$F_x = \gamma h_c A = (9806) \left(\frac{1}{2} + 0.7 \right) (1 \times 1.3) = 15297.4 \text{ (N)}$
 $F_y = W = \gamma V = \gamma A t = (9806) \left[(1.7 \times 1) - \frac{\pi (1)^2}{4} \right] (1.3) = 11659.2 \text{ (N)}$
 $F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 19.234 \text{ (N)}$

$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} \Rightarrow \theta = 37.3^\circ$

$d = R \sin \theta = 1 \sin 37.3^\circ = 0.6 \text{ m}$

طبق ششم: ۲۴ فورسین

- به نام خدا -



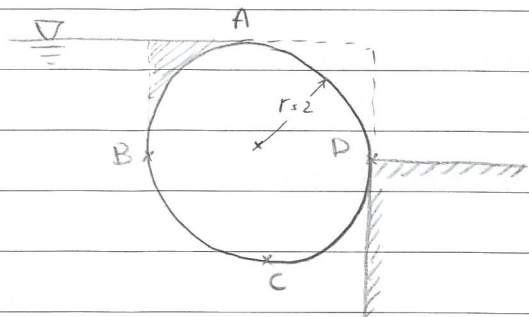
$F_h = F_{\text{horizontal}} = \gamma h_c A = \gamma (R + H) (2Rt) \rightarrow$

$(F_v)_{AC} = \gamma A = \gamma A t = \gamma \left(\text{مساحت مستطیل} - \text{مساحت ربع دایره} \right) \times t \downarrow$

$(F_v)_{CB} = \gamma \left(\text{مساحت مستطیل} + \text{مساحت ربع دایره} \right) \times t \uparrow$

$$(F_v)_{tot} = (F_v)_{CB} - (F_v)_{AC} = \gamma (\text{میانگین عمق}) \times t = \gamma \left(\frac{RR^2}{2} \right) t \uparrow$$

یک مانع استوانه‌ای مطابق شکل، طوبه آب را مسدود کرده است. محل تماس بین استوانه و دیواره، کاملاً صاف



است. م‌ا‌زاه واحد طول استوانه، مناسب کنید:

الف، وزن استوانه

ب، نیروی وارده بر دیواره. حاشا

بخش استاتیستیک

$$\uparrow \sum F_y = 0 : (F_v)_{tot} - W = 0 \quad W = (F_v)_{tot}$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 : (F_h)_{tot} - F_D = 0 \quad F_D = (F_h)_{tot}$$

$$(F_v)_{BCD} = \gamma \left[\frac{Rr^2}{2} + (2r)(r) \right] \times 1 = (2R+8)\gamma \uparrow$$

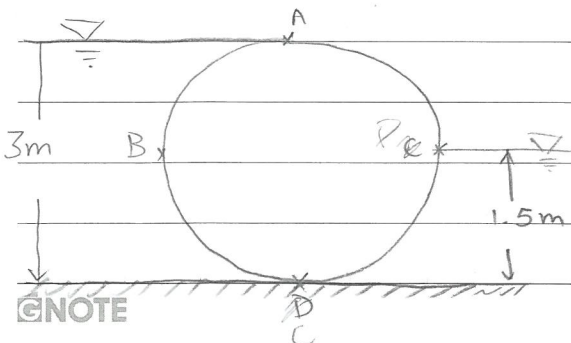
$$(F_v)_{AB} = \gamma \left[(r)(r) - \frac{Rr^2}{4} \right] \times 1 = (4-R)\gamma \downarrow$$

$$(F_v)_{tot} = (F_v)_{BCD} - (F_v)_{AB} = (3R+4)\gamma \uparrow \quad W = (3R+4)\gamma$$

$$(F_h)_{tot} = (F_h)_{ABC} - (F_h)_{CD} = (F_h)_{AB} = \gamma \left(\frac{r}{2} \right) (r \times 1) = 2\gamma \rightarrow$$

مطابق شکل، سرریز استوانه‌ای برای کنترل سطح آب به کار میرود. قطر این استوانه 3m و طول آن 6m

است. نیروی برآیند وارده از طرف سیال به سرریز را به دست آورید.



به علت عدم ارتباط بین دو سیال در سطح، هر یک را به طور جداگانه بررسی می‌کنیم و D را سطح آزاد

نظر می‌گیریم.

$$(F_v)_{ABC} = (9806) \left(\frac{\pi}{8} \times 3^2 \right) (6) = \uparrow 207943.6 \text{ (N)}$$

$$(F_v)_{CD} = (9806) \left(\frac{\pi}{4} \times 1.5^2 \right) (6) = \uparrow 103971.8 \text{ (N)}$$

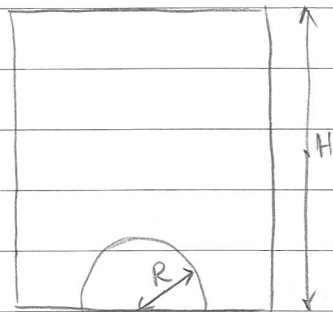
$$(F_v)_{tot} = (F_v)_{ABC} + (F_v)_{CD} = 311915.4 \text{ (N)} \uparrow$$

$$(F_h)_{tot} = (F_h)_{ABC} - (F_h)_{CD} = (F_h)_{BC} = (9806) (2.25) (1.5 \times 6) = 198571.5 \text{ (N)} \rightarrow$$

Ex. یک ظرف مکعب مستطیل به ارتفاع H داریم. یک نیمکره دگم خلف قرار گرفته. نیروهای قائم و افقی

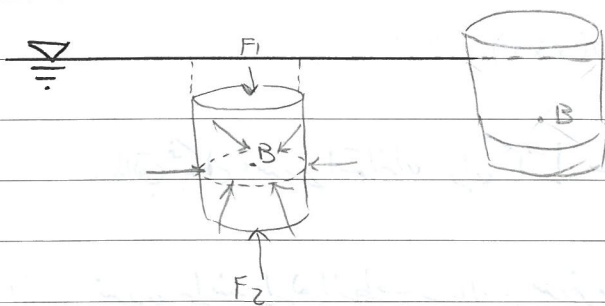
وارد می‌شوند را بیابید.

$F_h = 0$ نیروی افقی = 0. یکدیگر را از دو طرف خنثی می‌کند.



$$F_v = \gamma \left(RR^2H - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) \downarrow$$

نیروی شناوری (نیروی ارشیدیس):



هر یک از طرفین (در صورتیکه) از طرفین آسان باشد، نیروی افقی = 0

نیروی

$$F_B = \text{وزن مایع هم حجم استوانه}$$

آرئام یا مستر از جسم داخل مایع فورون، از طرف مایع به جسم نیروی وارد می شود که راستای آن قائم

جهت آن رو به بالا و مقدار آن برابر وزن مایع هم حجم مجبشی از جسم است که در داخل مایع فرو رفته است و عمل

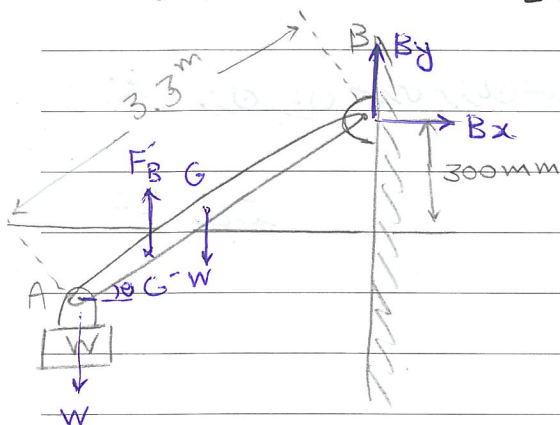
اعمال آن، مرکز حجم مجبشی داخل مایع جسم است.

