

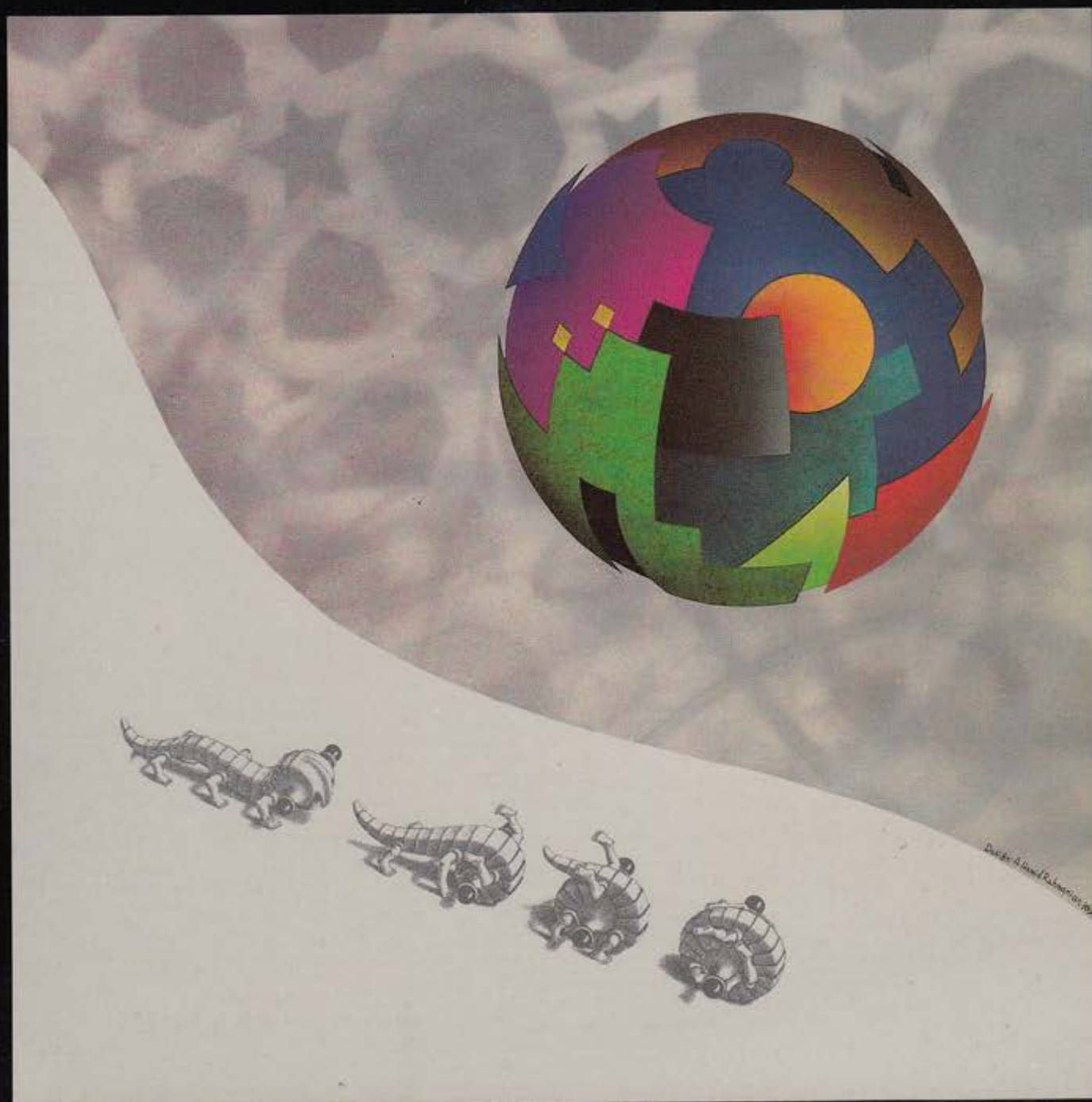


گفت و شنودهایی در

ریاضیات

نوشتهٔ آلفرد رنی

ترجمهٔ سعید قهرمانی



گفت و شنودهایی در ریاضیات

نوشتهٔ آلفرد رنی

ترجمهٔ سعید قهرمانی



شرکت سهامی انتشارات خوارزمی

آلفرد رینی

Alfred Renyi

گفت و شنودهایی در ریاضیات

Dialogues on Mathematics

(Dialogusok a matematikarol)

چاپ اول متن، بوداپست، ۱۹۶۵

چاپ اول ترجمه فارسی: فروردین ماه ۱۳۷۳ ش. - تهران

به مناسبت بیست و پنجمین کنفرانس ریاضی کشور

(دانشگاه صنعتی شریف - ۸ تا ۱۱ فروردین ۱۳۷۳)

حروفچینی: شرکت سهامی انتشارات خوارزمی

لیتوگرافی: نصر

چاپ: چاپخانه اخترشمال

نظارت چاپ: ابوالفضل نادری

صحافی: حقیقت

حق هرگونه چاپ و انتشار و تکثیر مخصوص شرکت سهامی (خاص) انتشارات

خوارزمی است.

روی جلد: طرح تبلیغاتی بیست و پنجمین کنفرانس ریاضی کشور - با طرحهایی

از M. C. Escher

فهرست

۹	مقدمه مترجم
۱۳	گفت و شنودی سقراطی در ریاضیات
۴۷	گفت و شنودی در کاربردهای ریاضیات
۷۵	گفت و شنودی به زبان کتاب طبیعت
۱۲۷	پی نوشت

ترجمه این کتاب را به روان دوست دانش پرور
و دانش پژوهم حمید کاظمی تقدیم می کنم.

گفت و شنودی سقراطی در ریاضیات

سقراط: بقراط عزیز، دنبال کسی می‌گردی؟

بقراط: نه سقراط، زیرا او را که شما باشید همین الآن پیدا کردم. همه جا را دنبالتان گشتم؛ کسی در بازار به من گفت که شما را قدم‌زنان کنار رود ایلیسوس^۱ دیده‌است؛ بنا بر این در پی شما بدینجا آمدم.

سقراط: خوب، پس اول به من بگو چکارم داری و بعد سؤالی دارم راجع به بحثمان با پروتاگوراس^۲. آیا هنوز آن را بیاد داری؟

بقراط: عجیب است که این را می‌پرسید. از آن موقع تا به حال حتی يك روز هم نبوده‌است که راجع به آن فکر نکرده باشم. امروز آمدم که نظر شما را بپرسم، زیرا آن بحث از فکر بیرون نمی‌رود.

سقراط: خیال می‌کنم بقراط عزیز می‌خواهی درست درباره همان مطلبی با من سخن بگویی که من در نظر داشتم با تو مطرح کنم. پس دو موضوعی که می‌خواستیم راجع به آن صحبت کنیم در حقیقت يك موضوع است. بنظر می‌رسد که ریاضیدانها اشتباه می‌کنند که می‌گویند دو هرگز با يك مساوی نیست.

بقراط: در واقع، سقراط، ریاضیات درست همان موضوعی

1. Ilissos

2. Protagoras

است که می‌خواهم درباره‌اش با شما گفت و گو کنم.

