

# ترکیب توابع

ریشه‌های معادله ترکیب توابع

دکتر یوسف کوه‌مسکن

ریاضی نهم



[AvaEducation16.blog.ir](http://AvaEducation16.blog.ir)



[AvaEducation16@gmail.com](mailto:AvaEducation16@gmail.com)



[@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)



[@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

## توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت [AvaEducation16.blog.ir](http://AvaEducation16.blog.ir) در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت  نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
  -  بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات
  -  ساده جهت تثبیت مطالب
  -  متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب
  -  سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص

## ۱ مسئله

اگر  $a > 0$  و  $f(x) = x^2 + 2ax - a + a^2$  باشد، جواب معادله زیر کدام است؟

$$\underbrace{f(f(\dots f(f(x))\dots))}_{\text{تا } n} = 0$$


$$-a + a^{\frac{1}{2n}} \quad (۲)$$

$$-a + a^{\frac{1}{n+1}} \quad (۱)$$

$$-a + a^{\frac{1}{2^n}} \quad (۴)$$

$$-a + a^{\frac{1}{2n^2}} \quad (۳)$$

## ۲ روش حل مسئله

پاسخ: تابع  $f$  به صورت زیر قابل نمایش است. 

$$f(x) = (x + a)^2 - a$$

اولین عبارت داخل ترکیب توابع به  $v_1$  نمایش داده می‌شود.

$$\underbrace{f(f(\dots f(f(x))\dots))}_{v_1 \text{ تا } n-1} = 0, \Rightarrow f(v_1) = 0, \Rightarrow (v_1 + a)^2 - a = 0$$

$$v_1 = -a \pm \sqrt{a}$$

به دلیل آنکه  $v_1 = \underbrace{f(f(\dots f(f(x))\dots))}_{\text{تا } n-1}$  تابع تو در توی دیگر به صورت زیر قابل نمایش است.

$$\underbrace{f(f(f(\dots f(f(x))\dots))}_{v_2 \text{ تا } n-2} = -a \pm \sqrt{a}$$

$$\Rightarrow f(v_2) = -a \pm \sqrt{a}, \Rightarrow (v_2 + a)^2 - a = -a \pm \sqrt{a}$$

در رابطه فوق تنها جواب با علامت مثبت قابل قبول است. در نتیجه معادله زیر باید حل شود:

$$(v_2 + a)^2 - a = -a + \sqrt{a}, \Rightarrow v_2 = -a \pm \sqrt[4]{a}$$

به همین ترتیب همواره جواب‌های مثبت قابل قبول هستند.

$$v_2 = \underbrace{f(f(\dots f(f(x))\dots))}_{\text{تا } n-2} = -a \pm \sqrt[4]{a}$$

عبارت داخلی  $v_3$  نامیده می‌شود.

$$f(v_3) = -a + \sqrt[4]{a}, \Rightarrow v_3 = -a + \sqrt[8]{a}$$

اگر همین روش ادامه داده شود به  $v_n$  که همان  $x$  است ختم می‌گردد. پس جواب معادله به صورت زیر بدست می‌آید:

$$x = -a + \sqrt[n]{a}$$


گزینه ۴ صحیح است.

نفواه آسانتر باشد، آرزو کن تو  
بهرتر باشی، نفواه مشکل کمتر باشد،  
آرزو کن مهارتت بیشتر باشد، نفواه  
چالش‌هایت کمتر باشد، آرزو کن قوه  
عقله بیشتری داشته باشی.

Jim Rohn



 [AvaEducation16.blog.ir](https://AvaEducation16.blog.ir)

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.facebook.com/AvaEducation16)

 [AvaEducation16@gmail.com](mailto:AvaEducation16@gmail.com)