

www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسين عمران

ارائه كتابها و جزوات رايجان مهندسي عمران

بهترين و برترين مقالات روز عمران

انجمن هاي تفصلي مهندسي عمران

خوشگاه تفصلي مهندسي عمران

طراحی سازه های بتن آرمه ۱

مدرس: مهندس فدائی

مهرماه ۱۳۹۱

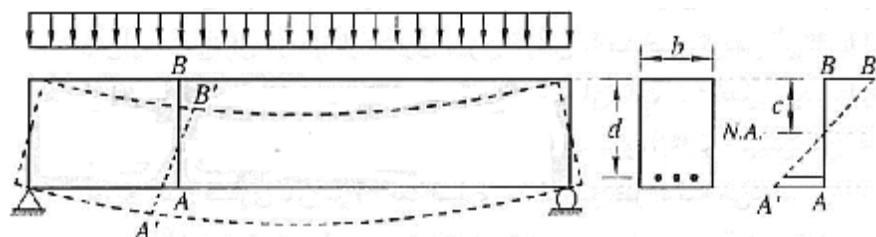


تحلیل و طراحی تیر تحت خمش -مقاطع مستطیلی

در تحلیل مقطع بتن آرمه تحت خمش در حالت حدی ، وضعیت مقطع در لحظه گسیختگی مد نظر قرار می گیرد.

فرضیات اساسی در تئوری خمش تیرهای بتن آرمه

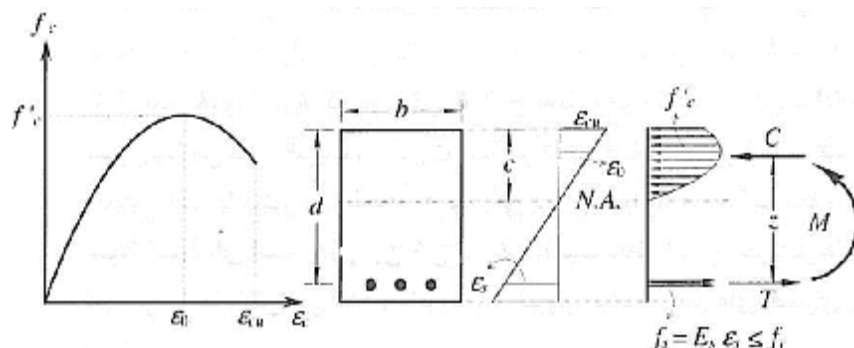
1- اصل برنولی: مقاطع مسطح عمود بر محور خمش ، پس از تغییر شکل خمشی نیز مسطح باقی می مانند.
مفهوم این اصل: نمودار کرنش در یک مقطع خمشی بصورت خطی تغییر می کند.



2- پیوستگی کامل بین بتن و فولاد: بین بتن و فولاد هیچ گونه لغزشی وجود ندارد .
نتیجه این اصل: کرنش فولاد ، معادل کرنش در بتن هم سطح آن می باشد.

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی

3- توزیع تنش در بتن و فولاد در یک مقطع بتن آرمه براساس منحنی های تنش- کرنش آنهاست: با این فرضیه و با در دست داشتن توزیع تنش در بتن و فولاد مقطع بتن آرمه، می توان برآیند نیروهای فشاری (C) و برآیند نیروهای کششی (T) در مقطع را محاسبه نمود. در شکل زیر توزیع تنش در ارتفاع مقطع براساس تغییرات کرنش در ارتفاع مقطع در لحظه نهایی مقطع نشان داده شده است.



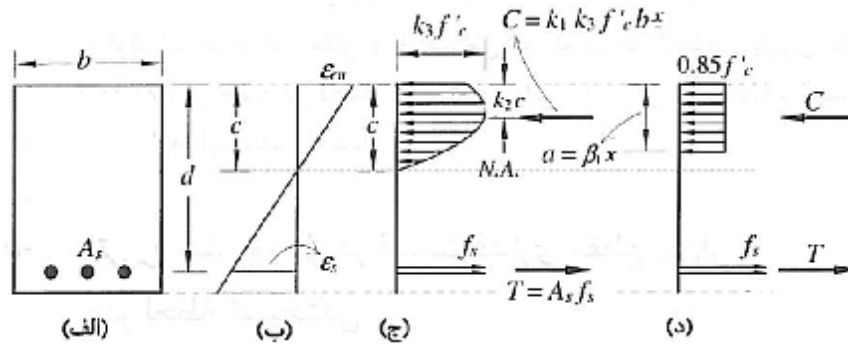
$$\sum F = 0 \rightarrow C = T$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M = C.z = T.z$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی

بلوک تنش فشاری معادل بتن

به منظور ایجاد سهولت در محاسبات می توان توزیع سهموی تنش در ارتفاع ناحیه فشاری بتن را با بلوک مستطیلی تنش معادل جایگزین نمود.



ارتفاع بلوک تنش در بتن: $a = b_1 x$

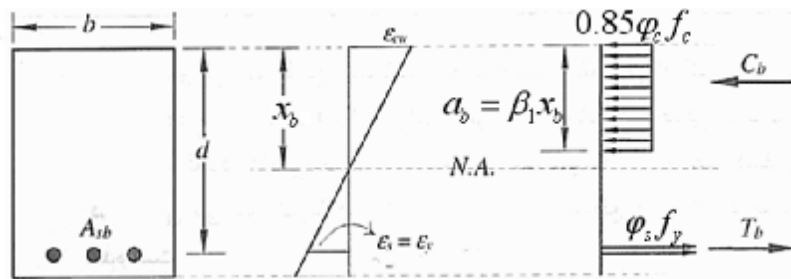
$$\text{if : } f_c \leq 30 \text{ MPa} : b_1 = 0.85$$

$$\text{if : } f_c > 30 \text{ MPa} : b_1 = 1.09 - 0.008 f_c \geq 0.65$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی

وضعیت متوازن یک مقطع مستطیلی

وضعیت متوازن یا بالانس وضعیتی است که در لحظه نهایی مقطع همزمان با رسیدن کرنش دورترین تار فشاری بتن به کرنش نهایی، آرماتورهای کششی به تسلیم می رسند.

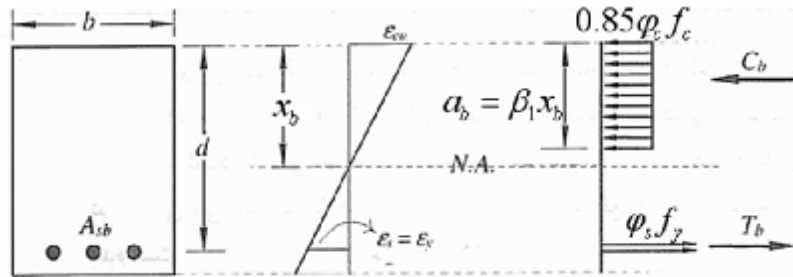


$$\frac{e_{cu}}{e_y} = \frac{x_b}{d - x_b} \rightarrow x_b = \frac{e_{cu}}{e_{cu} + e_y} d = \frac{e_{cu}}{e_{cu} + \frac{f_y}{E_s}} d = \frac{E e_{cu}}{E e_{cu} + f_y} d$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} , e_{cu} = 0.003 \Rightarrow \boxed{x_b = \frac{600}{600 + f_y} d}$$

$$a_b = b_1 \frac{600}{600 + f_y} d$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی



$$T_b = A_{sb} j_s f_y$$

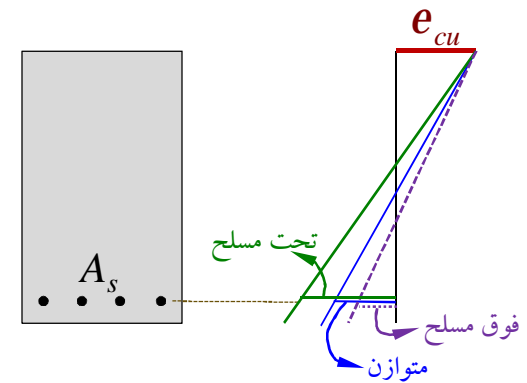
$$C_b = 0.85 j_c f_c a_b b = 0.85 j_c f_c b \left(b_1 \frac{600}{600 + f_y} d \right) = 0.85 b j_c f_c \frac{600}{600 + f_y} bd$$

$$\sum F = 0 \rightarrow T_b = C_b \rightarrow A_{sb} j_s f_y = 0.85 b j_c f_c \frac{600}{600 + f_y} bd$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 b j_c f_c \frac{600}{600 + f_y} bd}{j_s f_y} = 0.85 b_1 \frac{j_c}{j_s} \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} bd$$

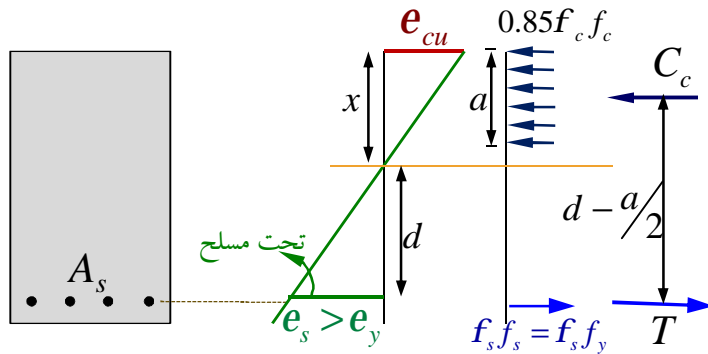
if $A_s \leq A_{sb} \rightarrow under\ reinforced \rightarrow f_s = f_y$

if $A_s > A_{sb} \rightarrow foghe\ reinforced \rightarrow f_s < f_y$



تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی

مقطع تحت مسلح



در مقطع تحت مسلح در لحظه نهایی کرنش فولاد از کرنش تسلیم بزرگتر است یا به عبارت دیگر در لحظه نهایی میلگردها تسلیم شده اند.

$$e_s > e_y \rightarrow f_s = f_y$$

$$C_c = 0.85f_c f_c ab, \quad T = A_s f_s f_y$$

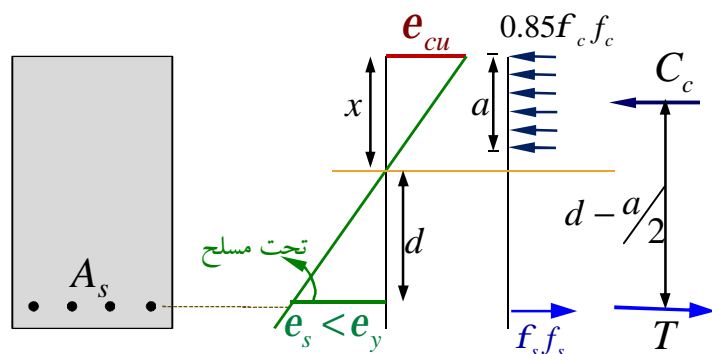
$$\sum F = 0 \rightarrow C_c = T \rightarrow 0.85f_c f_c ab = A_s f_s f_y \rightarrow a = \frac{A_s f_s f_y}{0.85f_c f_c b}$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) = T \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M = 0.85f_c f_c ab \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{Or} \quad M = A_s f_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

تحليل تير تحت خمس-مقاطع مستطيلي

مقطع فوق مسلح



در مقطع فوق مسلح در لحظه نهایی کرنش فولاد از کرنش تسلیم کوچکتر است یا به عبارت دیگر در لحظه نهایی میلگردها تسلیم **ن**شده اند.

$$\mathbf{e}_s < \mathbf{e}_v \rightarrow f_s < f_v$$

$$C_c = 0.85 f_c f_{cb} \quad , \quad T = A_s f_s f_{st}$$

$$\sum F = 0 \rightarrow C_c = T \rightarrow 0.85 f_c f_c ab = A_s f_s f_y \rightarrow a = \frac{A_s f_s f_y}{0.85 f_c f_c b}$$

$$\frac{e_{cu}}{e_s} = \frac{x}{d-x} \rightarrow x = \frac{e_{cu}}{e_{cu} + e_s} d = \frac{e_{cu}}{e_{cu} + \frac{f_s}{E_s}} d = \frac{E_s e_{cu}}{E_s e_{cu} + f_s} d$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} \text{ , } e_{cu} = 0.003 \quad \Rightarrow x = \frac{600}{600 + f_s} d \rightarrow a = b_1 \frac{600}{600 + f_s} d$$

$$600a + f_s a = 600b_1 d \rightarrow f_s a = 600(b_1 d - a) \rightarrow f_s = \frac{600(b_1 d - a)}{a}$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی

$$a = \frac{A_s f_s f_s}{0.85 f_c f_c b} = \frac{A_s f_s \frac{600(b_1 d - a)}{a}}{0.85 f_c f_c b} = \frac{A_s f_s 600(b_1 d - a)}{0.85 f_c f_c b a}$$

$$0.85 f_c f_c b a^2 = -A_s f_s 600 a + A_s f_s 600 b_1 d$$

$$(0.85 f_c f_c b) a^2 + (A_s f_s 600) a - A_s f_s 600 b_1 d = 0$$

یا

$$\frac{0.85 f_c f_c b}{0.85 f_c f_c b} a^2 + \frac{(A_s f_s 600)}{0.85 f_c f_c b} a - \frac{A_s f_s 600 b_1 d}{0.85 f_c f_c b} = 0$$

$$a^2 + \frac{r b d f_s 600}{0.85 f_c f_c b} a - \frac{r b d f_s 600 b_1 d}{0.85 f_c f_c b} = 0 \rightarrow a^2 + \frac{r \cancel{b} d f_s 600}{0.85 f_c f_c \cancel{b}} a - \frac{r \cancel{b} d f_s 600 b_1 d}{0.85 f_c f_c \cancel{b}} = 0$$

$$a^2 + \frac{600 f_s r}{0.85 f_c f_c} d a - \frac{600 f_s r}{0.85 f_c f_c} b_1 d^2 = 0$$

$$M_r = 0.85 f_c f_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی

محدودیت بیشترین و کمترین مقدار فولاد براساس آبا

$$A_{s,max} = A_{sb} \quad or \quad r_{max} = r_b$$

محدودیت بیشترین مقدار فولاد کششی

$$r_{min} = \frac{0.25\sqrt{f_c}}{f_y} \geq \frac{1.4}{f_y}$$

محدودیت کمترین مقدار فولاد کششی

در صورتی که درصد فولاد کششی حاصل از محاسبه کمتر از ρ_{min} باشد، می توان با قرار دادن 1.33 برابر فولاد حاصل از محاسبه از کنترل رابطه مربوط به کمترین مقدار فولاد صرف نظر نمود.

تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی

طراحی مقطع مستطیلی تحت خمش براساس آبا

حالت اول:

ابعاد مقطع تیر مشخص است و فقط طراحی فولاد مدنظر می باشد:

$$R_r = \frac{M_r}{bd^2} = \frac{M_u}{bd^2}$$

$$m_f = \frac{f_s f_y}{0.85 f_c f_c}$$

$$r = \frac{1}{m_f} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2m_f R_r}{f_s f_y}} \right\}$$

اگر $r \leq r_{\max} = r_b \implies$ محاسبه قابل قبول است

اگر $r > r_{\max} = r_b \implies$ محاسبه غیر قابل قبول است و در صورت امکان باید ابعاد مقطع افزایش یابد و در غیر این صورت از فولادهای فشاری استفاده شود.

تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی

طراحی مقطع مستطیلی تحت خمش براساس آبا

حالت دوم:

طراحی ابعاد مقطع تیر و فولاد مدنظر است:

اگر محدودیت ابعاد و ارتفاع وجود نداشته باشد درصد آرماتور به صورت زیر فرض می شود:

$$r = 0.5r_{\max} \text{ to } 0.55r_{\max}$$

اگر محدودیت ابعاد و ارتفاع وجود داشته باشد درصد آرماتور به صورت زیر فرض می شود:

$$r \approx r_{\max}$$

$$w_f = r \frac{f_s f_y}{f_c f_c}$$

$$k_f = f_c f_c w_f (1 - 0.59 w_f)$$

$$\frac{d}{b} \approx 1.5 - 2.0 \rightarrow bd^2 = \frac{M_r}{k_f} \quad \text{با فرض}$$

در صورت لزوم دوباره باید ρ محاسبه شود

تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی

طراحی مقطع مستطیلی تحت خمش براساس آبا

برای تعیین ارتفاع تیر (h) باید ضوابط پوشش بتن روی میلگردها و فاصله بین آنها را کنترل نمود.

ضوابط پوشش بتن روی میلگردها براساس آبا

براساس آئین نامه بتن ایران حداقل پوشش بتن روی بیرونی ترین میلگرد در تیرها را براساس نوع شرایط محیطی تعیین می کند:



تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی

طراحی مقطع مستطیلی تحت خمش براساس آبا

ضوابط فاصله آزاد بین میلگردها

حداقل فاصله آزاد بین میلگردهای واقع در یک لایه به صورت زیر می باشد:

$$\max\{d_b, 25mm\}$$

حداقل فاصله آزاد بین دو لایه موازی به صورت زیر می باشد:

$$\max\{d_b, 25mm\}$$

تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

فولاد فشاری:

فولادی که در ناحیه فشاری بتن قرار داده می شود.

اگر در یک مقطع خمشی فولاد فشاری به کار رفته باشد، به آن مقطع، مقطع با فولاد فشاری و یا مقطع با فولاد دوطرفه یا دوبل می گویند.

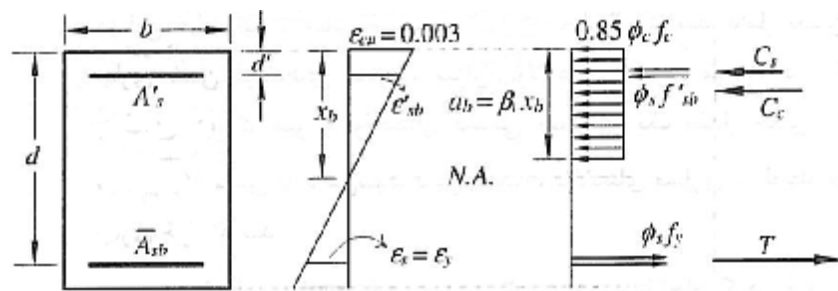
در صورتی که برای تیر تحت خمش محدودیت ابعادی وجود داشته باشد و حتی با استفاده از ماکزیمم میلگرد کششی مجاز نتوان مقاومت خمشی لازم را تامین نمود، تنها راه حل اضافه نمودن فولادهای فشاری در قسمت فشاری مقطع است.

مزایای استفاده از فولاد فشاری
در مقطع تحت خمش

- 1- کمک به ظرفیت فشاری بتن و افزایش ظرفیت خمشی مقطع
- 2- افزایش شکل پذیری عضو
- 3- کاهش خیز دارز مدت تیر بدلیل تغییرشکلهای پلاستیک و افت و خزش بتن
- 4- تبدیل فولاد فشاری به فولاد کششی در حالت تغییر جهت لنگر بدلیل بارهایی نظیر زلزله
- 5- ایجاد تکیه گاه برای فولادهای برشی

تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

بررسی جاری شدن فولادهای کششی در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری



فرض می شود مقدار میلگردهای کششی موجود در مقطع مستطیلی با میلگرد فشاری به گونه ای است که در لحظه نهایی همزمان با رسیدن کرنش بتن تار انتهایی به کرنش نهایی، فولاد کششی تسلیم می شود.

A'_s : مقدار فولاد فشاری موجود در مقطع

\bar{A}_{sb} : مقدار فولاد کششی متوازن مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

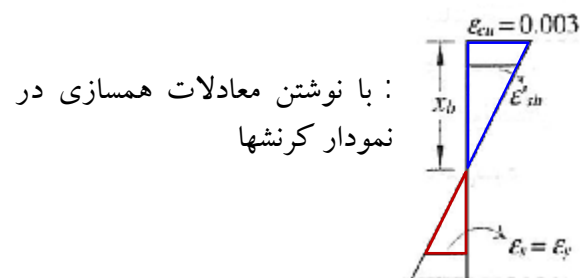
$$\sum F = 0 \rightarrow T = C_c + C_s \rightarrow \bar{A}_{sb} f_s f_y = 0.85 f_c f_c a_b b + A'_s f_s f'_{sb}$$

$$\therefore \bar{A}_{sb} = 0.85 \frac{f_c}{f_s} \frac{f_c}{f_y} a_b b + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y}$$



تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

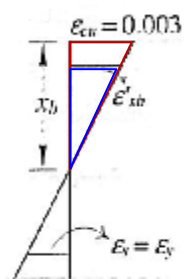
بررسی جاری شدن فولادهای کششی در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری



$$\frac{e_{cu}}{e_y} = \frac{x_b}{d - x_b} \rightarrow x_b = \frac{e_{cu}}{e_{cu} + e_y} d \xrightarrow{e_y = \frac{f_y}{E_s}} x_b = \frac{E_s e_{cu}}{E_s e_{cu} + f_y} d$$

$$\rightarrow E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} , e_{cu} = 0.003$$

$$\rightarrow \boxed{x_b = \frac{600}{600 + f_y} d} \quad \text{2}$$



$$\frac{e'_{sb}}{e_{cu}} = \frac{x_b - d'}{x_b} \rightarrow \frac{e'_{sb}}{e_{cu}} = 1 - \frac{d'}{x_b} \xrightarrow{\text{2}} \frac{e'_{sb}}{e_{cu}} = 1 - \frac{d'}{\frac{600}{600 + f_y} d}$$

$$\rightarrow \frac{e'_{sb}}{e_{cu}} = 1 - \frac{d'}{d} \frac{600 + f_y}{600} \rightarrow e'_{sb} = e_{cu} \left(1 - \frac{d'}{d} \frac{600 + f_y}{600} \right)$$

$$\rightarrow f'_{sb} = E_s e_{cu} \left(1 - \frac{d'}{d} \frac{600 + f_y}{600} \right) \xrightarrow{E_s e_{cu} = 600} \boxed{f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d} (600 + f_y) \leq f'_y} \quad \text{3}$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

بررسی جاری شدن فولادهای کششی در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

$$a_b = b_1 x_b \xrightarrow{2} a_b = \frac{600}{600 + f_y} b_1 d \xrightarrow{1} \bar{A}_{sb} = 0.85 \frac{f_c}{f_s} \frac{f_c}{f_y} \left(\frac{600}{600 + f_y} b_1 d \right) b + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{A}_{sb} = 0.85 b_1 \frac{f_c}{f_s} \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} b d + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y}} \quad 4$$

بعبارت دیگر: $\bar{A}_{sb} = A_{sb} + A'_s \frac{f'_{sb}}{f_y}$

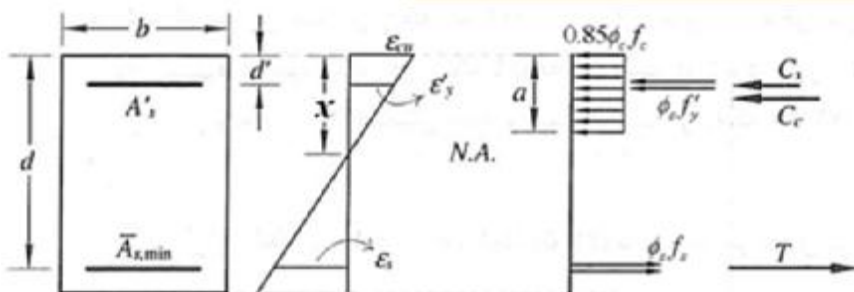
$$\bar{A}_{sb} = \bar{r}_b \cdot b d, \quad A'_s = r' \cdot b d \quad \rightarrow \quad \bar{r}_b = r_b + r' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$

اگر $A_s \leq \bar{A}_{sb} \quad (r \leq \bar{r}_b)$ مقطع با فولاد فشاری تحت مسلح است و در لحظه نهایی میلگردهای کششی تسلیم می شوند.

اگر $A_s > \bar{A}_{sb} \quad (r > \bar{r}_b)$ مقطع با فولاد فشاری فوق مسلح است و در لحظه نهایی میلگردهای کششی تسلیم نمی شوند.

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

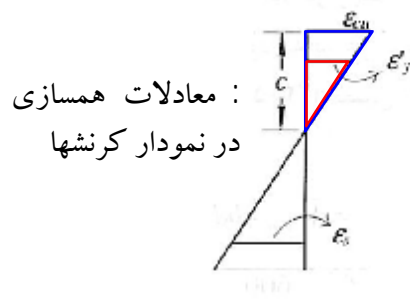
بررسی جاری شدن فولادهای فشاری در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری



فرض می شود مقدار میلگردهای فشاری موجود در مقطع مستطیلی با میلگرد فشاری به گونه ای است که در لحظه نهایی همزمان با رسیدن کرنش بتن تار انتهایی به کرنش نهایی، فولاد فشاری تسلیم می شود.

$$\sum F = 0 \rightarrow T = C_s + C_c \rightarrow \bar{A}_{s,min} f_s f_s = 0.85 f_c f_c ab + A_s' f_s f_y'$$

$$\Rightarrow \bar{A}_{s,min} = 0.85 \frac{f_c}{f_s} \frac{f_c}{f_s} ab + A_s' \frac{f_y'}{f_s} \quad \text{1}$$



معادلات همسازی در نمودار کرنشها

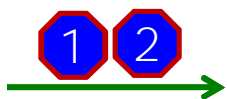
$$\frac{e_{cu}}{e_y'} = \frac{x}{x - d'} \rightarrow e_y' \cdot x = e_{cu} \cdot x - e_{cu} \cdot d' \rightarrow e_{cu} \cdot d' = e_{cu} \cdot x - e_y' \cdot x = (e_{cu} - e_y') x$$

$$\rightarrow x = \frac{e_{cu} \cdot d'}{e_{cu} - e_y'} \xrightarrow{a = b_1 x} a = b_1 d' \frac{e_{cu}}{e_{cu} - \frac{f_y'}{E_s}} = b_1 d' \frac{E_s e_{cu}}{E_s e_{cu} - f_y'}$$

$$\rightarrow a = b_1 d' \frac{600}{600 - f_y'} \quad \text{2}$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

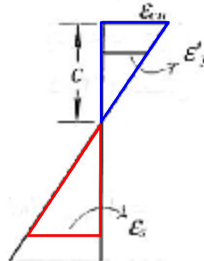
بررسی جاری شدن فولادهای فشاری در مقطع مستطیلی با فولاد فشاری



$$\bar{A}_{s,min} = 0.85 \frac{f_c}{f_s} \frac{f_c}{f_s} \left(b_1 d' \frac{600}{600 - f'_y} \right) b + A'_s \frac{f_y}{f_s}$$

$$\Rightarrow \bar{A}_{s,min} = 0.85 b_1 \frac{f_c}{f_s} \frac{f_c}{f_s} \frac{600}{600 - f'_y} b d' + A'_s \frac{f_y}{f_s}$$

معادلات همسازی
در نمودار کرنشها



$$\frac{e_s}{e_{cu}} = \frac{d-x}{x} \rightarrow e_s = \left(\frac{d}{x} - 1 \right) e_{cu} \xrightarrow{x=d' \frac{600}{600-f'_y} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{600-f'_y}{600d'}} e_s = \left(\frac{d}{d'} \frac{600-f'_y}{600} - 1 \right) e_{cu}$$

$$\xrightarrow{\times E_s} f_s = \frac{d}{d'} (600 - f'_y) - 600 \leq f_y$$



اگر $A_s \leq \bar{A}_{s,min}$ ($r \leq \bar{r}_{min}$) در لحظه نهایی میلگردهای فشاری تسلیم نمی شوند.

اگر $A_s > \bar{A}_{s,min}$ ($r > \bar{r}_{min}$) در لحظه نهایی میلگردهای فشاری تسلیم می شوند.

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

برای تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری در لحظه نهایی می بایست از تسلیم یا عدم تسلیم شدن میلگردهای کششی و فشاری اطلاع داشته باشیم، بنابر این برای مقطع در لحظه نهایی چهار حالت ممکن زیر را می توان برشمرد:

الف- جاری شدن فولاد کششی و فشاری $(r > \bar{r}_{\min} , r < \bar{r}_b)$

ب- جاری شدن فولاد کششی و جاری نشدن فولاد فشاری $(r < \bar{r}_{\min} , r < \bar{r}_b)$

ج- جاری نشدن فولاد کششی و جاری شدن فولاد فشاری $(r > \bar{r}_{\min} , r > \bar{r}_b)$

د- جاری نشدن فولاد کششی و جاری نشدن فولاد فشاری $(r > \bar{r}_{\min} , r > \bar{r}_b)$

تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

الف - جاری شدن فولاد کششی و فشاری $(r > \bar{r}_{\min}, r < \bar{r}_b)$

$$\sum F = 0 \rightarrow A_s f_s f_y = 0.85 f_c f_c a b + A'_s f'_s f'_y$$

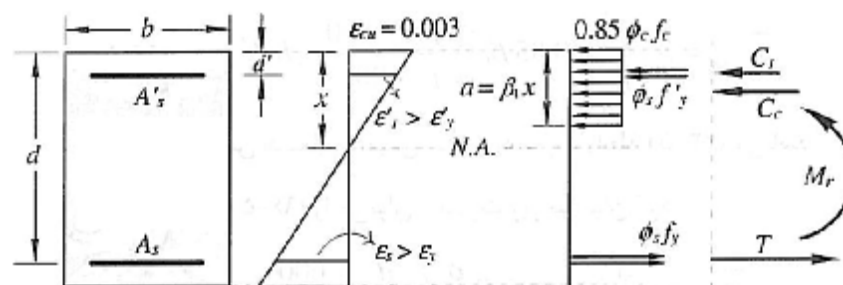
$$a = \frac{f_s (A_s f_y - A'_s f'_y)}{0.85 f_c f_c b}$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_r = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d')$$

$$M_r = 0.85 f_c f_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s f'_y (d - d')$$

$$M_r = 0.85 f_c f_c \frac{f_s (A_s f_y - A'_s f'_y)}{0.85 f_c f_c b} b \left(d - \frac{\frac{f_s (A_s f_y - A'_s f'_y)}{0.85 f_c f_c b}}{2} \right) + A'_s f'_s f'_y (d - d')$$

$$M_r = f_s (A_s f_y - A'_s f'_y) \left(d - \frac{f_s (A_s f_y - A'_s f'_y)}{1.7 f_c f_c b} \right) + A'_s f'_s f'_y (d - d')$$



تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

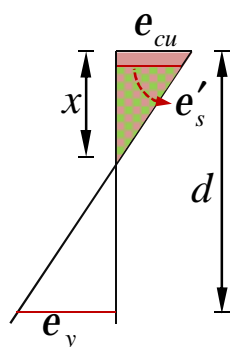
تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

ب- جاری شدن فولاد کششی و جاری نشدن فولاد فشاری ($r < \bar{r}_{\min}$, $r < \bar{r}_b$)

در این حالت: $e'_s < e'_y$, $f'_s < f'_y$

$$\sum F = 0 \rightarrow A_s f_s f_y = A'_s f'_s f'_y + 0.85 f_c f_c a b$$

$$\rightarrow a = \frac{A_s f_s f_y - A'_s f'_s f'_y}{0.85 f_c f_c b}$$



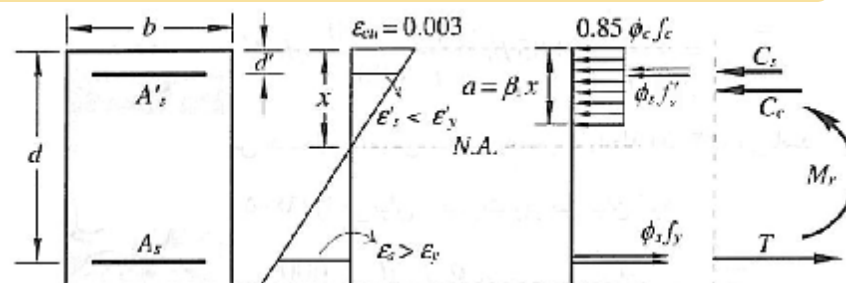
: معادله همسازی در
نمودار کرنشها

$$\frac{e'_s}{e_{cu}} = \frac{x - d'}{x} \rightarrow e'_s = \frac{x - d'}{x} e_{cu} \xrightarrow{x = \frac{a}{b_1}} e'_s = \frac{a - b_1 d'}{a} e_{cu}$$

$$\rightarrow E_s e'_s = \frac{a - b_1 d'}{a} E_s e_{cu} \xrightarrow{\frac{\times E_s = 2 \times 10^5}{e_{cu} = 0.003}} f'_s = \frac{a - b_1 d'}{a} \times 600$$

$$\text{پس } a = \frac{A_s f_s f_y - A'_s f'_s \left(600 \frac{a - b_1 d'}{a} \right)}{0.85 f_c f_c b} \rightarrow a^2 + \frac{f_s}{f_c} \frac{600 A'_s - A_s f_y}{0.85 f'_c b} a - \frac{f_s}{f_c} \frac{600 A'_s b_1 d'}{0.85 f'_c b} = 0$$

$$M_r = 0.85 f_c f'_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s f'_y (d - d')$$



تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

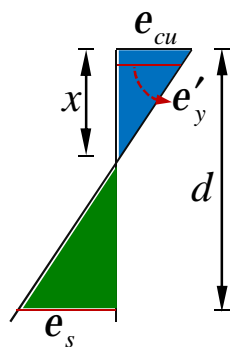
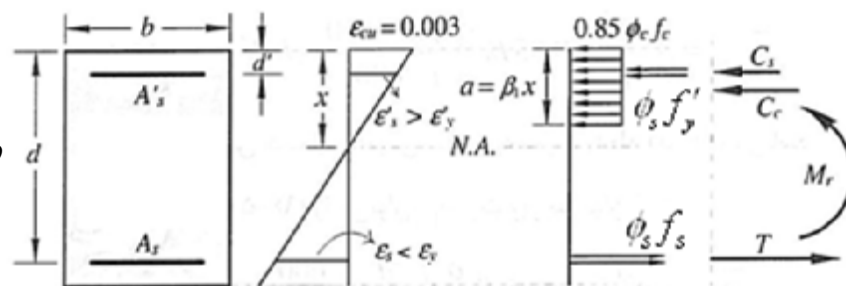
تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

ج- جاری نشدن فولاد کششی و جاری شدن فولاد فشاری ($r > \bar{r}_{\min}$, $r > \bar{r}_b$)

در این حالت: $e_s < e_y$, $f_s < f_y$

$$\sum F = 0 \rightarrow A_s f_s f_s = A'_s f'_s f'_y + 0.85 f_c f_c a b$$

$$\rightarrow a = \frac{A_s f_s f_s - A'_s f'_s f'_y}{0.85 f_c f_c b}$$



معادله همسازی در نمودار کرنشها

$$\frac{e_s}{e_{cu}} = \frac{d-x}{x} \rightarrow e_s = \frac{d-x}{x} e_{cu} \xrightarrow{x=\frac{a}{b_1}} e_s = \frac{b_1 d - a}{a} e_{cu}$$

$$\rightarrow E_s e_s = \frac{b_1 d - a}{a} E_s e_{cu} \xrightarrow{\frac{\times E_s = 2 \times 10^5}{e_{cu} = 0.003}} f_s = \frac{b_1 d - a}{a} \times 600$$

$$a = \frac{A_s f_s \left(600 \frac{b_1 d - a}{a} \right) - A'_s f'_s f'_y}{0.85 f_c f_c b} \rightarrow a^2 + \frac{f_s}{f_c} \frac{A'_s f'_y + 600 A_s}{0.85 f_c b} a - \frac{f_s}{f_c} \frac{600 A_s b_1 d}{0.85 f_c b} = 0$$

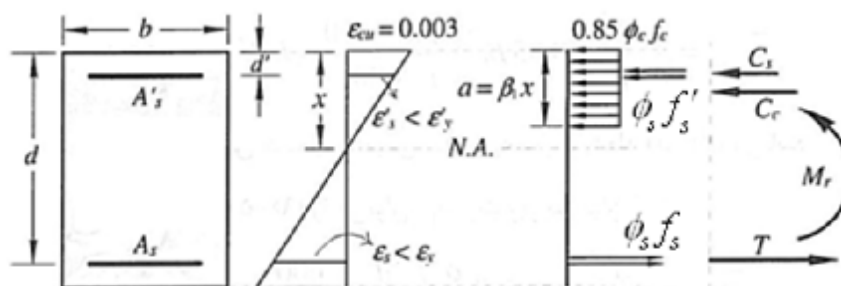
$$M_r = 0.85 f_c f'_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s f'_y (d - d')$$

تحلیل تیر تحت خمش - مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

تعیین ظرفیت خمشی مقطع مستطیلی با فولاد فشاری

د- جاری نشدن فولاد کششی و جاری نشدن فولاد فشاری ($r > \bar{r}_{\min}$, $r > \bar{r}_b$)

در این حالت: $e_s < e_y$, $f_s < f_y$
 $e'_s < e'_y$, $f'_s < f'_y$



$$a = \frac{A_s f_s f_s - A'_s f'_s f'_s}{0.85 f_c f_c b}$$

$$a^2 + \frac{f_s}{f_c} \frac{600 (A_s + A'_s)}{0.85 f_c b} a - \frac{f_s}{f_c} \frac{600 b_1 (A_s d - A'_s d')}{0.85 f_c b} = 0$$

$$f'_s = 600 \frac{a - b_1 d'}{a}$$

$$M_r = 0.85 f_c f'_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s f'_s (d - d')$$

تحلیل تیر تحت خمش-مقاطع مستطیلی با فولاد فشاری

محدودیت بیشترین مقدار میلگرد کششی در مقاطع با فولاد فشاری

$$\bar{A}_{s,\max} = \bar{A}_{sb}$$

$$\bar{r}_{\max} = \bar{r}_b$$

تکیه گاههای جانبی در مقاطع خمشی

به منظور جلوگیری از گسیختگی زودرس در اثر کمانش جانبی می بایست تکیه گاههای جانبی کافی در طول عضو خمشی وجود داشته باشد.

براساس آبا به جز در مواردی که محاسبات پایداری سازه شامل آثار پیچشی انجام می شود، فاصله تکیه گاههای جانبی برای تیرهای ساده و یا ممتد، نباید بیشتر از 50 برابر عرض وجه فشاری تیر، بیشتر باشد.

تغییر شکل تیر

تغییر شکل حداکثر تیر که خیز نامیده می شود به دلایل زیر حائز اهمیت است:

- مسائل زیبایی سازه
- ترک خوردن قطعات الحاقی و تیغه ها
- احساس امنیت استفاده کنندگان

بنابر این در یک سازه باید با استفاده از اصول تحلیل سازه ها، تغییر شکل حداکثر تیرها محاسبه و به مقادیر مجاز محدود گردد و لیکن آئین نامه به منظور تسهیل در طراحی اجازه می دهد با رعایت محدودیت هایی در زمینه عمق تیر از انجام محاسبات تغییر شکل تیر صرف نظر نماییم.

بر اساس آبا در صورتی که در صورتی که ارتفاع تیر از مقادیر ذکر شده در جدول زیر بیشتر باشد، نیازی به محاسبات خیز نمی باشد:

| تیر دو سر ساده | تیر با یک انتها ممتد | تیر با دو انتهای ممتد | تیر کنسولی |
|----------------|----------------------|-----------------------|---------------|
| $\frac{l}{60}$ | $\frac{l}{18.5}$ | $\frac{l}{21}$ | $\frac{l}{8}$ |

در صورتی که برای فولادهای خمشی مقاومت تسلیم برابر با 400 مگاپاسکال نباشد مقادیر مذکور در جدول فوق در ضریب زیر ضرب می شوند.

$$\left(0.4 + \frac{f_y}{670} \right)$$

میلگردهای گروهی

در طراحی تیرها و ستونها وقتی که مقدار زیادی میلگرد مسلح کنند، نیاز باشد، جای دادن و رعایت محدودیت فاصله بین میلگردها امکان پذیر نیست لذا در چنین حالاتی می توان میلگردها را به صورت گروه به کار برد.

آئین نامه بتن ایران در تیرها و برای میلگردهای با حداکثر قطر 36 میلیمتر ، گروهی کردن میلگردها را حداکثر تا 4 میلگرد مجاز می داند که در چنین میلگردهایی باید در تنگ محصور شوند.

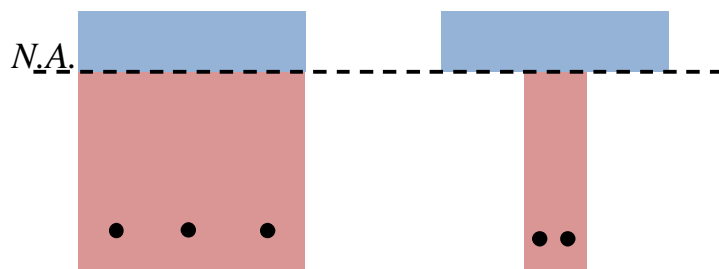
شکل

تحليل و طراحی سازه هاي بتن آرمه 1 طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

مقاطع بال دار می توانند به شکل T، L، I و یا قوطی شکل باشند.

فلسفه اصلی در انتخاب یک مقطع بال دار در مقایسه با یک مقطع مستطیلی



حذف قسمتهایی از بتن مقطع تیر که در کشش قرار گرفته و در لحظه نهایی مقاومت خمشی تیر، وجود آن تاثیری بر مقاومت تیر ندارد

نتیجه

کاهش میزان مصرف بتن
کاهش وزن تیر

نتیجه

اقتصادی تر شدن طرح

✓ استفاده از تیرهای T شکل برای تیرهای دو سر ساده در دهانه های بزرگ، بهترین گزینه محسوب می شود اما در تیرهای ممتد به دلیل تغییر جهت لنگر خمشی از مثبت در وسط دهانه به منفی در تکیه گاهها، تیر T شکل فقط در وسط دهانه عملکرد مناسبی دارد.

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

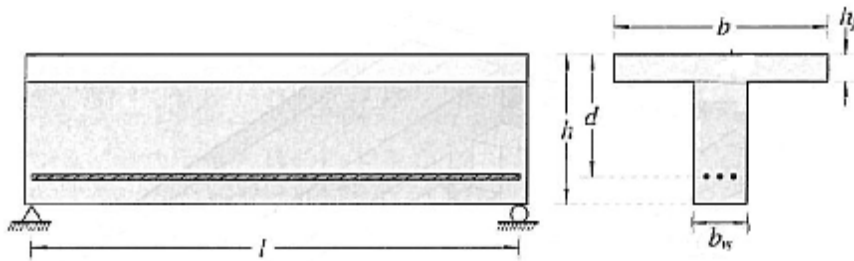
انواع ساخت تیرهای
T شکل

تیر T شکل مجزا یا منفرد

تیر T شکل همراه با دال و یکپارچه با آن

تیر T شکل مجزا

در این تیرها بال فقط برای تامین سطح فشاری اضافی مورد استفاده قرار می گیرد.



براساس آئین نامه بتن ایران مشخصات هندسی یک تیر T شکل مجزا باید از ضوابط زیر تبعیت کند:

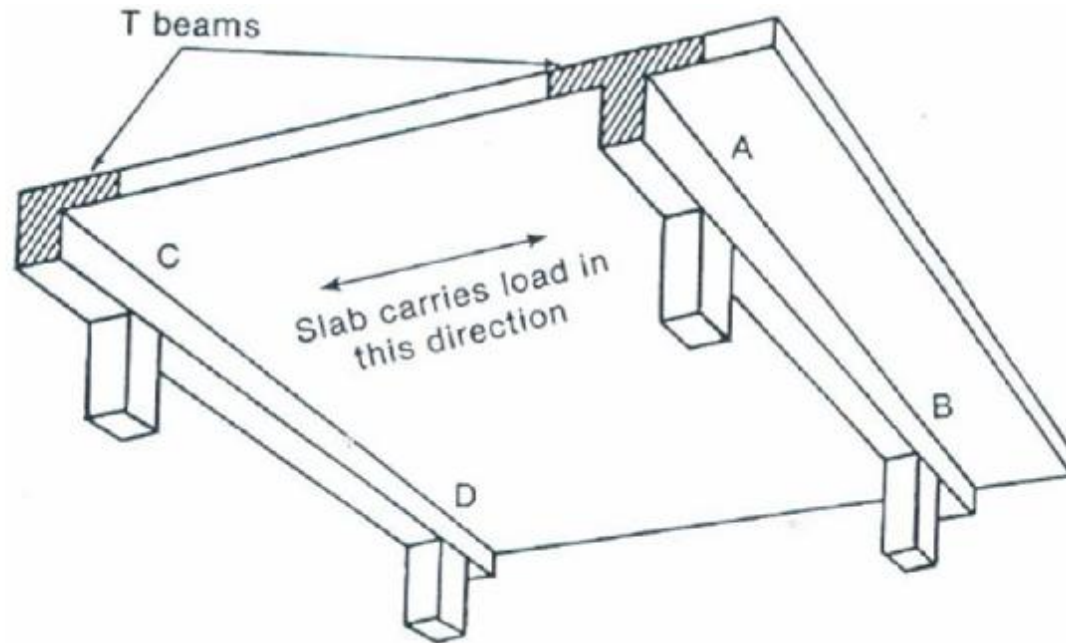
$$b \leq 4b_w \quad , \quad h_f \geq \frac{1}{2}b_w$$

توجه: در محاسبات اگر $b \leq 4b_w$ **نباشد**، عرض موثر بال (b_e) برابر با $4b_w$ در نظر گرفته می شود.

