IranPhO.ir

بسمه تعالی

آزمون اول المپیاد فیزیک

1402/5/12 مدت: 3.5 ساعت

---

1) ذره‌ای در صفحهٔ $x-y$ تحت تأثیر یک نیروی ثابت (مستقل از زمان) که در همین صفحه قرار دارد حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t=0$ ذره در مبدأ مختصات قرار دارد و مؤلفه‌های سرعت آن (سرعت اولیه) (v_{0x}, v_{0y}) است. فرض کنید در زمان t اندازهٔ سرعت ذره k_1 برابر اندازهٔ سرعت اولیه و در زمان βt $(\beta > 0)$ اندازهٔ سرعت ذره k_2 برابر اندازهٔ سرعت اولیه است.

آ) اگر در زمان γt $(\gamma > 0)$ مربع اندازهٔ سرعت ذره به شکل

$$v^2 = A(1 + \gamma C + \gamma^2 D)$$

نوشته شود ضرایب A، C و D را بر حسب کمیت‌های معلوم مسئله به دست آورید. (۲٫۵ نمره)

ب) اگر در زمان γt $(\gamma > 0)$ مربع اندازهٔ جابجایی ذره از مبدأ مختصات به شکل

$$d^2 = \gamma^2 A'(1 + \gamma C' + \gamma^2 D')$$

نوشته شود ضرایب A'، C' و D' را بر حسب کمیت‌های معلوم مسئله به دست آورید. (۲٫۵ نمره)

اکنون حالت خاص $a_x = 0$، $a_y = -a$ $(a > 0)$، $v_{0x} = v_0 \cos\theta$ و $v_{0y} = v_0 \sin\theta$ را در نظر بگیرید که (a_x, a_y) مؤلفه‌های شتاب ذره، v_0 اندازهٔ سرعت اولیه و $\theta > 0$ است.

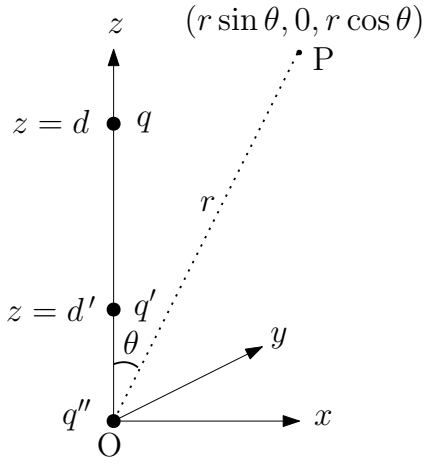
پ) زمان t که به ازای آن $v_y(t) = 0$ است بر حسب v_0، a و θ چقدر است؟ k_1 متناظر با آن چقدر است؟ به ازای $k_2 = 1$، β چقدر است؟ (۱٫۵ نمره)

ت) در زمان t و در زمان $2t$ اندازهٔ جابجایی ذره از مبدأ مختصات بر حسب v_0، a و θ چقدر است؟ (۱ نمره)

ث) بازهٔ $y \geq 0$ را در نظر می‌گیریم. زوایای θ یی وجود دارد که در نقطه‌ای از مسیر حرکت ذره، اندازهٔ جابجایی ذره از مبدأ مختصات بیشینه می‌شود. این زوایا کدام‌اند؟ به ازای چه مقداری از γ بیشینهٔ اندازهٔ جابجایی ذره از مبدأ مختصات اتفاق می‌افتد؟ بیشینه اندازهٔ مذکور بر حسب کمیت‌های معلوم چقدر است؟ (۴٫۵ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir



شکل ۱: سه بار نقطه‌ای

2) سه بار نقطه‌ای q، q' و q'' مطابق شکل ۱ بر روی محور z به ترتیب در $z=d$، $z=d'$ و مبدأ مختصات در خلاء قرار دارند.