سقراط: بقراط، یقیناً می‌دانی که من ریاضیدان نیستم. چرا پرسشهای خود را به نزد ثئودوروس^۱ که ریاضیدان برجسته‌ای است نمی‌بری؟

بقراط: شما انسان خارق‌العاده‌ای هستید سقراط، به‌سؤالهای من حتی قبل از اینکه آنها را مطرح کنم جواب می‌دهید. آمده‌ام نظر شما را درباره‌ی شاگردی ثئودوروس بپرسم. دفعه‌ی آخری که پیش شما آمدم تصمیم داشتم شاگرد پروتاگوراس بشوم، باتفاق به نزدش رفتیم و شما بحثی را با وی به‌جایی کشانیدید که بر من کاملاً روشن شد که او درسی را که می‌داد درست بلد نبود. بنا بر این تغییر عقیده دادم و دیگر به‌دنبالش نرفتم. بحثی که پیش‌آمد به‌من نشان داد که چه نباید بکنم، ولی کمکی نکرد که بفهمم چه باید بکنم؛ در واقع هنوز مرددم. اوقاتی که با جوانان هم‌سن خود در باشگاههای ورزشی و ضیافتها می‌گذرانم برایم بسیار دلپذیر است، ولی باشگاه ورزشی و تفریح و ضیافت مرا راضی نمی‌کنند. از طرف دیگر احساس می‌کنم که دانش من نسبتاً غیردقیق است و از اینکه انسان بی‌دقتی هستم رنج می‌برم. در حین بحث با پروتاگوراس فهمیدم که آنچه راجع به موضوعهایی مانند فضیلت، عدالت و شهامت می‌دانم خیلی ناقص است. در هر حال فکر می‌کنم همین که بی‌دقتی خود را فهمیده‌ام، خود پیشرفت بزرگی است.

سقراط: بقراط عزیز، خوشحالم که نظریات مرا به این خوبی

1. Theodoros

درك می کنی. همیشه به خودم خیلی بی پرده می گویم که چیزی بلد نیستم. فرق من با دیگر مردمان این است که چیزهایی (ا) که نمی دانم تصور نمی کنم که می دانم.

بقراط: این بوضوح پختگی شما را می رساند، اما آگاهی به ندانستن برای من کافی نیست. تمایل زیادی دارم که به برخی از آگاهیهای قطعی و استوار دست یابم و تا رسیدن به این هدف آسوده نخواهم شد. دائم در این فکرم که چگونه دانشی باید فراگیرم. اخیراً تیائیتوس^۱ به من گفت که فقط به اصول و احکام ریاضیات می شود کاملاً مطمئن بود، و پیشنهاد کرد که ریاضیات را نزد استادش تئودوروس که در آتن برجسته ترین متخصص در اعداد و هندسه است فرا بگیرم. حال نمی خواهم مرتکب همان اشتباهی شوم که هنگام انتخاب پروتاگوراس در شرفش بودم. بنا بر این، سقراط، به من بگویید که در مکتب تئودوروس همان چیزی را که دنبالش هستم خواهم یافت یا نه؟

سقراط: ای پسر آپولودوروس^۲، اگر می خواهی ریاضیات بخوانی بی شک بهتر از این که نزد دوست عالیقدر من تئودوروس بروی راهی نداری، اما می باید پیش خود مطمئن باشی که واقعاً می خواهی به مطالعه ریاضیات پردازی. هیچ کس به اندازه خودت به نیازهای تو آگاه نیست.

بقراط: چرا نمی خواهید به من کمک کنید؟ شاید بدون آنکه متوجه باشم شما را آزرده ام.

1. Theaitetos

2. Apollodoros

سقراط: منظورم را متوجه نشدی، دوست جوان من. من عصبانی نیستم، ولی تو چیز غیرممکنی را از من می خواهی. هر کسی باید خودش برای خود تصمیم بگیرد. من جز این که دد تولد تصمیم تو چون قابله ای یادی دهنده باشم کاری نمی توانم کرد.

بقراط: سقراط عزیز، لطفاً از کمک به من خودداری نکنید و اگر فرصت دارید اجازه بدهید که فوراً شروع کنیم.

سقراط: بسیار خوب. بیا بنشینیم زیر سایه آن چنار و شروع کنیم. اما اول به من بگو ببینم که حاضری به طریقی که من می خواهم بحث کنیم؟ من از تو سؤالهایی می کنم و تو به من پاسخ خواهی گفت. با این روش چیزهایی را که قبلاً می دانستی بهتر خواهی فهمید، زیرا این روش بدهای دانش را دد تو شکوفا می کند. در ضمن امیدوارم که رفتار تو مانند داریوش شاه ایران نباشد که وزیر معادنش را به قتل رسانید چون از معدنی که شاه گمان می کرد در آن طلاست، مس استخراج کرده بود. فراموش نکن که معدنچی فقط آنچه در معدن هست می تواند بیابد.

بقراط: سوگند می خورم که ایرادی نگیرم. اما شما را به زئوس سوگند، بیابید تا فوراً استخراج از معدن را شروع کنیم.

سقراط: بسیار خوب. به من بگو ببینم، می دانی ریاضیات چیست؟ گمان می کنم می توانی آن را تعریف کنی، چون می خواهی تحصیل ریاضیات کنی.

بقراط: فکر می کنم که هر بچه ای بتواند آن را تعریف کند. ریاضیات یکی از علوم است و یکی از بهترین آنها.

سقراط: نگفتم مدح و ثنای ریاضیات را بگو، گفتم ماهیت آن را شرح بده. مثلاً، اگر از تو دربارهٔ هنر پزشکان بپرسم خواهی گفت که این هنر با سلامت و بیماری سر و کار دارد و هدفش از بین بردن بیماری و حفظ سلامت است. درست می‌گوییم؟

سقراط: مسلماً.

سقراط: پس به این سؤال من جواب بده: آیا پزشکان با چیزی سر و کار دارند که وجود دارد یا چیزی که وجود ندارد؟ اگر پزشک نبود، آیا هنوز بیماری وجود داشت؟

سقراط: بی‌شک، و حتی بیشتر از حالا.

سقراط: بگذار نگاهی به یک علم دیگر بیندازیم، مثلاً نجوم. آیا با من هم عقیده‌ای که منجمان حرکت ستارگان را مطالعه می‌کنند؟

سقراط: مطمئناً.

سقراط: و اگر از تو بپرسم که آیا سر و کار نجوم با چیزی است که وجود دارد، پاسخ تو چیست؟

سقراط: جواب من مثبت است.

سقراط: آیا اگر منجمی در دنیا نباشد، ستارگان هنوز وجود دارند؟

سقراط: البته، و اگر زئوس هنگام غضب خود همهٔ بشریت را از میان بردارد، باز هم ستارگان در شب می‌درخشند. ولی چرا به جای ریاضیات، نجوم را به بحث گرفته‌ایم؟

سقراط: دوست خوب من، صبور باش و بگذار چند رشتهٔ دیگر

را نیز در نظر بگیریم و بعد با ریاضیات مقایسه کنیم. مردی را که درباره مخلوقات جنگلها و اعماق دریاها مطالعه می کند چه می نامی؟

بقراط: او عالمی است که موجودات زنده را مطالعه می کند.

سقراط: و تصدیق می کنی که چنین مردی چیزهایی را بررسی می کند که وجود خارجی دارند؟

بقراط: تصدیق می کنم.

سقراط: و اگر بگویم که هر علمی با چیزهایی که وجود دارند سر و کار دارد، باز هم با من موافقی؟
بقراط: کاملاً.

سقراط: حالا به من بگو، دوست جوان من، هدف ریاضیات چیست؟ ریاضیدان چه چیزی را مطالعه می کند؟

بقراط: من از تیاتیتوس همین سؤال را کردم. جواب داد که ریاضیدان اعداد و اشکال هندسی را مطالعه می کند.