اگر $h_f \geq \frac{b_w}{2}$ **نباشد** می توان در محاسبه، b_w را در حد $2h_f$ کاهش داد.

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

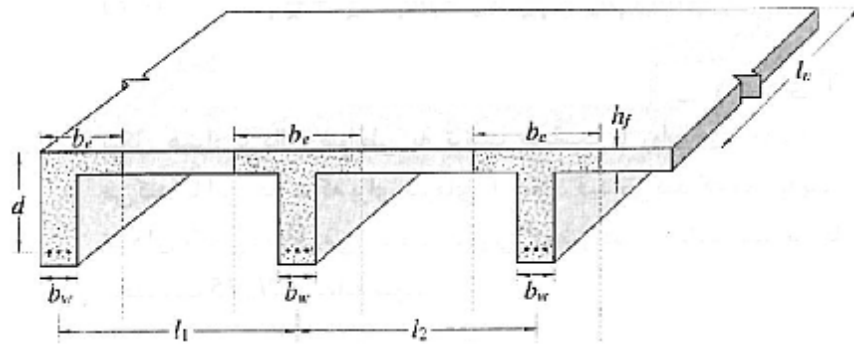
تیر A شکل همراه با دال



بارهای مرده و زنده موثر بر کف،
بوسیله دال در جهت عمود بر محور
طولی تیرها حمل و به تیرها منتقل می
شوند و سپس بارها از طریق تیرها به
ستونها منتقل می شوند.

مجموعه یکپارچه دال و تیر که عملکرد
متحدی دارند، برای **تیرهای میانی** یک
تیر A شکل و برای **تیرهای کناری** یک
تیر L شکل تشکیل می دهد.

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار



در محاسبات فقط عرض محدودی از دال در اطراف تیر T شکل لحاظ می گردد که به آن عرض موثر (b_e) می گویند.

l_n : طول دهانه تیر
 l_1 و l_2 : طول دهانه های دال (مرکز تا مرکز تیر)
 در طرفین تیر T شکل

عرض موثر تیر بال دار همراه با دال
 بر اساس آبا

تیر L شکل

$$b_e = \min \left\{ b_w + \frac{l_n}{12}, b_w + 6h_f, \frac{b_w}{2} + \frac{l_1}{2} \right\}$$

تیر T شکل

تیر های دوسر ساده

$$b_e = \min \left\{ \frac{2l_n}{5}, b_w + 16h_f, \frac{l_1 + l_2}{2} \right\}$$

تیر های یکسره

$$b_e = \min \left\{ \frac{l_n}{4}, b_w + 16h_f, \frac{l_1 + l_2}{2} \right\}$$

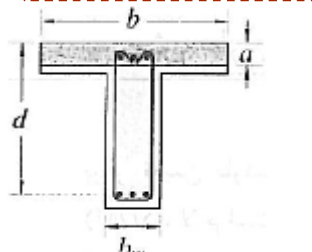
تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

رفتار مقطع T شکل تحت خمش

مقطع تحت لنگر خمشی مثبت

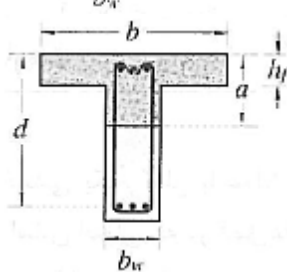
{ قسمت فشاری تنش (بلوک تنش فشاری معادل) فقط در بال قرار بگیرد

عملکرد مستطیلی با عرض b و عمق موثر d



{ قسمت فشاری تنش (بلوک تنش فشاری معادل) از بال گذشته و وارد جان شده بطوری که ناحیه فشاری بصورت T شکل باشد.

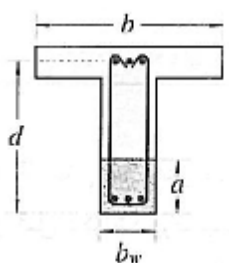
عملکرد T شکل با عرض b و عمق موثر d



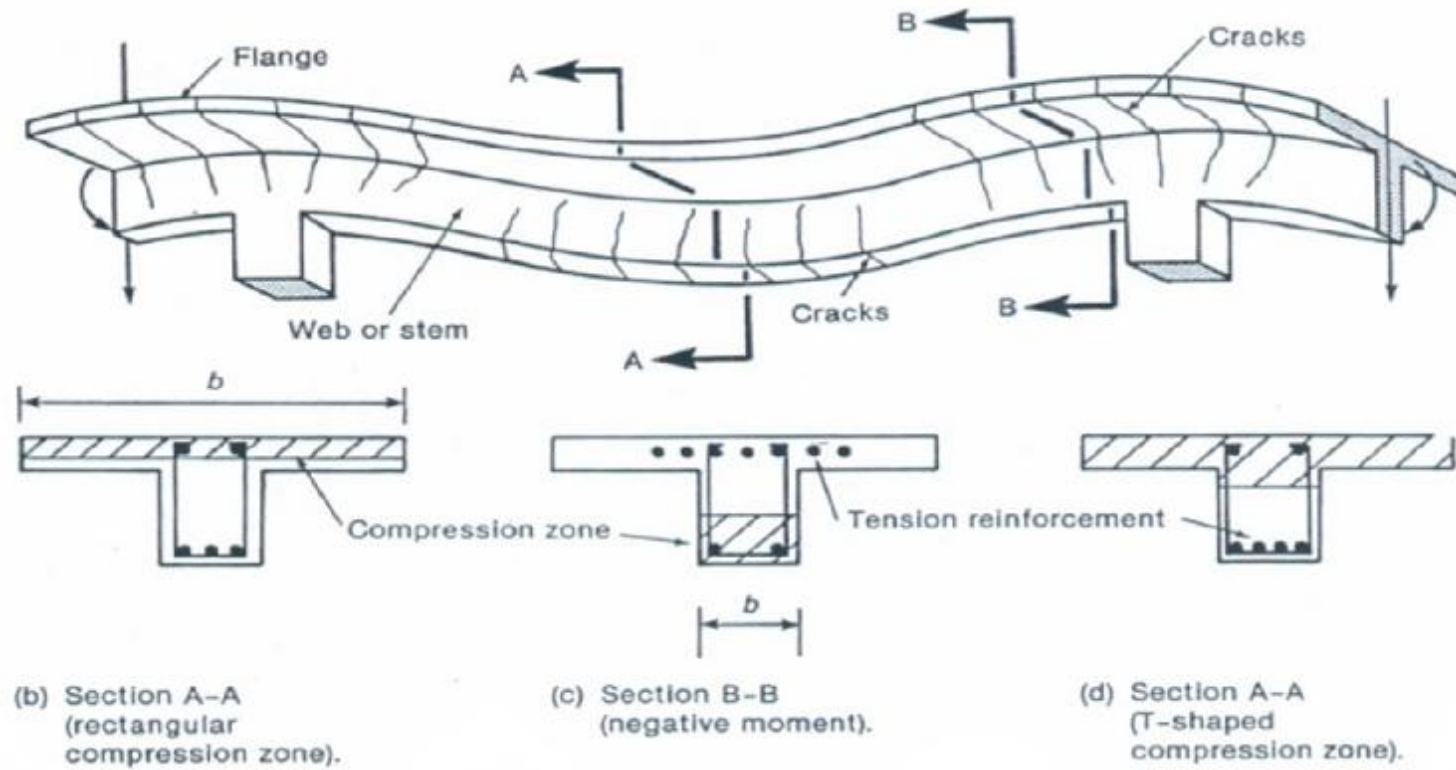
مقطع تحت لنگر خمشی منفی

{ بال مقطع تحت کشش قرار می گیرد و در باربری نقشی ایفا نمی کند

عملکرد مستطیلی با عرض b_w



تحليل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

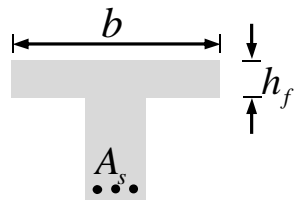


تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال

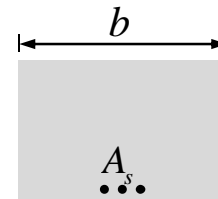
دا

تعیین عملکرد یک مقطع T شکل

؟؟؟ می خواهیم بدانیم تحت اثر لنگر خمشی مثبت بلوک تنش فشاری معادل کاملاً در بال مقطع واقع است یا اینکه به جان مقطع سرایت می کند.



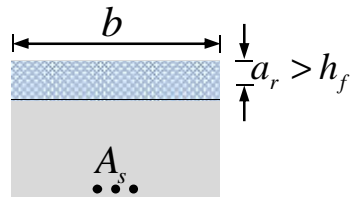
در هر دو حالت فرض می کنیم که فولاد کششی جاری شده است که این فرض در مقطع T شکل در جهت اطمینان است.



فرض می کنیم مقطع مستطیلی کامل به عرض b و عمق موثر d است.

$$C = T \rightarrow 0.85f_c f_c a_r b = A_s f_s f_y \rightarrow a_r = \frac{A_s f_s f_y}{0.85f_c f_c b}$$

معادله تعادل نیروها نوشته می شود و مقدار a_r تعیین می شود.

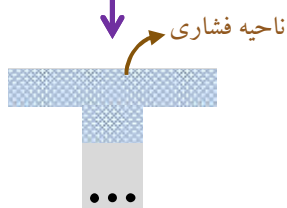
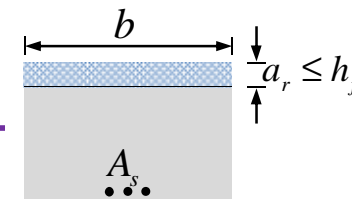
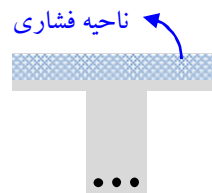


عملکرد مقطع T شکل است.

$$a_r > h_f$$

$$a_r \leq h_f$$

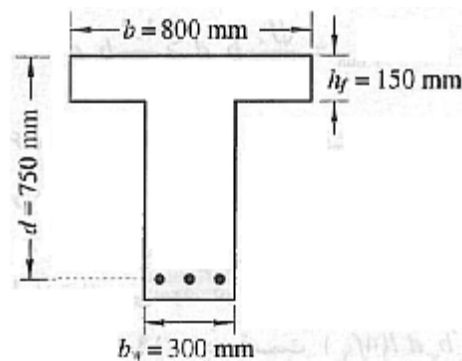
عملکرد مقطع مستطیلی است.



تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

تحلیل یک مقطع T شکل با عملکرد مستطیلی

یک مقطع T شکل با عملکرد مستطیلی را همانند یک مقطع مستطیلی با عمق موثر d و عرض برابر با عرض موثر بال تحلیل می کنیم.



مثال ۵-۶ لنگر مقاوم نهایی مقطع T شکل نشان داده شده را با فرض $f_c = 21 \text{ MPa}$ و $f_y = 400 \text{ MPa}$

به روش آیین نامه بتن ایران به دست آورید: الف) $A_s \equiv 3\Phi 36$

الف) $A_s \equiv 3\Phi 36$

$$A_s = 3054 \text{ mm}^2$$

$$a_r = \frac{\phi_s}{\phi_c} \frac{A_s f_y}{0.85 f_c b} = \frac{0.85}{0.6} \times 85.5 = 121.1 \text{ mm} < h_f \Rightarrow \text{عملکرد مستطیلی}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = 0.0051 < \rho_b$$

$$M_r = \rho \phi_s f_y b d^2 \left(1 - 0.59 \frac{\phi_s}{\phi_c} \frac{\rho f_y}{f_c} \right)$$

$$= (0.0051)(0.85)(400)(800)(750^2) \left(1 - 0.59 \times \frac{0.85}{0.6} \times \frac{0.0051 \times 400}{21} \right)$$

$$M_r = \underline{\underline{716.9 \times 10^6 \text{ N.mm}}}$$

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال دار

تحلیل یک مقطع T شکل با عملکرد T شکل

برای تحلیل یک مقطع با عملکرد T شکل می بایست وضعیت مقطع از نظر تحت مسلح یا فوق مسلح بودن مشخص شود، بنابراین باید مقدار فولاد متوازن مقطع محاسبه شود تا بتوان با مقایسه فولاد موجود با فولاد متوازن در این مورد اظهار نظر نمود.

فولاد متوازن در یک مقطع با عملکرد T شکل

معادله تعادل در شکل ب

$$T_f = C_f \rightarrow A_{sf} j_s f_y = 0.85 j_c f_c h_f (b - b_w)$$

$$\Rightarrow A_{sf} = 0.85 \frac{j_c}{j_s} \frac{f_c}{f_y} h_f (b - b_w)$$

معادله تعادل در شکل ج

$$T_w = C_w \rightarrow (A_{sb,T} - A_{sf}) j_s f_y = 0.85 j_c f_c a_b b_w$$

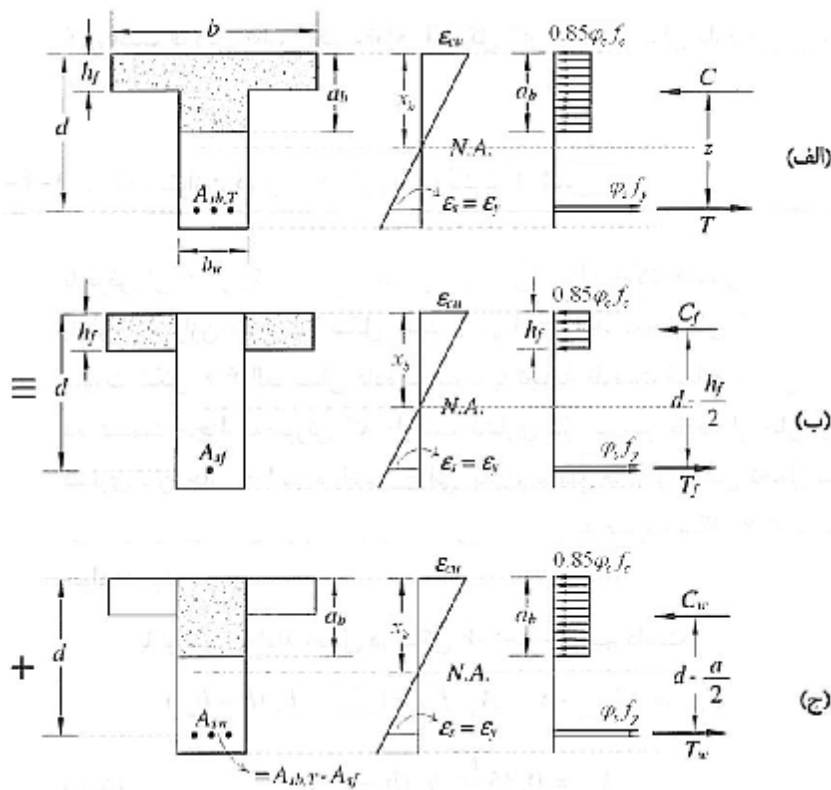
$$\Rightarrow A_{sb,T} = A_{sf} + 0.85 \frac{j_c}{j_s} \frac{f_c}{f_y} a_b b_w$$

