ریاضیات ۲

دوم ریاضی / تجربی / فنی

پاسخ کامل مسائل کتاب درسی

منطبق با آخرین تغییرات (آذر ماه ۹۱)

مؤلف: محمد حسین مصلحی

دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

Email : info@riazisara.com *phone : ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲*

هرگونه انتشار بدون تغییر در صفحات مجاز است.

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

فهرست مطالب :

حل تمارین	درصفحه	حل تمارین	در صفحه
صفحه ۵	۴	صفحه ۹۵	۳۱
صفحه ۹	۵	صفحه ۱۱۵	۳۴
صفحه ۱۲	۷	صفحه ۱۱۷	۳۶
صفحه ۱۶	۹	صفحه ۱۲۸	۴۰
صفحه ۲۱	۱۱	صفحه ۱۳۳	۴۱
صفحه ۲۳	۱۲	صفحه ۱۳۸	۴۴
صفحه ۳۱	۱۳	صفحه ۱۵۱	۴۶
صفحه ۴۰	۱۵	صفحه ۱۵۷	۴۹
صفحه ۴۲	۱۶	صفحه ۱۶۷	۵۱
صفحه ۴۵	۱۷	صفحه ۱۷۳	۵۲
صفحه ۵۱	۱۸	صفحه ۱۸۱	۵۴
صفحه ۶۱	۲۱	صفحه ۱۸۵	۵۵
صفحه ۶۳	۲۳	صفحه ۱۹۰	۵۶
صفحه ۷۰	۲۴		
صفحه ۸۳	۲۹		

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

سخن مؤلف کتاب

درود بر مردمانی که در مقابل ظلم سکوت ذلت بار اختیار نکردند.

درود بر معلم که بزرگترین سرمایه هر جامعه در اختیار اوست.

درود بر دانش آموز، تنها امید بر آینده ای روشن.

این کتاب الکترونیکی پیشکشی است به حضور فرزندان ایران زمین.

اما چرا حل المسائل ؟

۱– استفاده برخی دانش آموزان از حل المسائل واقعیتی غیر قابل انکار است.

۲– باید دانش آموز را آگاه کرد که استفاده از حل المسائل آخرین راه است نه اولین کار .

۳– نویسندگان حل المسائل ها گاهی از روشهای میانبر و تستی برای حل مسائل استفاده کرده و معلم مزبور متهم به بد درس دادن و پیچیده کردن حل مساله می گردد ..

پاسخهای موجود در این کتاب مبتنی بر روش کتاب است.

۴– برخی دانش آموزان به دلایلی تمام کلاسها را حضور نداشته و جوابهای صحیح سوالات را در اختیار ندارند و یا دبیر فرصت حل تمام مسائل را پیدا نمی کند.

به دلایلی که برخی از آنها ذکر شد بر آن شدیم ، پاسخ مسائل کتاب درسی را در اختیار قرار دهیم.

تلاش بر این است در ویرایشهای بعدی مطالب و تمریناتی به این کتاب افزوده گردد.

مشتاقانه پذیرای نظرات و انتقادات شما هستیم.

محمد حسین مصلحی

د بیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

آذر ماه سال ۱۳۹۱

آدرس سایت www.riazisara.com

آدرس پست الکترونیکی info@riazisara.com

شماره همراه جهت تماس (sms) ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- $\begin{array}{c|cccccc} n & ۱ & ۲ & ۳ & . & . & n \\ \hline a_n & ۴ & ۸ & ۱۲ & . & . & ۴n \end{array}$ یعنی $a_n = ۴n$

۲- $۶,۱۰,۱۴,۱۸,۲۲,\ldots$ یعنی $a_n = ۲ + ۴n$

۳- $a_n = ۳n \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} n & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline a_n & ۳ & ۶ & ۹ & ۱۲ \end{array}$

۴- $\begin{array}{c|cccc} n & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline a_n & ۲ & ۴ & ۸ & ۱۶ \end{array} \Rightarrow a_n = ۲^n$

۵- الف)

$$a_n = \frac{۲n}{n+۱} \;,\; a_۱ = \frac{۲(۱)}{۱+۱} = \frac{۲}{۲} = ۱ \;,\; a_۲ = \frac{۲(۲)}{۲+۱} = \frac{۴}{۳} \;,\; a_۳ = \frac{۲(۳)}{۳+۱} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

$$a_۴ = \frac{۲(۴)}{۴+۱} = \frac{۸}{۵} \Rightarrow ۱ \;,\; \frac{۴}{۳} \;,\; \frac{۳}{۲} \;,\; \frac{۸}{۵} \;,\; \ldots$$

ب)

$$a_n = ۳n^۲ - \frac{۱}{n} \;,\; a_۱ = ۳(۱)^۲ - \frac{۱}{۱} = ۲ \;,\; a_۲ = ۳(۲)^۲ - \frac{۱}{۲} = \frac{۲۳}{۲}$$

$$a_۳ = ۳(۳)^۲ - \frac{۱}{۳} = \frac{۸۰}{۳} \;,\; a_۴ = ۳(۴)^۲ - \frac{۱}{۴} = \frac{۱۹۱}{۴} \Rightarrow ۲ \;,\; \frac{۲۳}{۲} \;,\; \frac{۸۰}{۳} \;,\; \frac{۱۹۱}{۴} \;,\; \ldots$$

ج)

$$a_n = ۲^n - n^۲ \;,\; a_۱ = ۲^۱ - ۱^۲ = ۱ \;,\; a_۲ = ۲^۲ - ۲^۲ = ۰$$

$$a_۳ = ۲^۳ - ۳^۲ = -۱ \;,\; a_۴ = ۲^۴ - ۴^۲ = ۰ \Rightarrow \; ۱ \;,\; ۰ \;,\; -۱ \;,\; ۰ \;,\; \ldots$$

۶- $n^۲ + ۵n \Rightarrow ۶,۱۴,۲۴,\ldots$ $\quad (-۳)^{n-۱} \Rightarrow ۱,-۳,۹,\ldots$ $\quad \frac{۳n}{n+۲} \Rightarrow ۱,\frac{۳}{۲},\frac{۹}{۵},\ldots$

۷- خیر - زیرا ضابطه اعداد $\frac{n}{n+۱}$ است $\ldots . \frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲},\ldots$ $\Rightarrow -\frac{۱}{۲}+۱, -\frac{۱}{۲}+۲, -\frac{۱}{۲}+۳,\ldots \Rightarrow -\frac{۱}{۲}+n$

۸-

$$\begin{array}{c|cccc} n & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline a_n & ۸۰۰ & ۱۲۰۰ & ۱۴۰۰ & ۱۵۰۰ \end{array} \Rightarrow$$

رابطه بین a_n ، $a_{n+۱}$ برابر $a_{n+۱} = \frac{۱}{۲}(۱۶۰۰ + a_n), a_۱ = ۸۰۰$

شکل دیگر رابطه $a_{n+۱} = \frac{۳a_n - a_{n-۱}}{۲} \;, n \geq ۲, a_۱ = ۸۰۰, a_۲ = ۱۲۰۰$

و رابطه مستقیم $a_n = \frac{۸۰۰ + (۲^{n-۱} - ۱)(۱۶۰۰)}{۲^{n-۱}} \;, n \geq ۱$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- الف) $\frac{۱}{۲}-۱\overset{?}{=}\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۲}\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\neq -\frac{۱}{۶}\Rightarrow$ دنباله حسابی نیست

ب) $-۱۸-(-۵)\overset{?}{=}-۲۱-(-۱۸)\Rightarrow -۳=-۳\Rightarrow -۳$ دنباله حسابی است با قدر نسبت

ج) $\frac{۲}{۳}-\frac{۱}{۲}\overset{?}{=}\frac{۳}{۴}-\frac{۲}{۳}\Rightarrow \frac{۱}{۶}\neq \frac{۱}{۱۲}\Rightarrow$ دنباله حسابی نیست

د) $\sqrt{۳}-۰\overset{?}{=}۲\sqrt{۳}-\sqrt{۳}\Rightarrow \sqrt{۳}=\sqrt{۳}\Rightarrow \sqrt{۳}$ دنباله حسابی است با قدر نسبت

۲- دو حالت می توان در نظر گرفت

$d=۳-۱۰=-۷\Rightarrow ۱۰,۳,-۴,-۱۱,-۱۸,\cdots$

$d=۱۰-۳=۷\Rightarrow ۳,۱۰,۱۷,۲۴,۳۱,۳۸,\ldots$

۳- $a_n=a_{n-۱}+d\Rightarrow a_n-a_{n-۱}=d$ قدر نسبت تعریف دنباله حسابی

۴- $x,\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۴}\Rightarrow \frac{۱}{۳}-x=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۳}\Rightarrow x=\frac{۲}{۳}-\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۱۲}$

۵- $x,y,z\Rightarrow y-x=z-y\Rightarrow ۲y=x+z\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}(x+z)$ تعریف دنباله حسابی

۶-
$$\begin{cases} a_۵=۱۷ \\ a_{۱۲}=۵۲ \\ a_n=? \end{cases},\ a_n=a+(n-۱)d\Rightarrow \begin{cases} a_۵=a+(۵-۱)d\Rightarrow a+۴d=۱۷ \\ a_{۱۲}=a+(۱۲-۱)d\Rightarrow a+۱۱d=۵۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a-۴d=-۱۷ \\ a+۱۱d=۵۲ \end{cases}\Rightarrow ۷d=۳۵\Rightarrow d=۵\Rightarrow a+۴(۵)=۱۷\Rightarrow a=-۳$$

$$\Rightarrow a_n=-۳+(n-۱)(۵)=-۳+۵n-۵\Rightarrow a_n=۵n-۸$$

۷-
$$\begin{cases} a=۱-x \\ b=۲+x \\ c=۱+۲x \end{cases},\ a+c=۲b\Rightarrow ۱-x+۱+۲x=۲(۲+x)\Rightarrow x+۲=۴+۲x\Rightarrow x=-۲$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۸- $a_1, a_2, a_3, \ldots \xrightarrow{\times p} a_1p, a_2p, a_3p, \ldots$

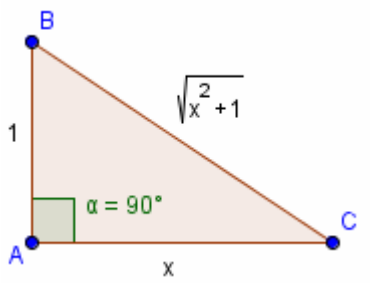
فرض حسابی بودن $\Rightarrow a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = d \Rightarrow \begin{cases} a_2p - a_1p = (a_2 - a_1)p = dp \\ a_3p - a_2p = (a_3 - a_2)p = dp \end{cases}$

بنابراین دنباله جدید نیز حسابی با قدر نسبت dp خواهد بود.

۹- زوایای مثلث $x, y, z \Rightarrow x + z = 2y \ , \ x + y + z = 180$

$\Rightarrow 2y + y = 180 \Rightarrow 3y = 180 \Rightarrow y = 60$

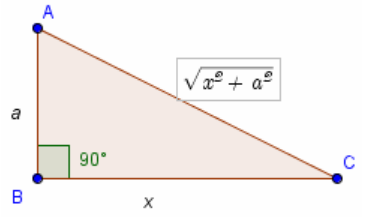
۱۰-



$x - 1 = \sqrt{x^2+1} - x \Rightarrow 2x - 1 = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x^2 + 1$

$\Rightarrow 3x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(3x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ ق} \\ \text{یا} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow 1, \frac{4}{3}, \sqrt{(\frac{4}{3})^2 + 1} \Rightarrow 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}$ اضلاع مثلث



$a = \sqrt{x^2 + a^2} - x \Rightarrow 2x - a = \sqrt{x^2 + a^2} \Rightarrow 4x^2 - 4ax + a^2 = x^2 + a^2$

$\Rightarrow 3x^2 - 4ax = 0 \Rightarrow x(3x - 4a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ ق} \\ \text{یا} \\ x = \frac{4a}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow a, \frac{4a}{3}, \sqrt{(\frac{4a}{3})^2 + 1} \Rightarrow a, \frac{4a}{3}, \frac{5a}{3}$ اضلاع مثلث

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- $5, -1, \frac{1}{5}, -\frac{1}{25}, \frac{1}{125}, -\frac{1}{625}, \ldots$ از جملات دنباله $\Rightarrow q = -\frac{1}{5}$

۲- $x,3,4 \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$ از جملات دنباله هندسی

۳- $a, b, \frac{b^2}{a}, \frac{b^3}{a^2}, \ldots$ از جملات دنباله $\Rightarrow q = \frac{b}{a}$

٤- $x, y, z \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{z}{y} \Rightarrow y^2 = xz$ تعریف دنباله هندسی

۵-
$$\begin{cases} a_4 = 1 \\ a_7 = 8 \\ a_n = ? \end{cases}, a_n = aq^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_4 = aq^3 = 1 \\ a_7 = aq^6 = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{aq^6}{aq^3} = \frac{8}{1} \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$\Rightarrow a(2)^3 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{8} \Rightarrow a_n = (\frac{1}{8})(2^{n-1}) \Rightarrow a_n = \frac{2^{n-1}}{2^3} = 2^{n-4} \Rightarrow a_n = 2^{n-4}$$

٦- دو جواب
$$\begin{cases} a = 1 - x \\ b = x \\ c = 1 + x \end{cases}, ac = b^2 \Rightarrow (1-x)(1+x) = x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - x^2 = x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۷- شعاع دایره اولیه r ، در مرحله دوم شعاع دایره $\frac{r}{2}$ و در مرحله سوم برابر $\frac{r}{4}$ است پس

$$S_1 = \pi r^2 \ , \ S_2 = 2\pi(\frac{r}{2})^2 = \frac{\pi r^2}{2} \ , \ S_3 = 4\pi(\frac{r}{4})^2 = \frac{\pi r^2}{4} \ , \ \ldots \Rightarrow S_n = \pi r^2 (\frac{1}{2})^{n-1}$$

هر جمله از ضرب جمله قبل در $\frac{1}{2}$ به دست می آید، $a = \pi r^2 \ , \ q = \frac{1}{2}$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۸- $a_1 , a_2 , a_3 , ... \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = q$ جملات دنباله هندسی

$a_1 , a_2 , a_3 , ...$ جملات دنباله هندسی وجملات را در c ضرب کنیم $\Rightarrow a_1c , a_2c , a_3c , ...$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a_2c}{a_1c} = \frac{a_2}{a_1} = q \\ \frac{a_3c}{a_2c} = \frac{a_3}{a_2} = q \end{cases} \Rightarrow$$ دنباله جدید نیز هندسی با قدر نسبت q خواهد بود

۹- $a_1 , a_2 , a_3 , ... \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = q$ جملات دنباله هندسی

$a_1 , a_2 , a_3 , ...$ جملات دنباله هندسی وجملات را به توان ۲ برسانیم $\Rightarrow a_1^2 , a_2^2 , a_3^2 , ...$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a_2^2}{a_1^2} = (\frac{a_2}{a_1})^2 = q^2 \\ \frac{a_3^2}{a_2^2} = (\frac{a_3}{a_2})^2 = q^2 \end{cases} \Rightarrow$$ دنباله جدید نیز هندسی با قدر نسبت q^2 خواهد بود

۱۰- $a,b,c \Rightarrow a \times c = b^2$ هندسی و $a,b,c \Rightarrow a + c = 2b$ حسابی

$$a + c = 2b \Rightarrow a^2 + 2ac + c^2 = 4b^2 = 4(ac) \Rightarrow a^2 - 2ac + c^2 = 0 \Rightarrow (a - c)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = c \ , \ a + c = 2b \Rightarrow c + c = 2b \Rightarrow 2c = 2b \Rightarrow c = b \Rightarrow a = b = c$$

پس دنباله ثابت هم حسابی و هم هندسی است.

۱۱-

$$\frac{a_3 a_5}{a_1 a_3} = \frac{16}{4} \Rightarrow \frac{a_5}{a_1} = 4 \Rightarrow \frac{aq^4}{a} = 4 \Rightarrow q^4 = 4 \Rightarrow q = \pm\sqrt[4]{4} = \pm\sqrt{2}$$

$$, \ a_1 a_3 = 4 \Rightarrow a(aq^2) = 4 \Rightarrow a^2 q^2 = 4 \Rightarrow aq = \pm 2 \Rightarrow a = \frac{\pm 2}{\pm\sqrt{2}} = \pm\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \ , \ q = \sqrt{2} \\ or \\ a = -\sqrt{2} \ , \ q = -\sqrt{2} \end{cases}$$

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- به ۱ نزدیک می شود ، چون دنباله تفاضلات به صفر نزدیک می گردد. (الف

n	۱	۲	۳	۴
a_n	۰/۹	۰/۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹۹
$L-a_n$	۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۱

به ۳ نزدیک می شود ، چون دنباله تفاضلات به صفر نزدیک می گردد. (ب

n	۱	۲	۳	۴
a_n	۲/۹	۲/۹۹	۲/۹۹۹	۲/۹۹۹۹
$L-a_n$	۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۱

به ۵ نزدیک می شود ، چون دنباله تفاضلات به صفر نزدیک می گردد. (ج

n	۱	۲	۳	۴
a_n	۵/۰۵	۵/۰۰۵	۵/۰۰۰۵	۵/۰۰۰۰۵
$L-a_n$	−۰/۰۵	−۰/۰۰۵	−۰/۰۰۰۵	−۰/۰۰۰۰۵

به ۱/۲ نزدیک می شود ، چون دنباله تفاضلات به صفر نزدیک می گردد. (د

n	۱	۲	۳	۴
a_n	۱/۱۹	۱/۱۹۹	۱/۱۹۹۹	۱/۱۹۹۹۹
$L-a_n$	۰/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۱

۲- چون جملات دنباله حسابی به میزان ثابت کم و یا زیاد می شوند ، بنابراین از هر عدد مورد نظر می توانند کوچکتر یا بزرگتر شوند پس تنها در حالتی به عدد ثابتی نزدیک می شوند که ثابت باشند یعنی $d=۰$

۳- چون اعداد بزرگتر از ۱ هر چه توانشان بزرگتر شود ،مقدار آنها افزایش می یابد ،پس با افزایش n مقدار a_n افزایش می یابد و از هر عددی مشخص می تواند بزرگترشود. ($a_n = aq^{n-۱}$)

٤- در اینصورت جملات دنباله مساوی خواهند بود و جملات به همان عدد ثابت نزدیک می شوند.

۵- $$\begin{cases} ۲x+۱<۸/۱۳۱۶ \Rightarrow x<\dfrac{۷/۱۳۱۶}{۲} \Rightarrow x<۳/۵۶۵۸ \\ ۴-x<۰/۴۳۴۳ \Rightarrow x>۳/۵۶۵۷ \end{cases} \Rightarrow ۳/۵۶۵۷<x<۳/۵۶۵۸$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۵- $\begin{cases} ۲x+۱<۸/۱۳۱۶ \Rightarrow x<\frac{۷/۱۳۱۶}{۲} \Rightarrow x<۳/۵۶۵۸ \\ ۴-x<۰/۴۳۴۳ \Rightarrow x>۳/۵۶۵۷ \end{cases} \Rightarrow ۳/۵۶۵۷<x<۳/۵۶۵۸$

$\Rightarrow$ جملات دنباله ۳ , ۳/۵ , ۳/۵۶ , ۳/۵۶۵ , ...