سقراط: خوب، جوابی صحیح است، اما تو می گویی که این چیزها وجود دارند؟

بقراط: البته. چطور ممکن است که ما از آنها سخن بگوییم و وجود نداشته باشند؟

سقراط: پس بگو ببینم، اگر ریاضیدانی نبود آیا اعداد اول وجود داشتند، و اگر وجود داشتند، کجا بودند؟

بقراط: واقعاً نمی دانم چه جوابی بدهم. بی شک اگر ریاضیدانها درباره اعداد اول فکر می کنند، پس این اعداد می باید در فکر و

ذهن آنها باشند. اما اگر ریاضیدانی نبود، اعداد اول نیز در جایی نبودند.

سقراط: منظورت این است که ریاضیدانها چیزهایی را مطالعه می‌کنند که وجود ندارند؟

سقراط: بله، گمان می‌کنم باید این را بپذیریم.

سقراط: بگذار به این سؤال از دید دیگری بنگریم. روی این

لوح مومی نوشتم ۳۷. آیا آن را می‌بینی؟

سقراط: بله، می‌بینم.

سقراط: و آیا می‌توانی آن را با دستانت لمس کنی؟

سقراط: مسلماً.

سقراط: پس شاید اعداد وجود دارند.

سقراط: آه سقراط، شما مرا دست انداخته‌اید. به اینجا نگاه

کنید، روی همان لوح من تصویر ازدهایی هفت‌سر را کشیده‌ام. آیا

این بدان معنی است که چنین ازدهایی وجود دارد؟ من هرگز کسی را

ندیده‌ام که ازدهایی دیده‌باشد و مطمئن هستم که جز در قصه‌های

پریان چنین موجودی پیدا نمی‌شود. اما فرض کنید که من اشتباه

می‌کنم و در جایی دور دست حقیقتاً چنین ازدهایی وجود داشته

باشد. این باز هم هیچ ربطی به نقاشی من ندارد.

سقراط: سقراط، تو راست می‌گویی و من با تو کاملاً موافقم.

اما آیا این بدان معنی است که با وجودی که می‌توانیم راجع به آنها

صحبت کنیم و آنها را روی لوح بنویسیم، بار هم در واقعیت،

وجود ندارند؟

بقراط: مسلماً.

سقراط: با شتاب نتیجه‌گیری مکن، بگذار آزمایش دیگری بکنیم. آیا من درست می‌گویم که می‌شود همه گوسفندان این مرغزار یا کشتیهای بندر پیرهئوس^۱ را شمرد؟

بقراط: آری.

سقراط: و گوسفندان و کشتیها وجود دارند؟

بقراط: بوضوح بله.

سقراط: اما اگر گوسفندان وجود دارند، آیا تعداد آنها هم می‌باید چیزی باشد که وجود دارد؟

بقراط: شما مرا دست انداخته‌اید سقراط. ریاضیدانها که گوسفند نمی‌شمارند، این کار چوپانهاست.

سقراط: منظورت این است که چیزی که ریاضیدانها مطالعه می‌کنند شماره گوسفندان یا کشتیها یا موجودات دیگر نیست بلکه خود عدد است؟ و بنا بر این آنها فقط به چیزی اهمیت می‌دهند که منحصرأ در فکرشان باشد؟

بقراط: آری، این چیزی است که من می‌گویم.

سقراط: به من گفתי که تیایتوس گفته‌است ریاضیدانها اعداد و اشکال هندسی را مطالعه می‌کنند. درباره اشکال چه می‌گویی؟ اگر از تو بپرسم که آیا آنها وجود دارند، جوابت چیست؟

بقراط: مطمئناً آنها وجود دارند. مثلاً می‌توانیم شکل يك كوزه زیبا را ببینیم و با دستان خود آن را لمس کنیم.

سقراط: من هنوز مشکلی دارم. اگر تو به يك كوزه نگاه کنی، چه می بینی؟ كوزه را با شكل آن را؟

بقراط: هر دو را.

سقراط: آیا این موضوع در مورد بره هم مصداق دارد؟ یعنی بره و پشم هر دو را می بینی؟

بقراط: می بینم که مثال بسیار خوبی انتخاب کرده اید.

سقراط: اگر پشم بره را بچینی، آن را بدون پشم می بینی و پشم را بدون بره. آیا به طریق مشابهی می توانی شكل يك كوزه را از خود آن جدا کنی؟

بقراط: بی شك نه، و بجز آن می توان گفت که کسی نمی تواند.

سقراط: و هنوز معتقدی که می توانی شكل هندسی را مشاهده کنی؟

بقراط: دارم به آنچه گفتم مشکوک می شوم.

سقراط: بعلاوه اگر ریاضیدانها مثلاً شكل كوزه ها را مطالعه می کنند، نباید قاعدتاً كوزه گرهای قابلی هم باشند؟

بقراط: قاعدتاً باید باشند.

سقراط: پس اگر تئودوروس بهترین ریاضیدان است، آیا نباید بهترین كوزه گر هم باشد؟ من دیده ام که خیلی از افراد او را تحسین کرده اند، اما کسی تا به حال به من نگفته است که از كوزه گری سررشته دارد. در واقع شك دارم که او حتی بتواند ساده ترین ظرفها را هم بسازد. شاید ریاضیدانها با شكل مجسمه ها و بناها سر و کار داشته باشند؟

بقراط: اگر چنین باشد آنها باید مجسمه‌سازها و معمارهای قابلی باشند.

سقراط: خوب، پس به این نتیجه رسیدیم که ریاضیدانها هنگام مطالعه هندسه به شکل اشیاء حقیقی مثل کوزه کاری ندارند، بلکه فقط اشکالی را که در مغزشان است مطالعه می‌کنند. تصدیق می‌کنی؟

بقراط: ناچارم.

سقراط: با فرض اینکه ریاضیدانها با چیزهایی سر و کار دارند که در واقعیت وجود ندارد و فقط در افکارشان است، بگذار کمی به جمله تیائیتوس فکر کنیم. وی به تو گفته بود که ریاضیات نسبت به دیگر شاخه‌های علوم به ما مطمئن‌ترین و قابل‌اتکاترین آگاهیها را می‌دهد. آیا مثالی هم آورد؟

بقراط: بله، به من گفت که مثلاً هیچ‌کس نمی‌تواند بداند که فاصله آتن از اسپارت چقدر است. البته، افرادی که این مسافت را می‌پیمایند بر سر تعداد روزهایی که می‌باید راه رفت تا از آتن به اسپارت رسید توافق دارند، اما غیرممکن است که بگویند این فاصله دقیقاً چند پاست. در حالی که به کمک قضیه فیثاغورس می‌توان دقیقاً گفت که قطر مربع چقدر است. تیائیتوس گفت که ممکن نیست جمعیت يك شهر را بتوان با يك عدد بیان کرد. اگر کسی سعی کند که همه مردم يك شهر را بشمارد، هرگز عدد درستی بدست نمی‌آورد، زیرا در حین سرشماری عده‌ای از مردم که نسال خواهند مرد و بچه‌هایی نیز بدنیا خواهند آمد. پس جمعیت يك شهر را فقط

می‌توان به‌طور تقریبی حساب کرد. اما اگر از يك ریاضیدان بپرسی که ۱۲ وجهی منتظم چند ضلع دارد، وی جواب خواهد داد که هر وجه دارای ۵ ضلع است پس باید ۶۰ ضلع داشته‌باشد. اما هر ضلع به دو وجه تعلق دارد، بنا بر این هر ضلع دوبار به حساب آمده، پس می‌باید ۳۰ ضلع داشته‌باشد، و در این جواب جای هیچ شکی نیست.