وقتی جسمی در آب فرو رفته باشد ← نیروها هم

وقتی نیروی از آن به آب فرو رفته باشد عکس عمل می کند

بلوک از جنس ماده هم حجم 0.028 m^3 و وزن 290 N در آب غوطه ور است. یک میله هم طول 3.3 m

و سطح مقطع 1935 mm^2 از یک طرف به بلوک و از طرف دیگر به دیواره متصل است. اگر وزن میله 13 N



باشد، در حالت تعادل، زاویه θ چه قدر خواهد بود؟

نیروی شناور بلوک

$$F_B = \gamma A (9806) (0.028) = 274.6 \text{ (N)}$$

$$AC = 3.3 - \frac{0.3}{\sin \theta}$$

$$F'_B = \gamma A (AC) = (9806) (1935 \times 10^{-6}) (3.3 - \frac{0.3}{\sin \theta})$$

$$F'_B = 18.97 (3.3 - \frac{0.3}{\sin \theta})$$

$$\sum M_B = 0 : (290 - 274.6) (3.3 \cos \theta) + 13 (\frac{3.3}{2} \cos \theta) - 18.97 (3.3 - \frac{0.3}{\sin \theta})$$

$$\times \left[\frac{1}{2} (3.3 - \frac{0.3}{\sin \theta}) + \frac{0.3}{\sin \theta} \right] \cos \theta = 0 \rightarrow \theta = 9.55^\circ$$

حجم هفتم: ۳۱ ژوئیه

- سه شنبه -

بخش سوم: قوانین اصلی برای حجم کنترل به صورت انگرایی:

در حجم: حجم عبوری در واحد زمان حجم جابجایی عبوری $Q = \frac{V}{t}$ و واحد آن $\frac{m^3}{s}$, $\frac{lit}{s}$, $\frac{ft^3}{s}$ میباشد و فرمول سطح مقطع $Q = VA$ و واحد آن $\frac{m^3}{s}$ میباشد.

در جرم: جرم جریان عبوری بر واحد زمان $\dot{m} = \frac{m}{t}$ و واحدهای آن $\frac{kg}{s}$, $\frac{g}{s}$, $\frac{slug}{s}$ و واحد جابجایی عبوری $\dot{m} = \frac{m}{t}$ زمان عبور جابجایی

میباشد: $\dot{m} = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \rho Q = \rho A V$

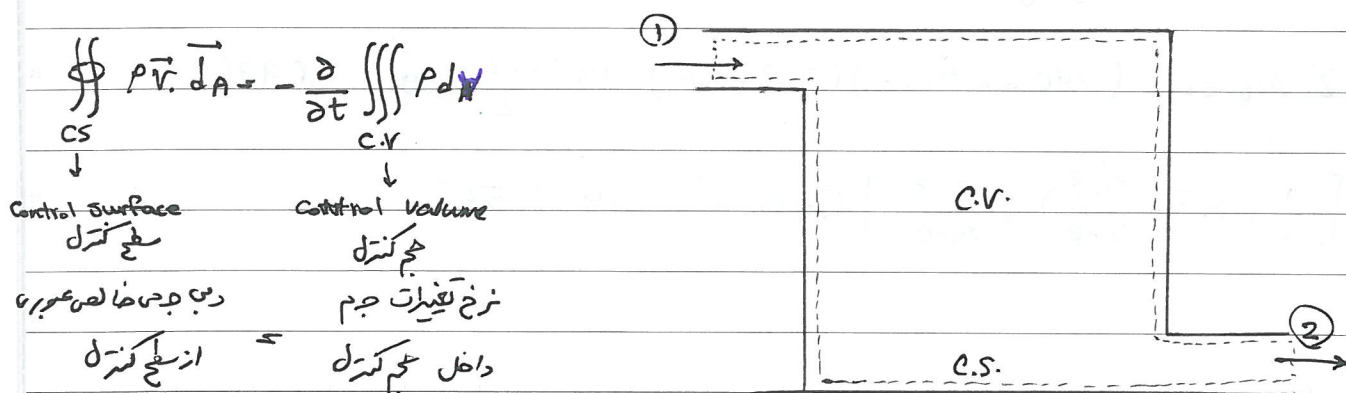
نکته: در حجمی برای گازها همیشه استفاده قرار نمیگیرد و در حجمی غالباً برای مایعات مورد استفاده است.

در وزن: وزن جابجایی عبوری بر زمان عبور جابجایی را در وزن گویند. $G = \frac{W}{t}$ و واحدهای آن $\frac{N}{s}$, $\frac{dyn}{s}$ زمان

و $\frac{lbf}{s}$ میباشد: $G = \frac{W}{t} = \frac{mg}{t} = \dot{m}g = \rho Qg = \gamma Q = \gamma VA$

نکته: $\dot{m} = \rho \vec{V} \cdot \vec{A}$ $\left\{ \begin{array}{l} \dot{m} = -\rho VA \text{ کلیه ورودی} \\ \dot{m} = \rho VA \text{ کلیه خروجی} \end{array} \right.$

قانون بقا جرم یا معادله پیوستگی:



NOTE

خواص سیال در هندسیات جریان، نسبت به زمان تغییر نکنند.
 جریان دائمی :

$$\oint_{CS} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0$$

اگر جریان، دائمی، یکپارچه، تراکم ناپذیر، آب در دهن و یک خروجی باشد :

$$-\rho_1 v_1 \iint_{A_1} dA + \rho_2 v_2 \iint_{A_2} dA = 0 \rightarrow \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 \rightarrow m_1 = m_2$$

$$\text{یک نوع سیال: } \rho_1 = \rho_2 \rightarrow Q_1 = Q_2$$

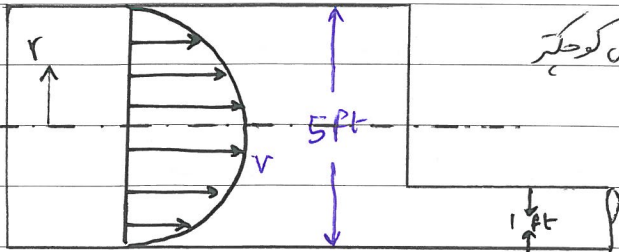
این رابطه نشان میدهد که سرعت با سطح مقطع نسبت عکس دارد. پس سرعت با مجذور شعاع / قطر نسبت عکس دارد

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \quad (\text{معادله برستگلی})$$

از این رابطه برمی آید که تنها عاملی که باعث تغییر سرعت یک سیال در شل فقط تغییر قطر / شعاع است.

Ex. آب از مخزن زیرگرم به قطر 5 ft جریان میابد. سرعت آب نسبت به مخزن، با رابطه زیر داده شده است.
 سرعت ثابت

$$v = 6.25 r^2 \left(\frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)$$

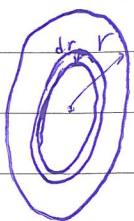


حقیقتاً؟ قطر کولر کوچک 1 ft است.

$$\oint_{CS} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho dV - \iint_{A_1} v dA + v_2 A_2 = 0 \quad (*)$$

استدلال $\iint_{A_1} v dA$ به صورت انتگرال میماند، چون سرعت، ثابت نیست، اما $v_2 A_2$ تبدیل میگیرد

زیرا از سرعت مربوط به ثابت یاد شده است.



$$dA = (r d\theta)(dr) \Rightarrow \int_0^{2.5} (6.25 r^2)(2\pi r dr) + v_2 \frac{\pi}{4} (1)^2 = 0$$

$$dA = 2\pi r dr$$

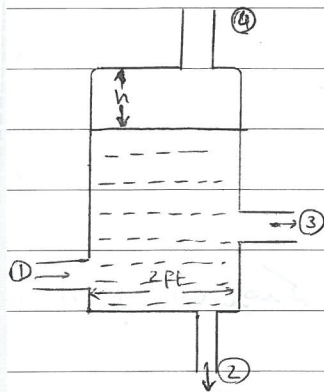
$$= -2\pi \left[6.25 \times \frac{(2.5)^2}{2} - \frac{(2.5)^4}{4} \right] + \frac{\pi}{4} v_2 = 0$$

$$\Rightarrow v_2 = 78.1 \left(\frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)$$

Ex. آب از لوله با سرعت $20 \frac{ft}{s}$ به فن استوانه‌ای وارد شد و آنرا از لوله‌ها 2 و 3 به ترتیب با سرعت‌ها

$\frac{8 ft}{s}$ و $\frac{10 ft}{s}$ ترک می‌کند. در نقطه 4 یک هواکش باز وجود دارد. d_h و d_t را به دست آورید.