۶- $\sqrt{۲}=۱/۴۱۴۲۱۳$ ....

جملات دنباله ۱ , ۱/۴ , ۱/۴۱ , ۱/۴۱۴ , ۱/۴۱۴۲ , ...

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- گویا $r=\frac{m}{n}\Rightarrow ۱^{r}=۱^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{۱^{m}}=\sqrt[n]{۱}=۱$

۲- گویا $r=\frac{m}{n}\Rightarrow a^{-r}=a^{-\frac{m}{n}}=a^{\frac{-m}{n}}=\sqrt[n]{a^{-m}}=\sqrt[n]{\frac{۱}{a^{m}}}=\frac{\sqrt[n]{۱}}{\sqrt[n]{a^{m}}}=\frac{۱}{a^{\frac{m}{n}}}=\frac{۱}{a^{r}}$

۳- $\sqrt[۱۲]{۶۴}=\sqrt[۳]{\sqrt[۴]{۶۴}}=\sqrt[۳]{\sqrt[۴]{۲^{۶}}}=\sqrt[۳]{\sqrt{۲^{۳}}}=\sqrt[۳]{\sqrt{۸}}=\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}}$

۴- الف) $\sqrt[۴]{۵\sqrt[۳]{۵}}=\sqrt[۴]{۵\times ۵^{\frac{۱}{۳}}}=\sqrt[۴]{۵^{\frac{۴}{۳}}}=۵^{\frac{۴}{۳}\div\frac{۴}{۱}}=۵^{\frac{۱}{۳}}=\sqrt[۳]{۵}$

ب) $\sqrt[۶]{\sqrt[۳]{۷}\times\sqrt[۳]{۱۴}}=\sqrt[۶]{\sqrt[۳]{۹۸}}=\sqrt[۱۸]{۹۸}$

ج) $\sqrt[۵]{۴}\div\sqrt[۸]{۸}=\sqrt[۵]{۲^{۲}}\div\sqrt[۸]{۲^{۳}}=۲^{\frac{۲}{۵}}\div۲^{\frac{۳}{۸}}=۲^{\frac{۱}{۴۰}}=\sqrt[۴۰]{۲}$

۵- $\sqrt[m]{a}\times\sqrt[n]{a}=a^{\frac{۱}{m}}\times a^{\frac{۱}{n}}=a^{\frac{۱}{m}+\frac{۱}{n}}=a^{\frac{n+m}{mn}}=\sqrt[mn]{a^{n+m}}$

۶- $a>۱$, مثبت $a\Rightarrow a(a)>۱(a)\Rightarrow a^{۲}>a\Rightarrow a^{۲}(a)>a(a)$

$\Rightarrow a^{۳}>a^{۲}\Rightarrow a^{۳}>a^{۲}>a>۱$

$a<۱$, مثبت $a\Rightarrow a(a)<۱(a)\Rightarrow a^{۲}<a\Rightarrow a^{۲}(a)<a(a)$

$\Rightarrow a^{۳}<a^{۲}\Rightarrow a^{۳}<a^{۲}<a<۱$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- الف) $۲^{\sqrt{۳}} \times ۲^{\sqrt{۳}} = ۲^{۲\sqrt{۳}}$

ب) $(\sqrt{۳}^{\sqrt{۳}})^{\sqrt{۱۲}} = \sqrt{۳}^{\sqrt{۳۶}} = \sqrt{۳}^{۶} = (۳^{\frac{۱}{۲}})^{۶} = ۳^{۳} = ۲۷$

ج) $(\sqrt{۱۵}^{(۲-\sqrt{۲})})^{(۲+\sqrt{۲})} = \sqrt{۱۵}^{(۴-\sqrt{۴})} = \sqrt{۱۵}^{۲} = ۱۵$

د) $\frac{۱}{\sqrt{۲}-۱} \times \frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}+۱} = \frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۴}-۱} = \frac{\sqrt{۲}+۱}{۱} = \sqrt{۲}+۱$

$\Rightarrow (\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^{(\sqrt{۲}+۱)} \times (\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{(\sqrt{۲}+۱)} = (\sqrt{۹}-\sqrt{۴})^{(\sqrt{۲}+۱)} = ۱^{(\sqrt{۲}+۱)} = ۱$

۲- $x^{\sqrt{۲}} = ۲ \Rightarrow (x^{\sqrt{۲}})^{\sqrt{۲}} = ۲^{\sqrt{۲}} \Rightarrow x^{\sqrt{۴}} = ۲^{\sqrt{۲}} \Rightarrow x^{۲} = ۲^{\sqrt{۲}}$

$\Rightarrow (x^{۲})^{\frac{۱}{۲}} = (۲^{\sqrt{۲}})^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow x^{۱} = ۲^{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} \Rightarrow x = ۲^{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

۳- $\sqrt{a^{b}} = a^{\frac{b}{۲}} = a^{\frac{۱}{۲} \times b} = (a^{\frac{۱}{۲}})^{b} = (\sqrt[۲]{a})^{b} = \sqrt{a}^{b}$

۴- $a^{-b} \times a^{b} = a^{-b+b} = a^{۰} = ۱ \Rightarrow a^{-b} = \frac{۱}{a^{b}}$

$\frac{a^{b}}{a^{d}} = a^{b} \times \frac{۱}{a^{d}} = a^{b} \times a^{-d} = a^{b-d}$

$(\frac{a}{c})^{b} = (a \times \frac{۱}{c})^{b} = a^{b} \times (\frac{۱}{c})^{b} = a^{b} \times (c^{-۱})^{b} = a^{b} \times c^{-b} = a^{b} \times \frac{۱}{c^{b}} = \frac{a^{b}}{c^{b}}$

۵- چون a مثبت است بنابراین $a^{\frac{b}{۲}}$ تعریف شده است پس

$a^{b} = a^{(\frac{b}{۲} \times ۲)} = (a^{\frac{b}{۲}})^{۲} > ۰ \Rightarrow a^{b} > ۰$

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- در هریک از موارد ذکر شده به مجموعه اول دقیقا یک عضو از مجموعه دوم نظیر می شود مثلا هر فرد دقیقا یک اندازه قد دارد و یا هر مستطیل دقیقا یک محیط مشخص دارد.

تابع) رابطه بین دانش آموز و معدل پایان سال ، رابطه بین دانش آموز و سن پدر در حال حاضر ، رابطه بین دانش آموز و تعداد کتب درسی ، رابطه بین دانش آموز و تعداد معلم در سال جاری

غیر تابع) رابطه بین دانش آموزوتعداد دوستان همکلاسی اش ، رابطه بین دانش آموز و غذای مصرفی رابطه بین دانش آموز و تعداد معلمان

۲-

نمودار	الف	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ی
تابع	✓	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗

۳-

جدول	الف	ب	ج	د
تابع	✓	✓	✗	✗

٤-

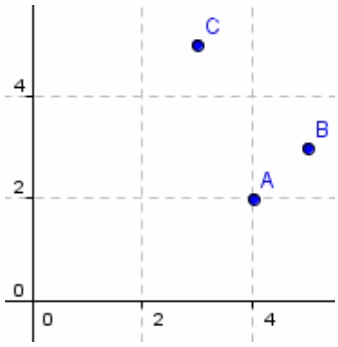
نمودار ون	الف	ب	ج	د
تابع	✓	✗	✓	✓

۵-

نمودار	الف	ب	ج	د	ه	و
تابع	✗	✓	✓	✓	✗	✓

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com



۶- $(۵,a-۲)=(۵,۳)\Rightarrow a-۲=۳\Rightarrow a=۵$

$\Rightarrow f=\{(۴,۲),(۵,۳),(۳,b+۳),(۳,۵),(۵,۳)\}$

$\Rightarrow b+۳=۵\Rightarrow b=۲\Rightarrow f=\{(۴,۲),(۵,۳),(۳,۵)\}$

۷- بلی، بیشترین ۲۶ و کمترین ۲۰ ، بین ساعات ۱۱ تا ۱۲ شب ، از آن نقطه به موازات محور x ها رسم کرده ، در اینصورت طول محل برخورد با نمودار ، زمان با دمای مورد نظر است.

۸- اولین نمودار از سمت راست.

نمودار وسط حرکت با سرعت ثابت یا در جا زدن دانش آموز در یک نمره در طول ترم .

نمودار سمت چپ ارتفاع از زمین یک چتر باز هنگام فرود .

بلی ، هر سه نمودار نشاندهنده یک تابعند.

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

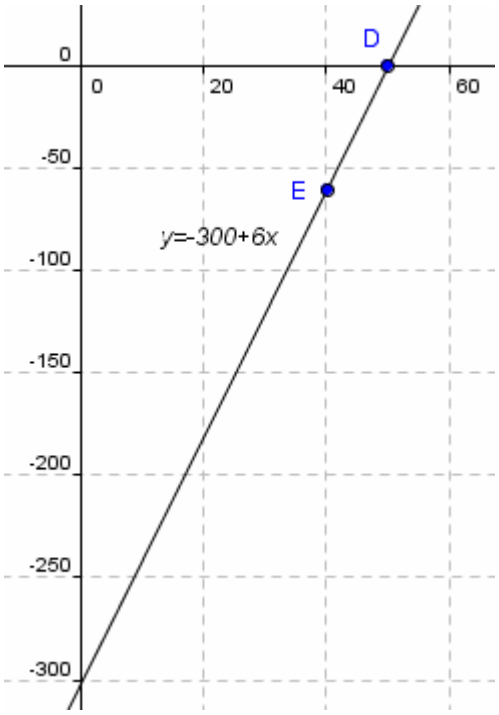
۱- الف) درست ب) نادرست ج) درست

۲- پیش بینی ۱۲۰ اسباب بازی پس از یک ساعت.

الف) ۵۰ ب) ۳۵ دقیقه تعداد ۷۰ ، ۴۵ دقیقه تعداد ۹۰ ، ۵۵ دقیقه تعداد ۱۱۰ .

ج) $y = ۲x$ د) برای هر زمان مشخص دقیقا یک تعداد تولید اسباب بازی وجود دارد.

۳-



الف) $y = -۳۰۰ + ۶x \Rightarrow$

x	۵۰	۴۰
y	۰	-۶۰

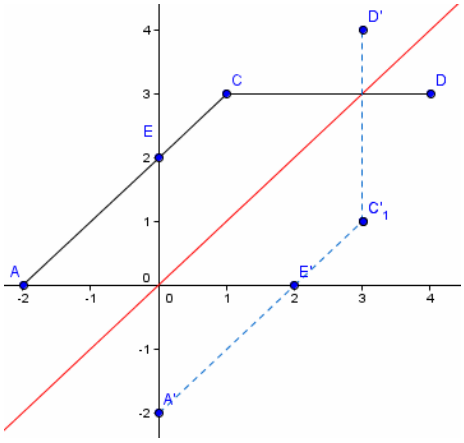
ب)
$$x = ۱۰۰۰۰ \Rightarrow y = -۳۰۰ + ۶(۱۰۰۰۰) = ۵۹۷۰۰$$
$$x = ۱۰۰۰۰۰ \Rightarrow y = -۳۰۰ + ۶(۱۰۰۰۰۰) = ۵۹۹۷۰۰$$

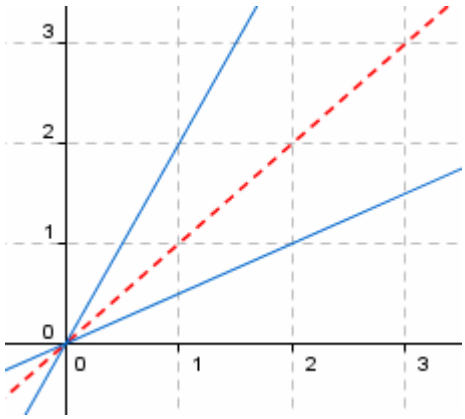
ج) $y = ۰ \Rightarrow ۰ = -۳۰۰ + ۶x \Rightarrow x = ۵۰$

حداقل تعداد تولید ($x = ۵۰$) تا شرکت ضرر نکند.

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- اولی از سمت راست ،خود و وارون آن تابع است.





۲- الف + ب)

از چپ و از بالا به پائین

اولی) $R=\{(-۲,۰),(-۲,۱),(۱,۱),(۱,۲),(۱,-۱)\}$ تابع نیست

$R^{-۱}=\{(۰,-۲),(۱,-۲),(۱,۱),(۲,۱),(-۱,۱)\}$ تابع نیست

دومی) $R=\{(-۲,-۱),(-۱,۰),(۰,۱),(۱,۲),(۲,۳)\}$ تابع هست

$R^{-۱}=\{(-۱,-۲),(۰,-۱),(۱,۰),(۲,۱),(۳,۲)\}$ تابع هست

سومی) $R=\{(۱,۵),(۲,۱۰),(۳,۱۵),(۴,۲۰),(۵,۲۵)\}$ تابع هست

$R^{-۱}=\{(۵,۱),(۱۰,۲),(۱۵,۳),(۲۰,۴),(۲۵,۵)\}$ تابع هست

چهارمی) $R=\{(-۳,۴),(۲,۸),(۰,۸),(۷,۱۰)\}$ تابع هست

$R^{-۱}=\{(۴,-۳),(۸,۲),(۸,۰),(۱۰,۷)\}$ تابع نیست

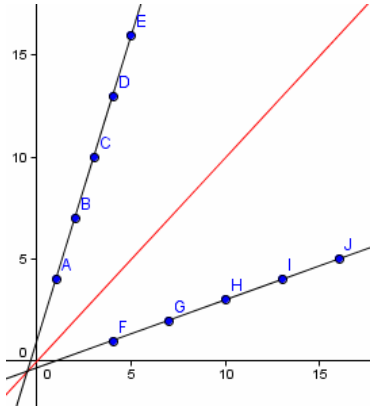
ج) همیشه اینگونه نیست ، مانند مثال سوم و چهارم بالا

۳- وارون f تابع است ولی وارون g تابع نیست. $g^{-۱}=\{(۲,۷),(۲,۵)\}$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- تابعهای ب ، ه ، و ، ح یک به یک می باشند.

۲-

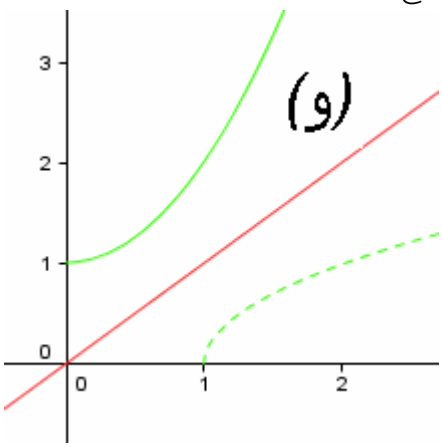


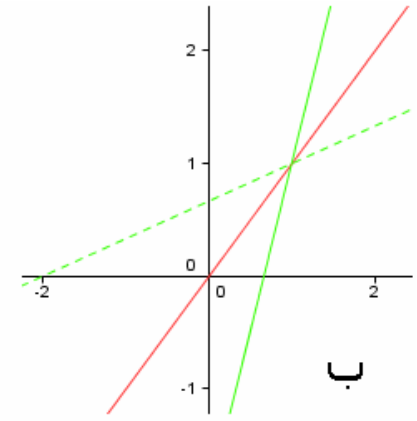
بلی ۱−۱ هست و ضابطه آن $y=۳x+۱$ است. (الف

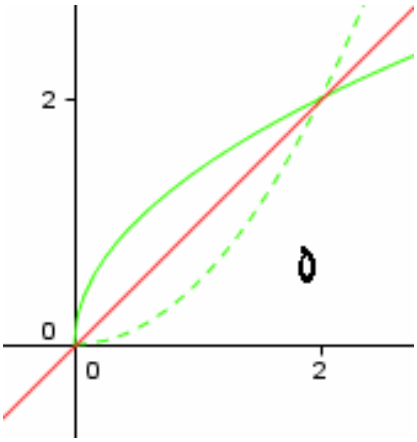
ب) $R^{-۱}=\{(۴,۱),(۷,۲),(۱۰,۳),(۱۳,۴),(۱۶,۵)\}\Rightarrow y=\dfrac{x-۱}{۳}$

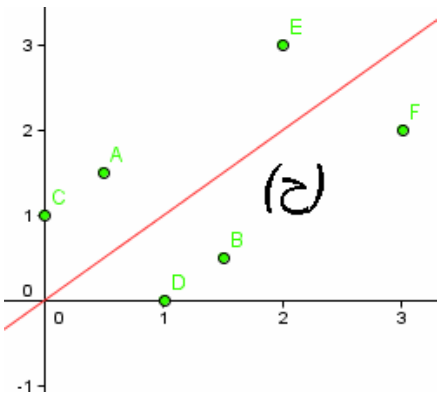
پ) رسم سمت چپ

۳- هر کدام که یک به یک هستند وارون پذیرند. یعنی ب ، ه ، و ، ح









٤- هر فرد دقیقا یک کد ملی داردو هر کد ملی اختصاص به یک نفر دارد.

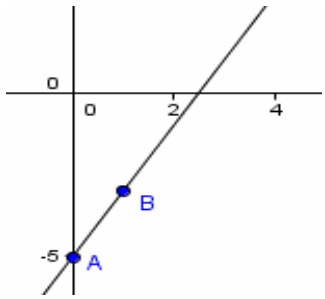
www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- الف) $f(x)=۲x-۵ \Rightarrow$

x	۰	۱
y	-۵	-۳

ب)

x	۲	۳	۰	-۷	$\frac{۵}{۲}$	$\sqrt{۷}$
$y=f(x)$	-۱	۱	-۵	-۱۹	۰	$۲\sqrt{۷}-۵$

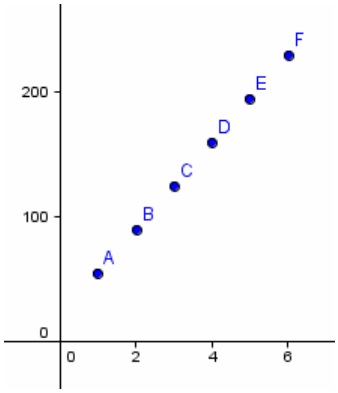


۲- $m=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}\ ,\ b=۳ \Rightarrow y=\frac{۱}{۲}x+۳$

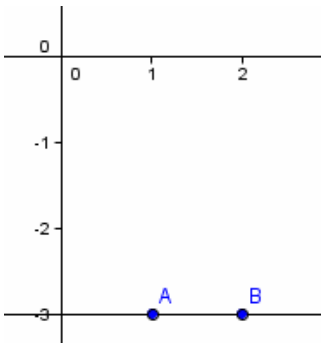
۳- الف) نظیر هر عمق یک دمای منحصر به فرد وجود دارد پس تابع است.