سقراط: آیا مثالهای دیگری نیز آورد؟

سقراط: خیلی زیاد، اما من همه آنها را به یاد ندارم. گفت که در واقعیت هرگز نمی‌توان دو چیز پیدا کرد که کاملاً مثل هم باشند. هیچ دو تخم مرغی دقیقاً يك جور نیستند، حتی ستونهای معبد پوسیدون^۱ هم کمی متفاوتند اما می‌توان کاملاً مطمئن بود که قطره‌های يك مستطیل دقیقاً برابرند. تیائیتوس^۲ از هراکلیتوس^۳ نقل کرد که هر چیز موجود دائم در تغییر است و بنا بر این، آگاهی همراه با یقین را فقط در مورد چیزهایی که هرگز تغییر نمی‌کنند می‌توان بدست آورد، مثل اعداد زوج و فرد، خط مستقیم و دایره.

سقراط: خیلی خوب شد. این مثالها مرا قانع می‌کند که در ریاضیات می‌توان دانش بلاشک کسب کرد در حالی که در علوم دیگر یا در زندگی روزمره ممکن نیست. بگذار سعی کنیم به‌طور خلاصه آنچه از ماهیت ریاضیات دریافته‌ایم بیان کنیم. آیا درست می‌گوییم، به این نتیجه رسیده‌ایم که ریاضیات چیزهای غیرموجود را بررسی می‌کند و قادر است درباره آنها حقیقت محض را دریابد؟

1. Poseidon

2. Heraclitus

بقراط: بله، این چیزی است که به آن رسیدیم.

سقراط: ولی بقراط عزیز، تو را به زئوس سوگند، بگو آیا این شگفت نیست که انسان راجع به چیزهایی که وجود ندارند بیش از چیزهایی که وجود دارند کسب معرفت کند؟

بقراط: اگر این طور که بیان کردید باشد، بی شک رازی در میان است. من مطمئنم که اشتباهی در استدلال ما وجود دارد.

سقراط: نه، ما بیشترین دقت ممکن را بکاربردیم و در هر گام کاملاً مراقب استدلالمان بودیم. در استدلال ما نمی توان اشکالی دید. اما گوش کن، من چیزی را به خاطر می آورم که ممکن است معمایمان را حل کند.

بقراط: زودتر بگویید که کاملاً گیج شده ام.

سقراط: امروز در دادگاه بخش دو بودم. مرد نجاری از دهکده پیتوس متهم به قتل بود و اینکه یکی از مأموران حکومتی را با تیر و کمان هدف گرفته و کشته است. متهم ادعای بی گناهی می کرد و به خدا سوگند می خورد که هرگز تیراندازی نیاموخته است و مهارتی در پرتاب تیر ندارد و قتل این مأمور کار دزدان نابکار است. عده زیادی به عنوان شاهد حاضر شدند، بعضی گفتند که گناهکار است و بعضی دیگر مدعی شدند که او بی گناه است. غیر ممکن بود که کسی بفهمد واقعاً چه اتفاقی افتاده است.

بقراط: آیا دوباره مرا دست انداخته اید؟ ابتدا مرا کاملاً سر در گم کردید و حالا به جای اینکه کمکی بکنید تا به واقعیت برسیم،

برایم قصه می‌گویید.

سقراط: دوست من، رنجیده‌خاطر مشوید! من دلایلی جدی برای بیان داستان این‌مرد، که نمی‌شد فهمید گناهکار است یا نه، دارم. قبل از هر چیز باید بگویم که این‌مرد وجود خارجی دارد. من او را با چشمان خود دیدم و تو می‌توانی از همه کسانی که در دادگاه بودند نیز بپرسی. بسیاری از آنها هرگز در عمرشان دروغ نگفته‌اند.

بقراط: برای من شهادت شما، سقراط عزیز، کافی است. بگذارید قبول کنیم که این‌مرد وجود دارد، اما این چه ربطی به ریاضیات دارد؟

سقراط: بیشتر از آنچه فکر کنی. اما به‌من بگو ببینم، داستان آگاممنون^۱ و کلوتایمنسترا^۲ را می‌دانی؟

بقراط: همه این داستان را می‌دانند. من نمایشنامه‌های سه‌گانه اشیل^۳ را پارسال در تئاتر دیدم.

سقراط: در چند کلمه داستان را برای من بازگو کن.

بقراط: وقتی که آگاممنون، پادشاه موکنای^۴ پشت دیوارهای تروا در حال جنگ بود، یکی از نزدیکان او به نام کلوتایمنسترا از روی حسادت نقشه قتل آگاممنون را کشید. هنگامی که آگاممنون به خانه بازگشت، کلوتایمنسترا با همدستی چند تن از درباریان، آگاممنون را به قتل رساند.

1. Agamemnon

2. Clytemnestra

3. Aeschylus

4. Mycenae

5. Aegisthus

سقراط: به من بگو، بقراط، آیا کاملاً معلوم است که کلوتایمنسترا گناهکار بود؟

بقراط: نمی فهمم که چرا این قبیل سؤالها را پیش می کشید. درباره داستان شکی وجود ندارد. بنا به روایت هومر، وقتی که اودیسه^۱ ثوس از عالم ارواح دیدن می کرد، به آگاممنون برخورد، و او سرنوشت غم انگیز خود را برای اودیسه ثوس شرح داد.

سقراط: اما آیا کاملاً مطمئن می که آگاممنون و کلوتایمنسترا و همه افراد دیگر داستان واقعاً وجود داشته اند؟

بقراط: شاید اگر این را در ملا عام بگویم مرا از شهر تبعید کنند ولی به عقیده من غیر ممکن است بتوان صحت و سقم داستانهای هومر را پس از این همه سال تعیین کرد. ولی این کار کاملاً بی مورد است، وقتی به شما گفتم کلوتایمنسترا گناهکار بود، راجع به کلوتایمنسترای حقیقی صحبت نکردم (اگر اصلاً چنین شخصی وجود می داشته است) بلکه سختم راجع به کلوتایمنسترای حماسی هومر بود.

سقراط: آیا اجازه دارم بگویم که ما چیزی راجع به کلوتایمنسترای حقیقی نمی دانیم؟ حتی در وجودش شك است، ولی اگر درباره کلوتایمنسترای هومر حرف بزنیم از آنچه درباره اش می خوانیم مطمئن می شویم که او گناهکار بوده و آگاممنون را به قتل رسانیده است. زیرا که اشیل چنین گفته است.

۱. Odysseus قهرمان کتاب «اودیسه» اثر هومر که در فارسی نام لاتین آن، یعنی «اولیس»، معروفتر است. - م.

سقراط: البته، ولی چرا روی این مطلب پافشاری می‌کنید؟
 سقراط: الان خواهی دید. بگذار تا خلاصه کنم: در مورد قتل به دست آن مرد نجار که امروز در دادگاه بود نمی‌توانیم هیچ گونه نظری بدهیم، اما در مورد کلوتایمنسترای داستان هومر که شاید هم هیچ وقت وجود نداشته‌است، می‌توانیم مطمئن باشیم که هم به پادشاهش خیانت کرده‌است و هم او را به قتل رسانده. تصدیق می‌کنی؟

سقراط: کم کم دارم متوجه می‌شوم که چه می‌خواهید بگویید. اما بهتر است خودتان نتیجه‌گیری کنید.