آ) پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ P واقع در صفحهٔ $x-z$ را بر حسب r، θ و سایر پارامترهای معلوم بنویسید. (۱ نمره)

ب) فرض کنید $|d'|<r$ و $|d|<r$. پاسخ قسمت آ) را تا جملات مرتبه $(\frac{d}{r})^3$ و $(\frac{d'}{r})^3$ بسط دهید. (۲ نمره)

پ) q'، q'' و d' را بر حسب q و d طوری به دست آورید که در جواب قسمت قبل، اولین جمله بسط شامل $(\frac{d}{r})^2$ و دومین جمله بسط شامل $(\frac{d}{r})^4$ باشد. (۱٫۵ نمره)

ت) در فواصل دور صرف‌نظر از جملات مرتبه $(\frac{d}{r})^4$ و بالاتر منطقی است. برای فواصل دور معادلهٔ منحنی‌های هم‌پتانسیل و معادلهٔ خطوط نیرو را در مختصات قطبی (r,θ) در صفحهٔ $x-z$ به دست آورید و شکل تقریبی آن‌ها را رسم کنید. (۴ نمره)

ث) اکنون فرض کنید $|d'|<r<|d|$. پاسخ قسمت آ) را تا جملات مرتبه $(\frac{r}{d})^3$ و $(\frac{d'}{r})^3$ بسط دهید. (۲ نمره)

ج) به ازای $r=a$ کمیت‌های q'، q'' و d' را طوری به دست آورید که در جواب قسمت قبل، پتانسیل الکتریکی مستقل از θ و $V(r=a,\theta)=V_0$ باشد که $V(r,\theta)$ پتانسیل الکتریکی است. (۱٫۵ نمره)

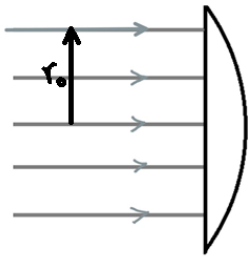
چ) V_0 چقدر باشد تا نقطهٔ $z=a$ یک نقطهٔ تعادل باشد. این تعادل پایدار است یا ناپایدار؟ (۲ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

3) در این مساله با یک سیستم اپتیکی مورد استفاده در سیستم‌های سرعت سنجی تصویری ذرات کار می‌کنیم.

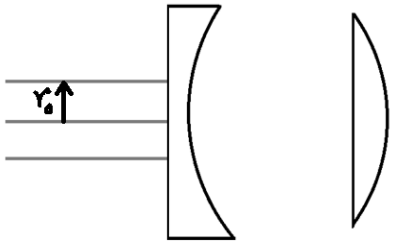
یک عدسی تخت-کوژ از جنس شیشه به ضریب شکست n همانند شکل در نظر بگیرید. شعاع انحنای سطح محدب این عدسی R_1 است. یک باریکه نور موازی به شعاع r_0 به این عدسی می‌تابانیم.



آ) در تقریب پیرامحوری عدسی نازک، فاصله کانونی این عدسی را بیابید. (۱ نمره)

ب) اگر تقریب پیرامحوری را به کار نبریم، مجموعه روابطی را بنویسید که با استفاده از آنها بتوان قطر لکه نور را در محل کانون پیرامحوری حساب کرد. (۲نمره)

پ) حال فرض کنید همانند شکل یک عدسی تخت-کاو استوانه‌ای قبل از این عدسی کروی قرار دهیم. شعاع قسمت مقعر R_2 است. فاصله دو عدسی L است. از ضخامت عدسی‌ها صرف‌نظر کنید. در تقریب پیرامحوری تعیین کنید که پرتو در کجاها کانونی خواهد شد و به چه شکلی خواهد بود ؟ (۳نمره)



تذکر: عدسی سمت چپ، استوانه‌ای و عدسی سمت راست، کروی است.

ت) در حالت اخیر(شکل دوم) از نتیجه بخش‌های **ب** و **ج** استفاده کنید و حداکثر ابعاد لکه نور در کانون عدسی دوم را به دست آورید. فرض کنید $n=1.5$ ، $R_1=10\text{cm}$، $R_2=20\text{cm}$، $L=10\text{cm}$، $r_0=5\text{cm}$. (۴ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

ادامه آزمون اول المپیاد فیزیک

مدت آزمون: 2.5 ساعت 1402/5/12

4) دو بار نقطه‌ای با جرم یکسان m و بارهای الکتریکی q و q' ، با علامت مخالف هم $(qq' < 0)$ را در فاصله‌ی L از هم به صورت ساکن نگاه داشته‌ایم.