ب) $m=\frac{۹۰-۵۵}{۲-۱}=\frac{۳۵}{۱}=۳۵\ ,\ y-۵۵=۳۵(x-۱) \Rightarrow y=۳۵x+۲۰$

ج) $x=۱۰ \Rightarrow y=۳۵(۱۰)+۲۰=۳۷۰$

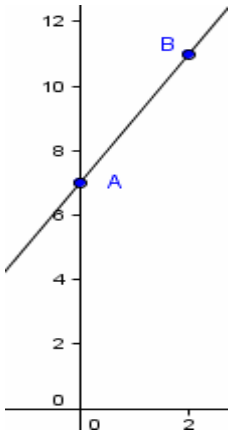


۴-



$f(۲)=f(۱۰۰)=f(-۵)=-۳$

۵-



$(۲\ ,\ ۱۱),(۰,۷)\in f \Rightarrow$

$m=\frac{۱۱-۷}{۲-۰}=\frac{۴}{۲}=۲\ ,\ y-۷=۲(x-۰) \Rightarrow y=۲x+۷$

چون یک به یک است وارون پذیر است و وارون آن

$x \leftrightarrow y \Rightarrow x=۲y+۷ \Rightarrow y=f^{-۱}(x)=\frac{x-۷}{۲}$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

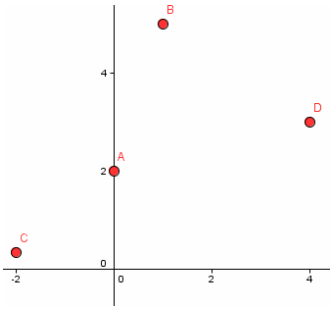
۶- نظیر هر x فقط یک y موجود است ، پس تابع است.

۷- قسمت (ب) صحیح است.

t	۱	۲	۳	۴
$f(t)$	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸

$$\Rightarrow f(t)=۰/۲t$$

۸- $g=\{(۰,۲),(۱,۵),(-۲,\frac{۱}{۳}),(۴,۳)\}$



نظیر هر x دقیقا یک y وجود دارد و بالعکس پس تابع یک به یک است.

۹- تابع خطی است چون به میزان ثابت کاهش یافته بنابراین $(۰,۹)\ ,\ (۱,۷)\in f$

$$\Rightarrow m=\frac{۹-۷}{۰-۱}=-۲\ \ ,\ y-۹=-۲(x-۰)\Rightarrow y=-۲x+۹$$

و تابعی یک به یک است (توابع خطی $y=ax+b$ همگی یک به یک هستند)

۱۰- الف) $F=\frac{۹}{۵}c+۳۲\ ,\ c=-۲۰\Rightarrow F=\frac{۹}{۵}(-۲۰)+۳۲=-۳۶+۳۲=-۴$

ب) $F=۱۰۴\Rightarrow ۱۰۴=\frac{۹}{۵}c+۳۲\Rightarrow \frac{۹}{۵}c=۷۲\Rightarrow c=\frac{۵\times ۷۲}{۹}=۴۰$

ج) $F=\frac{۹}{۵}c+۳۲\Rightarrow \frac{۹}{۵}c=F-۳۲\Rightarrow c=\frac{F-۳۲}{\frac{۹}{۵}}=\frac{۵}{۹}(F-۳۲)$

د) بلی ، تابع خطی است

۱۱- $y=$ عرض و $x=$ طول

$$x=y+۳\ ,\ p=۲(x+y)\Rightarrow p=۲(y+۳+y)\Rightarrow p(y)=۴y+۶$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱۲- خیر ، در توابع یک به یک اگر دامنه متناهی باشد برد هم متناهی و تعداد عضوهای آنها باید با هم برابر باشد ، زیرا نظیر هر عضو از دامنه عضوی منحصر به فرد از برد نظیر آن وجود دارد.

۱۳- الف)

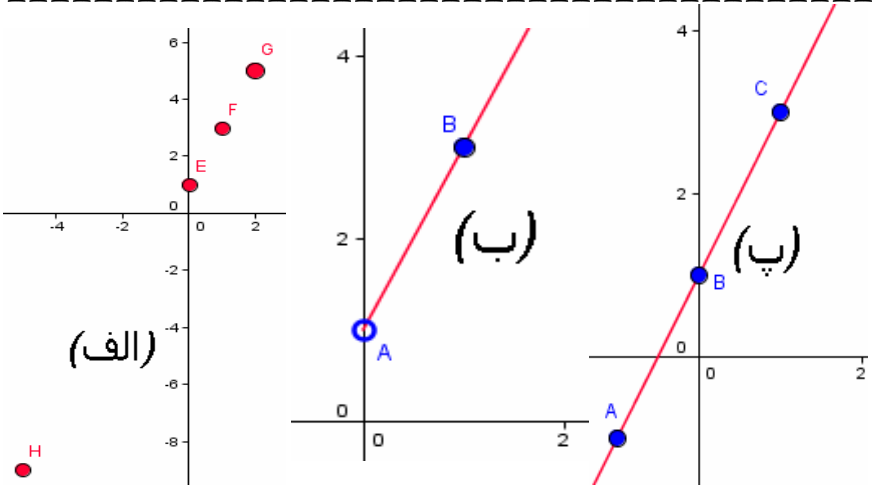
x	۰	۱	۲	−۵
$h(x)$	۱	۳	۵	−۹

ب)

x	۰	۱
$h(x)$	۱	۳

پ)

x	−۱	۰	۱
$h(x)$	−۱	۱	۳



۱۴-

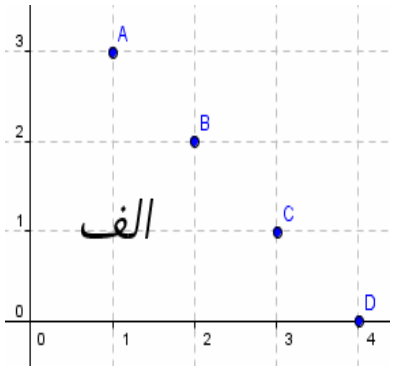
$$y = ax + ۰ \Rightarrow y = ax \quad , (۳,۱۵) \in f \Rightarrow ۱۵ = a(۳) \Rightarrow a = ۵$$

$$\Rightarrow y = ۵x \quad , \quad (۱۵,۳) \in f^{-۱} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x}{۵}$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱-

الف) $f=\{(۱,۳),(۲,۲),(۳,۱),(۴,۰)\}$

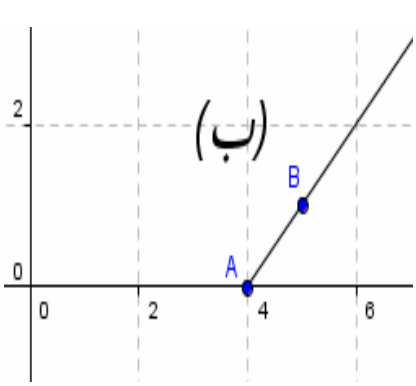


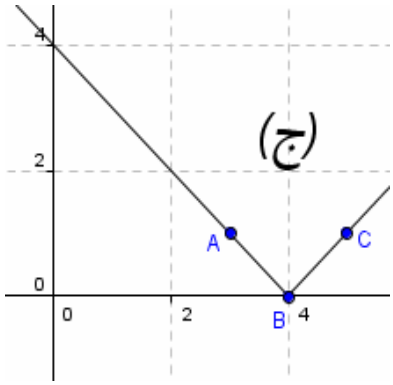
ب) $f(x)=|x-۴|\ ,\ D_f=[۴,+\infty)\Rightarrow$

x	۴	۵
y	۰	۱

ج) $f(x)=|x-۴|\ ,\ x\in R\Rightarrow$

x	۳	۴	۵
y	۱	۰	۱





۲-

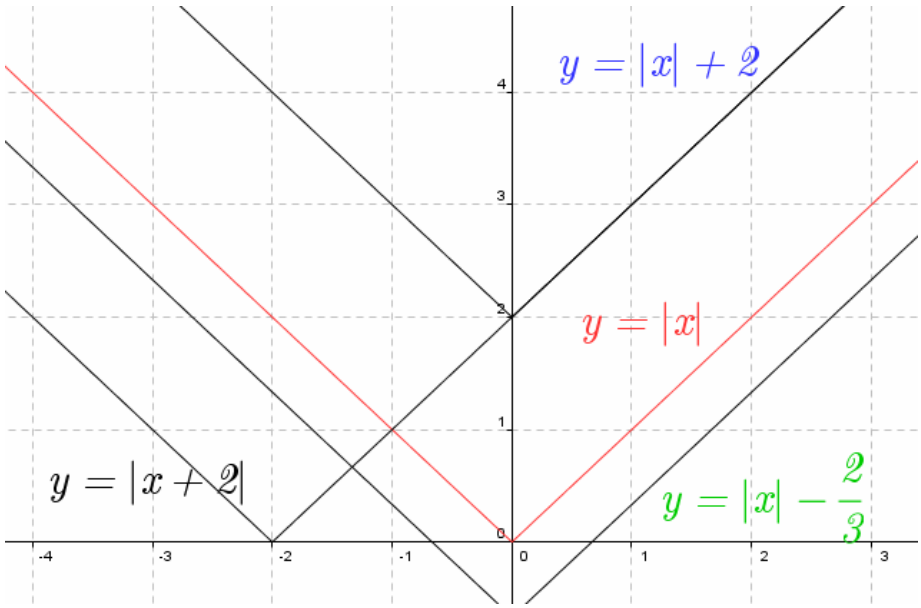
$$f(x)=|x|\Rightarrow \begin{array}{|c|ccc|}\hline x & -۱ & ۰ & ۱ \\ \hline y & ۱ & ۰ & ۱ \\ \hline \end{array}$$

برای رسم $f(x)=|x|+۲$ باید نمودار $f(x)=|x|$ را دو واحد به بالا انتقال داد.

برای رسم $g(x)=|x+۲|$ باید نمودار $f(x)=|x|$ را دو واحد به چپ انتقال داد.

برای رسم $h(x)=|x|-\frac{۲}{۳}$ باید نمودار $f(x)=|x|$ را $\frac{۲}{۳}$ واحد به پائین انتقال داد.

$$D_f=D_g=D_h=R\ ,\ R_f=[۲,+\infty)\ ,\ R_g=[۰,+\infty)\ ,\ R_h=[-\frac{۲}{۳},+\infty)$$



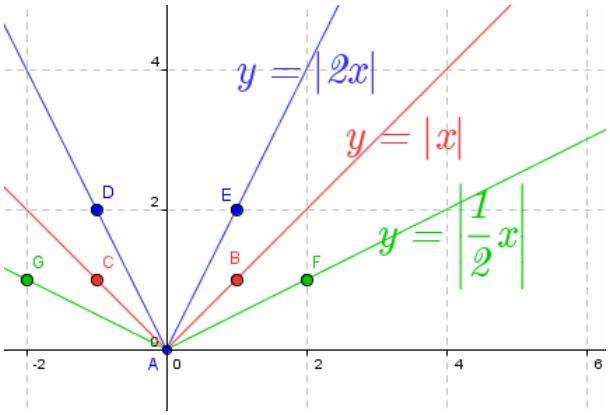
www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۳-

$$f(x)=|x| \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۱ & ۰ & ۱ \\ \hline y & ۱ & ۰ & ۱ \end{array}$$

$$f(x)=|۲x| \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۱ & ۰ & ۱ \\ \hline y & ۲ & ۰ & ۲ \end{array}$$

$$f(x)=\left|\frac{۱}{۲}x\right| \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۲ & ۰ & ۲ \\ \hline y & ۱ & ۰ & ۱ \end{array}$$



در تابع $y=|ax|$ با افزایش $|a|$ دو نیم خط تابع قدر مطلق به محور y ها نزدیک میشوند. (زاویه تندتر)

و بالعکس با کاهش $|a|$ دو نیم خط تابع قدر مطلق به محور x ها نزدیک میشوند. (زاویه بازتر)

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- الف+ب

(بالا چپ) $f(x)=(x-۳)^۲+۱\ ,\ D_f=R\ ,\ R_f=[۱,+\infty)$

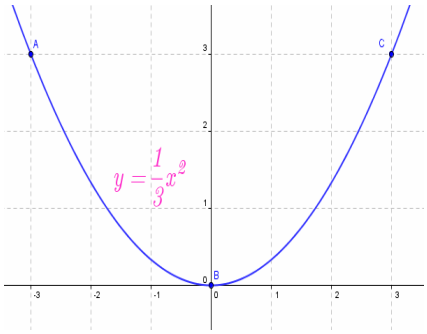
(بالا راست) $f(x)=(x+۱)^۲-۱\ ,\ D_f=R\ ,\ R_f=[-۱,+\infty)$

(پائین چپ) $f(x)=-(x+۱)^۲+۳\ ,\ D_f=R\ ,\ R_f=(-\infty,+۳]$

(پائین راست) $f(x)=(x-۵)^۲-۲\ \ D_f=R\ \ ,R_f=[-۲,+\infty)$

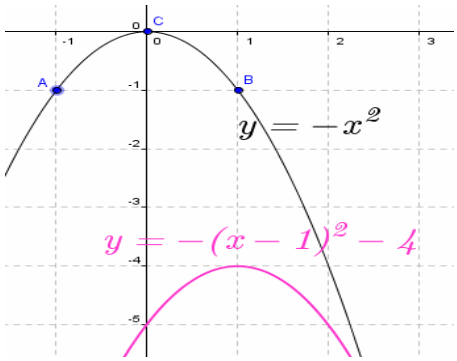
۲-

$$f(x)=\frac{۱}{۳}x^۲ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۳ & ۰ & ۳ \\ \hline y & ۳ & ۰ & ۳ \end{array}$$

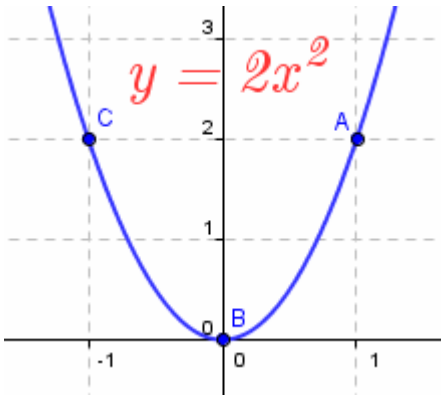


نمودار $f(x)=-x^۲ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۱ & ۰ & ۱ \\ \hline y & -۱ & ۰ & -۱ \end{array}$ را رسم کرده و

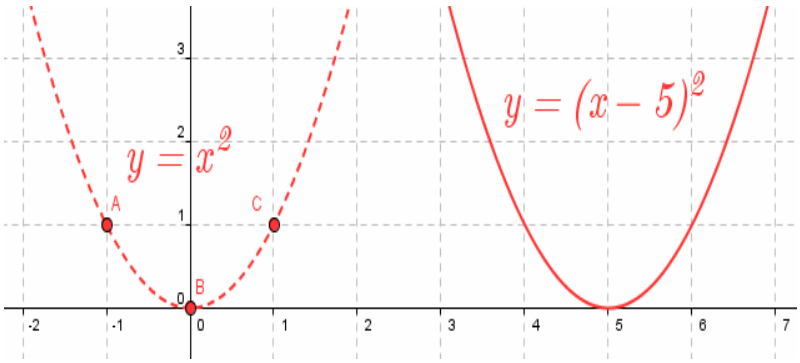
یک واحد به راست وچهارواحدبه پائین انتقال می دهیم.



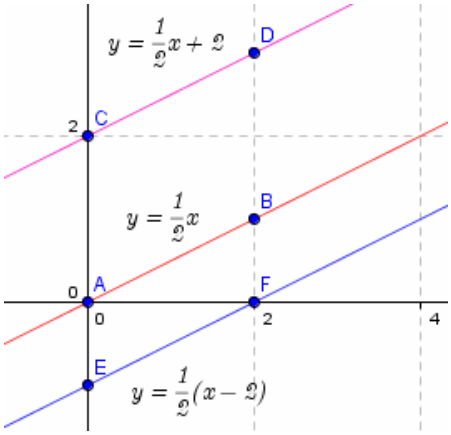
$$f(x)=۲x^۲ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۱ & ۰ & ۱ \\ \hline y & ۲ & ۰ & ۲ \end{array}$$



نمودار $f(x)=x^۲ \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -۱ & ۰ & ۱ \\ \hline y & ۱ & ۰ & ۱ \end{array}$ را رسم کرده و پنج واحد به سمت راست انتقال می دهیم.



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com



۱- $f(x)=\frac{1}{2}x \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline y & 0 & 1 \end{array}$, $g(x)=\frac{1}{2}x+2 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline y & 2 & 3 \end{array}$

$h(x)=\frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline y & -1 & 0 \end{array}$, $\begin{cases} D_f=D_g=D_h=R \\ R_f=R_g=R_h=R \end{cases}$

هر سه تابع خطی هستند.