با استفاده از همسازی در نمودار کرنش ها

$$x_b = \frac{600}{600 + f_y} d \rightarrow a_b = \frac{600}{600 + f_y} b_1 d$$

$$\Rightarrow A_{sb,T} = A_{sf} + 0.85 b_1 \frac{j_c}{j_s} \frac{f_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} b_w d$$

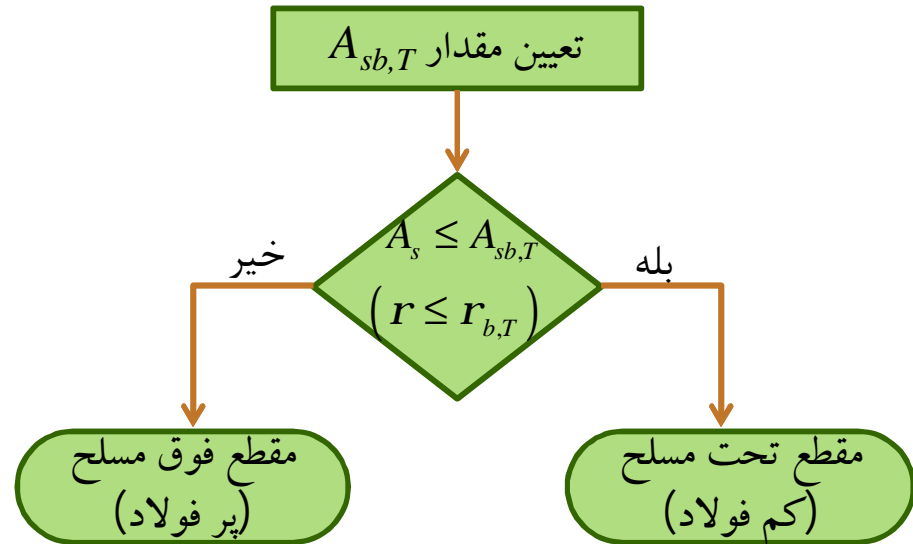
$$\div b_w d \longrightarrow r_{b,T} = r_f + r_b$$



تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال

دال

تعیین مقاومت خمشی یک مقطع T شکل با عملکرد T شکل



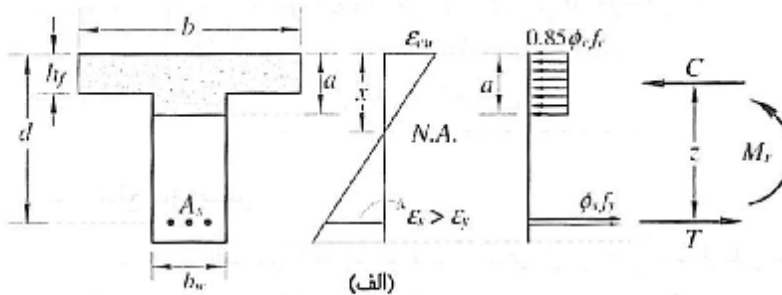
تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال

دارد

مقطع تحت مسلح (کم فولاد)

تعیین مقاومت خمشی یک مقطع T شکل با عملکرد T شکل

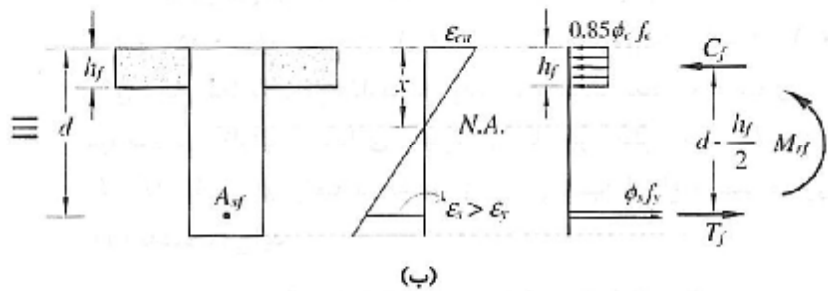
ظرفیت فشاری مقطع را به ظرفیت فشاری در طرفین جان و ظرفیت فشاری در جان تجزیه نموده و مقاومت خمشی متناظر با هر حالت را بدست آورده و از حاصلجمع آن دو مقاومت خمشی مقطع تعیین می شود.



$$A_{sf} = 0.85 \frac{j_c}{j_s} \frac{f_c}{f_y} h_f (b - b_w)$$

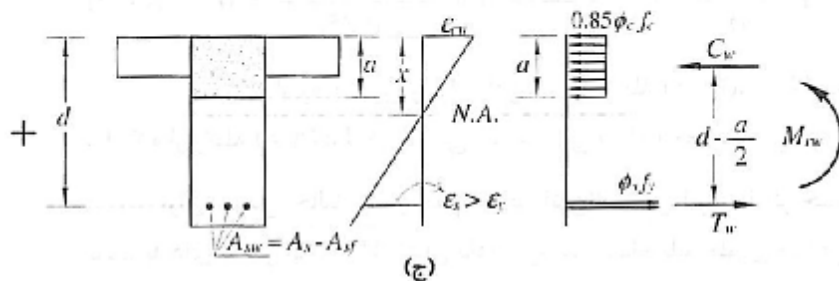
$$M_{rf} = 0.85 j_c f_c h_f (b - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = A_{sf} j_s f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

معادله تعادل در شکل ج



$$0.85 j_c f_c a b_w = (A_s - A_{sf}) j_s f_y \rightarrow a = \frac{j_s (A_s - A_{sf}) f_y}{j_c 0.85 f_c a b_w}$$

$$M_{rf} = 0.85 j_c f_c a b_w \left(d - \frac{a}{2} \right) = (A_s - A_{sf}) j_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$



$$M_r = M_{rf} + M_{rw}$$

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال

دارد

مقطع فوق مسلح (پرفولاد)

تعیین مقاومت خمشی یک مقطع T شکل با عملکرد T شکل

ظرفیت فشاری مقطعی را به ظرفیت فشاری در طرفین جان و ظرفیت فشاری در جان تجزیه نموده و مقاومت خمشی متناظر با هر حالت را بدست آورده و از حاصل جمع آن دو مقاومت خمشی مقطعی تعیین می شود.

$$A_{sf} = 0.85 \frac{j_c}{j_s} \frac{f_c}{f_y} h_f (b - b_w)$$

$$M_{rf} = 0.85 j_c f_c h_f (b - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = A_{sf} j_s f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

حل معادله درجه دوم زیر و تعیین a

$$a^2 + \frac{j_s}{j_c} \frac{(600r + r_f f_y) d}{0.85 f_c} a - \frac{j_s}{j_c} \frac{600 r b_1 d^2}{0.85 f_c} = 0$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} \frac{f_y}{f_s}$$

$$M_{rf} = 0.85 j_c f_c a b_w \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_{sw} j_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_r = M_{rf} + M_{rw}$$

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش-مقاطع بال

دار

محدودیت بیشترین و کمترین میلگرد

آئین نامه بتن ایران در مورد مقاطع T شکل ماکزیمم مقدار فولاد کششی را برابر فولاد متوازن معرفی می کند.

$$A_{s\max,T} = A_{sb,T}$$

$$r_{\max,T} = r_{b,T}$$

آئین نامه بتن ایران در مورد مقاطع T شکل مینیمم مقدار فولاد کششی را بر اساس روابط زیر معرفی می کند.

$$r_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{b_w d} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{0.25\sqrt{f_c}}{f_y} \\ \frac{1.4}{f_y} \end{array} \right.$$

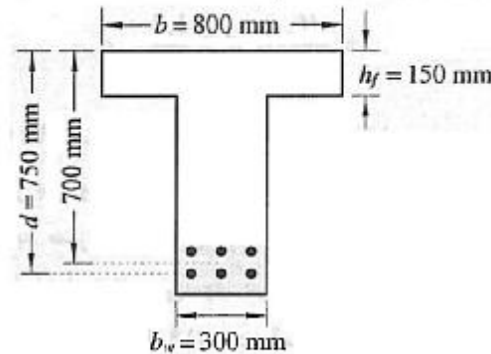
بر اساس آبا اگر در صد فولاد کششی حاصل از محاسبه از ρ_{\min} کمتر باشد ، می توان با قرار دادن 1.33 برابر سطح فولاد محاسباتی از کنترل رابطه فوق صرفنظر نمود.

تحلیل و طراحی تیر تحت خمش - مقاطع بال

دار

مثال

مثال ۵-۶ لنگر مقاوم نهایی مقطع T شکل نشان داده شده در شکل را با فرض $f_c = 21 \text{ MPa}$ و $f_y = 400 \text{ MPa}$ به روش آیین نامه بتن ایران به دست آورید: (ب) $A_s = 6\Phi 36$



حل: کنترل ابعاد:

$$b \leq 4b_w, \quad h_f \geq \frac{1}{2}b_w \quad \text{O.K.}$$

(ب) $A_s = 6\Phi 36$

$$a_r = \frac{0.85}{0.6} \times 171.1 = 242.4 \text{ mm} > h_f, \quad A_s = 6107 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = 0.0294; \quad \rho_b = 0.85\beta_1 \frac{\phi_c f_c}{\phi_s f_y} \frac{600}{600 + f_y} = 0.0161$$

$$A_{sf} = 0.85 \frac{\phi_c f_c}{\phi_s f_y} h_f (b - b_w) = \frac{0.6}{0.85} \times 3347 = 2363 \text{ mm}^2$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} = \frac{2363}{300 \times 700} = 0.0113$$

$$\rho_{\max, T} = \rho_{b, T} = \rho_b + \rho_f = 0.0161 + 0.0113 = 0.0274$$

$$\rho = 0.0294 > \rho_{\max, T} = 0.0274 \rightarrow \text{USE } \rho = \rho_{\max, T} = 0.0274$$

$$A_s = \rho_{\max, T} b_w d = 0.0274 \times 300 \times 700 = 5754 \text{ mm}^2$$

یعنی در محاسبات، از اضافه فولاد صرف نظر کرده و به جای 6107 mm^2 فولاد کششی، مقدار فولاد 5754 mm^2 را در آنالیز مقطع وارد می کنیم.

$$M_{sf} = \phi_s A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 0.85 \times 2363 \times 400 \times (700 - 150/2) = 502.1 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$a = \frac{\phi_s (A_s - A_{sf}) f_y}{\phi_c 0.85 f_c b_w} = \frac{0.85}{0.6} \times \frac{(5754 - 2363) \times 400}{0.85 \times 21 \times 300} = 358.8 \text{ mm}$$

$$M_{rw} = \phi_s (A_s - A_{sf}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0.85 \times (5754 - 2363) \times 400 \times \left(700 - \frac{358.8}{2} \right) = 600.2 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_r = M_{sf} + M_{rw} = 502.1 + 600.2 = 1102.3 \text{ kN.m}$$

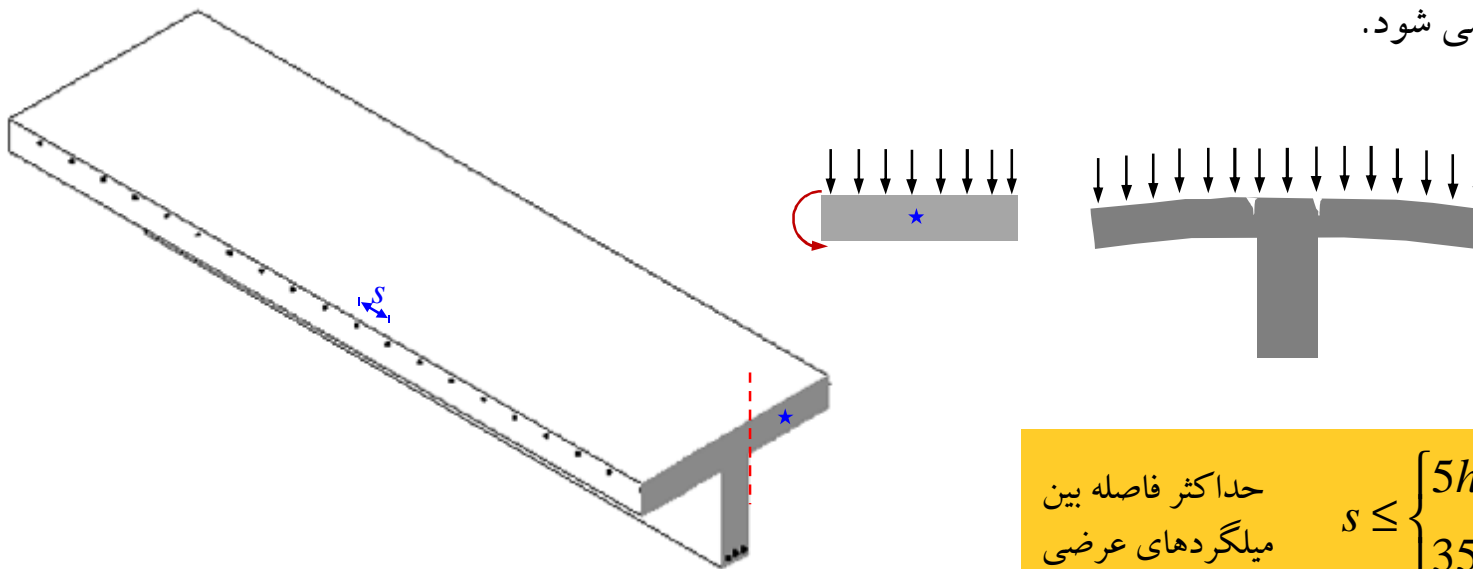
تحلیل و طراحی تیر تحت خمشی - مقاطع بال دار

فولاد لازم در جهت عرضی بال فشاری

در تیرهای T شکل با بال فشاری که میلگرد گذاری خمشی به موازات طول تیر صورت گرفته است، لازم است در بالای بال در جهت عرضی (عمود بر جهت طولی تیر)، فولادهای خمشی مناسب تعبیه شوند.