آ) با تحلیل ابعادی به دست بیاورید که اگر این بارها را از حال سکون رها کنیم، چه مدت طول می‌کشد که این دو بار به هم برخورد کنند؟ (۲ نمره)

ب) این مدت زمان را به طور دقیق (تحلیلی) به دست آورید و آنرا t_1 بنامید. (۲ نمره)

پ) اگر جرم بار q' آنقدر بزرگ باشد که عملا بار q' از جای خود تکان نخورد. چه مدت زمانی طول می‌کشد بار q با جرم m بعد از رها شدن از حال سکون به بار ساکن q' برسد؟ فاصله‌ی اولیه L است. این زمان را t_2 بنامید. (۲ نمره)

یک بار نقطه‌ای q با جرم m در فاصله‌ی L از یک خط بار بینهایت با چگالی خطی بار ثابت λ با علامت مخالف $(q\lambda < 0)$ در حال سکون قرار دارد. اگر این بار نقطه‌ای را رها کنیم،

ت) با تحلیل ابعادی به دست بیاورید که چه مدتی طول می‌کشد تا این بار نقطه‌ای به خط بار برسد؟ (۲ نمره)

ث) این زمان را به طور دقیق (تحلیلی) به دست آورید. (۲ نمره)

حال می‌خواهیم این مسئله را مقداری کلی کنیم. در یک فضای D بعدی از قانون گوس می‌دانیم که اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 به صورت $F = K_D \frac{q_1 q_2}{r^{D-1}}$ است که در آن r فاصله‌ی دو بار و K_D یک ثابت است. حال فرض کنید که یک بار نقطه‌ای q به جرم m در فاصله‌ی L از یک توزیع بار بینهایت با بعد d با چگالی بار ثابت ρ_d با علامت مخالف $(q\ \rho_d < 0)$ در حال سکون قرار دارد. واضح است که $d < D$ است. (اگر $d = 0$ باشد، نشان دهنده یک بار نقطه‌ای است. اگر $d = 1$ باشد، این توزیع، یک خط بار بینهایت است و اگر $d = 2$ باشد، این توزیع، یک صفحه‌ی بینهایت با چگالی بار سطحی ثابت است و ... .)

ج) در صورت رها کردن بار نقطه‌ای، با تحلیل ابعادی به دست آورید که چه مدت زمانی طول می‌کشد تا بار نقطه‌ای به توزیع بار برخورد کند؟ (۲ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

5) برای پرتوی نور، رابطه‌ی بین تکانه p، و انرژی نور E، به صورت $p = \frac{E}{c}$ است که جهت تکانه در جهت حرکت پرتو نور می‌باشد. این موضوع باعث می‌شود که اگر پرتو نوری با شدت I به صورت عمود به سطح A بتابد و تماما توسط این سطح جذب شود، نیرویی برابر $\frac{I}{c}A$ به سطح وارد شود. هدف ما در این سوال کار با این نیرو است.

آ) پرتویی با شدت ثابت I در راستای موازی محور، به یک عدسی ایده‌آل با فاصله کانونی f و شعاع r می‌تابد. این پرتو تمام سطح عدسی را می‌پوشاند. با توجه به اینکه نور به طور کامل از عدسی عبور می‌کند(جذب و بازتاب نمی‌شود)، نیروی وارد از طرف نور به عدسی را بیابید. (در تمام مساله از ضخامت عدسی ایده‌آل، یا همان عدسی نازک، صرف نظر کنید و آن را تقریبا تخت بگیرید. عدد f برای عدسی‌های همگرا مثبت و برای عدسی‌های واگرا منفی است.) (۲ نمره)

ب) این نیرو را تا اولین مرتبه‌ی غیر صفر نسبت به $\frac{r}{f}$ بسط دهید. (۱ نمره)

پ) این نیرو (قسمت آ) را برای عدسی بازتابی ایده‌آل با فاصله‌ی کانونی f و شعاع r، که پرتو نور با شدت ثابت I در راستای موازی محور به آن تابیده و کاملا از آن باز می‌تابد (جذب نمی‌شود)، به دست آورید. (عدسی بازتابی ایده‌آل می‌تواند آینه کروی، یا ترکیبی از عدسی و آینه باشد. به هر حال، از ضخامت کل آن صرف نظر کنید و آن‌را تقریبا تخت بگیرید.) (۲ نمره)

ت) پرتویی با شدت ثابت I با تابش در راستای موازی محور یک عدسی ایده‌آل با فاصله‌ی کانونی f_1 به طور کامل از آن عبور می‌کند و از عدسی دوم که با عدسی اول هم محور است و از آن فاصله‌ی L دارد هم عبور می‌کند. با توجه به اینکه فاصله‌ی کانونی عدسی دوم f_2 و شعاع آن r_2 است و نور از تمام سطح آن عبور می‌کند، نیروی وارد بر عدسی دوم از طرف نور را بدست آورید. (عدسی اول آنقدر بزرگ است که نور به تمام سطح عدسی دوم می‌رسد و این نور به طور کامل از آن عبور می‌کند.) (۲ نمره)