سقراط: نتیجه این است که آگاهی قطعی ما درباره‌ی کسانی که فقط در محیله‌ی ما وجود دارند، مانند شخصیت‌های نمایشنامه، خیلی از آگاهی ما نسبت به کسانی که واقعاً زندگی می‌کنند بیشتر است. اگر می‌گوییم که کلوتایمنسترا گناهکار است، بدین دلیل است که اشیل به این صورت تصویرش کرده و در داستانش آورده‌است. وضعیت در ریاضیات دقیقاً همین‌طور است. ما مطمئنیم که قطرهای مستطیل با هم برابرند، زیرا این دقیقاً از تعریف مستطیل که به وسیله‌ی ریاضیدان ارائه شده‌است نتیجه می‌شود.

سقراط: آیا منظور شما این است که نتیجه‌ی متناقض‌نمای ما واقعاً درست است و ما می‌توانیم آگاهی بسیار قطعی درباره‌ی چیزهایی که وجود خارجی ندارند داشته باشیم، در حالی که نمی‌توانیم دانش بلاشکی درباره‌ی عناصر طبیعت کسب کنیم؟ فکر می‌کنم که دیگر دلیل این مطلب بر من نیز روشن شده‌باشد. مفاهیمی را که ما خود خلق

کرده‌ایم از بیخ و بن می‌شناسیم و می‌توانیم حقایق تردیدناپذیر دربارهٔ آنها دریابیم، زیرا آنها خارج از پندار ما هیچ‌گونه واقعیتی ندارند، اما چیزهایی که در دنیای واقعی وجود دارند با استنباطی که ما از آنها داریم یکسان نیستند، زیرا این استنباط همواره ناقص و تقریبی است. بنا بر این آگاهی ما نسبت به اشیاء واقعی هرگز نمی‌تواند کامل یا بلا تردید باشد.

سقراط: حقیقت همین است دوست جوان من، و تو آن را بهتر از خود من شرح دادی.

بقراط: اختیار دارید سقراط، این شما بودید که باعث شدید من این مطالب را درک کنم. حالا حرف تیائیتوس را که می‌گفت اگر بخواهم دانشی تزلزل‌ناپذیر کسب کنم می‌باید ریاضیات بخوانم، هم تصدیق می‌کنم، و هم می‌دانم که چرا تصدیق می‌کنم. در هر حال، اکنون که شما مرا تا اینجا با صبر و حوصله هدایت کردید، خواهشمندم ترکم نکنید، زیرا مهمترین سؤال من هنوز بی‌جواب مانده‌است.

سقراط: سؤال را بگو.

بقراط: لطفاً به‌خاطر بیاورید که من برای این نزد شما آمده‌ام که با شما مشورت کنم که ریاضیات بخوانم یا نه. شما به‌من کمک کردید که بفهمم ریاضیات و فقط ریاضیات است که آن دانش استواری را که گفتم، می‌تواند به‌من بدهد. اما خاصیت این علم چیست؟ بدیهی است که اگر ما معرفتی دربارهٔ چیزهایی که وجود دارند بدست آوریم، اگر چه ناقص و تقریبی باشد، باز هم برای

آحاد مردم، و نیز کل کشور، ارزشمند خواهد بود. حتی اگر کسی اطلاعاتی درباره ستارگان بدست آورد، می‌تواند از آن - مثلاً برای دریانوردی در شب - استفاده کند. اما فایده آگاهی درباره چیزهایی که اصلاً وجود خارجی ندارند، مانند آنچه ریاضیات بررسی می‌کند، چیست؟ حتی اگر آن آگاهی کامل و تردیدناپذیر باشد، فایده‌اش کدام است؟

سقراط: دوست عزیز من، می‌دانم که تو جوابش را خودت می‌دانی و فقط می‌خواهی مرا امتحان کنی.

سقراط: به‌هراکلس^۱ سوگند که جواب آن را نمی‌دانم. لطفاً به من کمک کنید.

سقراط: بگذار سعی کنیم تا جواب را بیابیم. ما فهمیدیم که مفاهیم ریاضی را ریاضیدانها خلق می‌کنند. به‌من بگو، آیا ریاضیدانها مفاهیم را کاملاً به‌دلخواه خود خلق می‌کنند؟

سقراط: همان‌طور که گفتم، من هنوز درباره ریاضیات اطلاعات زیادی ندارم. اما بنظر می‌رسد که ریاضیدان همان اندازه در انتخاب مضامین مورد مطالعه‌اش مختار است که شاعر در انتخاب شخصیت‌های اثرش. پس همان‌گونه که شاعر خصوصیات اخلاقی مورد نظرش را به‌شخصیت‌های اثرش می‌بخشد، ریاضیدان هم می‌تواند به مفاهیم مورد مطالعه‌اش خواص دلخواه خود را نسبت دهد.

سقراط: اگر این‌طور باشد، باید به‌تعداد ریاضیدانها ریاضیات وجود داشته‌باشد. در این صورت، چطور این مطلب را توضیح

1. Heracles

می‌دهی که همه ریاضیدانها مفاهیم و مسائل یکسانی را مطالعه می‌کنند؟ چرا مکرراً اتفاق افتاده‌است که ریاضیدانهایی که کاملاً دور از هم زندگی می‌کنند و هیچ تماسی هم با یکدیگر ندارند، قضیه واحدی را کشف می‌کنند؟ من هرگز نشنیده‌ام که شعری مستقلاً توسط دو شاعر سروده شده باشد.

بقراط: من هم نشنیده‌ام، اما بیاد دارم که تیاتیوس به من می‌گفت که قضیه بسیار جالب توجهی درباره فواصل گنگ (مقیاس ناپذیر) کشف کرده بود، اما وقتی آن را به استادش تئودوروس نشان داده بود، وی نامه‌ای از آرخوتاس^۱ را برای او خوانده بود که در آن نامه آرخوتاس قضیه را مو به مو شرح داده بود.

سقراط: در شاعری این ممکن نیست. پس متوجه مسأله هستی، بگذار تا ادامه بدهیم. ریاضیدانهایی که در کشورهای گوناگون زندگی می‌کنند معمولاً درباره درستی یا نادرستی يك مسأله با هم متفق‌القولند در حالی که در مورد مسائل مملکتی، مثلاً پارسیها یا اهالی اسپارت عقایدی کاملاً متفاوت با ما آتنیها دارند و مهمتر از همه اینکه ما آتنیها نیز عقایدمان با هم فرق می‌کند. در این مورد چه نظری داری؟

بقراط: در مورد مسائل مملکتی هر کس دارای منافی است و این منافع غالباً با هم در تضادند، بنا بر این افراد نمی‌توانند متفق‌القول باشند. در حالی که در ریاضیات ریاضیدانها فقط دنبال حقیقت می‌گردند، منافی جز درك حقیقت در کار نیست.

1. Archytas

سقراط: منظورت این است که ریاضیدانها سعی می کنند حقایقی را کشف کنند که از خود آنها کاملاً مستقل است؟
بقراط: آری، چنین است.

سقراط: اگر چنین باشد، ما در اشتباه بودیم که فکر می کردیم ریاضیدانها در انتخاب مفاهیم مختارند، چون طبق استدلال تو به نظر می رسد که موضوع مورد مطالعه آنها باید به نوعی از وجود خود آنها مستقل باشد. این معمای تازه را لازم است حل کنیم.
بقراط: نمی دانم چگونه.