۲- $y=\sqrt{2x}$, $2x\geq 0 \Rightarrow x\geq 0 \Rightarrow D_f=[0,+\infty)$

$y=\sqrt{-5+x}$, $-5+x\geq 0 \Rightarrow x\geq 5 \Rightarrow D_f=[5,+\infty)$

$y=\sqrt{-x+3}$, $-x+3\geq 0 \Rightarrow x\leq 3 \Rightarrow D_f=(-\infty,3]$

$y=\sqrt[3]{x} \Rightarrow D_f=R$

$f(x)=\sqrt{x-2}+1$, $x-2\geq 0 \Rightarrow x\geq 2 \Rightarrow D_f=[2,+\infty)$

$g(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x+3}$, $x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq -3 \Rightarrow D_g=[-3,+\infty)$

$h(x)=-\sqrt{x}+1$, $x\geq 0 \Rightarrow D_h=[0,+\infty)$

$y=\sqrt{-2x+7}$, $-2x+7\geq 0 \Rightarrow x\leq \frac{7}{2} \Rightarrow D_f=(-\infty,\frac{7}{2}]$

۳- الف) نادرست زیرا $D_f=R$, $R_f=[-1,+\infty)$

ب) نادرست زیرا $R_f=[-\frac{1}{3},+\infty)$

ج) درست

د) نادرست زیرا $f(1)\neq\frac{f(2)}{2}$, $f(1)=2(1)+1=3$, $f(2)=2(2)+1=5 \Rightarrow$

۴- $f(0)=2(0)-3=-3$, $f(1)=2(1)-3=-1$, $f(\frac{3}{2})=2(\frac{3}{2})-3=0$

$f(a)=2a-3$, $f(2x)=2(2x)-3=4x-3$, $f(x+1)=2(x+1)-3=2x-1$

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

$$f(x)=x^{۲}-\frac{۳}{۵}x-۱ \Rightarrow D_f=R$$

$$h(x)=\frac{۵}{x^{۲}-۲x}\ ,\ x^{۲}-۲x=۰ \Rightarrow x(x-۲)=۰ \Rightarrow x=۰\ or\ x=۲ \Rightarrow D_h=R-\{۰,۲\}$$

$$y=\frac{۳x^{۲}-x+۷}{x^{۲}-۲x-۳}\ ,\ x^{۲}-۲x-۳=۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow x=۳\ or\ x=-۱ \Rightarrow D_f=R-\{۳,-۱\}$$

$$g(x)=\frac{۱}{x^{۲}}\ ,\ x^{۲}=۰ \Rightarrow x=۰ \Rightarrow D_g=R-\{۰\}$$

$$y=\frac{۴x-۷}{۴}\ ,\ ۴\neq ۰ \Rightarrow D_f=R-\{\}=R$$

$$y=\frac{x}{\sqrt{x^{۲}+۱}}\ ,\ x^{۲}+۱>۰ \Rightarrow x\in R \Rightarrow D_f=R$$

۵-

$$f(z)=\frac{z+۲}{\sqrt{z-۲}}\ ,\ z-۲>۰ \Rightarrow z>۲ \Rightarrow D_f=(۲,+\infty)$$

$$y=\frac{\sqrt{x+۱}}{x}\ ,\ \begin{cases} x+۱\geq ۰ \Rightarrow x\geq -۱ \\ x\neq ۰ \end{cases} \Rightarrow D_f=[-۱,+\infty)-\{۰\}$$

۶-

$$f(x)=ax+b\ ,\ \begin{cases} f(۰)=-۳ \Rightarrow a(۰)+b=-۳ \Rightarrow b=-۳ \\ f(-۴)=۳ \Rightarrow a(-۴)+b=۳ \Rightarrow -۴a=۶ \Rightarrow a=-\frac{۳}{۲} \end{cases}$$

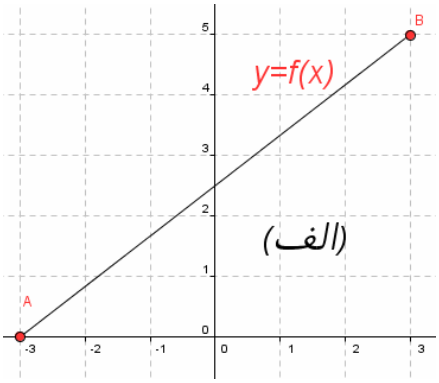
$$\Rightarrow f(x)=-\frac{۳}{۲}x-۳ \Rightarrow \begin{cases} f(-۱)=-\frac{۳}{۲}(-۱)-۳=-\frac{۳}{۲} \\ f(-۴)=-\frac{۳}{۲}(-۴)-۳=۳ \end{cases}$$

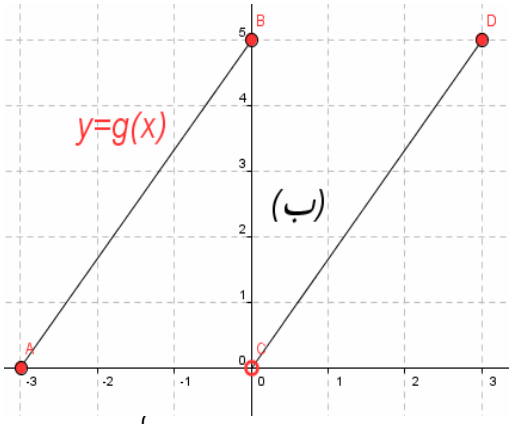
۷- دو تابع $f(x)=x\ ,\ g(x)=x+۱$ هر دو دارای دامنه وبرد R هستند و نمودار آنها موازی است و نقطه مشترک ندارند.

۸- $f(x-۱)=۵x\ ,\ x-۱=t \Rightarrow x=t+۱ \Rightarrow f(t)=۵(t+۱) \Rightarrow f(۷)=۵(۷+۱)=۴۰$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۹-





$$f(x)=\frac{۵}{۶}(x+۳)$$

$$g(x)=\begin{cases}\frac{۵}{۳}(x+۳) & -۳\le x\le ۰\\ \frac{۵}{۳}x & ۰<x\le ۳\end{cases}$$

۱۰- الف) نرخ حمل و نقل $=۸-۰/۰۵(۱۰۰-۸۰)=۷$ هزار تومان

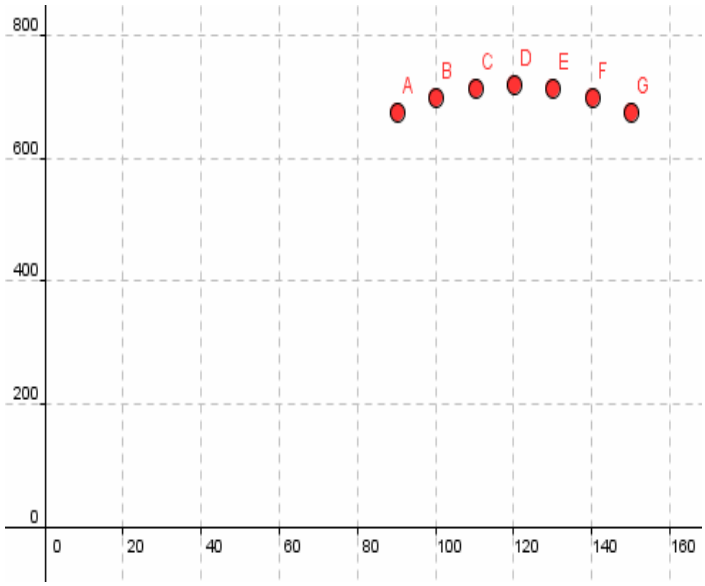
ب) $۷\times ۱۰۰=۷۰۰$ هزار تومان

ج) $R(n)=n(۸-۰/۰۵(n-۸۰))\ ,\ D_R=\{۹۰,۱۰۰,...,۱۵۰\}$ هزینه حمل ونقل برای n نفر

د)

n	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰
$R(n)$	۶۷۵	۷۰۰	۷۱۵	۷۲۰	۷۱۵	۷۰۰	۶۷۵

بیشترین تقاضای مسافران دربستی احتمالا گروههای ۱۲۰ نفری اند که برای آنها هزینه را ماکسیمم نموده است ، تا سود بیشتری به دست آید.



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱۱- الف) نادرست
$$g(a+b)=۲(a+b)+۱\ ,\ g(a)+g(b)=۲a+۱+۲b+۱=۲(a+b)+۲$$
$$\Rightarrow g(a+b)\neq g(a)+g(b)$$

درست
$$f(a+b)=۳(a+b)\ ,\ f(a)+f(b)=۳a+۳b=۳(a+b)$$
$$\Rightarrow f(a+b)=f(a)+f(b)$$

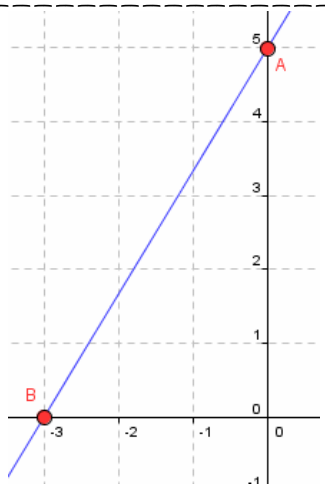
ب) نادرست
$$g(ab)=۲(ab)+۱\ ,\ g(a).g(b)=(۲a+۱)(۲b+۱)$$
$$\Rightarrow g(ab)\neq g(a).g(b)$$

نادرست
$$f(ab)=۳(ab)\ ,\ f(a).f(b)=(۳a)(۳b)=۹(ab)$$
$$\Rightarrow f(ab)\neq f(a).f(b)$$

ج) نادرست
$$g(kx)=۲kx+۱\ ,\ k.g(x)=k(۲x+۱)=۲kx+k$$
$$\Rightarrow g(kx)\neq k.g(x)$$

درست
$$f(kx)=۳kx\ ,\ k.f(x)=k(۳x)=۳kx\Rightarrow f(kx)=k.f(x)$$

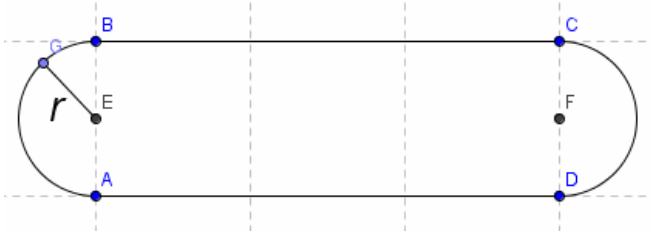
۱۲- الف)
$$f(x)=mx+b\ ,\ f(۲)=۵\Rightarrow m(۲)+b=۵\Rightarrow ۲m+b=۵$$
$$f(x+۲)=f(x)+۲\Rightarrow f(۴)=f(۲)+۲=۵+۲=۷$$
$$\Rightarrow m(۴)+b=۷\Rightarrow ۴m+b=۷\Rightarrow \begin{cases}۲m+b=۵\\ ۴m+b=۷\end{cases}\Rightarrow ۲m=۲$$
$$\Rightarrow m=۱\ ,\ b=۳\Rightarrow f(x)=x+۳\Rightarrow \begin{array}{c|cc}x & ۰ & -۳\\ \hline y & ۳ & ۰\end{array}$$



ب) اگر $m=۱$ باشد برقرار است یعنی ضابطه تابع باید $f(x)=x+b\ ,\ b\in R$ باشد.

۱۳- حجم دو نیم کره $V_۲=\frac{۴}{۳}\pi r^۳$ و حجم استوانه $V_۱=\pi r^۲h=۹۰۰\pi r^۲$

حجم تانکر $f(r)=۹۰۰\pi r^۲+\frac{۴}{۳}\pi r^۳\ ,\ r>۰$



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱۴- تابع f یک به یک نیست و $f=\{(۰,۴),(۲,۱),(۵,۱)\}$, $f(۰)=۴>۱=f(۲)$

۱۵- $D_f=[-۲,۵]$, $R_f=[-۳,۴]$

۱۶- $f(۰)=\frac{۰+۳}{۰^۲-۴}=-\frac{۳}{۴}$, $f(۱)=\frac{۱+۳}{۱^۲-۴}=-\frac{۴}{۳}$, $f(\sqrt{۲})=\frac{\sqrt{۲}+۳}{(\sqrt{۲})^۲-۴}=-\frac{\sqrt{۲}+۳}{۲}$

۱۷-
$$\left.\begin{array}{l} f(۱)=۱^۳+۲(۱)^۲+a(۱)+b=۵\Rightarrow a+b=۲ \\ f(-۲)=(-۲)^۳+۲(-۲)^۲+a(-۲)+b=-۱\Rightarrow -۲a+b=-۱ \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -۳a=-۳\Rightarrow a=۱\ ,\ b=۱\Rightarrow ۳a-۲b=۳(۱)-۲(۱)=۱$$

۱۸-
$$\frac{۰-۱}{x-۲}=\frac{۱-y}{۲-۰}\Rightarrow\frac{-۱}{x-۲}=\frac{۱-y}{۲}\Rightarrow ۱-y=\frac{-۲}{x-۲}\Rightarrow y=۱+\frac{۲}{x-۲}=\frac{x}{x-۲}$$

$$,\ S=\frac{۱}{۲}xy=\frac{۱}{۲}x(\frac{x}{x-۲})=\frac{۱}{۲}(\frac{x^۲}{x-۲})\ ,\ x-۲=۰\Rightarrow x=۲\Rightarrow D_S=R-\{۲\}$$

۱۹- تنها تابع k چون یک به یک است وارون پذیر است.

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- $۲x^۲-۲x+۱\geq ۰\ ,\ \Delta=(-۲)^۲-۴(۲\times ۱)=۴-۸=-۴<۰\ ,\ a=۲>۰$

بنابراین $۲x^۲-۲x+۱\geq ۰$

۲- $a>۰\ ,\ a+\frac{۱}{a}\geq ۲\Leftrightarrow a+\frac{۱}{a}-۲\geq ۰\Leftrightarrow \frac{a^۲+۱-۲a}{a}=\frac{(a-۱)^۲}{a}\geq ۰\Leftrightarrow ①$

رابطه ① همواره برقرار است چون مخرج مثبت و صورت آن نامنفی است.

۳- $(a+b)(\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b})\geq ۴\Leftrightarrow ۱+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+۱\geq ۴\Leftrightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq ۲\ ①$

رابطه ① طبق تمرین قبل برقرار است. $(a,b>۰\Rightarrow \frac{a}{b},\frac{b}{a}>۰)$

(در تمرین قبل به جای a عبارت $\frac{a}{b}$ قرار دهید)

۴- الف) $f(x)=\sqrt{-۲x^۲-۳x+۱}\ ,\ \Delta=(-۳)^۲-۴(-۲\times ۱)=۹+۸=۱۷\Rightarrow x=\frac{۳\pm\sqrt{۱۷}}{-۴}$

x	$-\infty$	$\frac{۳+\sqrt{۱۷}}{-۴}$	$\frac{۳-\sqrt{۱۷}}{-۴}$	$+\infty$
P	$-$	$+$	$-$	

$\Rightarrow D_f=[\frac{۳+\sqrt{۱۷}}{-۴}\ ,\ \frac{۳-\sqrt{۱۷}}{-۴}\ ]$

ب) $g(x)=\sqrt{x^۲+۱}\ ,\ x^۲+۱\geq ۱>۰\Rightarrow D_g=R$

ج) $h(x)=\sqrt{x(x-۳)^۲}\ \ ,\ x(x-۳)^۲=۰\Rightarrow x=۰\ or\ x=۳$

x	$-\infty$	۰	۳	$+\infty$
x	$-$	$+$	$+$	
$(x-۳)^۲$	$+$	$+$	$+$	
P	$-$	$+$	$+$	

$\Rightarrow D_h=[۰,+\infty)$

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

د) $i(x)=\sqrt{\frac{x-۱}{x-۲}}$, $x-۱=۰\Rightarrow x=۱$, $x-۲=۰\Rightarrow x=۲$

x	$-\infty$		۱		۲		$+\infty$
$x-۱$		$-$	۰	$+$		$+$	
$x-۲$		$-$		$-$	۰	$+$	
P		$+$	۰	$-$	ت	$+$	

$\Rightarrow D_i=(-\infty,۱]\cup(۲,+\infty)$

۵- برای مقادیری که $f(x)$ یعنی مقدار y مثبت یا صفر است (قسمتی از نمودار بالا وبر روی محور x ها) برابر دامنه $\sqrt{f(x)}$ است.

$D_{\sqrt{f(x)}}=(-\infty,-۴/۵]\cup[۱,۴]\cup[۶,+\infty)$

۶- برای همواره مثبت بودن باید $a>۰$, $\Delta<۰$ پس

$$\left.\begin{array}{l}\Delta=۳^۲-۴(a\times۱)=۹-۴a<۰\Rightarrow a>\frac{۹}{۴}\\ a>۰\end{array}\right\}①\cap②\Rightarrow a>\frac{۹}{۴}$$

۷-

$\Delta=(۲)^۲-۴(۱\times a)=۴-۴a$

$\Delta>۰\Rightarrow ۴-۴a>۰\Rightarrow a<۱$ معادله دارای دو ریشه متمایز است.

$\Delta=۰\Rightarrow ۴-۴a=۰\Rightarrow a=۱$ معادله دارای دو ریشه مساوی(ریشه مضاعف) است.

$\Delta<۰\Rightarrow ۴-۴a<۰\Rightarrow a>۱$ معادله دارای ریشه حقیقی نیست.

۸- ارتفاع یعنی y پس برای برقراری شرط مسأله باید $g(t)>h(t)$.

$-۳t^۲+۱۸t>-t^۲+۱۰t\Rightarrow -۲t^۲+۸t>۰$

$P=-۲t^۲+۸t=-۲t(t-۴)=۰\Rightarrow t=۰\ or\ t=۴$

t	$-\infty$		۰		۴		$+\infty$
$-۲t$		$+$	۰	$-$		$-$	
$t-۴$		$-$		$-$	۰	$+$	
P		$-$	۰	$+$	۰	$-$	

مقدار P در فاصله $۰<t<۴$ مثبت است.

پس طی ۴ ثانیه این اتفاق می افتد.

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱-

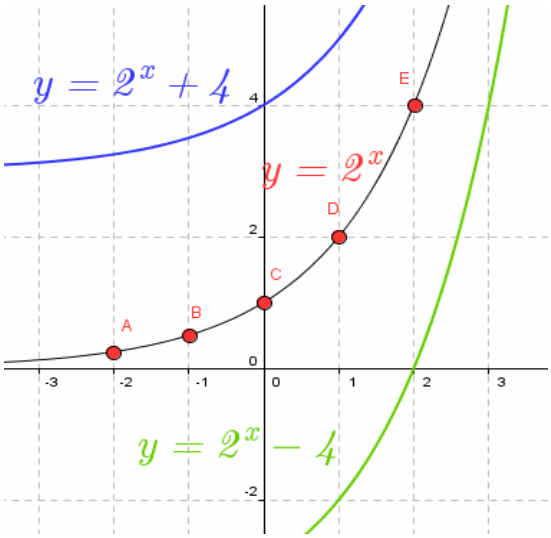
$y = ۲^x \Rightarrow$

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$	۱	۲	۴

انتقال ۳ واحد به بالا $\rightarrow y = ۲^x + ۳$

انتقال ۴ واحد به پائین $\rightarrow y = ۲^x - ۴$

الف)



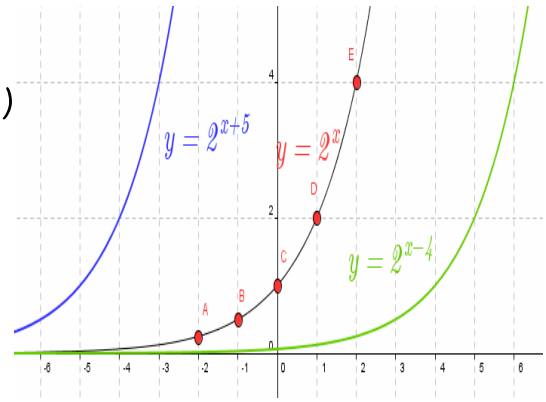
$y = ۲^x \Rightarrow$

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$	۱	۲	۴

انتقال ۵ واحد به چپ $\rightarrow y = ۲^{x+۵}$

انتقال ۴ واحد به راست $\rightarrow y = ۲^{x-۴}$

ب)



ج)

$y = ۲^x \Rightarrow$

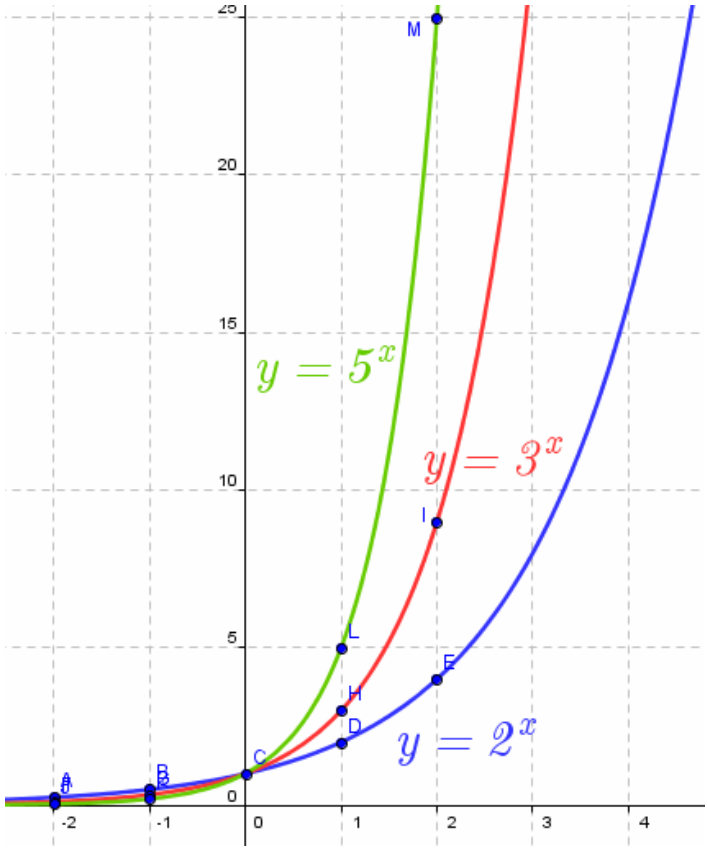
x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$	۱	۲	۴

$y = ۳^x \Rightarrow$

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{۱}{۹}$	$\frac{۱}{۳}$	۱	۳	۹

$y = ۵^x \Rightarrow$

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	$\frac{۱}{۲۵}$	$\frac{۱}{۵}$	۱	۵	۲۵



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۲- خیر ، به ازای افزایش ثابت x ، مقدار y به میزان ثابت ۶ افزوده می شود. $y=۱۵+\frac{۳}{۵}x$

۳- الف)نمائی ب) چند جمله ای درجه دوم (سهمی) ج)چند جمله ای درجه اول (خط)
د) چندجمله ای درجه چهارم ه) نمائی و) چندجمله ای درجه دوم(سهمی) ز) چند جمله ای درجه اول (خط)

٤- با افزایش مقدار x مقدار y کاهش می یابد($a=\frac{۱}{۳}<۱$) پس نرگس نمودارراددرست رسم کرده است.