قطر داخلی لوله‌ها عبارتند از: $D_1 = 3 in$ ، $D_2 = 2 in$ ، $D_3 = 2.5 in$ ، $D_4 = 2 in$ ، چنان‌ها



را ترک نمی‌دهیم فرض کرده و سرعت متوسط آنرا در هواکش 4 به دست آورید.

$$\iint_{cs} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{cv} \rho dV$$

$$-\rho_w v_1 A_1 + \rho_w v_2 A_2 + \rho_w v_3 A_3 = -\frac{d}{dt} [\rho_w A (H-h)]$$

خروجی ورودی سطح 1 in 2 ft

$$-20 \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{3}{12}\right)^2 + 8 \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{2}{12}\right)^2 + 10 \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{2.5}{12}\right)^2 = -\frac{\pi}{4} (2)^2 \times \left(-\frac{dh}{dt}\right)$$

$$-\frac{dh}{dt} = -0.1484 \left(\frac{ft}{s}\right)$$

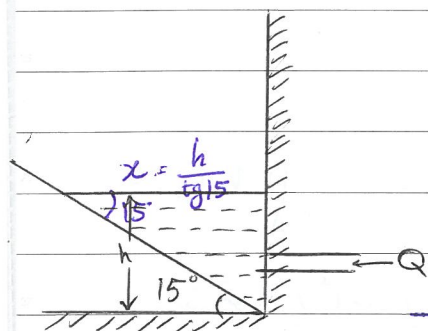
سرعت خروجی هوا

$$P = \text{Constant} \Rightarrow \rho v_4 A_4 = -\frac{d}{dt} (\rho A A h) \rightarrow v_4 \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{2}{12}\right)^2 = -\frac{\pi}{4} (2)^2 \left(-0.1484\right) \frac{dh}{dt}$$

$$\Rightarrow v_4 = 21.37 \left(\frac{ft}{s}\right)$$

عرض یک نیم‌مستطیل 10 m بوده بر آن مطابق شکل، شیبدار است. آب با ران $\frac{100 lit}{s}$ به آن

اصنامه می‌شود هنگامیکه $h = 1 m$ شود، $\frac{dh}{dt}$ چقدر است؟ فرض کنید طول میله آزاد از $h = 1 m$



$$\iint_{cs} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{cv} \rho dV$$

به $h = 1.2 m$ برسد؟

غیر از آن - بدون دارد ولی خروجی ندارد

$$-100 \frac{lit}{s} \times \frac{1 m^3}{1000 lit} = -\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} (h) \left(\frac{h}{\tan 15^\circ}\right) (10) \right]$$

$$0.1 = \frac{d}{dt} (18.66 h^2) \Rightarrow 2 \times 18.66 h \frac{dh}{dt} = 37.3 h \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{0.1}{37.3h} \quad h=1m \rightarrow \frac{dh}{dt} = 0.00268 \frac{m}{s}$$

$$\text{نویس دوم: } 0.1 dt = 37.3 h dh \rightarrow 0.1 \int_0^t dt = 37.3 \int_1^{1.2} h dh$$

$$0.1 t = \frac{37.3}{2} (1.2^2 - 1^2) \Rightarrow t = 82.1 (s)$$

طبقه مقسم: ۱، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶، ۱۹

- به نام او که با تمام ابرم نویسه باران -

جوان های که مرز را قطع کرده اند

$$\text{قانون دوم نیوتن (معادله مستقیم):} \quad \oint_{CS} \vec{T} dA + \iiint_{CV} \vec{B} (P dV) = \oint_{CS} \vec{v} (P \vec{v} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \vec{v} (P dV)$$

(معادله در باران)

نرخ تغییرات مستقیم داخل + نرخ گذرنده خالص = برابری نیروها درون و خارج کنترل + برابری نیروها سطحی و در سطح

مثلاً

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \begin{cases} \sum F_x = ma_x \\ \sum F_y = ma_y \\ \sum F_z = ma_z \end{cases}$$

$$x\text{-mom:} \quad \oint_{CS} T_x dA + \iiint_{CV} B_x (P dA) = \oint_{CS} v_x (P \vec{v} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} v_x (P dA)$$

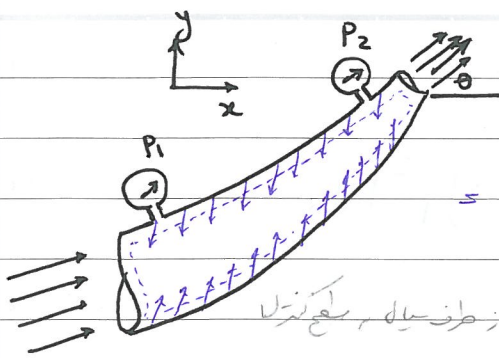
$$y\text{-mom:} \quad \oint_{CS} T_y dA + \iiint_{CV} B_y (P dA) = \oint_{CS} v_y (P \vec{v} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} v_y (P dA)$$

$$z\text{-mom:} \quad \oint_{CS} T_z dA + \iiint_{CV} B_z (P dA) = \oint_{CS} v_z (P \vec{v} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} v_z (P dA)$$

$$\text{در هر جریان دائم بدون در نظر گرفتن نیروها و...} \quad \oint_{CS} \vec{T} dA = \iiint_{CV} \vec{v} (P \vec{v} \cdot d\vec{A})$$

Ex: نیروهای وارد بر سیال از طرف زانوی هگلا را بدست آورده.

وزن جرم در راستای قائم است - در جهت x کجی از وزن داریم.



نیروی ناشی از فشار، همواره به سمت داخل لوله است.

$$x\text{-mom: } +P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos\theta + F_x + 0 = 0$$

برای نیروهای افقی داریم از طرف لوله به سطح کنترل

$$= (+v_1)(-P v_1 A_1) + (v_2 \cos\theta)(P v_2 A_2)$$

برای نیروهای قائم داریم از طرف لوله به سطح کنترل

$$y\text{-mom: } -P_2 A_2 \sin\theta + F_y - mg = 0 + (v_2 \sin\theta)(P v_2 A_2)$$

طبق معادله پیوستگی:

$$P v_1 A_1 = P v_2 A_2$$

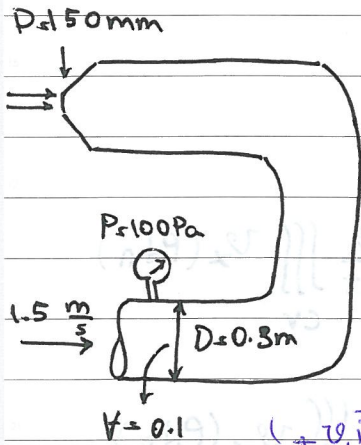
نیروی وارده از طرف سطح کنترل بر لوله

$$F_x = P_1 A_1 - P v_1 A_1 (v_1 - v_2 \cos\theta)$$

$$-F_y = -P_2 A_2 \sin\theta - mg - P v_1 A_1 (v_2 \sin\theta)$$

جرم از ρg استفاده می‌کنیم، هوا که در عوض هوا قرار دارد به شارش می‌خورد.

$-Ex$ - نیرویی که از طرف سیال به نیرود وارد می‌شود؟
(قطبش شد ← سرعت x برابر می‌شود)



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$v_2 = 1.5 \left(\frac{3000}{150}\right)^2 = 6 \text{ m/s}$$

$$\text{mom. eq: } P_1 A_1 \vec{i} + 0 + F_x \vec{i} + F_y \vec{j} - \sum v_j \vec{j} = 0$$

$$(+v_1 \vec{i})(-P v_1 A_1) + (-v_2 \vec{j})(P v_2 A_2)$$

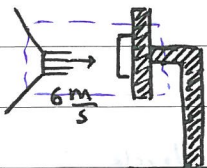
$$\{ i) P_1 A_1 + F_x = -P v_1^2 A_1 - P v_2^2 A_2 \rightarrow 100 \times 10^3 \times \frac{\pi}{4} (0.3)^2 + F_x = -1000 (1.5)^2 \times \frac{\pi}{4} (0.3)^2 -$$

$$1000 \times 6^2 \times \frac{\pi}{4} (0.3)^2$$

$$\{ j) F_y - \sum A = 0 \rightarrow F_y = 9806 (0.1) = 980.6 \text{ N}$$

$$\rightarrow F_x = 7863.8 \text{ N}, -F_y = 980.6 \text{ N}$$

$-Ex$ - چه نیرویی از طرف نازل بر صفحه وارد می‌شود؟ نیرویی وارده از طرف جت A بر صفحه چه قدر است؟



$$x\text{-mom: } F_x = (v)(-P v A) + 0$$

نیرویی که از صفحه به جرم وارد می‌شود

ب) اگر نازل جت با سرعت 1.5 m/s به عقب برود

پ) از صفحه مقابل با سرعت 1.5 m/s به عقب برود.

