

سری هندسی

مثث قائم الزاویه

دکتر یوسف کوه مسکن

ریاضی ۱۰ام



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



0935 210 4321



@AvaEducation16

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت 💡 نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 - بسیار ساده 🧐 جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات
 - ساده 🧐 جهت تثبیت مطالب
 - متوسط 🧐 جهت تمرین بیشتر مطالب
 - سخت 🧐 جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص

۱ مسئله

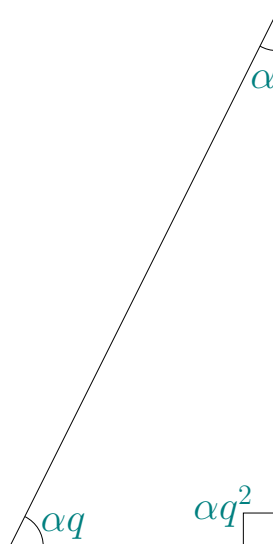
اگر زوایای یک مثلث قائم الزاویه تشکیل سری هندسی بدهد، زاویه کوچک تر بر حسب درجه کدام است؟

$$(۱) \quad 45(\sqrt{3} - 1) \quad (۲) \quad 45(2 - \sqrt{3})$$

$$(۳) \quad 45(\sqrt{5} - 2) \quad (۴) \quad 45(3 - \sqrt{5})$$

۲ روش حل مسئله

😊 پاسخ: سه زاویه مورد نظر به صورت α ، αq و αq^2 در نظر گرفته می شود. اگر فرض شود $q > 1$ باشد، بزرگترین زاویه این مثلث $\alpha q^2 = 90^\circ$ است. این زوایا در شکل زیر نمایش داده شده اند.



$$\alpha + \alpha q + \alpha q^2 = 180, \quad \Rightarrow \quad \alpha + \alpha q = 90$$

با تقسیم رابطه فوق بر αq^2 ، تساوی زیر حاصل می شود:

$$\frac{\alpha + \alpha q}{\alpha q^2} = \frac{90}{90}, \quad \Rightarrow \quad \frac{1 + q}{q^2} = 1$$

یک معادله درجه دوم به صورت زیر بدست می آید:

$$q^2 - q - 1 = 0, \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \quad \Rightarrow \quad q = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

برای تعیین زاویه کوچک تر باید مقدار α تعیین شود. از روابط فوق می دانیم $\alpha + \alpha q = 90$:

$$\Rightarrow \quad \alpha(1 + q) = 90, \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{180}{\sqrt{5} + 3} = 45(3 - \sqrt{5})$$

گزینه ۴ صحیح است.

۳ مسائل مشابه

اگر اضلاع یک قائم‌الزاویه تشکیل سری هندسی بدهند، سینوس زاویه کوچک‌تر کدام است؟

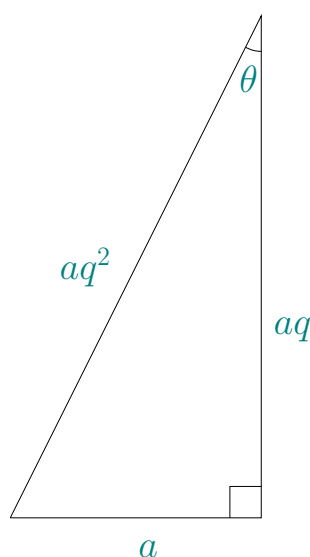
$$(۱) \quad \frac{1}{\sqrt{5}-1}$$

$$(۲) \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$(۳) \quad \sqrt{\frac{1}{\sqrt{5}-1}}$$

$$(۴) \quad \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

🤔 پاسخ: سه ضلع مثلث a ، aq و aq^2 در نظر گرفته می‌شوند. در شکل زیر این اضلاع نشان داده شده‌اند. با فرض $q > 1$ رابطه فیثاغورس به صورت زیر است:



$$a^2 + (aq)^2 = (aq^2)^2, \quad \Rightarrow \quad q^4 - q^2 - 1 = 0$$

رابطه فوق یک معادله درجه چهارم است. اما می‌توان $q^2 = y$ در نظر گرفت:

$$y^2 - y - 1 = 0, \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

در نتیجه مقدار قدر نسبت به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$q = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$$

سینوس زاویه خواسته شده با توجه به شکل به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\sin \theta = \frac{a}{aq^2} = \frac{1}{q^2} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

گزینه ۲ صحیح است.

سفتی‌ها برای این نیستند که شما را
متوقف کنند و درهم بشکنند. سفتی‌ها
وجود دارند تا شما را آماده کنند و رشد
و پیشرفت دهند.

جول اوستین



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

  0935 210 4321

 AvaEducation16@gmail.com