

## زنگ حل مساله: (هفته‌ی چهارم)



😊 . ۸ مربع  $۲ \times ۲$  از صفحه شطرنج جدا کرده‌ایم. ثابت کنید می‌توان یک مربع  $۲ \times ۲$  دیگر نیز جدا کرد.

😊 .  $n$  عدد حقیقی دور دایره نوشته شده‌اند که جمعشان برابر یک است. یکی از اعداد را انتخاب کرده و از آن عدد شروع می‌کنیم، تمام اعداد را ساعتگرد روی یک خط می‌نویسیم (به همان ترتیب اولیه) و عدد  $i$ ام را در  $i^2$  ضرب کرده و در نهایت مجموع اعداد را محاسبه می‌کنیم. ثابت کنید می‌توان از عددی شروع کرد که مجموع حاصل از  $\frac{n^2}{3}$  کمتر نشود.

😊 . بدون برداشتن قلم از روی کاغذ، یک زوج ضلعی رسم کرده ایم که اضلاع آن یکی در میان عمودی هستند. در ضمن در حین رسم این چندضلعی، همه اضلاع عمودی از پایین به بالا رسم شده‌اند. ثابت کنید این چندضلعی خودش را قطع کرده است.

☹️ از مجموعه  $\{-2n + 1, -2n + 2, \dots, 2n - 1, 2n + 1\}$  عدد انتخاب شده است. ثابت کنید می‌توان ۳ عدد از این اعداد را انتخاب کرد که مجموعشان صفر شود.

☹️  $a_n =$  تعداد دنباله‌های به طول  $n$  دودویی فاقد زیررشته ۰۱۰

$b_n =$  تعداد دنباله‌های به طول  $n$  دودویی فاقد زیررشته ۱۱۰۰ و ۰۰۱۱

ثابت کنید:  $b_{n+1} = 2a_n$

☹️ تعدادی کارت داریم که روی هر کدام یکی از اعداد ۱ تا  $n$  نوشته شده است و مجموعشان  $k \times n!$  است. ثابت کنید می‌توان این کارت‌ها را به  $k$  دسته افراز کرد که مجموع اعداد هر دسته برابر  $n!$  شود.

راهنمایی: روی  $n$  استقرا بنویسید. به جای اعداد ۱ تا  $n$ ، کارت‌هایی با اعداد ۱ تا  $n-1$  بسازید ...

راهنمایی ۲: لم زیر را اثبات و استفاده کنید.

لم:  $n$  عدد طبیعی داده شده است. ثابت کنید می‌توان تعدادی از آنها را انتخاب کرد که مجموعشان بر  $n$  بخشپذیر شود.

وظیفه گر برسد مصرفش گل است و نبید

فغان فتاد به بلبل تقاب گل که کشید

رسید مژده که آمد بهار و سبزه دمید

صفیر مرغ برآمد بط شراب کجاست