$$K_x = \rho v^2 A = (1000)(6^2)(645 \times 10^{-6}) = 23.2 \text{ N}$$

$$\text{ب) } v: 6 - 1.5 = 4.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad K_x = (1000)(4.5)^2(645 \times 10^{-6}) \rightarrow K_x = 13.1 \text{ N}$$

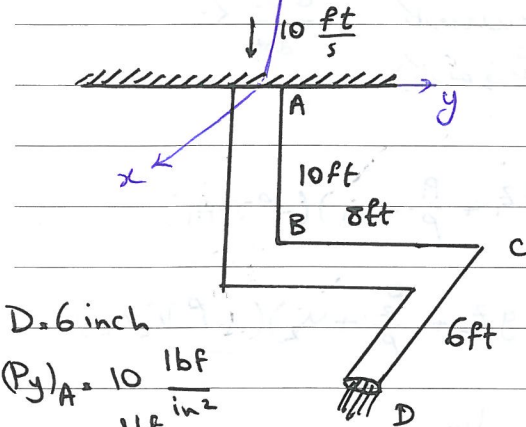
$$\text{ج) } v: 6 - 1.5 - 3 = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad K_x = (1000)(1.5)^2(645 \times 10^{-6}) \rightarrow K_x = 1.45 \text{ N}$$

معادله کنترل مومنتوم :

$$\oint_{CS} (\vec{r} \times \vec{T}) dA + \iiint_{CV} (\vec{r} \times \vec{B}) \rho dA = \oint_{CS} (\vec{r} \times \vec{v}) \rho \vec{v} dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} (\vec{r} \times \vec{v}) \rho dA$$

نرخ تغییرات مومنتوم + داخل حجم کنترل
نرخ گذر مومنتوم از سطح کنترل + داخل سطح کنترل
مومنتوم ناشی از نیروهای بدن + مومنتوم ناشی از نیروهای سطح وارده
سطح کنترل

Ex. گشتاور ناشی از عبور سیال در فن لوله را در لنگه گاه در دست آورید.
نجم کنترل: بهر فن لوله



$$D = 6 \text{ inch}$$

$$(p_y)_A = 10 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

$$w = 10 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3}$$

$$v_A = 10 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

- به نام او که بایتم ابرو نویسی بارک -

حله به نام: کاراردیست

قانون اول ترمودینامیک (معادله انرژی)

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} + \iiint_{c.v} (\vec{B} \cdot \vec{V}) \rho dA = \iiint_{c.s} \left(\frac{V^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} + u \right) (\rho \vec{V} \cdot \vec{dA}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{c.v} \left(\frac{V^2}{2} + gz + u \right) \rho dV$$

نرخ تغییرات انرژی داخل حجم کنترل $\rightarrow$ نرخ گدخالص انرژی از سطح کنترل $\leftarrow$ کار نیروهای بدن $\leftarrow$ کارهای انتقال یافته $\leftarrow$ گرما و انتقال یافته $\leftarrow$ انتقال به یا از حجم کنترل $\leftarrow$ $\times (P dA)$

کار خروجی از حجم کنترل: $\frac{dW_s}{dt} > 0$

(کار تولید شده - توربین)

کار ورودی به حجم کنترل: $\frac{dW_s}{dt} < 0$

(کار مصرف شده - پمپ)

جریان دائمی، یکیناوی، تراکم ناپذیر با 1 ورودی و 1 خروجی:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dW_s}{dt} = \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + \frac{P_1}{\rho} + u_1 (-\rho V_1 A_1) + \left(\frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \frac{P_2}{\rho} + u_2 \right) (\rho V_2 A_2)$$

قانون بقا جرم (معادله پیوستگی): $\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 = \frac{dm}{dt}$

$$\frac{dQ}{dm} - \frac{dW_s}{dm} + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 + u_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + u_2$$

صرف نظر از اصطفاک: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 - \frac{dW_s}{dm} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + \left[-\frac{dQ}{dm} + (u_2 - u_1) \right]$

آنها انرژی را اثر اصطفاک

معادله انرژی: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 - \frac{dW_s}{dm} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$

منظور در اساس قائم

معادله برنولی: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2 \quad \left(\frac{J}{kg} \right)$

① ضیاع جریان دائمی

$\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gy = cte$

Constant

انرژی مکانیکی به ازای واحد حجم جریان عبوری
برای کلیه نقاط در خط جریان ثابت است.

$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + y_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + y_2 \quad \frac{\frac{J}{kg}}{\frac{N}{kg}} = \frac{J}{N} = \frac{N \cdot m}{N} = m$

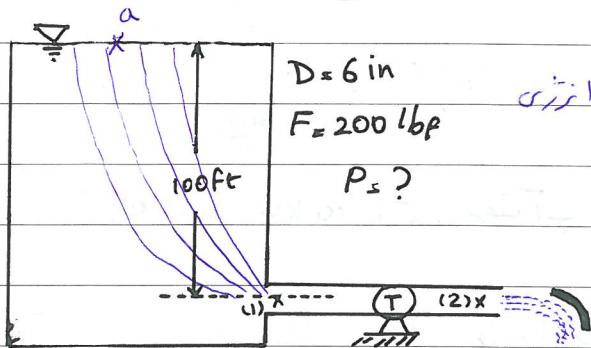
② جریان

③ بدون کار محوری

(بدون پمپ توربین)

Ex. مخزن در ارتفاع 100 ft داریم که آب در آن وجود دارد توان توربین را محاسبه کنید.

به دیوایض فشارها - فشار نسبی صاف است.



معادله انرژی: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2$

معادله پیوستگی: $D_1 = D_2 \Rightarrow v_1 = v_2 = v$

$\frac{dw_s}{dm} = \frac{P_1}{\rho}$

معادله برنولی: $\frac{P_a}{\rho} + \frac{v_a^2}{2} + gy_a = \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1$

نکته: انتخاب مبدأ برای معادله برنولی دلخواه است.

نکته: وقتی سهم از مخزن و لوله جریان است، یعنی قطر مخزن نسبت به لوله بسیار زیاد است، برای حالت همیشه سرعت در سطح آزار مخزن، قابل صرف نظر است.

نکته: در این مثال لوله فشار در نقطه (1) منتهی به از ρgh استفاده کنیم چون رابطه مذکور برای سیال ساکن است و نه برای سیال در حال جریان - هیدروستاتیک

معادله برنولی: $\frac{P_a}{\rho} + \frac{v_a^2}{2} + gy_a = \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 \rightarrow 100g = \frac{P_1}{\rho} + \frac{v^2}{2}$

$\frac{P_1}{\rho} = 100g - \frac{v^2}{2}$

x-mom: $F_x = (+v)(-PVA) \rightarrow Kx = -F_x = PV^2A$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{62.4}{32.2} = 1.94 \frac{\text{slug}}{\text{ft}^3}$$

$$200 = 1.94 V^2 \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{6}{12}\right)^2 \xrightarrow{\frac{\text{ft}}{\text{s}}} \frac{dw_s}{dm} = \frac{P_i}{P} = 100g - \frac{V^2}{2} = 100(32.2) - \frac{(22.9)^2}{2}$$

$$= 2957.5 \frac{\text{lbf} \cdot \text{ft}}{\text{slug}}$$

و در واحد انگلیسی

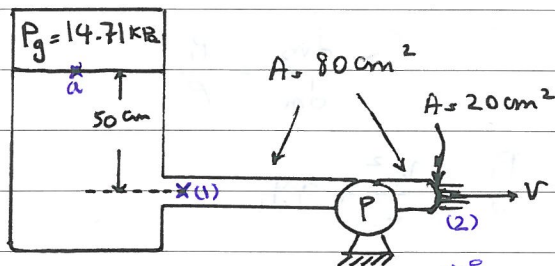
$$P = \frac{dw_s}{dt} = \frac{dw_s}{dm} \times \frac{dm}{dt} = \frac{dw_s}{dm} \times \dot{m} = \frac{dw_s}{dm} \times \rho Q = \frac{dw_s}{dm} \times \rho V A$$

$$P = 2957.5 \left(\frac{\text{lbf} \cdot \text{ft}}{\text{slug}}\right) \times 1.94 \left(\frac{\text{slug}}{\text{ft}^3}\right) \times 22.9 \left(\frac{\text{ft}}{\text{s}}\right) \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{6}{12}\right)^2 \text{ft}^2 = 25830$$

horse power

$$\frac{\text{lbf} \cdot \text{ft}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ hp}}{550 \frac{\text{lbf} \cdot \text{ft}}{\text{s}}} \quad P = 46.96 (\text{hp})$$