ث) حداقل جرم یک عدسی کروی کوژ-تخت (یک سطح محدب که قسمتی از یک کره است و سطح دیگر تخت است.) با فاصله‌ی کانونی f و شعاع (عدسی) r که از شیشه‌ای با ضریب شکست n و چگالی جرمی ρ ساخته شده است را بدست آورید. (۲ نمره)

ج) از شیشه‌ای با $n = 1.50$ و چگالی آن برابر $\rho = 3.00 * 10^3 \frac{kg}{m^3}$ یک عدسی کروی کوژ-تخت با نسبت فاصله‌ی کانونی به شعاع (عدسی) $\frac{f}{r} = 5.0$ می‌سازیم. به این عدسی نوری با شدت $I = 1.00 * 10^6 \frac{w}{m^2}$ می‌تابانیم. اگر نیروی قسمت آ، برای معلق نگه داشتن عدسی در شتاب جاذبه‌ی زمین ($g = 9.81 \frac{m}{s^2}$) کافی باشد، اندازه شعاع عدسی r، چقدر است؟ سرعت نور $c = 3 \times 10^8 m/s$ (۳ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

انتگرال‌هایی که ممکن است در سوال‌های 4 و 5 مفید باشند.

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}dx = -\sqrt{(1-x)x} + \text{ArcSin}\left[\sqrt{x}\right] + c$$

برای $n > -1$ داریم: $\int_0^\infty e^{-x}x^n\,dx = \Gamma[n+1]$ که در آن تابع Γ به این صورت است که:

$\Gamma[n+1] = n\,\Gamma[n]$ و داریم: $\Gamma[1] = 1$ و $\Gamma\left[\frac{1}{2}\right] = \sqrt{\pi}$

$$\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx = \sqrt{1+x^2} + c$$

IranPhO.ir

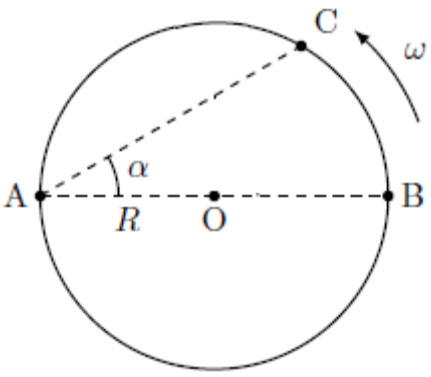
IranPhO.ir

آزمون نهایی المپیاد فیزیک

۱۴۰۲/۵/۲۳ مدت آزمون: ۳/۵ ساعت

۱) پرتاب روی میز چرخان

مطابق شکل دو نفر روی یک میز چرخان افقی به شعاع R در دو انتهای یک قطر، نقاط A و B، مقابل هم نشسته‌اند. این میز با سرعت زاویه‌ای ω خلاف عقربه‌های ساعت می‌چرخد. فردی که در نقطه A هست، توپی را از سطح میز با سرعت $\vec{u}$ نسبت به میز چرخان پرتاب می‌کند و فردی که در B هست در نقطه C آن را می‌گیرد ($\angle CAB = \alpha$). جهت $\vec{u}$ با افق زاویه θ می‌سازد و زاویه بین تصویر $\vec{u}$ بر روی افق و خط AB را φ بگیرید. از مقاومت هوا صرف نظر کنید و پرتاب توپ سرعت زاویه‌ای میز را تغییر نمی‌دهد. ثابت گرانش را g بگیرید.



نما از بالای میز چرخان

آ) اندازه u ، $sin\theta$ و $\tan\varphi$ را برحسب R، ω، α و g به دست آورید. (۵ نمره)

ب) اگر توپ از نقطه A طوری پرتاب شود که $\varphi = 60°$ باشد، و فردی که در B هست بتواند آن را در نقطه C بگیرد، مقدار جابه‌جایی توپ را به دست آورید. R=1.5m بگیرید و جواب را با خطای 0.01m به دست آورید. (۲ نمره)

پ) اگر فردی که در نقطه A هست توپ را پرتاب کند و خودش هم آن را در نقطه B بگیرد، θ و φ را بر حسب درجه و اندازه u را به دست آورید. سرعت زاویه‌ای را در این بخش $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$، R=1.5m و g=10m/s^2 بگیرید. (۳ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

۲) سطح سوزان

آ) مطابق شکل پرتو نور باریکی با پارامتر برخورد b به کره‌ای شفاف با شعاع r و ضریب شکست n می‌تابد و پس از ورود به کره و یک بار انعکاس از سطح داخلی، از بخش دیگر کره خارج می‌شود.کمیت بدون بُعد $x = \frac{b}{r}$ را تعریف می‌کنیم.