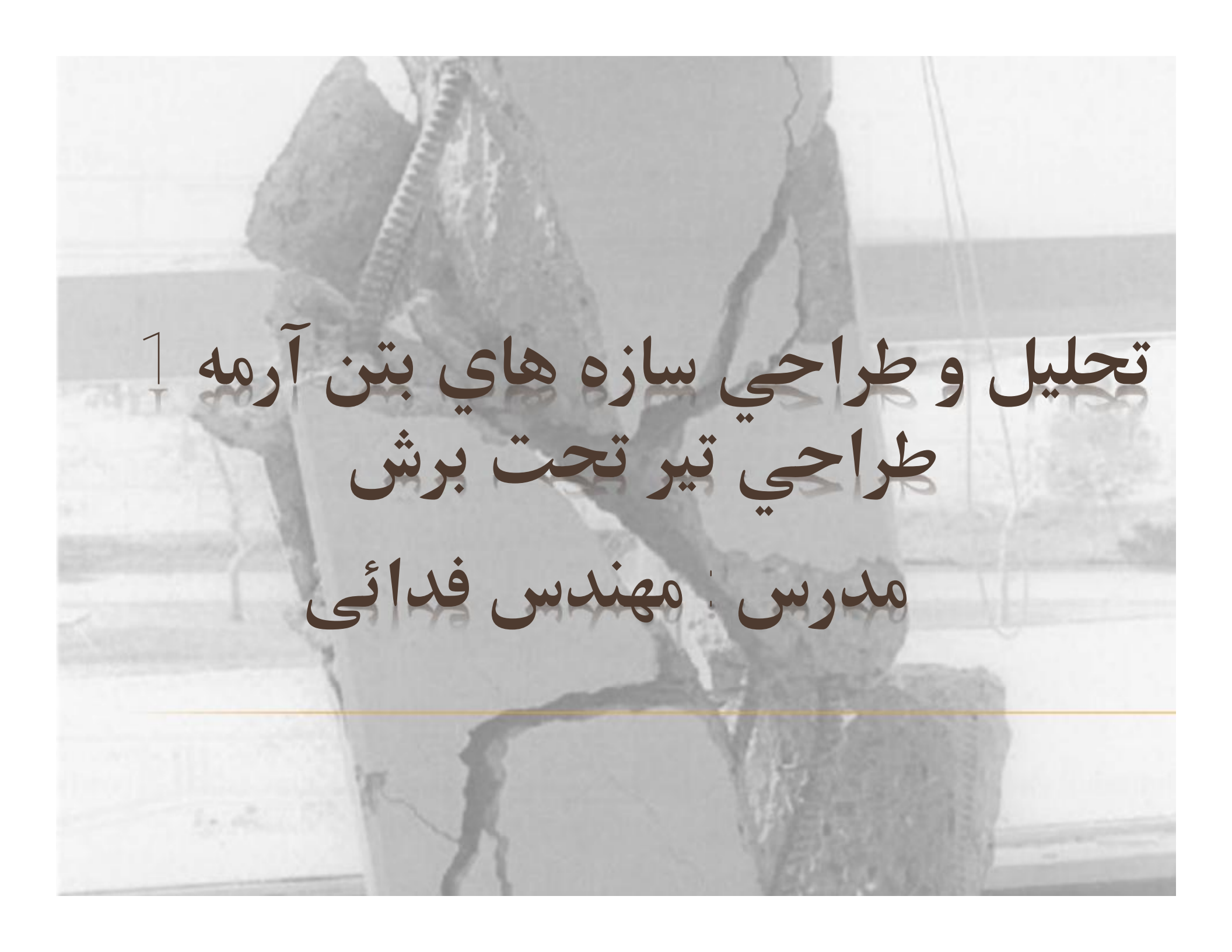
طراحی این میلگردها در تیرهای T شکل مجزا بر اساس لنگر ایجاد شده در اثر بارهای ضریبدار وارد بر کل بال و با عملکرد کنسولی بال نسبت به خط کناری جان تیر، انجام می گیرد.

طراحی این میلگردها در تیرهای T شکل همراه با دال نیز بر اساس عملکرد کنسولی عرض موثر بال نسبت به خط کناری جان تیر، انجام می شود.



$$s \leq \begin{cases} 5h_f \\ 350mm \end{cases}$$

حداکثر فاصله بین
میلگردهای عرضی



تحليل و طراحی سازه های بتن آرمه 1

طراحی تیر تحت برش

مدرس : مهندس فدائی

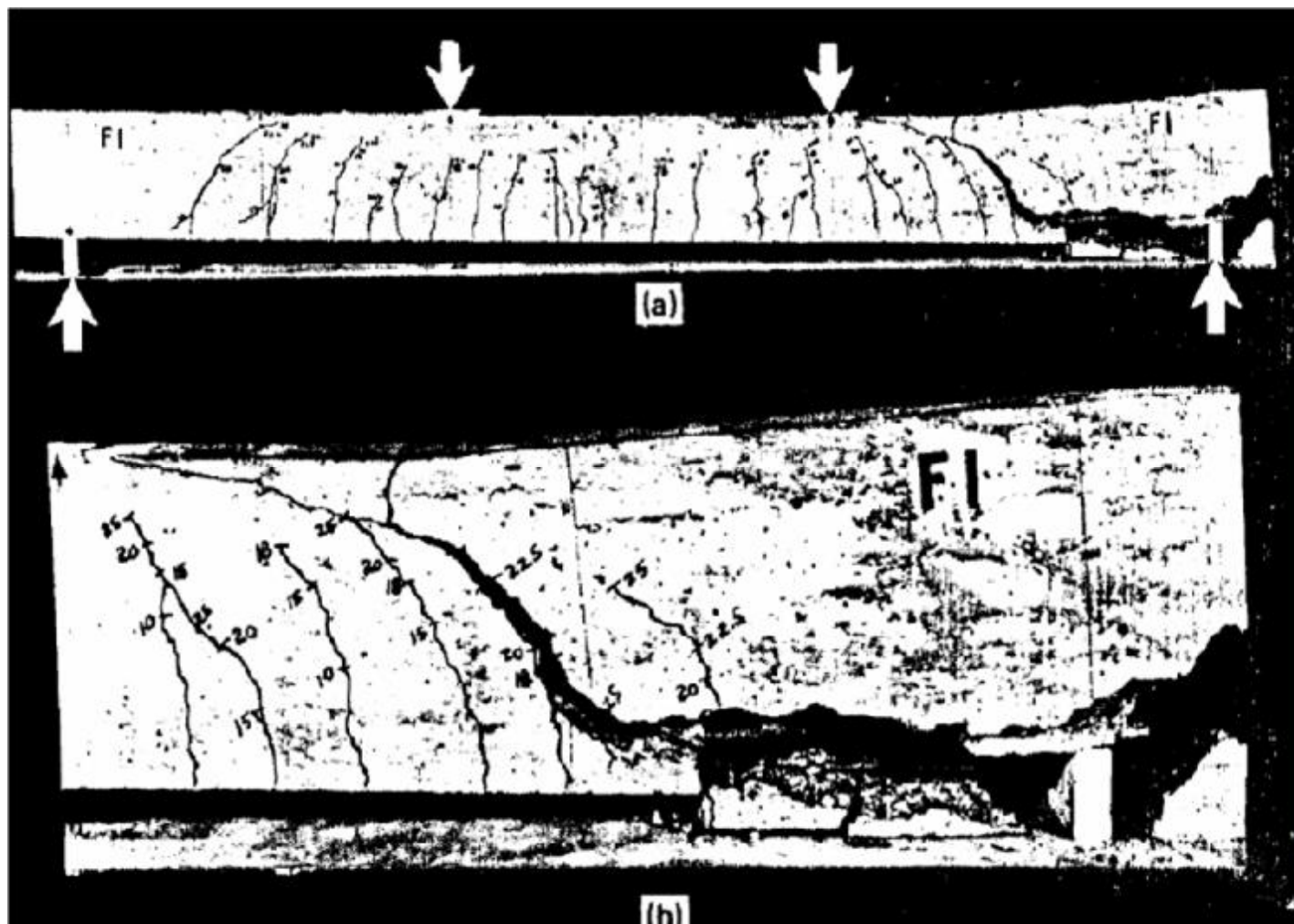
تحلیل و طراحی تیر تحت برش

تیرها علاوه بر خمش معمولاً تحت اثر برش نیز می باشند.

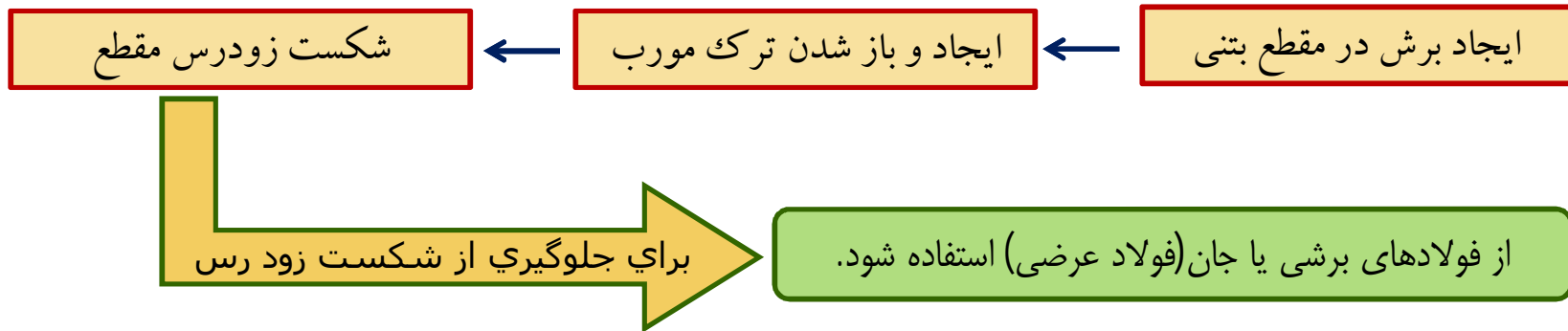
معمولاً در تیرها طراحی اولیه بر اساس خمش انجام می شود و پس از تعیین ابعاد و فولادگذاری خمشی، مقطع تیر از نظر مقاومت در برش مورد بررسی قرار می گیرد و در صورت لزوم، فولادهای طولی مناسب جهت مقاومت در مقابل نیروی برشی در مقطع تعبیه می شود.

تحلیل و طراحی تیر تحت برش

انواع ترک های محتمل در یک تیر تحت اثر توام برش و خمش

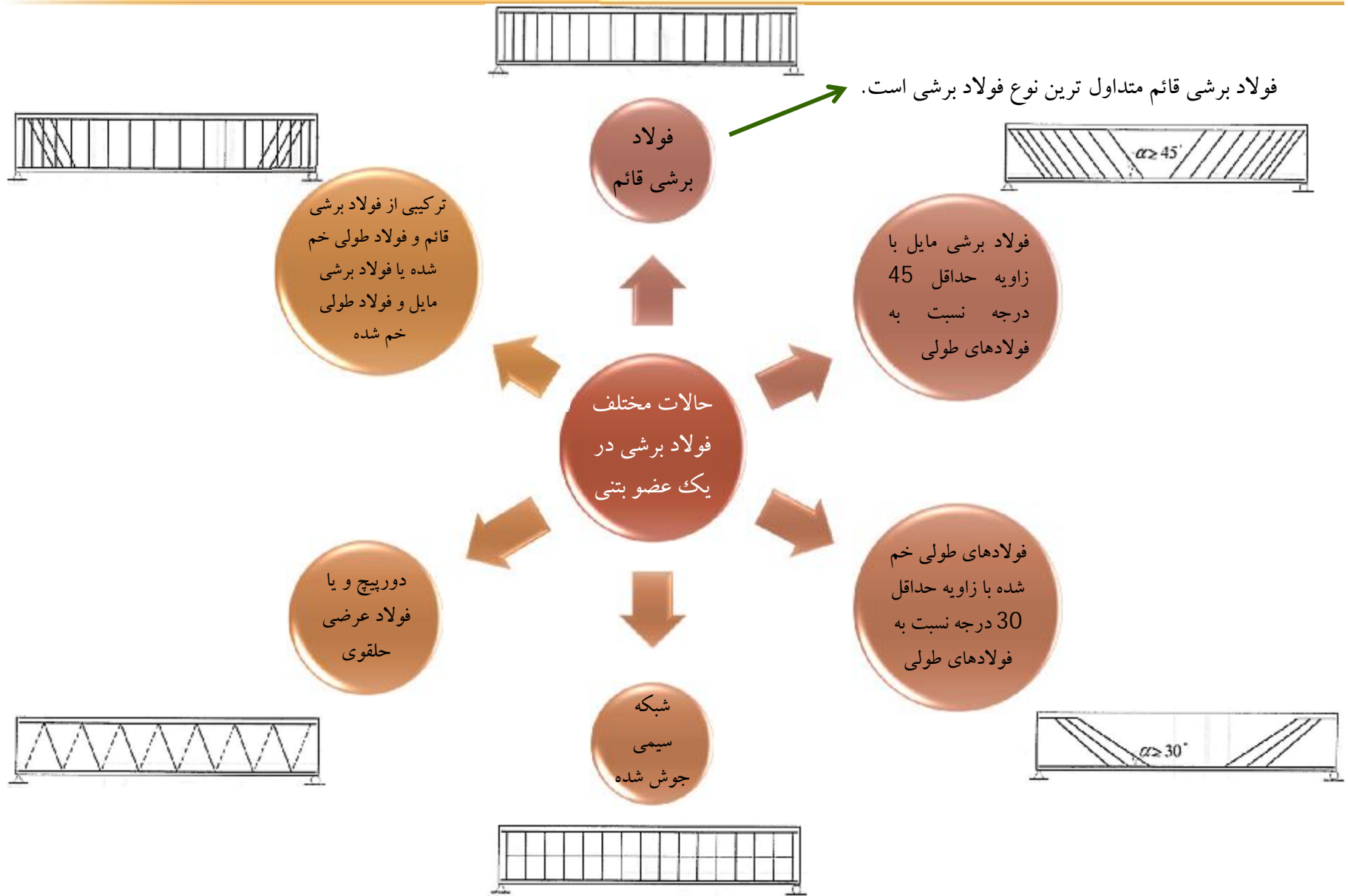


تحلیل و طراحی تیر تحت برش



فولاد عرضی با انتقال تنش به طرفین یک ترک مورب، به عنوان مسلح کننده عضو بتنی در برابر برش عمل می کند.