Ex. اگر توان پمپ 10 kW باشد، سرعت آب خروجی چقدر است؟



$$\text{معادله انرژی: } \frac{P_i}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g y_1 - \frac{dw_s}{dm} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g y_2$$

$$\text{معادله برزولی: } \frac{P_a}{\rho} + \frac{V_a^2}{2} + g y_a = \frac{P_i}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g y_1$$

$$\frac{14.71 \times 10^3}{1000} + 9.81(0.5) = \frac{P_i}{\rho} + \frac{V_1^2}{2}$$

$$\frac{P_i}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = 19.6$$

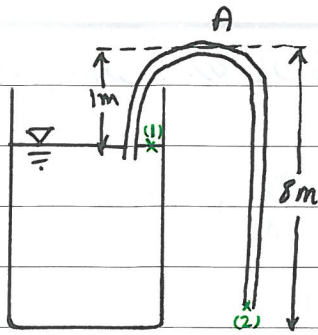
$$\frac{dw_s}{dm} = \frac{P}{\rho V_2 A_2} = \frac{10 \times 10^3}{1000 V_2 \times 20 \times 10^{-4}} = \frac{5000}{V_2}$$

$$\textcircled{*} \rightarrow 19.6 - \left(\frac{-5000}{V_2}\right) = \frac{V_2^2}{2}$$

$$V_2^3 - 39.2 V_2 - 10000 = 0 \rightarrow V_2 = 22.15 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

لوله نشان داده شده مانند سفین آب عمل نکند. با صرف نظر از اصطکاک، سرعت جبهه آزاد و فشار مطلق

سیال در زانوی رادبخت آورید.



چون از اصطکاک صرف نظر می‌کنیم و می‌توانیم هم‌نامیم ← معادله برنولی

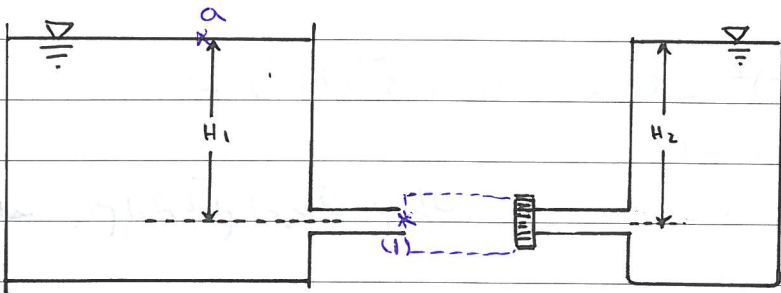
$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2$$

$$(9.81)(7) = \frac{v_2^2}{2} \rightarrow v_2 = 11.72$$

معادله برنولی: $D_A = D_2 \Rightarrow v_A = v_2 = 11.72 \text{ (m/s)}$

معادله برنولی: $\frac{(P_1)_a}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 = \frac{(P_A)_a}{\rho} + \frac{v_A^2}{2} + gy_A$

$$\frac{1.013 \times 10^5}{1000} = \frac{(P_A)_a}{1000} + \frac{(11.72)^2}{2} + 9.81(1) \rightarrow (P_A)_a = 22.81 \text{ kPa}$$



با فرض ماده بودن سطح مقطع

سوراخ فخرها، برای اینکه صاف

حرکت افقی نکنند، رابطه H_1 در

صورت حرکت افقی نکنند: $F_L = F_R$

H_2 چگونه است؟

$$F_x = (+v)(-PVA)$$

$$K_x = -F_x = F_L = \rho v_1^2 A_1$$

$$\frac{P_a}{\rho} + \frac{v_a^2}{2} + gy_a = \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 \rightarrow gH_1 = \frac{v_1^2}{2} \rightarrow v_1^2 = 2gH_1$$

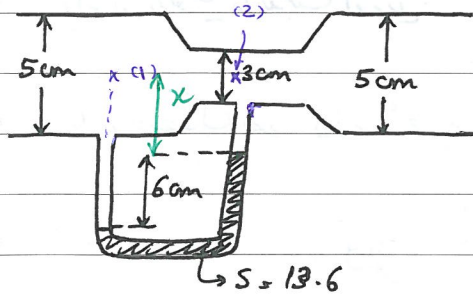
left $F_L = P(2gH_1)A_1 = 2gH_1A_1$

right $F_R = \rho H_2 A_2$

نیروی سیال است
 $\rho H_2 A_2$

$$2gH_1A_1 = \rho H_2 A_2 \Rightarrow 2H_1 = H_2$$

در جریان در فنوئور نشان داده شده است آورده



معادله جبرئیل

$$\frac{P_1}{\gamma_w} + \frac{v_1^2}{2g} + \cancel{y_1} = \frac{P_2}{\gamma_w} + \frac{v_2^2}{2g} + \cancel{y_2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\gamma_w} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad (1)$$

معادله مانومتر

$$P_1 + \cancel{\gamma_w x} + \gamma_w (0.06) - \gamma_{Hg} (0.06) - \cancel{\gamma_w x} = P_2$$

$\gamma_{Hg} = 13.6 \gamma_w$

$$\Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\gamma_w} = 0.756 \quad (2)$$

معادله پیوستگی

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \rightarrow v_2 = \frac{25}{9} v_1 \quad (3)$$

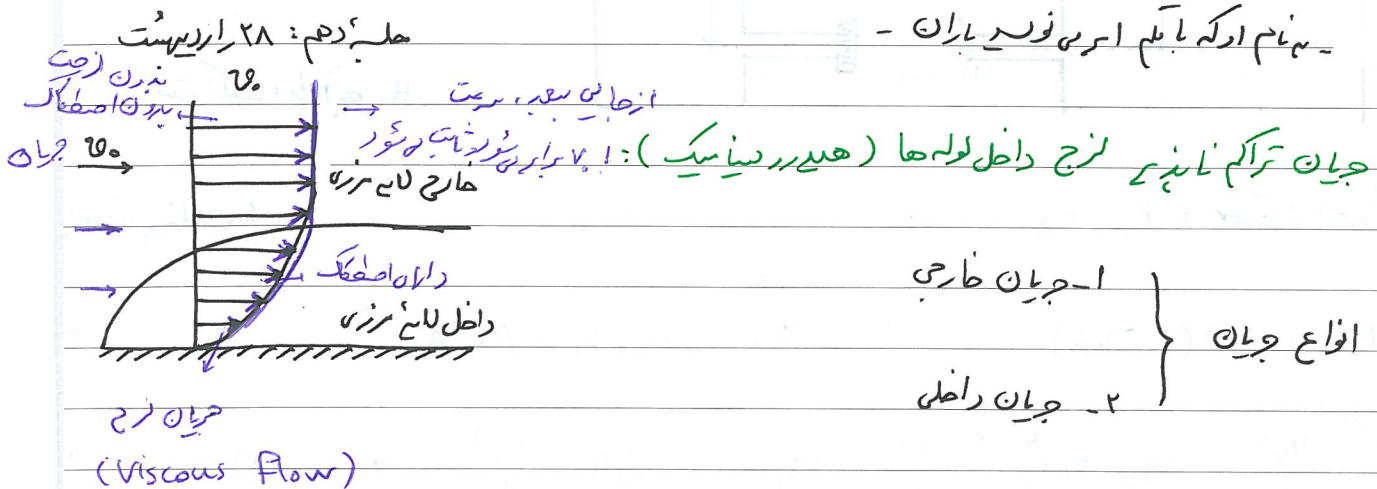
(1), (2), (3) $\rightarrow \frac{1}{2g} \left[\left(\frac{25}{9}\right)^2 v_1^2 - v_1^2 \right] = 0.756 \rightarrow v_1 = 1.485 \left(\frac{m}{s}\right)$