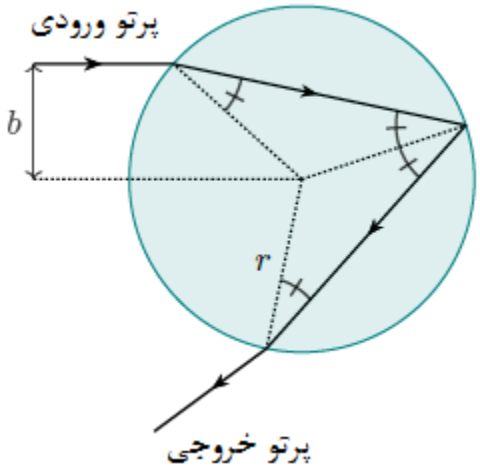
در همه بخش‌های این سوال، جواب‌ها را برحسب x بنویسید.

آ-۱) وقتی پرتو وارد کره می‌شود چه قدر منحرف می‌شود؟ (۰/۵ نمره)

آ-۲) وقتی پرتو از سطح داخلی کره منعکس می‌شود چه قدر منحرف می‌شود؟ (۰/۵ نمره)

آ-۳) وقتی پرتو از کره خارج می‌شود چه قدر منحرف می‌شود؟ (۰/۵ نمره)

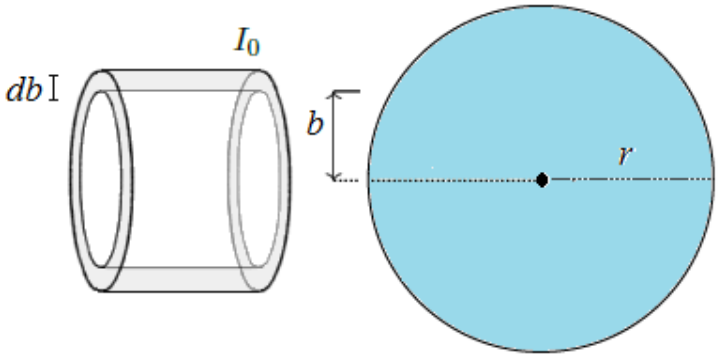
آ-۴) انحراف کل پرتو خروجی از پرتو ورودی را $\varphi(x)$ بنامید و آن را بنویسید. (۰/۵ نمره)



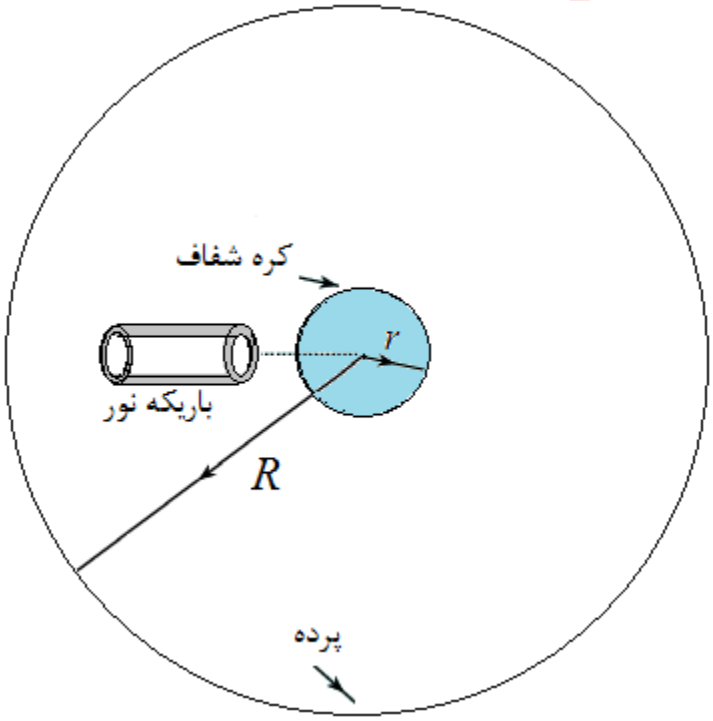
ب) مطابق شکل باریکه نوری با مقطع دایره‌ای با شعاع b (یعنی شعاع مقیاس شده $x = \frac{b}{r}$) و ضخامت db ($dx = \frac{db}{r}$) و با شدت یکنواخت I_0 به کره شفاف با شعاع r و ضریب شکست n می‌تابد. ضرایب انتقال و بازتاب از کره شفاف را به ترتیب p و q بگیرید.