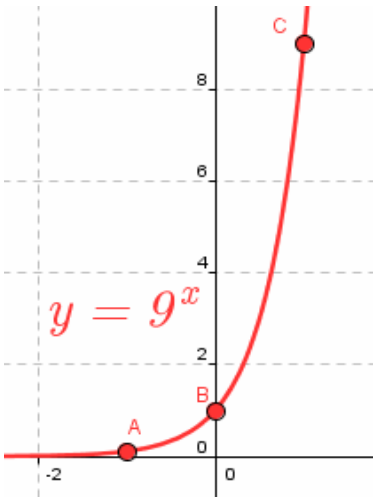
۵- $y=۳^x$ تابع نمائی و $y=x^۳$ تابع چند جمله ای درجه سوم است.

۶-

الف) $y=۹^x \Rightarrow$

x	-۱	۰	۱
y	$\frac{۱}{۹}$	۱	۹

$x=۰/۸ \Rightarrow y=۹^{۰/۸}\approx ۶$,



ب) $y=(\frac{۱}{۴})^x \Rightarrow$

x	-۱	۰	۱
y	۴	۱	$\frac{۱}{۴}$

$x=۱/۷ \Rightarrow y=(\frac{۱}{۴})^{۱/۷}\approx ۰/۱$,

ج) $y=۱۰^x \Rightarrow$

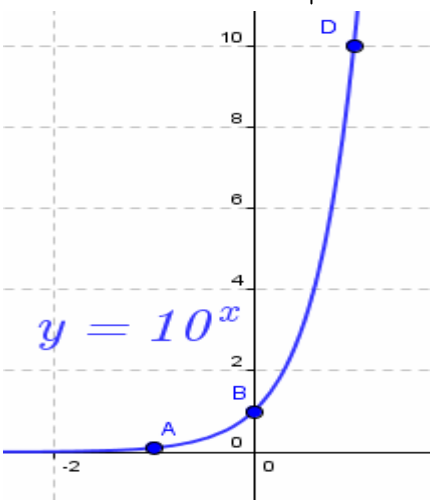
x	-۱	۰	۱
y	$\frac{۱}{۱۰}$	۱	۱۰

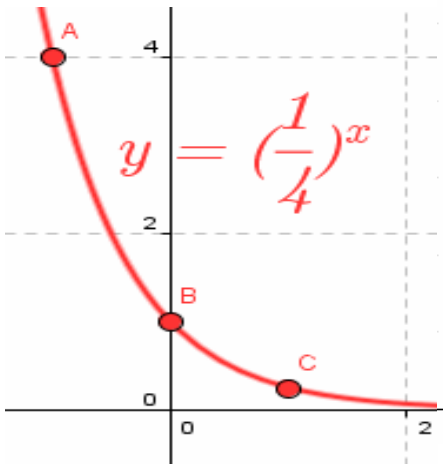
$x=۰/۳ \Rightarrow y=۱۰^{۰/۳}\approx ۲$,

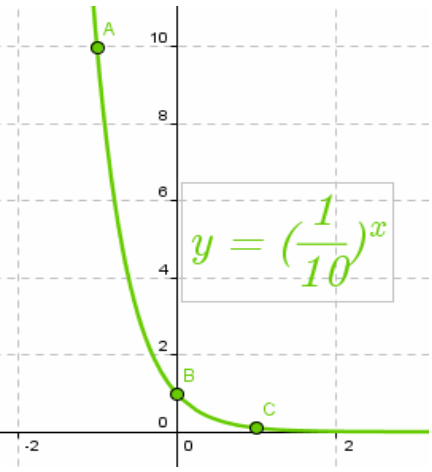
د) $y=(\frac{۱}{۱۰})^x \Rightarrow$

x	-۱	۰	۱
y	۱۰	۱	$\frac{۱}{۱۰}$

$x=-۱/۳ \Rightarrow y=(\frac{۱}{۱۰})^{-۱/۳}\approx ۲۰$,







www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۷- الف) $y = ۶^x$ نمائی، زیرا به ازای افزایش یک واحدی x مقدار y ، ۶ برابر می شود.

ب) $y = ۲x - ۳$ خطی، زیرا به ازای افزایش دو واحدی x مقدار y ، ۴واحد افزوده می شود.

ج) $y = ۳x + ۱$ خطی، زیرا به ازای کاهش یک واحدی x مقدار y ، ۳واحد کاهش می یابد.

د) $y = (\frac{۱}{۲})^x$ نمائی، زیرا به ازای افزایش یک واحدی x مقدار y ، نصف می شود.

ه) $y = \frac{۶۴}{۳}(\sqrt[۱۰]{\frac{۳}{۴}})^x$ نمائی، زیرا به ازای افزایش ده واحدی x مقدار y ، $\frac{۳}{۴}$ برابرمی شود.

و) نه خطی و نه نمائی زیرا به ازای افزایش یک واحدی نه با عدد ثابت جمع و نه در عددی ثابت ضرب شده است.

۸- الف) نمائی ب) (چند جمله ای درجه دوم) سهمی ج) (چند جمله ای درجه اول) خطی

د) نمائی ه) (چند جمله ای درجه اول) خطی و) چند جمله ای درجه دوم (سهمی)

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- $\log_c^{abd} = \log_c^{(ab)d} = \log_c^{ab} + \log_c^{d} = \log_c^{a} + \log_c^{b} + \log_c^{d}$

۲- $\log ۳^{۵} = \log(۳\times۳\times۳\times۳\times۳) = \log ۳ + \log ۳ + \log ۳ + \log ۳ + \log ۳ = ۵\times\log ۳$

۳- $\log_c^{a^n} = \log_c^{\overbrace{a.a.....a}^{n}} = \overbrace{\log_c^{a} + \log_c^{a} + ... + \log_c^{a}}^{n} = n\log_c^{a}$

٤- ۱) $\log_{۱۰}^{۱۰۰} = \log_{۱۰}^{۱۰^{۲}} = ۲\log_{۱۰}^{۱۰} = ۲\times۱ = ۲$ ۲) $\log_{۱۰}^{۱۰۰۰} = \log_{۱۰}^{۱۰^{۳}} = ۳\log_{۱۰}^{۱۰} = ۳\times۱ = ۳$

۳) $\log_{۱۰}^{۴} + \log_{۱۰}^{۲۵} = \log_{۱۰}^{۴\times۲۵} = \log_{۱۰}^{۱۰^{۲}} = ۲\log_{۱۰}^{۱۰} = ۲\times۱ = ۲$

٤) $۲\log_{۱۰}^{۴} + \log_{۱۰}^{۴} = ۳\log_{۱۰}^{۴} = ۳\log_{۱۰}^{۲^{۲}} = ۶\log_{۱۰}^{۲}$

۵- ۱) $\log_{۱۰}^{۱۸} = \log_{۱۰}^{۲\times۳^{۲}} = \log_{۱۰}^{۲} + \log_{۱۰}^{۳^{۲}} = \log_{۱۰}^{۲} + ۲\log_{۱۰}^{۳} = m + ۲n$

۲) $\log_{۱۰}^{۳۲} + \log_{۱۰}^{۲۷} = \log_{۱۰}^{۲^{۵}} + \log_{۱۰}^{۳^{۳}} = ۵\log_{۱۰}^{۲} + ۳\log_{۱۰}^{۳} = ۵m + ۳n$

۶- $\log_{۴}^{۳۲} = \log_{۴}^{۲^{۵}} = ۵\log_{۴}^{۲} = ۵(۰/۵) = ۲/۵$

۷- ۱) $\log_{۲}^{۱۶} = \log_{۲}^{۲^{۴}} = ۴\log_{۲}^{۲} = ۴(۱) = ۴$

۲) $\log_{۷}^{\frac{۱}{۴۹}} = \log_{۷}^{\frac{۱}{۷^{۲}}} = \log_{۷}^{۷^{-۲}} = -۲\log_{۷}^{۷} = -۲(۱) = -۲$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۳) $\log_{۲}^{\sqrt{۸}} = \log_{۲}^{\sqrt[۲]{۲^{۳}}} = \log_{۲}^{۲^{\frac{۳}{۲}}} = \frac{۳}{۲}\log_{۲}^{۲} = \frac{۳}{۲}(۱) = \frac{۳}{۲}$

٤) $\log_{۳}^{\frac{۵۴}{۲}} = \log_{۳}^{۲۷} = \log_{۳}^{۳^{۳}} = ۳\log_{۳}^{۳} = ۳(۱) = ۳$

٥) $\log_{۱۰}^{۲۵} + \log_{۱۰}^{۴} = \log_{۱۰}^{۱۰۰} = \log_{۱۰}^{۱۰^{۲}} = ۲\log_{۱۰}^{۱۰} = ۲(۱) = ۲$

٦) $\log_{۱۰}^{۴} + \log_{۱۰}^{۲۵۰} = \log_{۱۰}^{۱۰۰۰} = \log_{۱۰}^{۱۰^{۳}} = ۳\log_{۱۰}^{۱۰} = ۳(۱) = ۳$

۷) $\log \frac{۲۴ \times ۱۲۵}{۹^{\frac{۱}{۲}}} = \log ۱۰۰۰ = \log ۱۰^{۳} = ۳\log ۱۰ = ۳(۱) = ۳$

۸) $\log_{۱۰}^{\frac{(\sqrt[۳]{۴})^{۳}}{۲۵}} = \log_{۱۰}^{\frac{۴}{۲۵}} = \log_{۱۰}^{\frac{۱۶}{۱۰۰}} = \log ۱۶ - \log ۱۰۰ = \log ۲^{۴} - \log ۱۰^{۲} = ۴\log ۲ - ۲$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- ق ق

۱) $\log_{۹}^{x}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow x=۹^{\frac{۳}{۲}}=(۳^{۲})^{\frac{۳}{۲}}=۳^{۲(\frac{۳}{۲})}=۳^{۳}=۲۷\Rightarrow x=۲۷$

۲) $x+۱=۵^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow x+۱=\sqrt{۵}\Rightarrow x=\sqrt{۵}-۱$ ق ق

۳) $\log(۴-x)=\log(\frac{۶-x}{x})\Rightarrow\frac{۴-x}{۱}=\frac{۶-x}{x}\Rightarrow ۴x-x^{۲}=۶-x\Rightarrow x^{۲}-۵x+۶=۰$ ق ق

$\Rightarrow(x-۲)(x-۳)=۰\Rightarrow x=۲\quad or\quad x=۳$

٤) $\log_{۳}^{۵x}=\log_{۳}^{۱۰}\Rightarrow ۵x=۱۰\Rightarrow x=\frac{۱۰}{۵}=۲$ ق ق

۵) $\log_{۴}^{۹a}=\log_{۴}^{۲۷}\Rightarrow ۹a=۲۷\Rightarrow a=\frac{۲۷}{۹}\Rightarrow a=۳$ ق ق

٦) $\log_{۱۰}^{\frac{۱۶}{۲x}}=\log_{۱۰}^{۲}\Rightarrow\frac{۱۶}{۲x}=۲\Rightarrow ۴x=۱۶\Rightarrow x=\frac{۱۶}{۴}=۴$ ق ق

۷) $\log_{۷}^{\frac{۲۴}{x+۵}}=\log_{۷}^{۸}\Rightarrow\frac{۲۴}{x+۵}=\frac{۸}{۱}\Rightarrow x+۵=\frac{۲۴}{۸}=۳\Rightarrow x=۳-۵=-۲$ ق ق

۸) $\log_{۲}^{n}=\log_{۲}^{۱۶^{\frac{۱}{۲}}}+\log_{۲}^{۴۹}=\log_{۲}^{۲\times۴۹}\Rightarrow n=۲\times۴۹=۹۸$ ق ق

۹) $\log_{a}^{۴n}-\log_{a}^{x^{۲}}=\log_{a}^{x}\Rightarrow\log_{a}^{\frac{۴n}{x^{۲}}}=\log_{a}^{x}\Rightarrow\frac{۴n}{x^{۲}}=x=\frac{x}{۱}\Rightarrow x^{۳}=۴n\Rightarrow x=\sqrt[۳]{۴n}$ ق ق

۱۰) $\log_{b}^{۸}+\log_{b}^{n^{۳}}=\log_{b}^{(x-۱)^{۳}}\Rightarrow ۸n^{۳}=(x-۱)^{۳}=(۲n)^{۳}\Rightarrow ۲n=x-۱\Rightarrow x=۲n+۱$ ق ق

۱۱) $\log_{۱۰}^{z(z+۳)}=۱\Rightarrow z(z+۳)=۱۰^{۱}=۱۰\Rightarrow z^{۲}+۳z-۱۰=۰\Rightarrow(z+۵)(z-۲)=۰$

$\Rightarrow z+۵=۰\quad or\quad z-۲=۰\Rightarrow z=-۵\quad or\quad z=۲$

که $z=-۵$ قابل قبول نیست ، چون $\log_{۱۰}^{-۵}$ تعریف نشده است.

تذکر : در تمام معادلات لگاریتمی جواب به دست آمده باید در معادله اصلی امتحان شوند.

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱۲) $\log_{۶}^{۲(a^{۲}+۲)}=۲\Rightarrow ۲(a^{۲}+۲)=۶^{۲}\Rightarrow a^{۲}+۲=\frac{۳۶}{۲}=۱۸$

$$\Rightarrow a^{۲}=۱۸-۲=۱۶\Rightarrow a=\pm ۴$$

به ازای $a=\pm ۴$ عبارت $a^{۲}+۲$ مثبت پس هر دو قابل قبولند.

۱۳) $\log_{۲}^{(t+۲)(t-۲)}=۱\Rightarrow t^{۲}-۴=۱\Rightarrow t^{۲}=۵\Rightarrow t=\pm\sqrt{۵}$

به ازای $t=-\sqrt{۲}$ عبارت $t-۲$ منفی پس غیر قابل قبول است.

۱٤) $\log_{۴}^{x(x-۶)}=۲\Rightarrow x^{۲}-۶x=۴^{۲}=۱۶\Rightarrow x^{۲}-۶x-۱۶=۰$

$$\Rightarrow (x-۸)(x+۲)=۰\Rightarrow x=۸\quad or\quad x=-۲$$

به ازای $x=-۲$ عبارت $x-۶$ منفی پس غیر قابل قبول است.

۱۵) $\log_{\frac{۱}{۱۰}}^{x^{۲}-۱}=-۱\Rightarrow x^{۲}-۱=(\frac{۱}{۱۰})^{-۱}=(\frac{۱۰}{۱})^{۱}=۱۰\Rightarrow x^{۲}=۱۰+۱=۱۱\Rightarrow x=\pm\sqrt{۱۱}$

به ازای $x=\pm\sqrt{۱۱}$ عبارت $x^{۲}-۱$ مثبت پس هر دو قابل قبولند.

۲- ۱) $\log_{c}^{\frac{۱}{x}}+\log_{c}^{x}=\log_{c}^{\frac{۱}{x}(x)}=\log_{c}^{۱}=۰\Rightarrow \log_{c}^{\frac{۱}{x}}=-\log_{c}^{x}$

۲) با استفاده از قسمت ۳ این تمرین قسمت ۲ را ثابت می کنیم

$$e^{\log_{e}^{c}\times\log_{c}^{a}}=(e^{\log_{e}^{c}})^{\log_{c}^{a}}=c^{\log_{c}^{a}}=a\Rightarrow \log_{e}^{a}=\log_{e}^{c}\times\log_{c}^{a}\Rightarrow \log_{c}^{a}=\frac{\log_{e}^{a}}{\log_{e}^{c}}$$

۳) $c^{x}=a\Rightarrow \log_{c}^{a}=x\Rightarrow c^{\log_{c}^{a}}=a$

٤) $c^{a}=c^{a}\Rightarrow \log_{c}^{c^{a}}=a$ با استفاده از تعریف لگاریتم

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۳-

۱) $\log_{۲۷}^{۳} \times \log_{۳}^{۲۷} = \frac{\log ۳}{\log ۲۷} \times \frac{\log ۲۷}{\log ۳} = ۱$

۲) $\log_{۷}^{۴۹} = \log_{۷}^{۷^۲} = \frac{\log ۷^۲}{\log ۷} = \frac{۲\log ۷}{\log ۷} = ۲$

۳) $\log_{۲}^{۸} = \log_{۲}^{۲^۳} = ۳\log_{۲}^{۲} = ۳ \;,\; \log_{۳}(\log_{۲} ۸) = \log_{۳} ۳ = ۱$

$$\Rightarrow \log_{۳}(\log_{۳}(\log_{۲} ۸)) = \log_{۳} ۱ = ۰$$

۴- راه حل دوم مطابق تعریف لگاریتم و درست است.