9.81

نشان دهنده جریان لایه‌ها

$$Q = v_1 A_1 = 1.485 \times \frac{\pi}{4} (0.05)^2 \Rightarrow Q = 2.916 \times 10^{-3} \left(\frac{m^3}{s}\right) \approx 3 \frac{lit}{s}$$

به نام ادرک باقیم اسر نوید باران -



① جریان خارجی

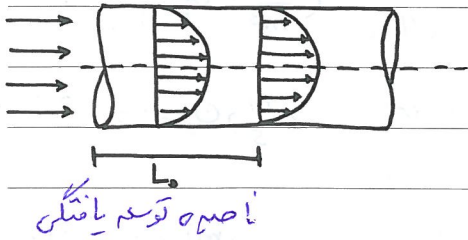
جریان لزج $\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial n} \neq 0$ $f = \tau A \neq 0$ (Viscous Flow)

داخل لایه مرز $\frac{\partial v}{\partial n} \neq 0$

انرژی از دست داده } انرژی از دست داده
 انرژی از دست داده } انرژی از دست داده

2) جریان غیر لزج: $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$ $\tau = 0$ $f = 0$

(inviscid flow)



3) جریان داخلی

(لوله ها با قطکم)
 در لوله ها طول نسبت به طول لوله قابل صرف نظر کردن است.

معادله انرژی: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 - \frac{dws}{dm} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2 + \left[-\frac{dQ}{dm} + (v_2 - v_1) \right]$

head lost $h_L = \left[-\frac{dQ}{dm} + (v_2 - v_1) \right]$ (انرژی از دست داده به ازای واحد جرم و واحد طول)

$H_L = \frac{h_L}{g}$ (انرژی از دست داده به ازای واحد وزن و واحد طول)

معادله انرژی: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 - \frac{dws}{dm} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2 + h_L$

معادله اصلاح شده برزوی: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2 + h_L$

معادله برزوی: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2$

$h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2}$ (انرژی از دست داده به ازای واحد جرم و واحد طول)

$H_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$ (انرژی از دست داده به ازای واحد وزن و واحد طول)

L : قطر لوله (m)

D : قطر لوله (m)

v : سرعت متوسط جریان داخل لوله ($\frac{m}{s}$)

g : شتاب جاذبه ($\frac{m}{s^2}$) ($\frac{N}{kg}$)

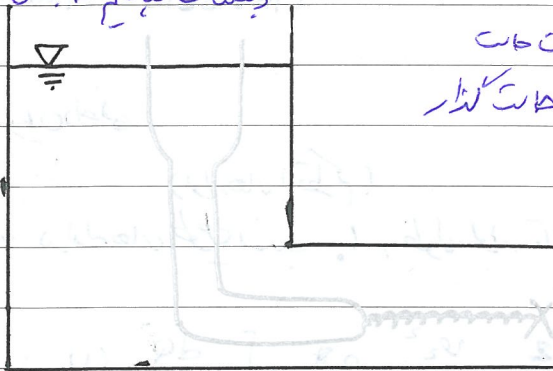
1- جریان آرام یا برزوی (laminar flow)

2- جریان درهم یا آشوبناک (turbulent flow)

در اینها یک شش سره کنترل دیو است. مخزن هم دارد ماله زنگنه است. وقتی شش باز می شود ماله زنگنه هم دارد آب می شود آب شش را کم می کنیم، ماله زنگنه بصورت یک خط مستقیم در است مستقیم شود به لایه های سیال به هم می چسبند و دارند

آزمایش کلاسیک رینولدز: به کف

برینگیات سیال به تنفس



وقتی شش بازتر می شود، جریان میگذارد حالت
نوسانی در فشار در Transision حالت گذار

وقتی شش بسته می شود

ای سیال کل آب زنگنه می شود

آب ماله زنگنه می شود

یعنی لایه های سیال به هم می چسبند و دارند

ρ : جرم حجمی ($\frac{kg}{m^3}$)

V : سرعت جریان ($\frac{m}{s}$)

D : قطر لوله (m)

μ : ویسکوزیته سیال ($\frac{kg}{ms}$)

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

ویسکوزیته سینتیک سیال
 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

$$\frac{kg/m^3 \times \frac{m}{s} \times m}{\frac{kg}{ms}} = 1$$

عدد رینولدز بحرانی:

$$Re_{critical} = 2000 - 4000 \quad \text{or} \quad Re = 2300$$

$Re < 2300$ جریان لایه Laminar

$Re > 2300$ جریان توربولانت turbulent

$$h_L = \frac{128 \mu L Q}{\pi R D^4}$$

$$f = \frac{64}{Re}$$

جریان آرام:

$$f = f(Re)$$

$$f = f(Re, \frac{e}{D})$$

$$f = f(\frac{e}{D})$$

ضریب اصطکاک

جریان در هم

از مقدار بوده افتاد
می شود

e ← زبری مطلق (mm-ft) و $\frac{e}{D}$ ← زبری نسبی: واحد ندارد

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{میان آرام: } f = \frac{64}{Re} \\ \text{Moody diagram: جریان دویم} \end{array} \right.$$

$$1.14 - 2 \log \frac{e}{D} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{9.35}{Re \sqrt{f}} \quad \text{رابطه کلبرک}$$

$$\left. \begin{array}{l} (h_L)_m = k \frac{v^2}{2} \quad \left(\frac{J}{kg} \right) \\ (H_L)_m = k \frac{v^2}{2g} \quad \left(\frac{J}{N} = m \right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{انتهای ها (موضعی)} \\ \text{اتلاف موضعی (فرعی)} \end{array}$$

$$(h_L)_{tot} = (h_L)_{\text{لوله}} + (h_L)_{\text{اتلافات}}$$

K از جدول، غورارهای handbook ها بریت می آید.

قطر هیدرولیک:

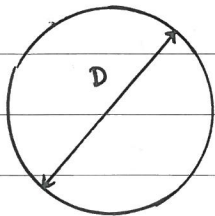
$$\begin{array}{l} \text{انتهای ها فرعی} \quad \text{هولیات اصل} \\ \text{تقریب طول معادل انتهای ها فرعی: } \left\{ \begin{array}{l} h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2} \\ h_L = k \frac{v^2}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{fL}{D} \frac{v^2}{2} = k \frac{v^2}{2} \\ \Rightarrow L_{eq} = \frac{kD}{f} \end{array}$$

A: مساحت مقطع جریان

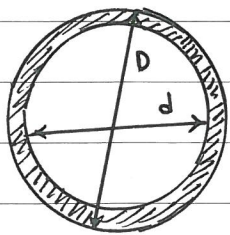
P_w : محیط ترشده

$$D_h = \frac{4A}{P_w}$$

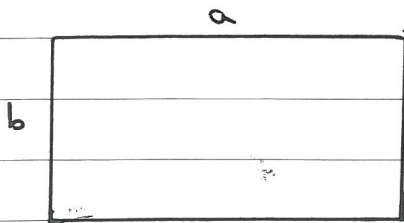
دایره ای:



$$D_h = \frac{4 \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)}{\pi D} = D$$



$$D_h = \frac{4A}{P_w} = \frac{4 \times \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}{\pi (D + d)} = D - d$$



$$D_h = \frac{4A}{P_w} = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

نکته: اگر مقطع مربعی باشد: $a = b \Rightarrow \frac{2a^2}{2a} = a$

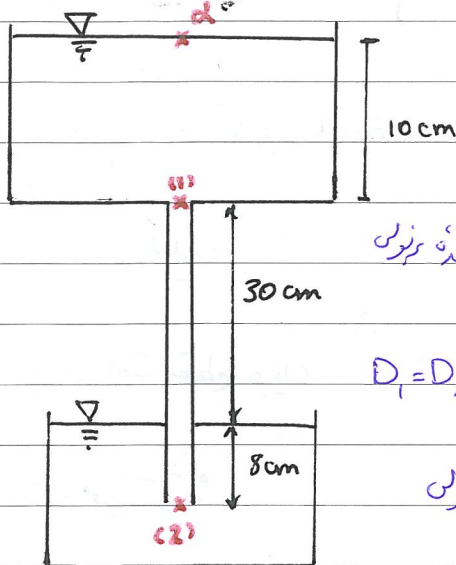
کورس درج + انت میهم صلیبیه - ارز 5
 اصلاح شده برون
 امکان قابل نظر - می توان

حلبه یازدهم: ۴ فروردین ۹۴

- به نام ادکه بایتم اسم من فخره باران -

کنیز فصل هفتم

Ex - دو مخزن مطابق شکل با لوله ۱۰ mm به یکدیگر متصل شده اند.