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir



فرض کنید مطابق شکل این کره شفاف در مرکز یک پرده کروی با شعاع R ($R>>r$) قرار دارد.



ب-۱) توان فرودی روی کره شفاف در بازه b تا $b+db$ را برحسب x و کمیت‌های داده شده به دست آورید. (۱ نمره)

ب-۲) سطح روشن شده روی پرده در زاویه بین φ تا $\varphi+d\varphi$ را به دست آورید. (۱ نمره)

ب-۳) پدیده سطح سوزان وقتی رخ می‌دهد که شدت نور در جهت خاصی روی پرده واگرا می‌شود (یعنی به سمت بی-نهایت میل می‌کند). تحت چه شرایطی باریکه نور تابیده به کره شفاف منجر به پدیده سطح سوزان در زاویه φ می‌شود؟ (۲ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

پ) اگر در زاویه φ ($\varphi \neq \pi$) یک سطح سوزان اتفاق بیفتد، مقدار φ را برحسب ضریب شکست کره شفاف، n، به دست آورید. (۲ نمره)

ت) ضریب شکست نور قرمز و آبی به ترتیب 1.331 و 1.340 است. پهنای زاویه‌ای رنگین کمان تشکیل شده روی پرده چند درجه است؟ (۲ نمره)

ج) برای چه مقادیری از ضریب شکست کره شفاف، n، یک سطح سوزان در $\varphi = \pi$ به وجود می‌آید؟ (۲ نمره)

IranPhO.ir

مرجع المپیاد فیزیک ایران

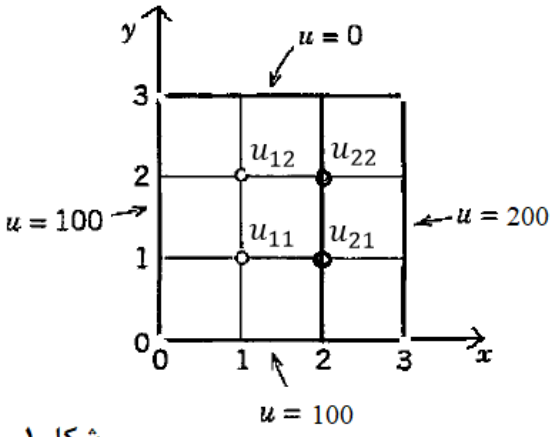
IranPhO.ir

۳) حل معادله پواسون با روش المان محدود

آ) یک تابع دو متغیره $u(x,y)$ در نظر بگیرید. برای محاسبه این تابع در نقطه $(x+h, y+h)$ به طوری که h کوچک فرض شود می‌توان از بسط تیلور حول نقطه (x,y) استفاده کرد. با چشمپوشی از جملات با مرتبه h^3 ، مشتقات پاره‌ای $\frac{\partial u}{\partial x}$ ، $\frac{\partial u}{\partial y}$ ، $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ و $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ را حساب کنید. (۲ نمره)

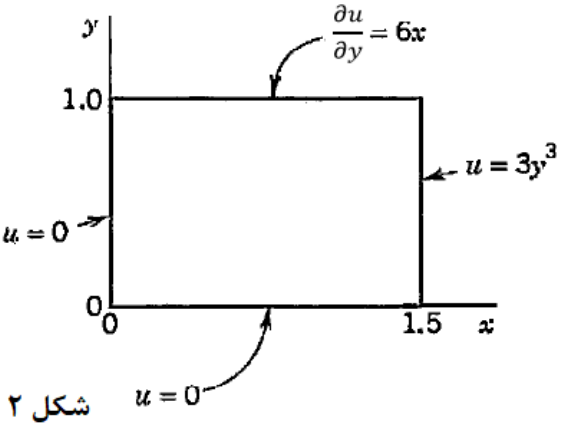
ب) به چهار ضلع یک صفحه مربعی بدون بار الکتریکی ساخته شده از یک ماده همگن به ضلع $3/0\ cm$ پتانسیل الکتریکی ثابت نشان داده شده در شکل 1 اعمال می‌شود. با استفاده از یک تقسیم‌بندی $h = 1/0\ cm$ پتانسیل الکتریکی را در نقاط u_{11} ، u_{12} ، u_{21} و u_{22} حساب کنید. شرایط اولیه در شکل آمده است. از اثرات گوشه‌های صفحه صرفنظر کنید.