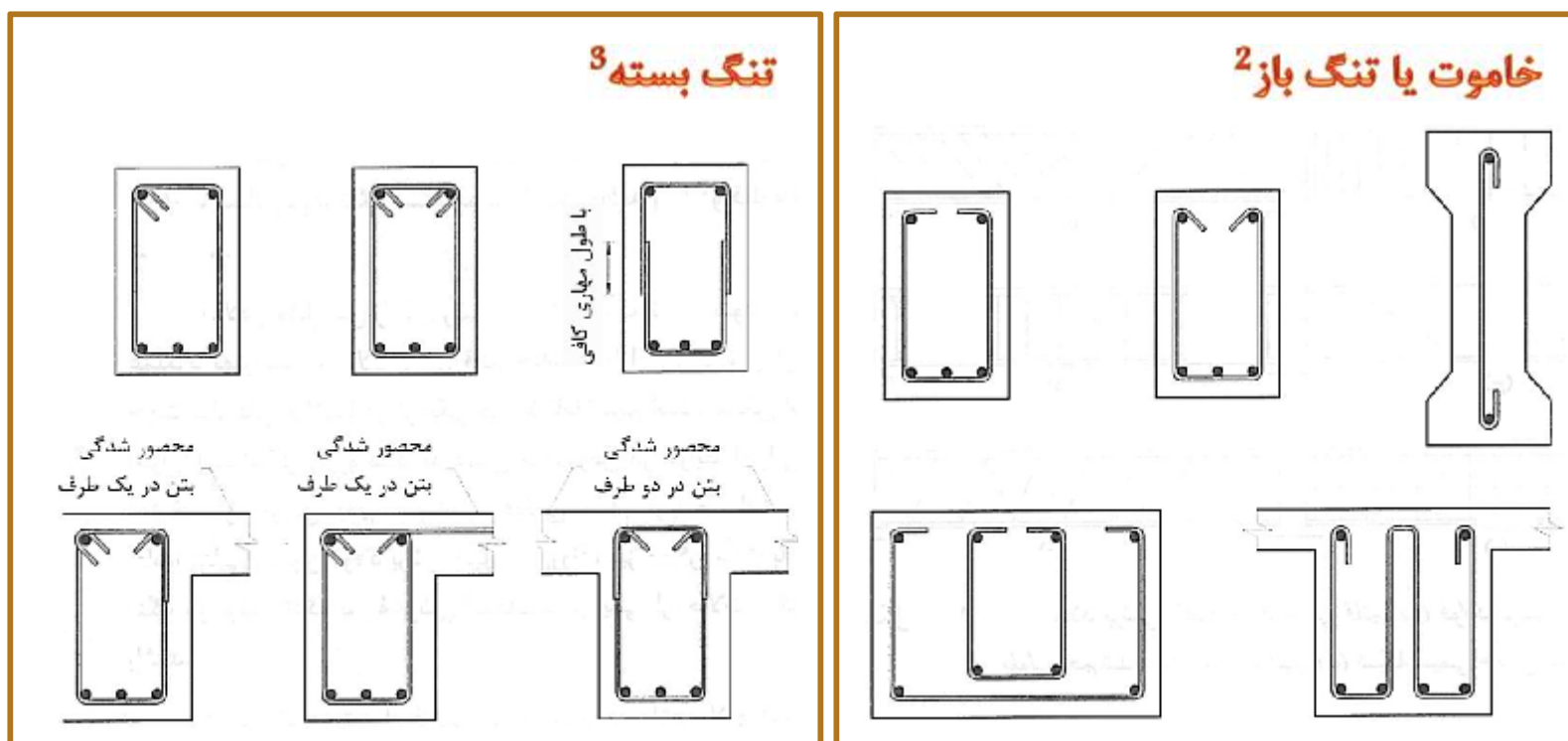
تحلیل و طراحی تیر تحت برش



تحلیل و طراحی تیر تحت برش

به هریک از فولادهای برشی خاموت یا تنگ¹ می گویند.

خاموت یا تنگ ها را می توان به یکی از دو صورت زیر به کاربرد.



1-Stirrup or Tie 2-Open Stirrups 3- Closed Stirrups

تحلیل و طراحی تیر تحت برش

براساس آئین نامه بتن ایران کنترل حالت حدی نهایی مقاومت در برش به صورت زیر انجام می پذیرد.

$$V_u \leq V_r$$

نیروی برشی نهایی در مقطع
بر اساس بارهای ضریبدار

مقاومت برشی نهایی مقطع

مقاومت برشی نهایی مقطع (V_r) از مشارکت مقاومت برشی نهایی بتن (V_c) و مقاومت برشی نهایی فولاد برشی (V_s) حاصل می شود.

$$V_r = V_c + V_s$$

تحلیل و طراحی تیر تحت برش

مقاومت برشی تامین شده بوسیله بتن

مقاومت برشی تامین شده به وسیله بتن برای اعضایی که در برش و خمش قرار دارند:

$$V_c = 0.2j_c \sqrt{f_c} b_w d$$

مقاومت برشی تامین شده به وسیله بتن برای اعضایی که در برش و خمش قرار دارند بصورت دقیق تر:

$$V_c = \left(0.95n_c + 12r_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d \leq 1.75n_c b_w d$$

M_u : لنگر خمشی نهایی مقطع بر حسب نیوتن-میلیمتر

V_u : نیروی برشی نهایی مقطع بر حسب نیوتن

ρ_w : درصد فولاد مقطع

$$n_c = 0.2j_c \sqrt{f_c}$$

در رابطه فوق $\frac{V_u d}{M_u}$ نباید بیشتر از واحد اختیار شود.

تحلیل و طراحی تیر تحت برش

مقاومت برشی تامین شده بوسیله بتن

مقاومت برشی تامین شده به وسیله بتن برای اعضایی که تحت اثر برش و خمش و فشار محوری قرار دارند عبارتست از:

$$V_c = n_c \left(1 + \frac{N_u}{12 A_g} \right) b_w d$$

N_u : نیروی محوری نهایی بر حسب نیوتن که همزمان با V_u بر مقطع اثر می کند و در فشار مثبت در نظر گرفته می شود.
 A_g : مساحت کل مقطع و به صورت ناخالص بر حسب میلیمتر مربع

مقاومت برشی تامین شده به وسیله بتن برای اعضایی که تحت اثر برش و خمش و فشار محوری قرار دارند به صورت دقیق به صورت زیر بدست می آید:

$$V_c = \left(0.95 n_c + 12 r_w \frac{V_u d}{M_m} \right) b_w d \leq 1.75 n_c \sqrt{1 + \frac{N_u}{3 A_g}} b_w d$$

$$M_m = M_u - N_u \frac{4h - d}{8}$$

M_m : لنگر اصلاح شده بر حسب نیوتن میلیمتر که به صورت زیر بدست می آید:

در صورتی که M_m بدست آمده از رابطه فوق منفی شود در محاسبه V_c فقط از عبارت سمت راست رابطه محاسبه V_c استفاده می شود.

تحلیل و طراحی تیر تحت برش

مقاومت برشی تامین شده بوسیله بتن

مقاومت برشی تامین شده به وسیله بتن برای اعضایی که تحت اثر برش و خمش و کشش محوری قرار دارند عبارتست از:

$$V_c = n_c \left(1 + \frac{N_u}{3A_g} \right) b_w d$$

N_u : نیروی محوری کششی بر حسب نیوتن و با علامت منفی لحاظ می گردد.

برای اعضای تحت اثر برش، خمش و کشش محوری قابل ملاحظه می توان مقدار V_c را برابر با صفر در نظر گرفت.

تحلیل و طراحی تیر تحت برش

مقاومت برشی تامین شده توسط فولاد برشی

مقاومت برشی تامین شده به وسیله خاموتهای قائم:

$$V_s = j_s A_v f_y \frac{d}{s}$$

سطح مقطع شاخه های قائم
فولاد برشی بر حسب mm^2

مقاومت مشخصه فولاد برشی نباید بیشتر از $400MPa$ در نظر گرفته شود.

مقاومت برشی تامین شده به وسیله خاموتهای مایل:

$$V_s = j_s A_v f_y (\sin a + \cos a) \frac{d}{s}$$

سطح مقطع شاخه های مایل
یک خاموت بر حسب mm^2

زاویه تورب خاموت مایل

مقاومت برشی تامین شده به وسیله فولاد طولی خم شده:

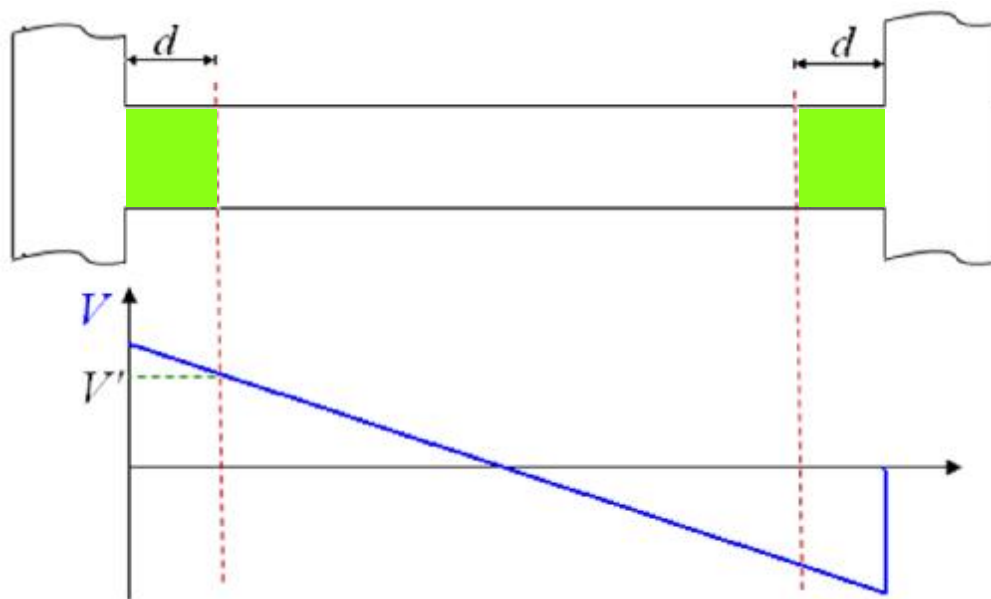
$$V_s = j_s A_v f_y \sin a \leq 1.5 n_c b_w d$$

زاویه خم میلگرد طولی

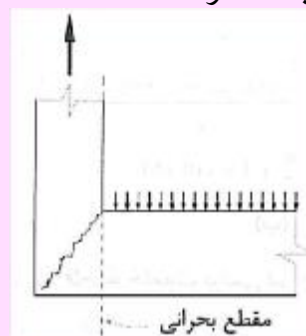
نکات و محدودیت های آئین نامه ای

محاسبه برش در تکیه گاه

در صورت وجود شرایط زیر می توان تمامی مقاطعی را که در فاصله ای کمتر از d از بر داخلی تکیه گاه قرار دارند را به ازای برش با ضریب موجود در مقطعی که به فاصله d از بر تکیه گاه قرار دارد، طراحی نمود.



شرط 1: عکس العمل تکیه گاه در امتداد برش اعمال شده در ناحیه انتهایی عضو، ایجاد فشار کند.



شرط 2: هیچ بار متمرکزی در فاصله بین بر داخلی تکیه گاه تا d از بر تکیه گاه وارد نشود.



نکات و محدودیت های آئین نامه ای

حداکثر فاصله خاموتهای برشی

در مورد خاموتهای قائم:

$$\text{if } V_s \leq 2n_c b_w d \longrightarrow s_{\max} = \frac{d}{2}$$

$$\text{if } V_s > 2n_c b_w d \longrightarrow s_{\max} = \frac{d}{4}$$

در مورد خاموتهای مایل و یا میلگردهای طولی خم شده:

فاصله بین میلگردها باید چنان باشد که هر خط 45 درجه ای که از وسط مقطع در جهت عکس العمل به طرف میلگردهای کششی طولی رسم شود، حداقل بوسیله یک ردیف از فولادهای برشی قطع گردد. این فاصله در صورتی که $V_s > 2n_c b_w d$ باشد، نصف می شود.



نکات و محدودیت های آئین نامه ای

حداقل فولاد برشی

در صورتی که $V_u > \frac{V_c}{2}$ باشد ، حداقل فولاد برشی بصورت زیر تعیین می شود :

$$\left(\frac{A_v}{s} \right)_{\min} = 0.35 \frac{b_w}{f_y}$$

در موارد زیر می توان ضابطه حداقل فولادهای برشی را نادیده گرفت:

- 1- دالها و شالوده ها
- 2- سقفهای ساخته شده با سیستم تیرچه های بتنی
- 3- تیرهایی که ارتفاع آنها کمتر از 250 میلیمتر است
- 4- تیرهایی که بصورت یکپارچه با دال ریخته شده و ارتفاع کل آنها کمتر از 2.5 برابر ضخامت دال ، نصف پهنای جان و 600 میلیمتر باشد.

نکات و محدودیت های آئین نامه ای

حداکثر فولاد برشی

نیروی برشی مقاوم نهایی خاموتها (V_s) در هیچ حالتی نباید بیشتر از $4V_c$ در نظر گرفته شود.

$$V_s \leq 4n_c b_w d \text{ همواره باید}$$

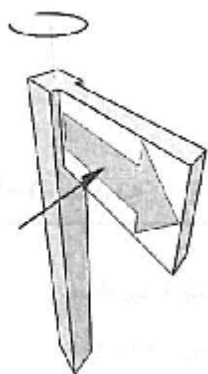
An aerial photograph of the Burj Khalifa in Dubai, showing its distinctive tiered structure and the surrounding cityscape. The building is under construction, with visible scaffolding and cranes at the top. The sky is clear and blue.

Design of **Concrete Structures**

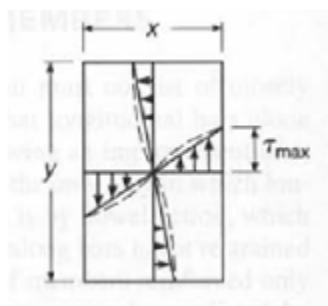
**تحلیل و طراحی سازه های بتن
آرمه 1**

طراحی تیر تحت پیچش

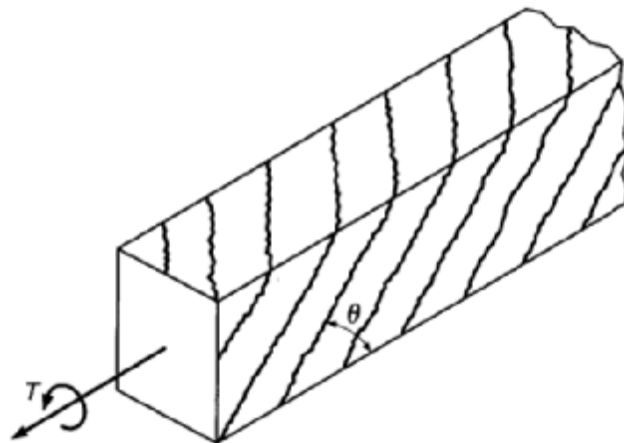
تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش



اعضای بتن آرمه و از جمله تیرها ممکن است تحت پیچش قرار گیرند. وجود پیچش در عضومنجر به ایجاد تنش برشی در آن می شود که باعث ایجاد ترکهای مورب با زاویه حدود 45 درجه در عضو می شود.