سقراط: اگر هنوز حوصله اش را داری، بیا با هم سعی کنیم. بگو ببینم، فرق دریانوردی که جزیره ای غیر مسکونی را کشف می کند با نقاشی که رنگ جدیدی را که هیچ نقاش دیگری قبلاً بکار نرفته باشد می یابد، چیست؟

بقراط: فکر می کنم که دریانورد يك کاشف است در حالی که نقاش در این صورت، يك مخترع خواهد بود. دریانورد جزیره ای را کشف می کند که قبل از او هم وجود داشته است ولی ناشناس بوده، در حالی که نقاش رنگی را اختراع می کند که قبل از وی اصلاً وجود نداشته است.

سقراط: هیچ کس نمی توانست بهتر از این جواب دهد. حال بگو ببینم، ریاضیدانی که حقیقت جدیدی را می یابد آن را کشف می کند یا اختراع؟ آیا مثل نقاش مخترع است یا مانند دریانورد کاشف؟

بقراط: بیشتر بنظر می رسد که ریاضیدان شبیه کاشف است. او

دریانورد دلیری است که در دریای ناشناخته تفکرات می‌گردد و ساحلها و جزیره‌ها و گردابها را کشف می‌کند.

سقراط: خوب گفتمی و من حرف تو را کاملاً تصدیق می‌کنم. علاقه‌مندم اضافه کنم که ریاضیدان تا حدی مخترع هم هست، به خصوص وقتی که مفاهیم جدیدی ابداع می‌کند. هر کاشفی می‌باید تا حدودی هم مخترع باشد. مثلاً اگر دریانوردی می‌خواهد به جاهایی برود که دریانوردان دیگر موفق نشده‌اند بروند، باید کشتی بسازد که با ابداعاتی بهتر از کشتیهای دیگر باشد. مفاهیم جدیدی که ریاضیدانها ابداع می‌کنند مانند همان کشتیهای جدید است که در دریای بی‌کران اندیشه پیشتر می‌روند.

بقراط: سقراط عزیز، شما کمک کردید تا به جواب سؤالی برسم که به نظر من خیلی سخت می‌آمد. هدف اصلی ریاضیدان این است که رازها و معماهای دریای تفکر بشر را کشف کند. این رازها و معماها مستقل از خود ریاضیدان وجود دارند، اما از بشریت به‌عنوان یک کل مستقل نیستند. ریاضیدان دارای آزادی عمل مشخصی است که مفاهیمی را به‌عنوان ابزار خلق کند، و بنظر می‌رسد این کار را با صلاحدید خودش می‌تواند انجام دهد. اما او خیلی هم در این اختراعاتش آزاد نیست زیرا مفاهیم جدید باید برای هدف او مفید واقع شوند. دریانورد می‌تواند هر نوع کشتی که بخواهد اختراع کند، ولی دیوانه است اگر کشتی بسازد که با اولین طوفان پاره-پاره شود. گمان می‌کنم حالا دیگر همه چیز روشن شده باشد.

سقراط: اگر همه چیز را بوضوح می‌بینی، سعی کن به این

سؤال هم جواب بدهی: هدف ریاضیات چیست؟

سقراط: به این نتیجه رسیدیم که به غیر از دنیایی که ما در آن زندگی می‌کنیم، دنیای دیگری هم وجود دارد که همان دنیای تفکرات بشر است، و ریاضیدان ناخدای بی‌باکی است که این بحر را درمی‌نوردد و از مصائب و خطرهای و ماجراهایی که در پیش روی اوست ترسی ندارد.

سقراط: دوست عزیز، شور جوانی تو تقریباً مرا مقهور خود می‌کند، اما متأسفم که در غلیان اشتیاق برخی مسائل را نادیده می‌گیری.

سقراط: کدام مسائل را؟

سقراط: نمی‌خواهم تو را مأیوس کنم، ولی احساس می‌کنم که سؤال تو هنوز پاسخ داده نشده است. ما هنوز به این سؤال پاسخ نداده‌ایم که فایده درنوردیدن دریای تفکرات بشر چیست؟

سقراط: مثل همیشه حق با شماست سقراط عزیز. ولی خواهش می‌کنم این بار روشن‌تر کنار بگذارید و صاف و پوست‌کنده به من بگویید ریاضیات چه فایده‌ای دارد؟

سقراط: نه دوست عزیز، حتی اگر می‌توانستم هم، این کار را به خاطر خودت انجام نمی‌دادم. دانش و معرفت اگر بدون زحمت بدست آید تقریباً بی‌ارزش است. ما فقط چیزهایی را به طور کامل می‌فهمیم که خودمان، البته شاید با کمک دیگران، آن را دریافته باشیم. درست مانند گیاهان که فقط آبی را می‌توانند مصرف کنند که به وسیله ریشه خود از خاک گرفته باشند.

بقراط: بسیار خوب، با همان روش به تحقیقمان ادامه دهیم، ولی دست کم با طرح سؤالی مرا یاری کنید.

سقراط: بگذار به عقب برگردیم، به نکته‌ای که قبلاً درباره‌اش بحث کرده و به نتیجه رسیده بودیم. گفتیم که ریاضیدان نه با تعداد گوسفندها یا کشتیها و موجودات دیگر، بلکه با خود اعداد سر و کار دارد. فکر نمی‌کنی چیزهایی که ریاضیدان درباره اعداد کشف می‌کند، در مورد تعداد چیزهای موجود نیز درست باشد؟ مثلاً ریاضیدانها دریافته‌اند که ۱۷ عددی است اول، بنا بر این آیا این درست نیست که نمی‌توان ۱۷ گوسفند زنده را بین یک گروه تقسیم کرد و به همه آنها تعدادی مساوی گوسفند داد مگر آنکه تعداد افراد گروه دقیقاً ۱۷ باشد؟

بقراط: مسلماً صحیح می‌گویید.

سقراط: در مورد هندسه چه؟ آیا نمی‌توان آن را در مورد خانه‌سازی، کوزه‌گری یا گنجایش کشتیها برای حمل غلات بکاربرد؟

بقراط: مسلماً می‌شود بکاربرد، اما بنظر می‌رسد که برای صنعتگران در عمل ریاضیات چندانی لازم نیست. دانستن قواعد ساده‌ای که منشیان فراغنه مصر هم بدانها آگاهی داشتند برای چنین مقاصدی کافی است، و اکتشافات جدیدی که تیائیتوس درباره آنها با آن همه اشتیاق و حرارت صحبت می‌کرد، نه بکار می‌روند و نه عملاً استفاده از آنها ضروری است.

سقراط: شاید حالا بکار نروند، ولی در آینده ممکن است

مفید باشند.

سقراط: من فقط به زمان حال اهمیت می‌دهم.

سقراط: اگر می‌خواهی ریاضیدان شوی بساید بدانسی که ریاضیدانها بیشتر برای آینده کار می‌کنند. حال بگذار به سؤال اصلی برگردیم. دیدیم که آگاهی درباره يك دنیای دیگر، یعنی دنیای تفکرات، و مطالعه چیزهایی که به مفهوم عادی وجود خارجی ندارند، در زندگی روزمره برای جواب دادن به بسیاری از سؤالهای پیرامون دنیای واقعی مفید است. آیا این شگفت‌انگیز نیست؟

سقراط: بیشتر از آن، درك نکردنی است. این واقعاً معجزه است.

سقراط: شاید هم اصلاً رازی در کار نباشد و اگر پوسته این سؤال را باز کنیم در آن مرواریدی واقعی بیابیم.