(۴ نمره)



شکل ۱

پ) در این بخش، شرایط مرزی صفحه مستطیلی با ابعاد $1/5\ cm$ در $1/0\ cm$ و چگالی بار الکتریکی ناهمگن را مطابق شکل 2 در نظر بگیرید به طوری که برای تعیین پتانسیل الکتریکی نقاط داخل صفحه از معادله پواسون به صورت $\nabla^2 u(x,y) = 12xy$ استفاده می‌شود. با استفاده از یک تقسیم‌بندی $h = 0/5\ cm$ ، پتانسیل الکتریکی را در نقاط u_{11} و u_{21} حساب کنید. از اثرات گوشه‌های صفحه صرفنظر کنید. (۴ نمره)



شکل ۲

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

۴) شوک الکتریکی

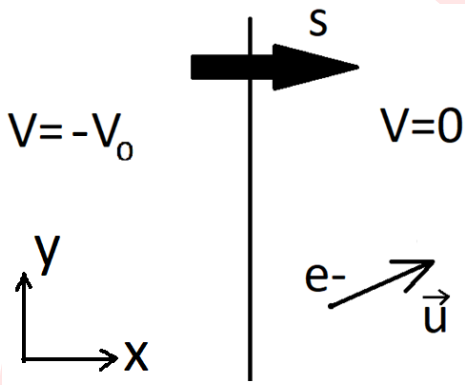
آبَرنواَختَر یک انفجار عظیم ستاره‌ای است. این انفجار زمانی رخ می‌دهد که یک ستاره‌ی پرجرمِ در حال مرگ، ناگهان منفجر شده و بقایای ستاره با سرعت زیاد و مانند یک شوک در فضای بین ستاره‌ای پخش و منبسط می‌شود. الکترون‌های موجود در فضا در برخورد با آن موج به طور نسبتا زیادی شتاب می‌گیرند.

در این سوال می‌خواهیم این پدیده را به صورت اجمالی بررسی کنیم .

فرض کنید یک شوک الکتریکی مانند شکل 1 در فضا در حال پخش است و در فواصل بسیار دور از ابرنواختر پتانسیل الکتریکی V در فضا به شکل زیر خواهد بود :

$$V(x,y,t) = -V_0 \quad if \quad x < st$$
$$V(x,y,t) = 0 \quad if \quad x > st$$

که در آن s سرعت حرکت شوک الکتریکی و t زمان و مسئله به صورت دو بعدی در صفحه x, y است.



شکل 1

برای شبیه سازی دیواره این شوک می‌توان یک دوقطبیِ الکتریکیِ صفحه‌ای در آن ناحیه در نظر گرفت. که دو صفحه نامتناهی به چگالی سطحی $\pm\sigma$ در فاصله بسیار کوچک d از هم قرار دارند.

الف) شکل قرارگیری این دوقطبیِ‌صفحه‌ای را در پاسخنامه رسم کرده و مقدار σd را برحسب V_0 و ثوابت بنیادی فیزیکی بدست آورید. (۰/۵ نمره)

از این پس به جای σd از مقدار بدست آمده در قسمت الف استفاده کنید.

یک الکترون مانند شکل 1 با سرعت $\vec{u} = u_x\hat{\imath} + u_y\hat{\jmath}$ در فضا در حال حرکت است و ناگهان با این شوک برخورد می‌کند. این برخورد مکانیکی نیست و فقط تاثیرات الکترومغناطیسی بر آن حاکم است.

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

ب) فرض کنید بلافاصله پس از عبور از صفحه اول دوقطبی یک نیروی الکتریکی به الکترون وارد شود. شتاب الکترون را بر حسب σ ، جرم الکترون m و ثوابت بنیادی فیزیکی بیابید. (۰/۵ نمره)

پ) با استفاده از قوانین سینماتیک و شتاب بدست آمده در قسمت (ب) شرطی را روی پارامترهای داده شده بیابید که الکترون بتواند صفحه دوم دوقطبی را رد کند (دیواره شوک را بشکند) و از سمت چپ دیواره خارج شود. (۱ نمره)

ت) اگر شرط قسمت قبل برقرار باشد الکترون با سرعت $\overrightarrow{u'}$ و اگر شرط برقرار نباشد با سرعت $\overrightarrow{u''}$ از دیواره خارج خواهد شد. $\overrightarrow{u'}$ و $\overrightarrow{u''}$ را بیابید. (۲/۵ نمره)

از این پس $u_y = 0$ و $u_x = -u$ در نظر بگیرید.