۵- نادرست زیرا $\log(a-b) \neq \log a - \log b = \log \frac{a}{b}$

۶-

$$\log_{۱۰}(x+۲) = \log_{۱۰} ۸ - \log_{۱۰}(x-۵) \Rightarrow x+۲ = \frac{۸}{x-۵}$$

$$\Rightarrow (x+۲)(x-۵) = ۸ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۱۰ = ۸ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۱۸ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۶)(x+۳) = ۰ \Rightarrow x = ۶ \quad or \quad x = -۳$$

با جایگذاری داریم

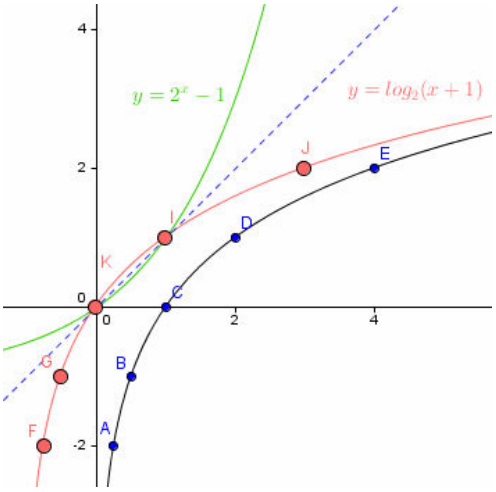
$$x = ۶ \Rightarrow \log_{۱۰} ۸ = \log_{۱۰} ۸ - \log_{۱۰} ۱ \Rightarrow \checkmark$$

$$x = -۳ \Rightarrow \log_{۱۰} -۱ = \log_{۱۰} ۸ - \log_{۱۰}(-۸) \Rightarrow \times$$

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۷- کافیست نمودار تابع $y=\log_{۲} x$ را یک واحد به چپ انتقال دهیم تا $y=\log_{۲} x+۱$ به دست آید .



$$y=\log_{۲} x \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & \frac{۱}{۴} & \frac{۱}{۲} & ۱ & ۲ & ۴ \\ \hline y & -۲ & -۱ & ۰ & ۱ & ۲ \end{array}$$

۸- اسید

۱) $PH=-\log(۲/۹\times ۱۰^{-۴})=-\log ۲۹-\log ۱۰^{-۵}=-۱/۴۶+۵=۳/۵۴$

۲) باز

$$PH=-\log(۲/۵\times ۱۰^{-۱۱})=-\log(۲۵\times ۱۰^{-۱۲})$$
$$=-\log ۲۵-\log ۱۰^{-۱۲}=-۱/۳۹+۱۲=۱۰/۶۱$$

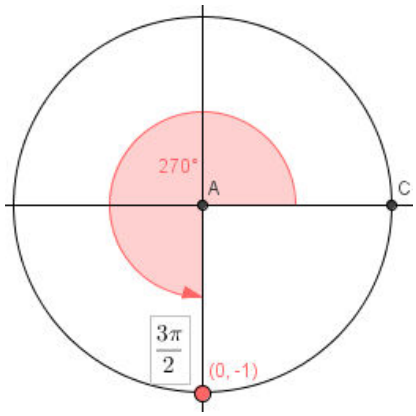
۳) $PH=-\log(۱\times ۱۰^{-۷})=-(-۷)=۷$ خنثی

مقدار غلظت در آب خالص که خنثی است برابر $۱۰^{-۷}$ مول بر لیتر است.

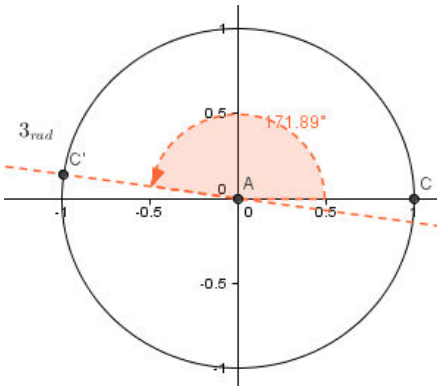
www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱-

الف)



ب)



۲- ۳- رادیان برابر $\left|\frac{-3}{2\pi}\right| \approx ۰/۴۷۷$ از کل دایره و -3π رادیان $\left|\frac{-3\pi}{2\pi}\right| = \frac{3}{2} = ۱/۵$ از کل دایره را طی می کند.

$$\frac{\pi}{3}\left|\frac{۱۸۰}{x}\right. \Rightarrow x = \frac{۵۴۰}{\pi} \approx ۱۷۱/۸۹۲^\circ \quad , \quad \frac{\pi}{3\pi}\left|\frac{۱۸۰}{x}\right. \Rightarrow x = \frac{۵۴۰\pi}{\pi} = ۵۴۰^\circ$$

پس اولی معادل $-۱۷۱/۸۹۲^\circ$ و دومی معادل -۵۴۰° است.

۳- زاویه بین هردوعدد بر ساعت برابر $۳۶۰^\circ \div ۱۲ = ۳۰^\circ$ است . پس عقربه ساعت شمار از ۱ تا ۳ بعدازظهر $۲ \times ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$ را طی می کند.

$$\frac{\pi}{x}\left|\frac{۱۸۰}{۶۰}\right. \Rightarrow x = \frac{۶۰\pi}{۱۸۰} = \frac{\pi}{۳}$$

۴-

$$\frac{۶۰\ min}{x}\left|\frac{۲\pi}{۲/۵\pi}\right. \Rightarrow x = \frac{۲/۵\pi \times ۶۰}{۲\pi} = ۷۵\ min$$

۵- فاصله بین دو کابین $\frac{۲\pi}{۴۰} = \frac{\pi}{۲۰}$ است و

$$\frac{\frac{\pi}{۲۰}}{\frac{۴۷\pi}{۱۰}}\left|\frac{۱}{x}\right. \Rightarrow x = \frac{۴۷\pi}{۱۰} \div \frac{\pi}{۲۰} = ۹۴$$ حرکت

چون از کابین ۳ شروع کردیم $۳ + ۹۴ = ۹۷$ امین کابین از کابین اول جابجا خواهد شد که باقیمانده آن بر ۴۰ برابر ۱۷ است . پس در اینصورت در موقعیت کابین ۱۷ قرار می گیرید.

۶-

$$\frac{۳۶۰^\circ}{\theta}\left|\frac{۲\pi(۶۴۴۰)\ km}{۱۰۰۰ km}\right. \Rightarrow \theta = \frac{۳۶۰ \times ۱۰۰۰}{۲\pi \times ۶۴۴۰} = \frac{۳۶۰۰۰۰}{۴۰۴۶۳} \approx ۸/۹^\circ$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

$$tan(\frac{۱۱\pi}{۶}) = tan(\frac{۱۲\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶}) = tan(۲\pi - \frac{\pi}{۶}) = -tan(\frac{\pi}{۶}) = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$cos(۳۰۰^\circ) = cos(۳۶۰^\circ - ۶۰^\circ) = cos(۶۰^\circ) = \frac{۱}{۲}$$

۱- $$sin(\frac{۳\pi}{۴}) = sin(\frac{۴\pi}{۴} - \frac{\pi}{۴}) = sin(\pi - \frac{\pi}{۴}) = sin(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

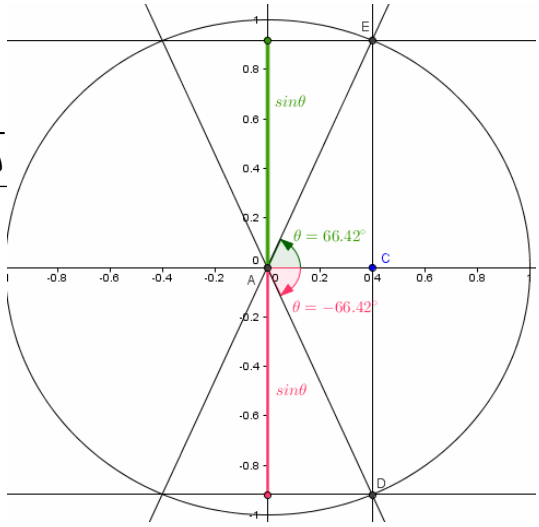
$$sin(۱۳۵^\circ) = sin(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = sin(۴۵^\circ) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$cos(\frac{۷\pi}{۴}) = cos(\frac{۸\pi}{۴} - \frac{\pi}{۴}) = cos(۲\pi - \frac{\pi}{۴}) = cos(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۲- الف) $$sin^۲\theta + cos^۲\theta = ۱ \Rightarrow sin^۲\theta + \frac{۴}{۲۵} = ۱$$

$$\Rightarrow sin^۲\theta = ۱ - \frac{۴}{۲۵} = \frac{۲۱}{۲۵} \Rightarrow sin\theta = \pm\frac{\sqrt{۲۱}}{۵}$$

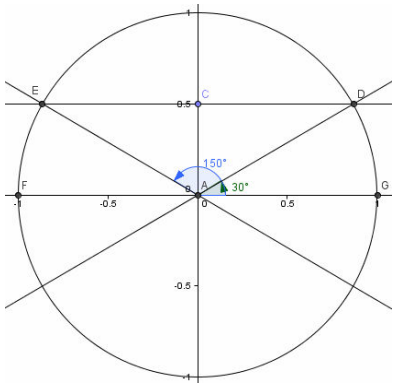
ب)



۳- چون دایره مثلثاتی است پس $cos\theta = \frac{۱}{\sqrt{۵}}$, $sin\theta = -\frac{۲}{\sqrt{۵}}$ و بنابراین

$$tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta} = -\frac{۲}{\sqrt{۵}} \div \frac{۱}{\sqrt{۵}} = \frac{-۲}{۱} = -۲$$

۴- الف) $$sin\theta = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta_۱ = \frac{\pi}{۶} \ , \ \theta_۲ = \pi - \frac{\pi}{۶} = \frac{۵\pi}{۶}$$

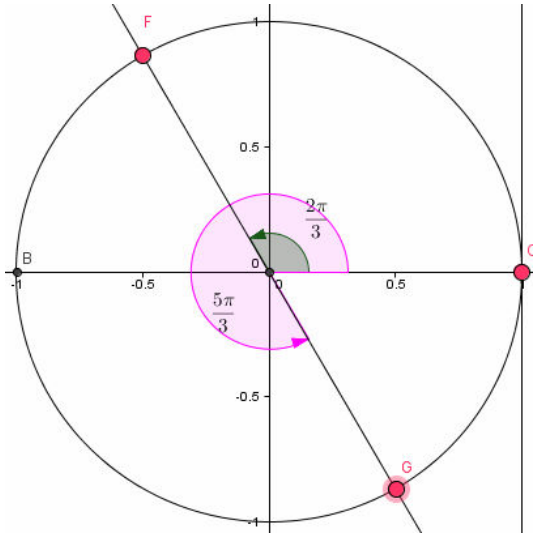


www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

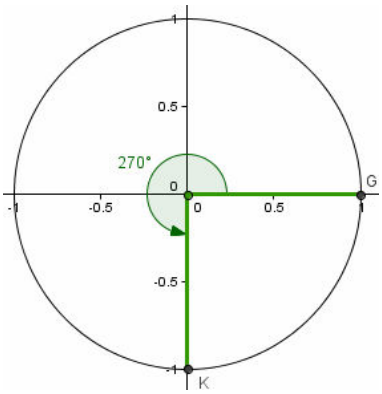
ب)

$$\tan\theta = -\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \theta_۱ = ۲\pi - \frac{\pi}{۳} = \frac{۵\pi}{۳},\ \theta_۲ = \pi - \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{۳}$$



ج)



$$\cos\theta = ۰\ ,\ ۰ < \theta < ۲\pi \Rightarrow \theta = \frac{۳\pi}{۲}$$

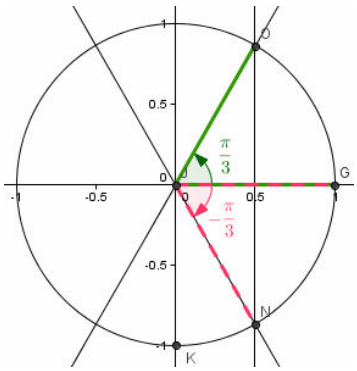
۵-

$$\sin(۲\pi + \frac{\pi}{۳}) = \sin(\frac{\pi}{۳}) = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad , \quad \cos(۲\pi - \frac{\pi}{۶}) = \cos(-\frac{\pi}{۶}) = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

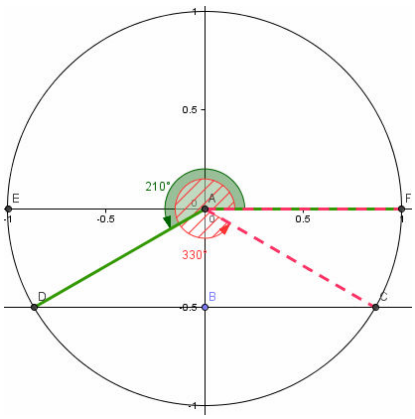
$$\sin(۲\pi - \frac{\pi}{۴}) = \sin(-\frac{\pi}{۴}) = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad , \quad \cos(۲\pi + \frac{۲\pi}{۳}) = \cos(\frac{۲\pi}{۳}) = -\cos(\frac{\pi}{۳}) = -\frac{۱}{۲}$$

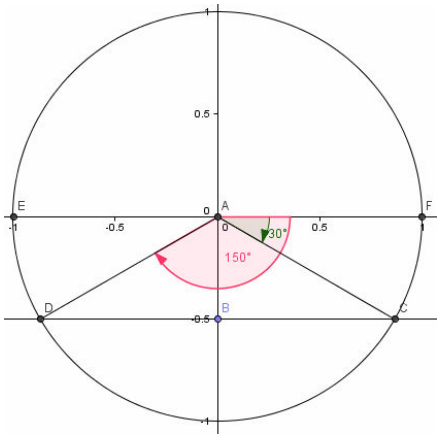
۶-

$$\cos\theta = \frac{۱}{۲}\ ,\ -\frac{\pi}{۲} < \theta < \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۳} \quad or \quad \theta = -\frac{\pi}{۳}$$



۷- (الف) $\theta = \frac{۱۱\pi}{۶}\ ,\ \theta = \frac{۷\pi}{۶}$ (ب) $\theta = -\frac{۵\pi}{۶}\ ,\ \theta = -\frac{\pi}{۶}$





www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

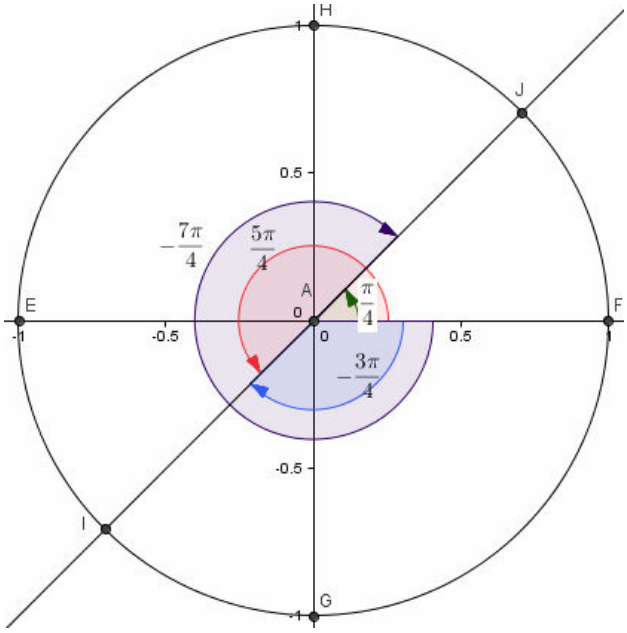
۸-

$$\sin\theta = \cos\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = ۱$$

$$\Rightarrow \theta_۱ = \frac{\pi}{۴} \ , \ \theta_۲ = \pi + \frac{\pi}{۴} = \frac{۵\pi}{۴}$$

$$\theta_۳ = -(\frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}) = -\frac{۳\pi}{۴} \ ,$$

$$\theta_۴ = -(\frac{۳\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}) = -\frac{۷\pi}{۴}$$



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

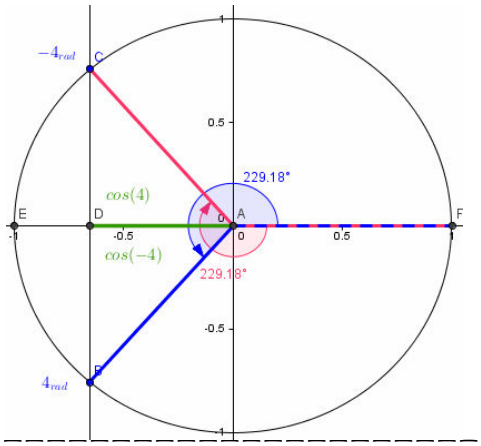
۱- الف) $y = ۱ + ۲\sin(\frac{۳\pi}{۶}) = ۱ + ۲\sin(\frac{\pi}{۲}) = ۱ + ۲(۱) = ۳$

ب) $y = -۱ + \frac{۳}{۴}\cos(\frac{۲\pi}{۶} - \frac{\pi}{۲}) = -۱ + \frac{۳}{۴}\sin(\frac{\pi}{۳}) = -۱ + \frac{۳}{۴}(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = \frac{۳\sqrt{۳} - ۸}{۸}$

ج) $y = ۴ - \frac{۲}{۳}\sin(\frac{۳\pi}{۶} - \pi) = ۴ - \frac{۲}{۳}\sin(-\frac{\pi}{۲}) = ۴ + \frac{۲}{۳} = \frac{۱۴}{۳}$

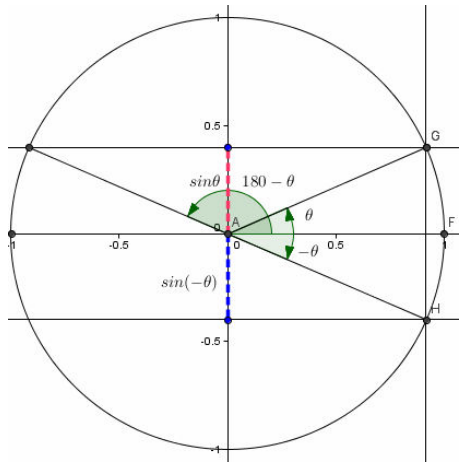
۲- با توجه به اینکه $\pi = ۳/۱۴$ پس

و همانطور که ملاحظه می گردد تساوی درست است.



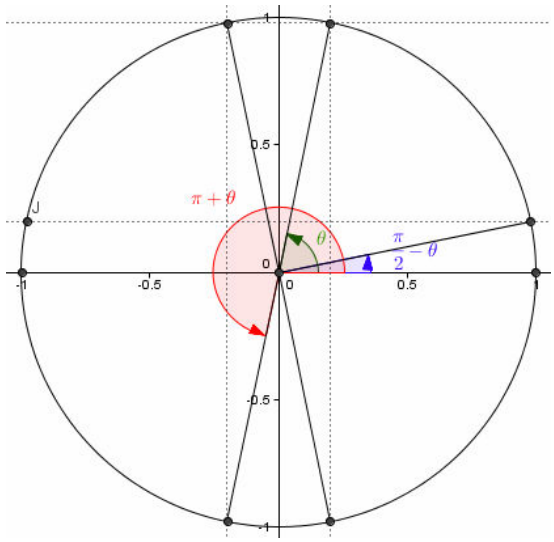
۳-

با توجه به شکل ملاحظه می شود که $\sin(-\theta)$ قرینه $\sin\theta$ و عبارت $\sin(۱۸۰ - \theta)$ برابر $\sin\theta$ است.