سقراط: سقراط عزیز، خواهش می‌کنم مثل پوتیا^۱ معما گونه سخن نگویند.

سقراط: بگو ببینم، آیا متعجب می‌شوی اگر کسی را ببینی که به کشورهای دور دستی سفر کرده باشد، چیزهای بسیار زیادی را دیده و تجربه کرده باشد، و به شهرش بازگشته و به کمک تجربیاتش خواسته باشد به همشهریان خود پندی نیکو بدهد؟

سقراط: ابدأ.

سقراط: حتی اگر کشورهایی را که آن شخص دیده بسیار دور باشند و ساکنان آنها افراد کاملاً متفاوتی باشند که به زبان دیگری

تکلم و خدایان متفاوتی را ستایش کنند؟

بقراط: حتی در آن حالت هم تعجب نمی‌کنم، زیرا که در بین افراد کاملاً متفاوت هم آداب مشترك زیادی وجود دارد.

سقراط: حالا به من بگو، اگر معلوم شوم که دنیای ریاضیات به‌رغم همهٔ ویژگی‌هایش به تعبیری شبیه دنیای واقعی است، باز هم تو این مسأله را که ریاضیات در دنیای واقعی کاربرد دارد اعجاب‌آور می‌دانی؟

بقراط: در آن حالت نه، ولی من شباهتی بین دنیای واقعی و جهان خیالی ریاضیدانها نمی‌بینم.

سقراط: آیا آن صخره را در آن طرف رودخانه، جایی که رود پهن و مبدل به دریاچه می‌شود، می‌بینی؟

بقراط: بله، می‌بینم.

سقراط: آیا تصویر آن را هم که در آب منعکس شده‌است مشاهده می‌کنی؟

بقراط: آری.

سقراط: حالا بگو ببینم، فرق بین صخره و تصویر آن چیست؟

بقراط: صخره قطعهٔ جامدی از ماده‌ای سفت است. خورشید آن را گرم کرده‌است، اگر آن را لمس کنی زبر و خشن است. اما تصویر صخره قابل لمس نیست و اگر دستم را روی آن بگذارم، فقط آب سرد را احساس می‌کنم. در واقع تصویر منعکس شده وجود خارجی ندارد، چیزی واهی است و بس.

سقراط: آیا وجه مشترکی بین صخره و تصویرش وجود ندارد؟

سقراط: تصویر صخره در واقع عکس دقیقی از خود آن است. پیرامون صخره، حتی برآمدگیهای خیلی کوچک آن، در تصویر قابل مشاهده است. اما منظورتان چیست؟ می‌خواهید بگویید دنیای ریاضیات منعکس‌کننده دنیای واقعی در آینه تفکر ماست؟

سقراط: گفتی و در واقع گل گفتی!

سقراط: اما این چطور ممکن است؟

سقراط: بگذار به خاطر بیاوریم که مفاهیم مجرد ریاضی چگونه بوجود آمدند. گفتیم که ریاضیات با اعداد محض سر و کار دارد، نه با تعداد اشیاء حقیقی. فکر می‌کنی کسی که هرگز چیزهای واقعی را نشمرده باشد می‌تواند مفهوم مجرد عدد را درک کند؟ وقتی که کودک شمارش را فرامی‌گیرد، ابتدا سنگریزه‌ها و قطعات کوچک چوب را می‌شمارد، و فقط موقعی می‌تواند درک کند که دو به اضافه سه می‌شود پنج که دانسته باشد دو سنگریزه به اضافه سه سنگریزه می‌شود پنج سنگریزه، یا دو سکه به اضافه سه سکه می‌شود پنج سکه و غیره. در مورد هندسه هم وضع اساساً به همین گونه است. کودک مفهوم کره را وقتی درک می‌کند که اشیاء گردی مانند توپ را دیده باشد. به طور کلی انسان همه مفاهیم اساسی ریاضی را به طرق مشابهی ابداع می‌کند. این مفاهیم از معرفت انسان درباره دنیای خارج متبلور می‌شوند و بنا بر این نه تنها جای تعجب نیست، بلکه خیلی هم طبیعی است که نشانه‌هایی از منشأ خود را با خود داشته باشند، درست مانند فرزندان که علائمی از پدر و مادر را به ارث می‌برند. همان طور که وقتی فرزندان بزرگ می‌شوند حامی والدین می‌گردند،

هر شاخهٔ ریاضیات هم که به اندازهٔ کافی توسعه پیدا کرده باشد، ابزار مفیدی برای تفحص در جهان خارج می‌شود.

بقراط: حالا بر من کاملاً روشن شد که چطور معرفت دربارهٔ چیزهایی که وجود ندارند، برای درک چیزهای واقعی مفید است. شما کمک بزرگی برای فهم این مطلب به من کردید.

سقراط: از اینکه همه چیز بر تو روشن شده است غبطه می‌خورم، زیرا برای من هنوز نکتهٔ ابهامی به جا مانده است. شاید تو بتوانی به من کمک کنی.

بقراط: با کمال افتخار، اما می‌ترسم که شما باز هم مرا دست انداخته باشید. با کمک خواستن از من، مرا شرمنده نکنید و لطفاً بی‌پرده بگویید که چه سؤالی را نادیده گرفته‌ام.

سقراط: نتایج حاصل را به‌طور خلاصه بیان کن تا متوجه نکتهٔ ابهام بشوی.

بقراط: خوب، وقتی روشن شد که چرا ریاضیات قادر است در مورد جهانی ماوراء دنیای حقیقی که در آن زندگی می‌کنیم، یعنی جهان اندیشه، به ما آگاهی ببخشد، این سؤال باقی ماند که فایدهٔ این آگاهی چیست. حال دریافته‌ایم که جهان ریاضیات انعکاس دنیای حقیقی در فکر ماست و از آنجاست که هر دانشی دربارهٔ دنیای ریاضیات به ما اطلاعاتی در مورد جهان واقعی خواهد داد. من کاملاً به این جواب قانعم.

سقراط: اگر به تو می‌گویم که هنوز جواب کاملی به سؤال نداده‌ایم، نه برای این است که تو را سردرگم کنم، بلکه بدان علت

است که یقین دارم دیر یا زود خودت متوجه می‌شوی و دوباره نزد من می‌آیی و شکایت می‌کنی که چرا توجه تو را بدان معطوف نکرده‌ام. خواهی پرسید که «سقراط، چه معنی دارد وقتی که می‌توان خود جسم را مطالعه کرد، به‌جایش تصویر آن را مطالعه کنیم؟»

سقراط: کاملاً حق با شماست؛ این سؤال بدیهی یقیناً پیش می‌آید. سقراط، شما جداً افسون‌نگرید، می‌توانید مرا با چند کلمه به کلی سردرگم کنید و می‌توانید با يك سؤال حق به‌جانب ساختمان‌ی را که تا حال با آن همه زحمت ساخته‌ایم ویران کنید. مسلماً من باید جواب بدهم که اگر می‌توانیم خود جسمی را مطالعه کنیم، بی‌معنی است که تصویر آن را مورد مطالعه قرار دهیم. مطمئنم که این متناقض‌نما فقط نشان می‌دهد که مثال ما متناسب نیست. جواب سؤال را اگر چه می‌دانم وجود دارد، نمی‌توانم بیاوم.