در آب از مخزن بالایی به مخزن پایینی چه قدر است؟

$$(*) \quad \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g y_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g y_2 + h_L$$

$y_1 = 380 \text{ cm}$

معادله برپسنگ در جاییکه قطر لوله ثابت است:

$$D_1 = D_2 \Rightarrow V_1 = V_2$$

سطح آزاد

$$\text{معادله برنولی} = \frac{P_a}{\rho} + \frac{V_a^2}{2} + g y_a = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g y_1$$

$$9.81 (0.1) = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} \quad \frac{P_1}{\rho} = 0.981 - \frac{V^2}{2}$$

و تئیه آب از لوله به شع آب وارد می شود به سرعت آن به شدت کاسته می شود به فشار خودی در نقطه 2

به شدت کم است و برابر با فشار محیط می باشد که حق می توان آنرا مثل سیال ساکن در نظر گرفت $\leftarrow P_2 = P_g h$

خارجی به مخزن به فشار هیدرواستاتیک

در مخزن داخل محیط رشد به صفر قرار می دهیم.

$$P_2 = P_g h \quad \frac{P_2}{\rho} = (9.81)(0.08) = 0.7848$$

۸ سانتی متر بر سطح آزاد مخزن

چون سرعت مجهول است، نمی توان Re را تعیین کرد - اما با توجه به قرائن ما می توانیم از جمله لوله ها

قطر اسمی تر، جریان می تواند آرام باشد پس فرض می کنیم که جریان آرام است که باید امتیاز

$$h_L = \frac{64}{\mu} \cdot \frac{L}{D} \cdot \left(\frac{Q}{4D^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{512 L \mu Q^2}{P V D^6 R^2} = \frac{512 L \mu Q^2}{P \left(\frac{4Q}{RD^2}\right)^2 D^6 R^2} = \frac{128 \mu L Q}{P R D^4}$$

فرض خود را به اثبات برسانیم و سپس از نتیجه آن استفاده کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2} \\ f = \frac{64}{Re} \end{array} \right. \rightarrow h_L = \frac{128 \mu L Q}{P R D^4}$$

نکته: ویسکوزیته و دینامیک را قبل از ابعاد $\frac{kg}{m.s}$ آنرا از ابتدا مشخص کنیم. اما ویسکوزیته و سینماتیک $\frac{1}{D}$

$$D = \frac{\mu}{P} \left(\frac{\frac{kg}{m.s}}{\frac{kg}{m^3}} \right) = \frac{m^2}{s}$$

است که خاصیتی از سیال است. که:

$$Re = \frac{P V D}{\mu} = \frac{V D}{D}$$

فرض ما؟
(دان) $t = 40^\circ C$ (صلب (ب-ا) $P = 922.2 \frac{kg}{m^3}$ $\mu = 0.656 \times 10^{-3} \frac{kg}{m.s}$
خواص ترموفیزیکی آب - از کتاب

$$h_L = \frac{128 \times 0.661 \times 10^{-6} \times (0.3 + 0.08) Q}{\pi (0.001)^4} = 1.0234 \times 10^7 Q \left(\frac{J}{kg} \right)$$

↓
جابجایی در اصطلاح و ترتیب

$$\rightarrow 0.981 \frac{v^2}{2} + 9.81 (0.3 + 0.08) = 0.7848 + 1.0234 \times 10^7 \left[(v) \left(\frac{R}{4} \times 0.001^2 \right) \right]$$

$$v^2 + 16.076 v - 7.848 = 0 \rightarrow v = \frac{-16.076 \pm \sqrt{16.076^2 + 4 \times 7.848}}{2} = 0.474 \frac{m}{s}$$

فرض جریان آرام، فرض درست بود.

$$Re = \frac{V D}{\mu} = \frac{0.474 \times 0.001}{0.661 \times 10^{-6}} = 717.1 < 2300 \text{ (Laminar)} \rightarrow \text{فرض صحیح بوده است}$$

$$Q = V A_s (0.474) \left(\frac{R}{4} \times 0.001^2 \right) \rightarrow Q = 3.723 \times 10^{-7} \left(\frac{m^3}{s} \right)$$

8.21

Ex. ماشین آتش نشانی

اصلاً چیده - جریانه در لوله است دانست داریم (ارتفاع مایع آبفا، طبق) (لوله از طریق)

قطر لوله آبفا $\downarrow$ طول لوله آبفا $\downarrow$ زاویه دست آبفا $\downarrow$ زاویه دست آبفا

$$P_1 = 7 \times 10^4 \text{ (Pa)} \quad \alpha = 60^\circ \quad h = 13 \text{ m} \quad L = 65 \text{ m} \quad D = 200 \text{ mm} \quad D_2 = 100 \text{ mm}$$

زاویه دست آبفا

$$\frac{\epsilon}{D} = 0.0001 \quad P = ? \quad D = 0.1130 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (1-1) \rightarrow P = 999.1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

1) ورودی لوله فرض سائل α لفظی ادج

2) خروجی لوله $y_1 = y_2$ (بین استوانه‌ها لوله) خروجی لوله هم هوا صحر

70000 Pa

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gy_1 - \frac{dws}{dm} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2 + h_L \quad (*)$$

$$\frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gy_2 = \frac{P_\alpha}{\rho} + \frac{v_\alpha^2}{2} + gy_\alpha \rightarrow v_\alpha = v_2 \cos 60^\circ$$

بین خروجی لوله (نقطه 2) نقطه α ادج (α)

$$\frac{v_2^2}{2} = \frac{(v_2 \cos 60^\circ)^2}{2} + 9.81 (13)$$

$$v_2 = 18.44 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

در 99٪ جریان توربولانت است به سائل مایع لوله یک مایع مایع که سائل از دست گرفته

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \rightarrow v_1 = 18.44 \left(\frac{100}{200} \right)^2 = 4.61 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re = \frac{v_1 D_1}{\nu} = \frac{4.61 \times (200 \times 10^{-3})}{0.1130 \times 10^{-5}} = 8.16 \times 10^5 \quad \frac{\epsilon}{D} = 0.0001 \rightarrow f = 0.0137$$

ضرایب عدد از دست مایع

$$h_L = f \frac{L}{D_1} \frac{v_1^2}{2} = 0.0137 \times \frac{65}{0.2} \times \frac{(4.61)^2}{2} \rightarrow h_L = 47.3 \left(\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$$

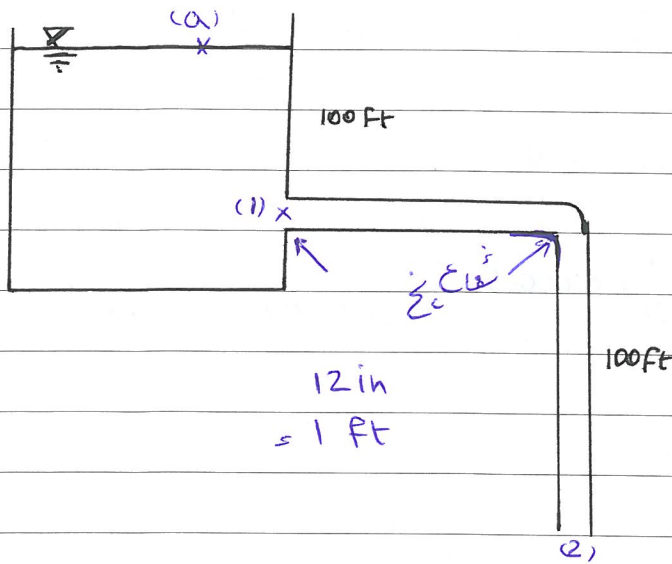
$$(*) \rightarrow \frac{7 \times 10^4}{999.1} + \frac{(4.61)^2}{2} - \frac{dws}{dm} = \frac{(18.44)^2}{2} + 47.3 \rightarrow \frac{dws}{dm} = 136.6 \left(\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$$