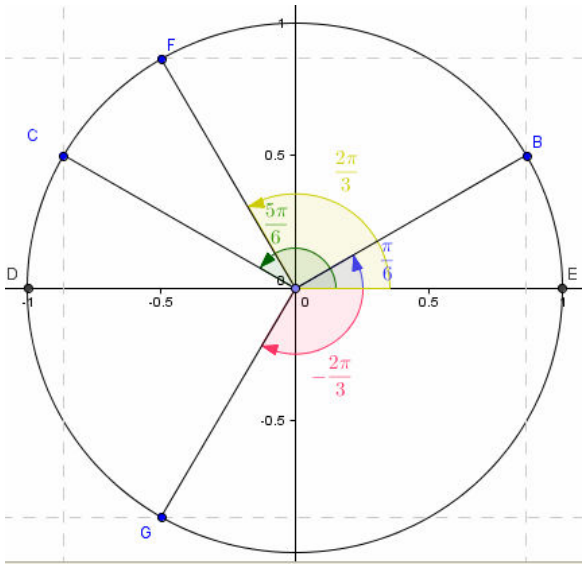


٤-

با توجه به شکل ملاحظه می شود که $\sin(\frac{\pi}{۲} - \theta)$ قرینه $\cos(\pi + \theta)$ و عبارت $\cos\theta$ برابر $\cos\theta$ است.



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com



۵- هر دو نادرست است زیرا

$$sin(-\frac{۲\pi}{۳}) = -sin(\frac{۲\pi}{۳})$$

$$cos(\frac{\pi}{۶}) = cos(\pi - \frac{۵\pi}{۶}) = -cos(\frac{۵\pi}{۶})$$

۶- $\theta = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \begin{cases} sin(\pi-\theta) = sin(\pi - \frac{\pi}{۴}) = sin(\frac{۳\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ sin\pi - sin\theta = sin\pi - sin\frac{\pi}{۴} = ۰ - \frac{\sqrt{۲}}{۲} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{cases} \Rightarrow sin(\pi-\theta) \neq sin\pi - sin\theta$

۷- مقدار $cos(\pi-\theta)$ قرینه $cos\theta$ است پس

$$cos\theta + cos(\pi-\theta) = cos\theta + (-cos\theta) = ۰$$

۸- چون شیب خط حاصل تقسیم ارتفاع بر مسافت افقی است پس مقدار $sin\theta$ را بر $cos\theta$ باید تقسیم نمود.

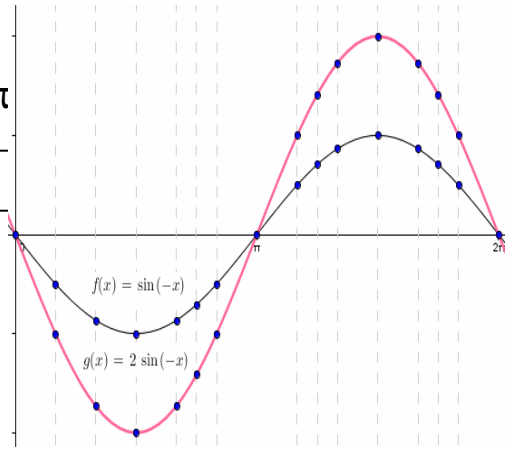
$$m = \frac{sin\theta}{cos\theta} = tan\theta = tan(۳۰^\circ) = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱-

x	۰	$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۲\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۴}$	$\frac{۵\pi}{۶}$	π
$sin(-x)$	۰	$-۰/۵$	$-۰/۸$	-۱	$-۰/۸$	$-۰/۷$	$-۰/۵$	۰
$۲\,sin(-x)$	۰	-۱	$-۱/۶$	-۲	$-۱/۶$	$-۱/۴$	-۱	۰

x	$\frac{۷\pi}{۶}$	$\frac{۵\pi}{۴}$	$\frac{۴\pi}{۳}$	$\frac{۳\pi}{۲}$	$\frac{۵\pi}{۳}$	$\frac{۷\pi}{۴}$	$\frac{۱۱\pi}{۶}$	۲π
$sin(-x)$	۰/۵	۰/۷	۰/۸	۱	۰/۸	۰/۷	۰/۵	۰
$۲\,sin(-x)$	۱	۱/۴	۱/۶	۲	۱/۶	۱/۴	۱	۰



۲-

الف)

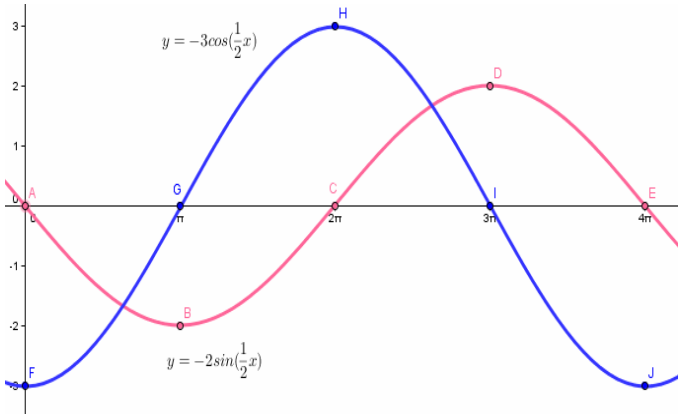
$$y = -۲\,sin(\frac{۱}{۲}x)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & ۰ & \pi & ۲\pi & ۳\pi & ۴\pi \\ \hline y & ۰ & -۲ & ۰ & +۲ & ۰ \end{array}$$

ب)

$$y = -۳\,cos(\frac{۱}{۲}x)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & ۰ & \pi & ۲\pi & ۳\pi & ۴\pi \\ \hline y & -۳ & ۰ & ۳ & ۰ & -۳ \end{array}$$

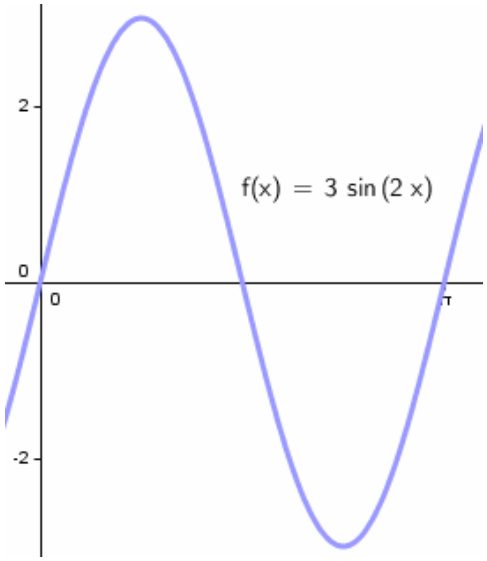


۳-

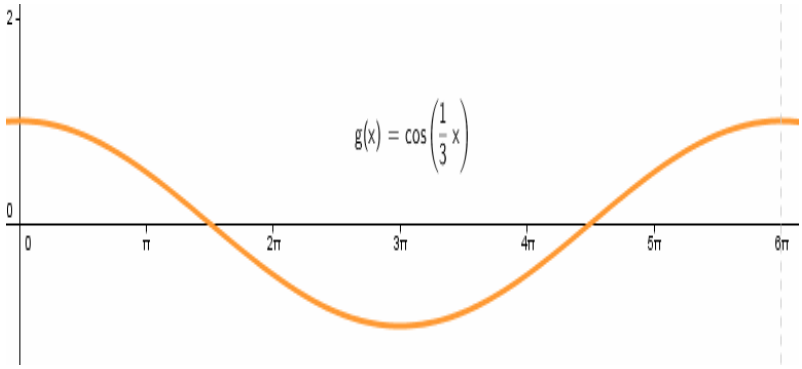
الف) $T = \frac{۲\pi}{۲} = \pi \;,\; Max_f = ۳ \;,\; min_f = -۳$

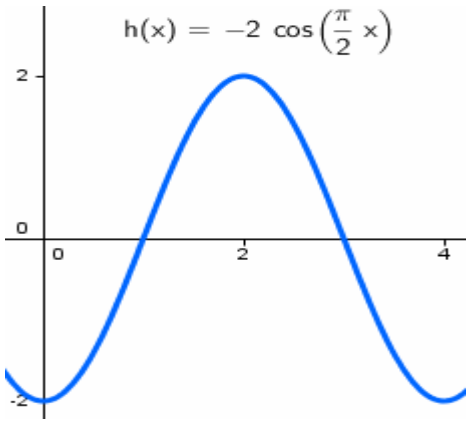
ب) $T = ۲\pi \div (\frac{۱}{۳}) = ۶\pi \;,\; Max_g = ۱ \;,\; min_g = -۱$

ج) $T = ۲\pi \div (\frac{\pi}{۲}) = ۴ \;,\; Max_h = ۲ \;,\; min_h = -۲$



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com





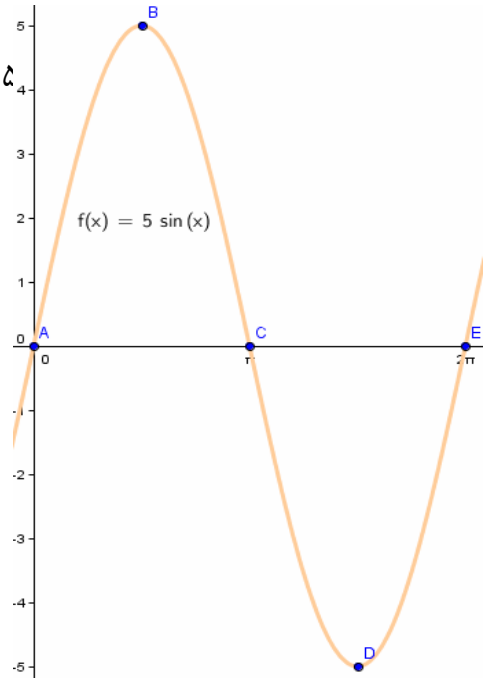
۴-

الف) $\theta=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow y=۶/۵\sin(\frac{\pi}{۲})=۶/۵\ cm\Rightarrow Max(y)=۶/۵$

ب) $\theta=۰\Rightarrow y=۶/۵\sin(۰)=۰\ cm\Rightarrow min(y)=۰$

ج) $y=۵\sin\theta\Rightarrow$

x	۰	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	۲π
y	۰	۵	۰	-۵	۰



۵- بالا سمت چپ) چون $T=\frac{\pi}{۲}-۰=\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{b}\Rightarrow b=\frac{۴\pi}{\pi}\Rightarrow b=۴$ و از طرفی

نقطه ی $A(۰,۱۲)$ متعلق به تابع است یعنی $a=۱۲$ پس $y=۱۲\cos(۴x)$

بالا سمت راست) چون $T=\pi-۰=\pi=\frac{۲\pi}{b}\Rightarrow b=\frac{۲\pi}{\pi}\Rightarrow b=۲$ و از طرفی

نقطه ی $A(۰,-۱۲)$ متعلق به تابع است یعنی $a=-۱۲$ پس $y=-۱۲\cos(۲x)$

پائین) چون $T=۴\pi-۰=\frac{۲\pi}{b}\Rightarrow b=\frac{۲\pi}{۴\pi}\Rightarrow b=\frac{۱}{۲}$ و از طرفی

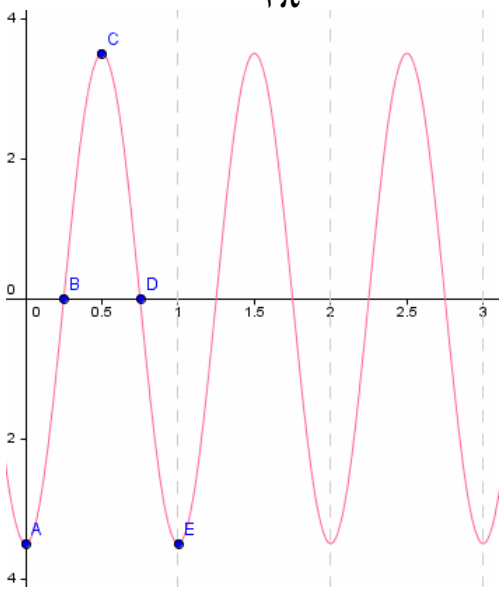
نقطه ی $A(\pi,-۱۲)$ متعلق به تابع است یعنی $a=-۱۲$ پس $y=-۱۲\sin(\frac{۱}{۲}x)$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۶- چون $T=\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱$ ، نمودار در فاصله $[۰,۱]$ رسم و سه بار تکرار تا حکم مسئله به دست آید.

الف)

t	۰	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۳}{۴}$	۱
d	$-۳/۵$	۰	$۳/۵$	۰	$-۳/۵$

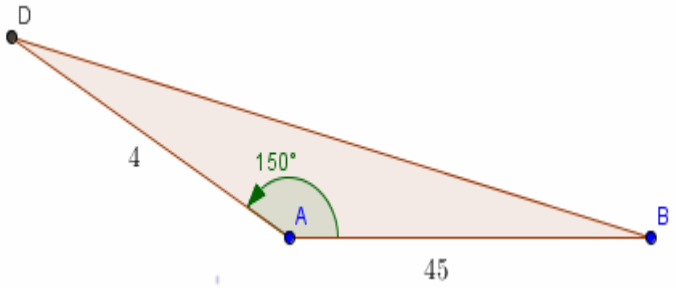


ب) $t=\frac{۱}{۲}\Rightarrow d=-۳/۵\cos(\pi)=-۳/۵(-۱)=۳/۵$

ج) $T=\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱$ دوره تناوب تابع مدتی است که وزنه یک نوسان کامل دارد

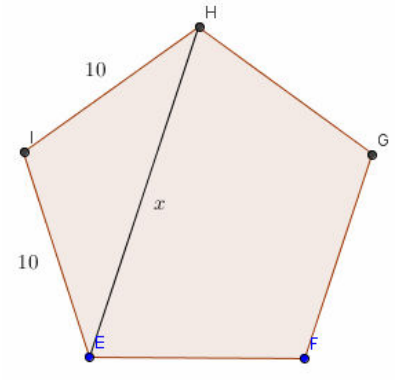
www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱-



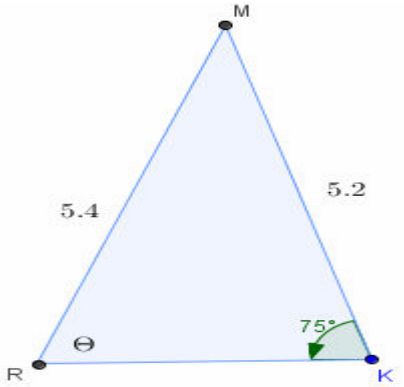
$$x^2 = 40^2 + 45^2 - 2(40\times 45)\cos(150^\circ)$$
$$= 1600 + 2025 + 1800 = 5425$$
$$\Rightarrow x = \sqrt{5425} \approx 73/6$$
$$\Rightarrow p = 40 + 45 + 73/6 = 158/6$$

۲- هر زاویه n ضلعی منتظم برابر $\frac{n-2}{n}\times 180^\circ$ است پس



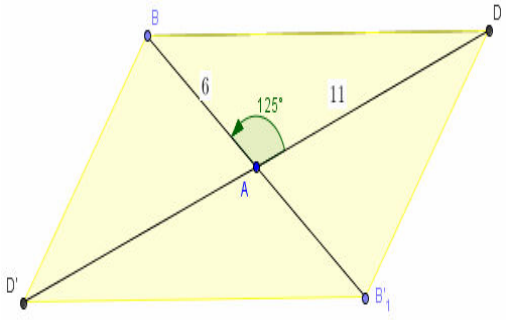
$$n = 5 \Rightarrow \theta = \frac{5-2}{5}\times 180 = 108^\circ$$
$$x^2 = 10^2 + 10^2 - 2(10\times 10)(\cos 108^\circ)$$
$$\Rightarrow x^2 \approx 100 + 100 - 200(-0/3) = 260 \Rightarrow x \approx \sqrt{260}$$

۳-



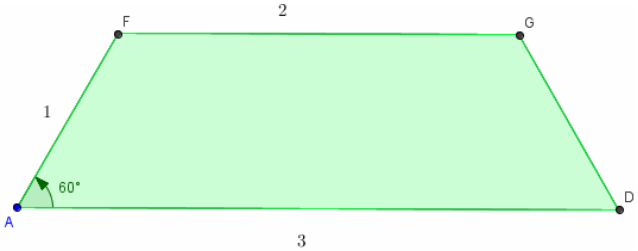
$$\frac{\sin\theta}{5/2} = \frac{\sin 75^\circ}{5/4} \Rightarrow \sin\theta = \frac{5/2}{5/4}.\sin 75^\circ \approx 0/93$$
$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1}(0/93) = 68/43^\circ$$

۴-



$$x^2 = 6^2 + 11^2 - 2(6\times 11).\cos(125^\circ)$$
$$\Rightarrow x^2 \approx 36 + 121 - 132(-0/57) = 157 + 75/7 = 232/7 = BD$$

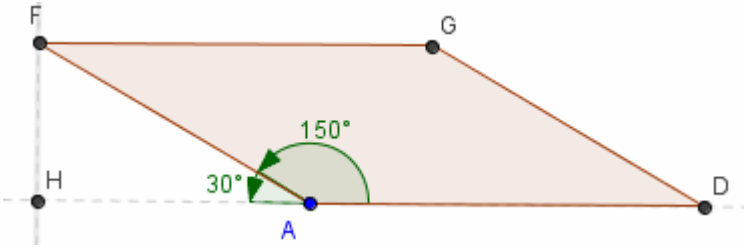
۵-



$$\sin 60^\circ = \frac{h}{10} \Rightarrow h = 10\sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$$
$$S = \frac{1}{2}(30 + 20)(5\sqrt{3}) = 125\sqrt{3}$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

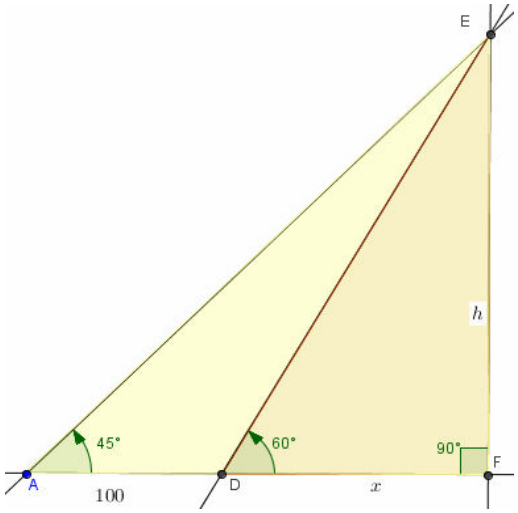
۶-



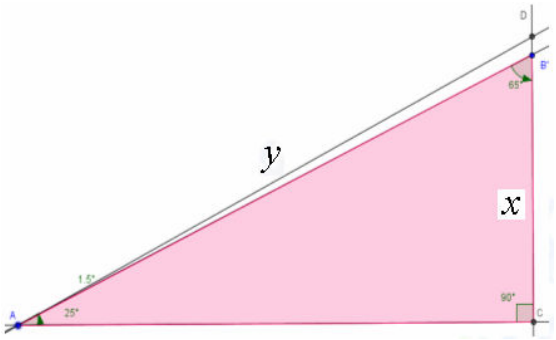
$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h}{۱۲} \Rightarrow h = ۱۲ \sin ۳۰^\circ = ۶$$
$$\Rightarrow S = ۱۵ \times ۶ = ۹۰$$