سقراط: حدس تو درست است که تناقض بدان دلیل بوجود آمد که ما بیش از اندازه به‌مثال تصاویر منعکس‌شده اتکا کردیم. تمثیل مانند کمان است، اگر آن را خیلی بکشیم می‌شکند. بگذار مثال تازه‌ای بزنیم. بدون شك می‌دانی که مسافران و دریانوردان از نقشه بخوبی استفاده می‌کنند.

سقراط: من این را خود نیز تجربه کرده‌ام. آیا منظورتان این است که ریاضیات نقشه‌ای از دنیای واقعی ارائه می‌دهد؟

سقراط: آری. آیا حال می‌توانی بدین سؤال جواب بدهی: چه برتری‌هایی در نگاه کردن به نقشه نسبت به تماشای چشم‌انداز سرزمینی وجود دارد؟

بقراط: این واضح است: با نقشه می‌توان فواصل بسیار زیاد را بدقت بررسی کرد، فواصلی را که انسان تنها با هفته‌ها یا ماهها مسافرت می‌تواند بپیماید. نقشه همه ریزه کاریها را نشان نمی‌دهد، ولی مهمترین چیزها را می‌نمایاند. بنا بر این اگر بخواهیم سفری طولانی را برنامه‌ریزی کنیم خیلی مفید واقع می‌شود.

سقراط: خیلی خوب، اما چیز دیگری هم هست که به نظر من رسید.

بقراط: چه چیزی؟

سقراط: دلیل دیگری هم هست که چرا مطالعه تصویر ریاضی جهان می‌تواند فایده داشته باشد. اگر ریاضیدان خاصیتی از دایره را کشف کند، این خاصیت در مورد همه اجسام دایره‌ای شکل درست است. پس روشهای ریاضی ما را قادر می‌کنند که درباره چیزهای متفاوت در آن واحد به تفکر و تحقیق بپردازیم.

بقراط: درباره این تمثیل چه می‌گویید: اگر شخصی به شهری از بالای کوه مجاور آن نگاه کند، منظره بسیار جامعتری از شهر به دست می‌آورد تا آنکه در خیابانهای کج و معوج آن شهر گام بردارد. یا اینکه اگر فرماندهی از بالای تپه حرکت سپاه دشمن را بنگرد، تصویر روشنتری از وضعیت به دست می‌آورد تا سربازی که در خط مقدم جبهه فقط دشمن روبرویش را می‌بیند.

سقراط: در ابداع تمثیلهای جدید از من پیشی گرفتی. اما چون نمی‌خواهم از تو عقب بمانم، بگذار تمثیلی به تمثیلهای تو اضافه کنم. اخیراً به تابلویی از نقاشیهای آریستوفون^۱ فرزند آگلافون^۲

1. Aristophon

2. Aglaophon

نگاه می‌کردم. نقاش به من اخطار کرد که اگر خیلی از نزدیک به نقاشی نگاه کنم، فقط نقطه‌هایی رنگی می‌بینم و کل تصویر را نخواهم دید.

سقراط: البته حق با وی بوده‌است، همچنان که حق با شما بود که نگذاشتید پیش از آنکه به قلب سؤال برسیم، به بحث خاتمه بدهیم. فکر می‌کنم وقت آن رسیده‌باشد که به شهر بازگردیم، زیرا سیاهی شب نمایان شده‌است و من گرسنه و تشنه‌ام. اگر هنوز حوصله داشته‌باشید، در بین راه سؤالی دارم.

سقراط: پس راه بیفتیم و تو هم سؤالت را بگو.

سقراط: گفت و گوی ما را کاملاً قانع کرد که می‌باید تحصیل ریاضیات را شروع کنم و برای این از شما بسیار متشکرم. اما بگویید ببینم، چرا خودتان ریاضیات کار نمی‌کنید؟ درک و فهم عمیق شما از طبیعت و اهمیت ریاضیات، من را بر آن می‌دارد که حدس بزنم اگر خودتان ریاضیات کار کنید، همه ریاضیدانهای یونانی را تحت‌الشعاع قرار خواهید داد. در این صورت من خوشحال خواهم شد اگر مرا به شاگردی خود در ریاضیات بپذیرید.

سقراط: نه سقراط عزیز، این کار من نیست. تئودوروس خیلی بیشتر از من ریاضیات می‌داند و تو نمی‌توانی استادی بهتر از او پیدا کنی. حال دلایل آن را که چرا من خود در ریاضیات کار نمی‌کنم برایت خواهم گفت. من نظر بسیار مثبت خود را نسبت به ریاضیات پنهان نمی‌کنم و فکر می‌کنم که ما یونانیها در هیچ فنی به اندازه ریاضیات پیشرفت نکرده‌ایم و تازه این آغاز راه است. اگر ما

همدیگر را در جنگهای احمقانه از بین نبریم، می‌توانیم نتایج شگفت‌انگیزی را ابداع و کشف کنیم. از من می‌پرسی که چرا به‌زمره کسانی که در حال توسعه و تکوین این دانش عظیمند نمی‌پیوندم. باید بگویم که در واقع من هم بنوعی ریاضیدانم، منتهی ریاضیدانی متفاوت. يك ندای درونی، که می‌توانی آن را الهام غیبی بنامی، ندایی که من غالباً بدان خیلی دقیق گوش می‌دهم، سالها پیش از من پرسید که «منبع پیشرفته‌های عظیم ریاضیدانها در این علم زیبا چیست؟» من جواب دادم «فکر می‌کنم موفقیت ریاضیدانها مرهون روش آنها، معیارهای والای منطق آنها، تلاش آنها برای کشف حقیقت محض بدون کوچکترین سازش، عادت همیشگی آنها به شروع از اصول و تعاریف دقیق مفاهیمی است که می‌خواهند بکار ببرند، و نیز مرهون اجتنابشان از تناقض‌گویی». ندای درونی من پاسخ گفت «بسیار خوب، اما سقراط، چرا فکر می‌کنی که این روش تفکر و استدلال را فقط می‌توان در مطالعه اعداد و اشکال هندسی بکار برد؟ چرا سعی نمی‌کنی همشهریانت را قانع کنی که همان معیارهای والای منطقی را در هر رشته‌ای که هستند، مثلاً در سیاست و فلسفه، یا در بحثهای روزمره شخصی و عمومی بکار گیرند؟» از آن موقع به بعد، این هدف من شده است. نشان داده‌ام (تو به یاد داری، مثلاً در بحث با پروتاگوراس) که کسانی که فکر می‌کنند عاقلند، اغلب احمقهای سهل‌انگاری بیش نیستند. هیچ يك از استدلالهای آنها از پایه محکمی برخوردار نیست، زیرا که برخلاف ریاضیدانها، مفاهیم تعریف نشده و نیمه‌فهمیده شده را بکار می‌گیرند. با فعالیت در جهت این

هدف، من موفق شده‌ام که تقریباً همه را دشمن خویش سازم و این جای تعجب هم ندارد، زیرا برای همه افرادی که در فکر کردن تنبلند و در محتوی تهی، و فقط مفاهیم بسیار مبهم را به بازی گرفته‌اند، من يك ملامتگر حی و حاضرم. افرادی که اشتباهاتشان را نمی‌توانند یا نمی‌خواهند اصلاح کنند، کسانی را که دائماً خطاهایشان را گوشزد می‌کنند. دوست ندارند. روزی فراخواهید رسید که این افراد عملاً در مقابل من قرار خواهند گرفت و مرا نابود خواهند ساخت. تا آن روز من همچنان به رسالتم ادامه خواهم داد. اما تو، بقراط، نزد تئودوروس برو.