تغییرات تنش برشی بر روی خطوط
واصل وسط اضلاع مقطع مستطیلی



ترکهای مورب ناشی از پیچش

تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

طرق ایجاد پیچش در یک عضو بتنی:

پیچش تعادلی

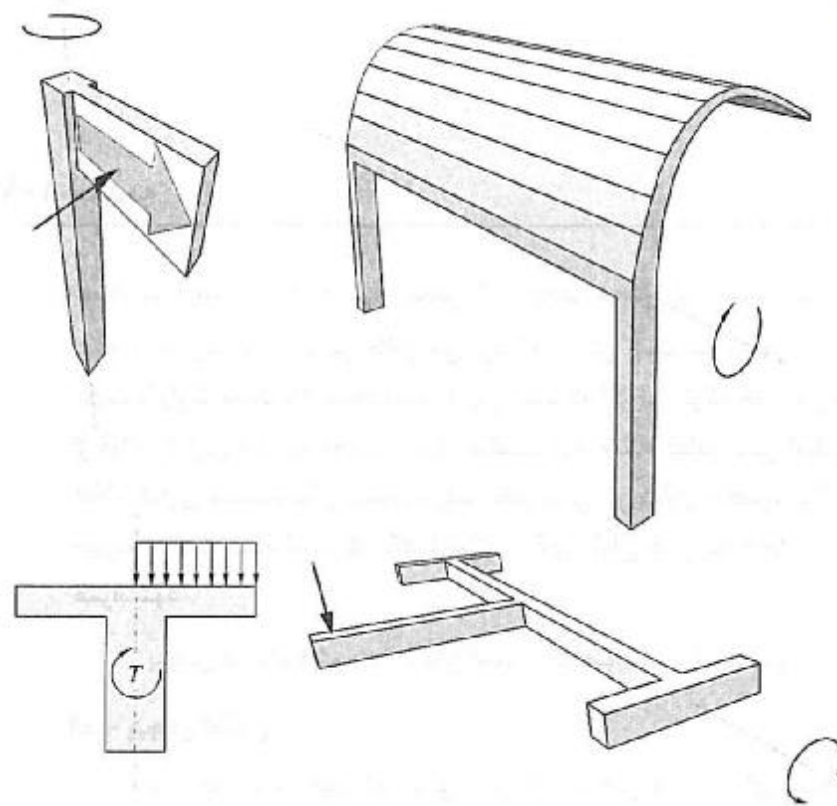
در یک سازه معین استاتیکی که نیروهای داخلی صرفاً بر اساس معادلات تعادل استاتیکی تعیین می شوند و ابعاد اعضا و سختی اعضا در تعیین نیروهای داخلی نقشی ندارند.

پیچش
همسازی

در یک سازه نامعین استاتیکی که نیروهای داخلی بر اساس معادلات تعادل استاتیکی و معادلات همسازی تعیین می شوند و ابعاد اعضا و سختی اعضا در مقدار پیچش به وجود آمده در عضو اثرگذار خواهد بود.

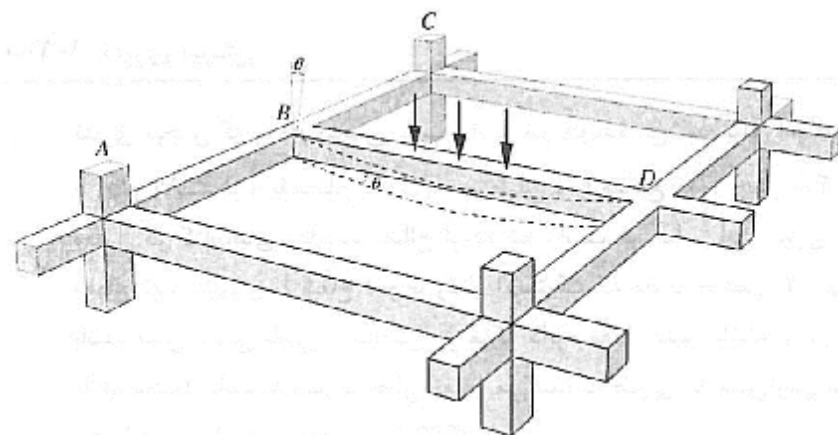
تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

پیچش تعادلی



تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

پیچش همسازی



تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

می توان از محاسبات پیچش صرف نظر نمود به شرطی که:

لنگر پیچشی نهایی مقطع (T_u) از یک چهارم لنگر پیچشی ترک خوردگی (T_{cr}) کمتر باشد.

$$T_{cr} = 2 \left(\frac{A_c^2}{P_c} \right) v_c$$

سطح محصور توسط محیط خارجی بتن (شامل سطح سوراخها در صورت وجود) بر حسب می‌لی متر مربع

مقاومت برشی بتن بر حسب مگاپاسکال

$$v_c = 0.2 f_c \sqrt{f_c}$$

مقاومت پیچشی در برابر ترک خوردگی بر حسب $N.mm$

محیط بیرونی بتن بر حسب می‌لی متر

در صورتی که لازم باشد محاسبات برای پیچش انجام گیرد می بایست رابطه زیر برقرار باشد:

$$T_u \leq T_r$$

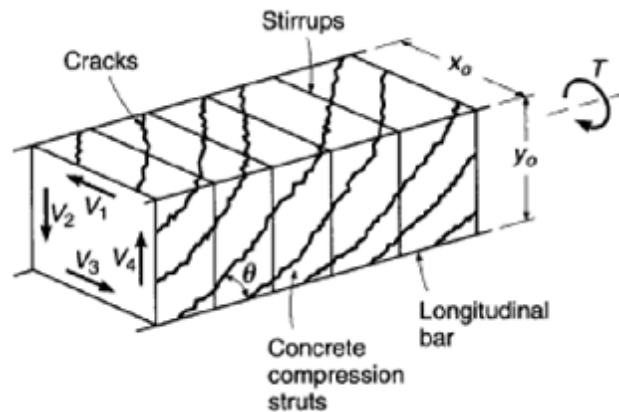
T_r : مقاومت پیچشی نهایی مقطع که در محاسبه آن از مشارکت بتن صرف نظر می گردد.

$$T_r = T_s$$

تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

- خاموت‌های بسته عمود بر محور عضو
 - یک قفسه فولاد بسته از شبکه سی‌می جوش شده عمود بر محور عضو
 - مارپیچها
- فولاد عرضی پیچشی
- فولاد طولی پیچشی

فولادهای لازم جهت
تامین مقاومت پیچشی
مورد نیاز در یک عضو



تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

لنگر پیچشی مقاوم نهایی فولادهای عرضی به شرط تامین فولادهای پیچشی طولی لازم:

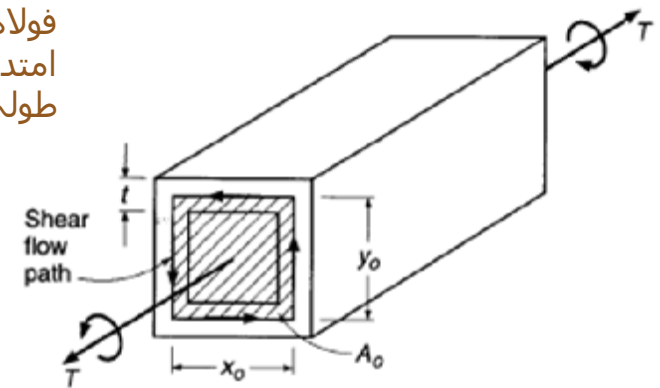
$$T_s = 2f_s A_0 A_t \frac{f_y}{s}$$

مقاومت مشخصه فولاد پیچشی عرضی (نباید بیشتر از 400 مگاپاسکال در نظر گرفته شود)

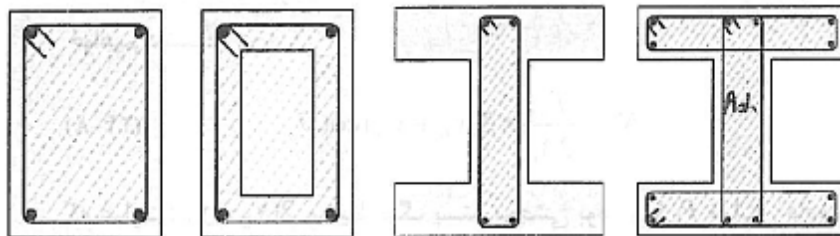
فاصله بین سفره های فولادهای پیچشی در امتداد موازی با فولاد طولی برحسب میلیمتر

سطح مقطع یک شاخه از خاموت بسته که در طول فاصله s در برابر پیچش مقاومت می کند.

سطح محصور بوسیله جریان برش ناشی از پیچش



براساس آئین نامه بتن ایران (بند 9-12-8-2): در صورت عدم استفاده از محاسبات دقیق تر مقدار A_0 را می توان برابر با $0.85A_{oh}$ در نظر گرفت.



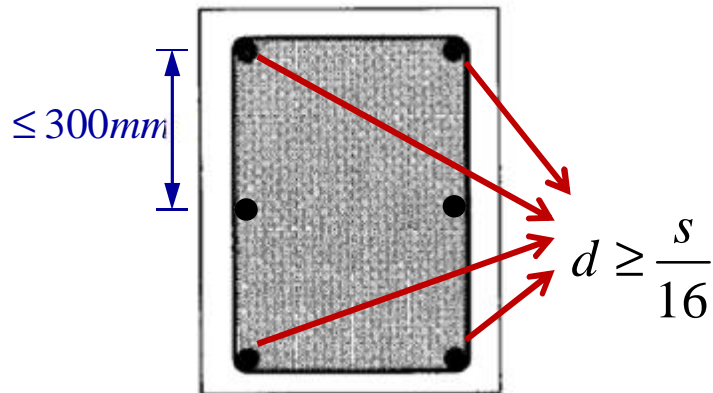
A_{oh} : سطح محصور شده بوسیله محورهای اضلاع خاموت بسته پیچشی بیرونی در مقطع (شامل سطح سوراخها در صورت وجود) برحسب میلی مترمربع

$$T_s = 2f_s (0.85A_{oh}) A_t \frac{f_y}{s} \longrightarrow \frac{A_t}{s} = \frac{T_s}{1.7f_s A_{oh} f_y}$$

علاوه بر فولاد عرضی پیچشی باید در مقطع تحت پیچش فولاد طولی نیز تعبیه شود که سطح مقطع مورد نیاز برای فولاد طولی پیچشی (A_l) بصورت زیر محاسبه می شود.

$$A_l = A_t \frac{P_h}{s}$$

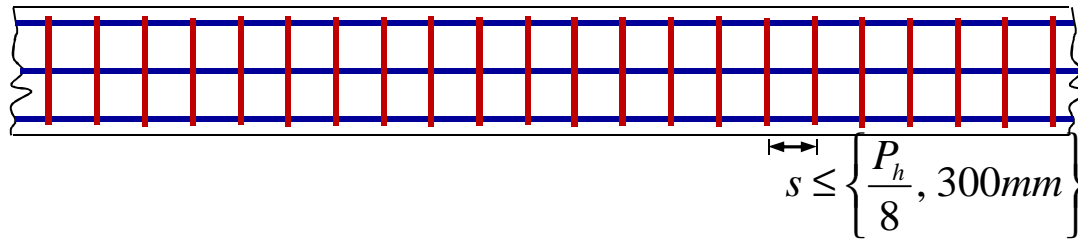
محیط محصور شده بوسیله محورهای اضلاع خاموت بسته پیچشی بیرونی در مقطع بر حسب میلیمتر



- § فولادهای طولی پیچشی باید دورتادور مقطع بطور یکنواخت توزیع شوند.
- § در هر گوشه خاموتهای بسته پیچشی باید حداقل یک میلگرد طولی به قطر حداقل $s/16$ قرار داده شود.
- § فاصله محوری بین میلگردهای پیچشی طولی توزیع شده در داخل محیط فولاد عرضی، نباید بیشتر از 300mm در نظر گرفته شود.

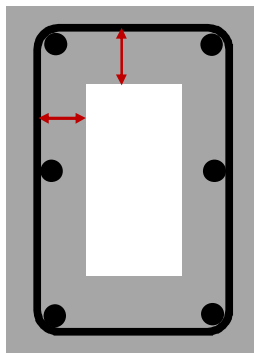
تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

§ فاصله محوری بین سفره های فولاد پیچشی عرضی نباید بیشتر از دو مقدار $P_h/8$ و 300mm در نظر گرفته شود.



§ در مقاطع توخالی تحت اثر پیچش، فاصله محورهای اضلاع فولاد پیچشی عرضی تا وجه درونی مقطع نباید کمتر از مقدار زیر باشد:

$$\frac{0.5A_{oh}}{P_h}$$



تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

§ فولادهای پیچشی را باید حداقل تا فاصله ای برابر با $b_t + d$ بعد از مقطعی که از نظر تئوری نیازی به فولاد پیچشی ندارد، ادامه داد. B_t پهنای آن قسمت از مقطع است که خاموت بسته مقاوم در برابر را در بر می گیرد.

اثر توام برش و پیچش

تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

در مواردی که در عضو هم برش هم پیچش وجود دارد، ظرفیت برشی بتن کاملاً به تحمل تنش های برشی ناشی از برش اختصاص می یابد (V_c) و مقدار اختصاص داده شده از ظرفیت برشی بتن به تحمل پیچش، صفر می باشد ($T_c=0$).

در طراحی اعضای تحت اثر توام برش و پیچش، مقطع را یک بار برای برش و یک بار برای پیچش طراحی کرده و فولادهای عرضی لازم را با هم جمع می کنیم.

$$\left(\frac{A_{t+v}}{s} \right)_{req} = \left(\frac{A_v}{s} \right)_{req} + 2 \left(\frac{A_t}{s} \right)_{req} = \frac{V_u - V_c}{f_s f_y d} + 2 \times \frac{T_u}{1.7 f_s A_{oh} f_y}$$

در طراحی اعضای تحت اثر توام برش و پیچش، مقطع را یک بار برای برش و یک بار برای پیچش طراحی کرده و فولادهای عرضی لازم را با هم جمع می کنیم.

$$(A_{t+v})_{min} = (A_v + 2A_t)_{min} = 0.35 \frac{b_w s}{f_y}$$

تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

اثر توام برش و پیچش

در اعضای بتن آرمه باید از نفوذ آب در بتن و خوردگی خاموتها جلوگیری شود



در عضو تحت اثر برش و پیچش می بایست عرض ترکهای مورب کنترل شود



$$\frac{V_u}{b_w d} + \frac{T_u P_h}{A_{oh}^2} \leq 0.25 f_c f_c$$



باید حد اکثر تنش برشی محدود گردد.

تعیین لنگر پیچشی نهایی

تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

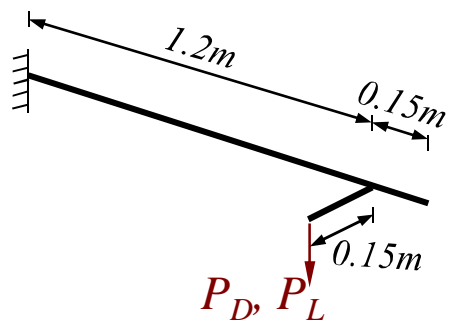
در مواردی که پیچش موجود در عضو از نوع پیچش **تعادلی** است و عضو مورد نظر باید برای تحمل تمام لنگر پیچشی طراحی شود، می توان تمام مقاطعی را که در فاصله ای کمتر از d از بر داخلی تکیه گاه قرار دارند ، برای لنگر پیچشی نهایی T_u در مقطعی که به فاصله d از بر تکیه گاه طراحی نمود به شرط آنکه در آن فاصله هیچ لنگر پیچشی متمرکزی وجود نداشته باشد.

در مواردی که پیچش موجود در عضو از نوع پیچش **همسازی** است می توان حداکثر لنگر پیچشی نهایی را به $0.67T_{cr}$ کاهش داد به شرط آنکه اثر تعدیل لنگر پیچشی در اعضا مجاور آن عضو منظور گردد.

مثال

تحلیل و طراحی تیر تحت پیچش

تیر طره ای نشان داده شده علاوه بر وزن خودش، بار متمرکز مرده و زنده نشان داده شده را نگه می دارد.



$$f_c = 21MPa \quad , \quad f_y = 400MPa$$

$$P_D = 2kN \quad , \quad P_L = 1kN$$

ص 334