۷-

$$\tan ۶۰^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\tan ۶۰^\circ} \quad ①$$
$$\tan ۴۵^\circ = \frac{h}{x+۱۰۰} \Rightarrow x+۱۰۰ = \frac{h}{\tan ۴۵^\circ} \quad ②$$
$$① , ② \Rightarrow \frac{h}{\tan ۶۰^\circ} + ۱۰۰ = \frac{h}{\tan ۴۵^\circ}$$
$$\Rightarrow h = \frac{۱۰۰}{\frac{۱}{\tan ۴۵^\circ} - \frac{۱}{\tan ۶۰^\circ}} = \frac{۱۰۰}{۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۳}} \approx ۲۳۶$$



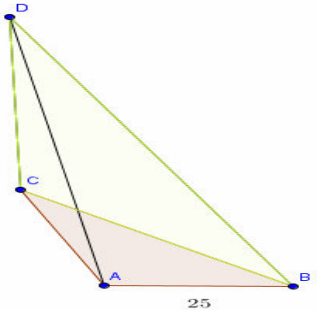
۸-



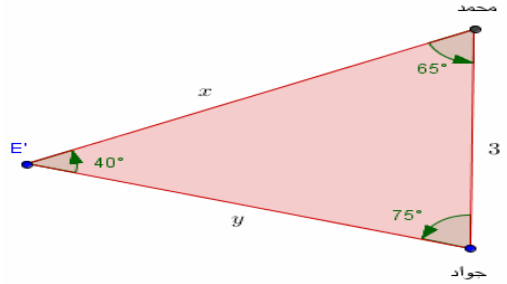
$$\frac{\sin ۱۱۵^\circ}{y} = \frac{\sin ۱/۵^\circ}{۱۱} \Rightarrow y = \frac{\sin ۱۱۵^\circ}{\sin ۱/۵^\circ} \times ۱۱ \approx ۳۸۱_m$$
$$\sin ۲۶/۵^\circ = \frac{x+۱۱}{y} \Rightarrow x = y.\sin ۲۶/۵^\circ - ۱۱ \approx ۱۵۹_m$$

۹-

$$\Delta ABC : \frac{\sin ۱۰^\circ}{۲۵} = \frac{\sin ۴۵^\circ}{AC} \Rightarrow AC = \frac{\sin ۴۵^\circ}{\sin ۱۰^\circ} \times ۲۵ \approx ۱۰۲_m$$
$$\Delta ADC : \tan ۶۰^\circ = \frac{DC}{AC} \Rightarrow$$
$$DC = AC \times \tan ۶۰^\circ = ۱۰۲ \times \tan ۶۰^\circ \approx ۱۷۷$$



۱۰-



$$\frac{\sin ۷۵^\circ}{x} = \frac{\sin ۴۰^\circ}{۳} \Rightarrow x = \frac{\sin ۷۵^\circ}{\sin ۴۰^\circ} \times ۳ \approx ۴/۵_{km}$$
$$\frac{\sin ۶۵^\circ}{y} = \frac{\sin ۴۰^\circ}{۳} \Rightarrow y = \frac{\sin ۶۵^\circ}{\sin ۴۰^\circ} \times ۳ \approx ۴_{km}$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- الف) $A+B=\begin{bmatrix}۵ & ۶\\ ۲ & ۶\end{bmatrix}$, $B+C=\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۴ & ۱۰\end{bmatrix}$, $C+A=\begin{bmatrix}۳ & ۴\\ ۲ & ۶\end{bmatrix}$

ب) $۲A=\begin{bmatrix}۴ & ۱۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$, $۳C=\begin{bmatrix}۳ & -۳\\ ۶ & ۱۵\end{bmatrix}$, $۲A+B=\begin{bmatrix}۷ & ۱۱\\ ۲ & ۷\end{bmatrix}$, $B-C=\begin{bmatrix}۲ & ۲\\ ۰ & ۰\end{bmatrix}$

$$B+A=\begin{bmatrix}۵ & ۶\\ ۲ & ۶\end{bmatrix}=A+B$$

ج) $$(A+B)+C=\begin{bmatrix}۵ & ۶\\ ۲ & ۶\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶ & ۵\\ ۴ & ۱۱\end{bmatrix}$$

$$A+(B+C)=\begin{bmatrix}۲ & ۵\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۴ & ۱۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶ & ۵\\ ۴ & ۱۱\end{bmatrix}\Rightarrow A+(B+C)=(A+B)+C$$

رابطه جابجائی و شرکت پذیری برای عمل جمع ماتریسها برقرار است.

مثال :

$$\left(\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۳\\ ۴ & ۵ & ۶\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۷ & ۸ & ۹\\ ۱۰ & ۱۱ & ۱۲\end{bmatrix}\right)+\begin{bmatrix}۱۳ & ۱۴ & ۱۵\\ ۱۶ & ۱۷ & ۱۸\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}۸ & ۱۰ & ۱۲\\ ۱۴ & ۱۶ & ۱۸\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱۳ & ۱۴ & ۱۵\\ ۱۶ & ۱۷ & ۱۸\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲۱ & ۲۴ & ۲۷\\ ۳۰ & ۳۳ & ۳۶\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۳\\ ۴ & ۵ & ۶\end{bmatrix}+\left(\begin{bmatrix}۷ & ۸ & ۹\\ ۱۰ & ۱۱ & ۱۲\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱۳ & ۱۴ & ۱۵\\ ۱۶ & ۱۷ & ۱۸\end{bmatrix}\right)$$

$$=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۳\\ ۴ & ۵ & ۶\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲۰ & ۲۲ & ۲۴\\ ۲۶ & ۲۸ & ۳۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲۱ & ۲۴ & ۲۷\\ ۳۰ & ۳۳ & ۳۶\end{bmatrix}$$

۲- $-A=\begin{bmatrix}۱ & -۳\\ -۱ & ۲\\ -۲ & -۱\end{bmatrix}$, $-B=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۱ & -۳\end{bmatrix}$, $-C=\begin{bmatrix}-۲ & ۱ & -۱\\ -۳ & -۴ & ۱\end{bmatrix}$

۳- $$R=-P-Q=-(P+Q)=-\left(\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۵ & -۱\\ ۴ & ۰\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۵ & ۷\\ -۶ & ۴\\ ۲ & -۹\end{bmatrix}\right)=-\begin{bmatrix}۸ & ۹\\ -۱ & ۳\\ ۶ & -۹\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۸ & -۹\\ ۱ & -۳\\ -۶ & ۹\end{bmatrix}$$

۴- $$\begin{cases}۲x-۳y=۶\\ x+۳y=۳\end{cases}\Rightarrow ۳x=۹\Rightarrow x=۳\ ,\ ۳+۳y=۹\Rightarrow ۳y=۶\Rightarrow y=۲\Rightarrow\begin{cases}x=۳\\ y=۰\end{cases}$$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- $|A|=۵+۸=۱۳\ ,\ |B|=۱۰-۱۰=۰\ ,\ |C|=۱-۰=۱$

۲- $A^{-۱}=\frac{۱}{۴+۳}\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}=\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix}۲ & -۳\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۲}{۷} & \frac{-۳}{۷}\\ \frac{۱}{۷} & \frac{۲}{۷}\end{bmatrix}$

چون $|B|=۰$ پس B وارون پذیر نیست. $|B|=(۶\times۱)-(-۳\times(-۲))=۶-۶=۰$

۳- الف) نادرست،مثال

$A=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & -۵\end{bmatrix}, A^{-۱}=\begin{bmatrix}-۵ & ۲\\ -۳ & ۱\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}۴ & ۱۱\\ ۱ & ۳\end{bmatrix}, B^{-۱}=\begin{bmatrix}۳ & -۱۱\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}۲ & ۵\\ ۷ & ۱۸\end{bmatrix}, (AB)^{-۱}=\begin{bmatrix}۱۸ & -۵\\ -۷ & ۲\end{bmatrix}, A^{-۱}\times B^{-۱}=\begin{bmatrix}-۱۷ & ۶۳\\ -۱۰ & ۳۷\end{bmatrix}$

$\Rightarrow (AB)^{-۱}\neq A^{-۱}\times B^{-۱}$

ب) نادرست،مثال

$A=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۳ & -۵\end{bmatrix}, A^{-۱}=\begin{bmatrix}-۵ & ۲\\ -۳ & ۱\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}۴ & ۱۱\\ ۱ & ۳\end{bmatrix}, B^{-۱}=\begin{bmatrix}۳ & -۱۱\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}$

$A+B=\begin{bmatrix}۵ & ۹\\ ۴ & -۲\end{bmatrix}, (A+B)^{-۱}=-\frac{۱}{۴۶}\begin{bmatrix}-۲ & -۹\\ -۴ & ۵\end{bmatrix}, A^{-۱}+B^{-۱}=\begin{bmatrix}-۲ & -۹\\ -۴ & ۵\end{bmatrix}$

$\Rightarrow (A+B)^{-۱}\neq A^{-۱}+B^{-۱}$

۴- $I=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow I^{-۱}=\frac{۱}{۱-۰}\times\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I$

۵- $A=\begin{bmatrix}۳ & ۵\\ ۲ & ۴\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{۲}\times\begin{bmatrix}۴ & -۵\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}\Rightarrow (A^{-۱})^{-۱}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}(۱۲-۱۰)}\times\begin{bmatrix}۳ & ۵\\ ۲ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۵\\ ۲ & ۴\end{bmatrix}=A$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۶-

$$|A|=۰ \Rightarrow (۱\times ۴)-(a+۱)(a-۲)=۰ \Rightarrow ۴-a^{۲}+a+۲=۰$$
$$\Rightarrow a^{۲}-a-۶=۰ \Rightarrow (a-۳)(a+۲)=۰ \Rightarrow a=۳ \ or \ a=-۲$$

۷-

الف)

$$\begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}^{-۱}\times\begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix}$$
$$=\frac{۱}{۶+۱}\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۴ \\ ۳ \end{bmatrix}=\frac{۱}{۷}\begin{bmatrix} ۱۱ \\ ۵ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{۱۱}{۷} \\ \frac{۵}{۷} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{۱۱}{۷} \\ y=\frac{۵}{۷} \end{cases}$$

ب)

$$\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۶ & ۴ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۶ & ۴ \end{bmatrix}^{-۱}\times\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$$
$$=\frac{۱}{۸-۱۸}\begin{bmatrix} ۴ & -۳ \\ -۶ & ۲ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}=-\frac{۱}{۱۰}\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{۳}{۱۰} \\ -\frac{۲}{۱۰} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{۳}{۱۰} \\ y=-\frac{۲}{۱۰}=-\frac{۱}{۵} \end{cases}$$

ج)

$$\begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۵ & -۴ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۵ & -۴ \end{bmatrix}^{-۱}\times\begin{bmatrix} ۷ \\ ۱ \end{bmatrix}$$
$$=\frac{۱}{۴-۵}\begin{bmatrix} -۴ & -۱ \\ -۵ & -۱ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۷ \\ ۱ \end{bmatrix}=-۱\begin{bmatrix} -۲۹ \\ -۳۶ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲۹ \\ ۳۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=۲۹ \\ y=۳۶ \end{cases}$$

۸-

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ \\ ۷ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}^{-۱}\times\begin{bmatrix} ۷ \\ ۷ \end{bmatrix}$$
$$=\frac{۱}{-۱-۱}\begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۷ \\ ۷ \end{bmatrix}=-\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} -۱۴ \\ ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ \\ ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=۷ \\ y=۰ \end{cases}$$

۹-

الف) $X+I=۲I \Rightarrow X=۲I-I=I=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$

ب) $۲X=\begin{bmatrix} ۴ & -۱ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & -۴ \\ -۱ & -۳ \end{bmatrix} \Rightarrow X=\begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ -\frac{۱}{۲} & -\frac{۳}{۲} \end{bmatrix}$

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- برای هر یک از ارقام دو انتخاب ۱ , ۲ وجود دارد پس طبق اصل ضرب $۲\times۲\times۲\times۲\times۲=۳۲$ حالت ممکن است.

۲- الف) $\{\ \} \leftrightarrow ۰۰۰۰۰۰$ $\quad \{۱,۲,۵,۶\} \leftrightarrow ۱۱۰۰۱۱$

ب) برای هر رقم کد شش رقمی دو حالت ۱ , ۰ وجود دارد ، طبق اصل ضرب کل حالات $۲^۶=۶۴$ یک عضو مشخص یا در زیر مجموعه هست یا نیست که معادل ۱ , ۰ است.

پس تعداد زیر مجموعه ها هم $۲^۶=۶۴$ است.

ج) طبق قسمت (ب) برای هر عضو دو حالت بودن یا نبودن در زیر مجموعه وجود دارد.

پس طبق اصل ضرب تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه n عضوی برابر $۲^n=\overbrace{۲\times۲\times\cdots\times۲}^{n}$ است.

۳- برای رقم یکان و صدگان ۹ انتخاب یکسان $\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\}$ و برای رقم دهگان ۱۰ انتخاب $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\}$ وجوددارد.طبق اصل ضرب تعداد کل حالات ممکن $۹\times۱۰=۹۰$ است.

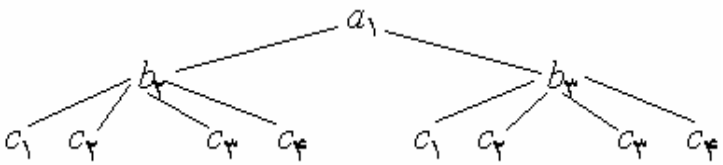
٤- الف) $۲\times۳=۶$ $\qquad$ ب) $۳\times۲\times۲=۱۲$

۵- برای رقم صدگان ۸ حالت $\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۹\}$ و برای هر یک ازدورقم یکان و دهگان ۹ حالت $\{۰,۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۹\}$ ممکن است . پس $۸\times۹\times۹=۶۴۸$ تعداد کل حالتها است.

٦- اگر خانه ها را $ABCDEF$ نامگذاری کنیم . برای A سه حالت و برای B دو حالت ، چون رنگ A رانمی تواند اختیار کند ، و برای C هم دو حالت ، چون رنگ خانه B را نمی تواند اختیار کند و ...

پس تعداد حالات برابر $۳\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲=۹۶$ است.

۷- به همین صورت روبرو برای $a_۲, a_۳$ داریم $۸+۸+۶=۲۲$ حالت وجود دارد.



www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- الف) $۵! = ۱۲۰$ ب) $۲! \times ۴! = ۲ \times ۲۴ = ۴۸$ ج) $۱۲۰ - ۴۸ = ۷۲$

۲- عبارت com را به عنوان یک شی در نظر بگیریم ، تعداد جایگشتهای $com\ ,\ p\ ,\ u\ ,\ t\ ,\ e\ ,\ r$ مورد نظر است که برابر $۶! = ۷۲۰$ حالت می باشد.

۳- برای عدد ۱ ده حالت و چون تابع یک به یک است برای ۲ نه حالت و به همین ترتیب ...
پس تعداد توابع یک به یک با شرایط مسأله $۱۰! = ۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ... \times ۱$ است.

۴- حالت اول) خانه ۱ را ۰ قرار دهیم ، خانه ۵ دارای ۹ حالت و ارقام متمایزند پس خانه های بعدی یک واحد کم می شود ،

$$\underset{⑤}{۹} \times \underset{④}{۸} \times \underset{③}{۷} \times \underset{②}{۶} \times \underset{①}{۱} = ۳۰۲۴$$

حالت دوم) خانه ۱ را رقم زوج غیر صفر قرار دهیم ، خانه ۱ دارای ۴ حالت و خانه ۵ دارای ۸ حالت (یک رقم در خانه ۱ و رقم ۰ غیر مجاز) وخانه ۴ دارای ۸ حالت (دورقم در خانه های یک و پنج استفاده شده) و خانه های بعدی یک واحد کم می شود ،

$$\underset{⑤}{۸} \times \underset{④}{۸} \times \underset{③}{۷} \times \underset{②}{۶} \times \underset{①}{۴} = ۱۰۷۵۲$$

پس کل تعداد حالات $۳۰۲۴ + ۱۰۷۵۲ = ۱۳۷۷۶$ است.

۵- مسأله ترتیب ۳ از ۲۵ است پس $P(۲۵,۳) = \frac{۲۵!}{(۲۵-۳)!} = \frac{۲۵!}{۲۲!} = ۲۵ \times ۲۴ \times ۲۳ = ۱۳۸۰۰$

۶- سه کتاب فیزیک یک شی در نظر گرفته ، پس با چهار کتاب ریاضی پنج شی داریم که تعداد جایگشتهای آنها $۵!$ است . ولی خود سه کتاب فیزیک می توانند در کنار هم جابجا شوند به تعداد $۳!$.
پس کل تعداد جایگشتها برابر $۵! \times ۳! = ۷۲۰$ است.

۷- برای اولی ها ترتیب ۶ از ۱۰ و برای دومی ها ترتیب ۳ از ۱۰ و برای سومی ها ۱۱ صندلی در دو ردیف می ماند در حالیکه ۴ نفرند . تعداد حالات $P(۱۱,۴) \times P(۱۰,۳) \times P(۱۰,۶)$ است.

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com

۱- $\binom{n}{k}$ تعداد زیر مجموعه های k عضوی از یک مجموعه n عضوی است. و مجموع تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه n عضوی برابر ۲^n است (هر عضو دو حالت بودن یا نبودن درزیرمجموعه رادارد).

کل تعداد زیر مجموعه ها=

تعدادزیرمجموعه های n عضوی+...+تعدادزیرمجموعه های ۱ عضوی+تعدادزیرمجموعه های ۰ عضوی

۲- (۱ کشتی گیر و ۲ وزنه بردار) یا (۲ کشتی گیر و ۱ وزنه بردار) یا (۳ کشتی گیر و ۰ وزنه بردار)

$$\binom{۵}{۰}\times\binom{۷}{۳}+\binom{۵}{۱}\times\binom{۷}{۲}+\binom{۵}{۲}\times\binom{۷}{۱}=۱\times۳۵+۵\times۲۱+۱۰\times۷=۲۱۰$$

۳- انتخاب ۲ از ۵ داریم . درضمن برای هر دو زبان دو فرهنگ لغت مثلا انگلیسی به فارسی و بالعکس لازم است . تعداد فرهنگ لغات لازم برابر $۲\times\binom{۵}{۲}=۲\times۱۰=۲۰$ است.

۴- $\binom{۱۰}{۰}+\binom{۱۰}{۲}+\binom{۱۰}{۴}+\binom{۱۰}{۶}+\binom{۱۰}{۸}+\binom{۱۰}{۱۰}=۱+۴۵+۲۱۰+۲۱۰+۴۵+۱=۵۱۲$

۵- چون هیچ سه نقطه بر مثلث هم خط نیستند با هر سه تا از آنها می توان مثلثی رسم کرد.

پس انتخاب ۳ از ۷ داریم که برابر $\binom{۷}{۳}=\frac{۷!}{۳!\times۴!}=۳۵$ است.

۶- از بین ۵ شهر ۳ شهر انتخاب کرده وبرای هرشهر ۱ دانش آموز از ۲۰ دانش آموز انتخاب می شود.

تعداد انتخاب برابر $\binom{۵}{۳}\times\binom{۲۰}{۱}=۱۰\times۲۰=۲۰۰$ است.

---

www.ParsBook.org www.RiaziSara.com