کار به همایه تلفات کار به از دست مایع $\rightarrow$ باید در یک جرم ضرب شود تا توان تبدیل شود

$$P = \frac{dws}{dt} = \frac{dws}{dm} \times \rho V A \rightarrow P = 136.6 \left(\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) \times (999.1) \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \times 4.61 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \times \frac{\pi (0.2)^2}{4}$$

$$\Rightarrow P = 19765.6 \text{ W} = 19.8 \text{ kW}$$

Ex. موضوعات نیرو افتق دار بر



معادله اصطلاح شده برینول: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g y_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g y_2 + (h_L)_m + h_L$

معادله پیوستگی: $D_1 \cdot V_1 = D_2 \cdot V_2 = V$

ورود به لوله

$$\Rightarrow K = 0.24$$

$$\frac{r}{d} = 0.04$$

زاویه 90° تغییر در

$$\Rightarrow K = 0.49$$

$$\frac{r}{d} = 14$$

معادله برینول: $\frac{P_a}{\rho} + \frac{V_a^2}{2} + g y_a = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g y_1 \Rightarrow \frac{P_1}{\rho} = 100g - \frac{V^2}{2}$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} \quad (h_L)_m = K \frac{V^2}{2}$$

$$* 100g - \frac{V^2}{2} = f \times \frac{500}{1} \times \frac{V^2}{2} + (0.24 + 0.49) \frac{V^2}{2}$$

برای حل این معادله، ابتدا f را به صورت تابعی از Re و $\frac{e}{D}$ می‌نویسیم. $Re = \frac{V D}{\nu}$ و $\frac{e}{D} = 0.00015$

از رابطه $f = \frac{K}{Re^2}$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{e}{D} = 0.00015 \Rightarrow f = 0.013 \Rightarrow V = 39.56 \frac{ft}{s}$$

انتقال
↓

$$\mu = 2.11 \times 10^{-5} \frac{\text{lb} \cdot \text{s}}{\text{ft}^2} \xrightarrow{(\text{ب.ف.})} t = 70^\circ \text{F} \Rightarrow \rho = 1.936 \frac{\text{slug}}{\text{ft}^3}$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(1.936)(39.56)}{2.11 \times 10^{-5}} = 3.63 \times 10^6$$

$$\frac{e}{D} = 0.00015$$

$$f = 0.013 \Rightarrow v = 39.56 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow f = 0.0132 \Rightarrow v = 39.32 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

$$x\text{-mom: } P_1 A + F_x = (+v)(-PVA)$$

$$K_x = -F_x = +P_1 A + \rho v^2 A \rightarrow \frac{P_1}{\rho} = 100g - \frac{v^2}{2} \rightarrow P_1 = \rho(100g - \frac{v^2}{2})$$

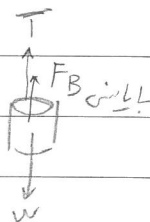
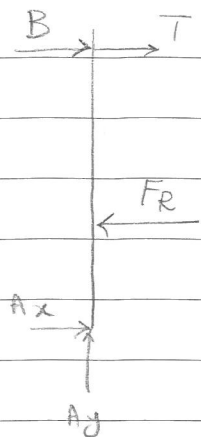
$$K_x = \rho A (100g - \frac{v^2}{2} + v^2) = \rho A (100g + \frac{v^2}{2})$$

$$K_x = 1.936 \times \frac{\pi}{4} (1)^2 (100 \times 32.2 + \frac{(39.32)^2}{2}) \quad K_x = 6071.5$$

$$\text{نسبت خطای نسبی از صفر} = \frac{|6071.5 - 6212|}{6071.5} \times 100 = 2.3\%$$

نظر کردن انتها به صفر

سوال ۱ - فصل دوم: ص ۴۸



$$\sum F_y = 0 \quad T + F_B - W = 0 \rightarrow T + mg - F_B$$

$$mg = \rho_f V g - \rho_w V g = (\rho_f - \rho_w) V g$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \times h = \frac{\pi}{4} (1)^2 (0.02) = \frac{0.01 \pi}{2} \text{ (m}^3\text{)}$$

$$= 0.005 \pi \text{ m}^3$$

$$T = (\rho_f - \rho_w) \times 0.05 \pi \text{ (m}^3\text{)}$$

A: آغاز جبهه در یک نقطه A و B = ۰

$$F_R = \gamma h_c A = (10000) \left(\frac{1}{2}\right) (1 \times 1) = 5000 \text{ (N)}$$

$$A: h' = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \text{ m}$$

گشتاد حول نقطه A: $\sum M_A = 0 \rightarrow -(\rho_f - \rho_w) \times (0.05) \pi (2) + 5000 \left(\frac{1}{3}\right) = 0$
نقطه B: ۰، مطالعه

$$\rightarrow P = \dots$$

در صورت به همراه آزار ارتباطی است

محل ۵۵ صفحه ۷۷:

$$P = \gamma h_{eq} \quad h_{eq} = \frac{70 \times 10^3}{15000} = 4.67 \text{ m}$$

$$H = 4.67 - 1.5 = 3.17 \text{ m}$$

محل ۵۵ صفحه ۷۷

$$F_V = \gamma A = \gamma \left(R R^2 H - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times R R^3 \right) = 15000 \left(\pi \times 1^2 \times 3.17 - \frac{2\pi}{3} \times 1^3 \right) = \checkmark$$

$$\sum F_y = 2F - W + F_V = 0 \rightarrow F = \dots$$

NOTE: بررسی مجدد

میانبرها - شرایط

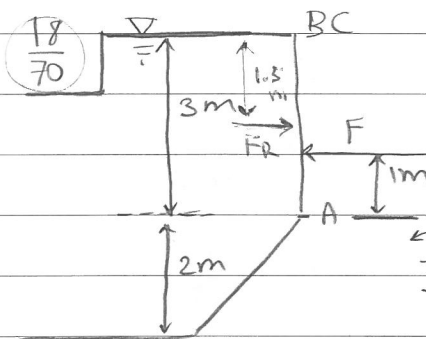
مالت ۷۸٪

$$\delta_w \times 0.1 - \delta_{Hg} \times 0.1 = 0 \rightarrow P_g (\delta_{Hg} - \delta_w) \times 0.1 = \delta_w (5\delta_{Hg} - 1) \times 0.1 = 126000 \text{ (Pa)}$$

$$F = PA - W = 12600 (1 \times 0.5) - 10000 \times \frac{\pi D^2}{8} \times 1 = \dots$$

مالت ۱۸ صفت ۷۶٪

$$Q = VA = V \frac{\pi D^2}{4}$$



$$F_R = \delta h_c A = \delta \left(\frac{1}{3} \times 3 \right) \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \right) = 3\delta$$

$$\bar{y} = y_c + \frac{I}{y_c A} = 1 + \frac{\frac{1}{36} \times 2 \times 3^3}{(1) \left(\frac{2 \times 3}{2} \right)} = 1 + \frac{3}{3} = 1.5 \text{ m}$$

$$\sum M_A = 0 : -F_R (3 - 1.5) + F \times 1 = 0 \rightarrow F = 3\delta (1.5)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{F}{\delta} = 4.5$$

$$y_{\text{mom}} : F = PV^2 A$$

مالت ۷۸ صفت ۱۷٪

وقتی که صفت آب به صفت خود می‌کنند و از آب جدا می‌شوند. آنرا قطع می‌کنند زیرا برای $PV^2 A$ است.

$$F = PV^2 A = mg$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \quad \left(\frac{P_a}{\rho} + \frac{v_a^2}{2} + gy_a = \frac{P_b}{\rho} + \frac{v_b^2}{2} + gy_b \right)$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{v}{2} + gh \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

$$P (v_0^2 - 2gh) A = mg \rightarrow 1000 [(1.0)^2 - 2 \times 9.81 \times h] \times \frac{\pi}{4} (0.02)^2 = 1.5 \times 9.81$$

$$h = \checkmark$$