ث) u' را به ازای $\frac{eV_0}{ms^2} \ll 1$, $\frac{u}{s}$ و تا مرتبه 1 از آنها بنویسید. آیا شرط قسمت (پ) نقض می‌شود؟ (۱ نمره)

سمت راست و بیرون از شوک الکتریکی یک میدان مغناطیسی ضعیف $B_0\,\hat{k}$ و سمت چپ و بعد از عبور شوک الکتریکی یک میدان مغناطیسی بسیار قوی $B_S\,\hat{k}$ وجود دارد.

ج) اگر سرعت اولیه الکترون در فضا صفر بوده باشد بعد از خروج از شوک الکتریکی، شعاع دایره‌ای (R) که الکترون روی آن خواهد چرخید را بدست آورید. (۰/۵ نمره)

چ) مدت زمان برخورد مجدد الکترون با شوک الکتریکی T به کمک معادله‌ای به صورت $Asin(X) = X$ بدست می‌آید. A, X را بیابید. (۱ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

یکی از روش‌های حل عددی معادله قسمت چ به کمک ماشین حساب به این صورت است که یک عددی را به عنوان پیشنهاد اولیه ($X = X_0$) در تابع $Asin(X)$ وارد می‌کنید؛ حال مقدار جدید $X_1 = Asin(X_0)$ بدست می‌آید. با تکرار این روش مقادیر جدید X_i بدست می‌آید که به ازای مقادیر خاصی از A و X_0 یک مقدار خاص که جواب معادله هست همگرا می‌شود. هر چقدر پیشنهاد و تخمین اولیه از جواب دقیق‌تر و بهتر باشد زودتر به جواب خواهید رسید.

برای سرعت بیشتر در محاسبه عددی می‌توانید از مقدار Ans (آخرین عدد محاسبه شده در ماشین حساب) در معادله $Asin(Ans)$ استفاده کنید !

مقادیر برخی از ثواب بنیادی مورد نیاز در ادامه آمده است:

$$e = 1.602 \times 10^{-19} C \, , m = 9.109 \times 10^{-31} kg \, , \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \, {C^2}/{Jm}$$

ح) زمان برخورد قسمت (چ) را به ازای $B_0 = 0.0100\ \mu T$ و مقادیر ثابت فیزیکی به صورت عددی محاسبه کنید. (۰/۵ نمره)

حال فرض کنید شرط قسمت (پ) برقرار باشد و الکترون از دیواره عبور کند.

خ) شرط یا شروط مورد نیاز برای آنکه الکترون بتواند مجددا وارد محیط سمت راست شود را بیابید و آن (ها) را تا حد ممکن ساده کنید ؟ (۲/۵ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

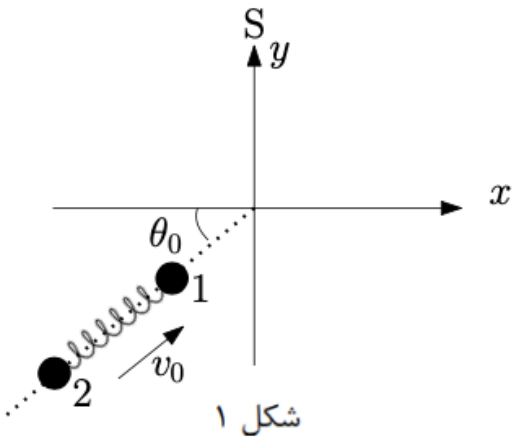
5) شیطونک پرنده

دو جرم نقطه‌ای m دو سر فنر بدون جرمی به ضریب k که طول عادی آن $2a$ است متصلند. اسم این دستگاه را شیطونک می‌گذاریم. فنر شیطونک همیشه صاف می‌ماند و از هیچ جا خم نمی‌شود. در تمام قسمت‌های این مسئله حرکت در صفحه شکل صورت می‌گیرد و شیطونک نیز در صفحه شکل است. خط راست S مقطع صفحه قائمی است که با جرم‌ها اصطکاک ندارد. در صورت برخورد هر یک از جرم‌ها با صفحه S، برخورد کشسان است. هیچ نوع نیروی گرانشی در کار نیست.

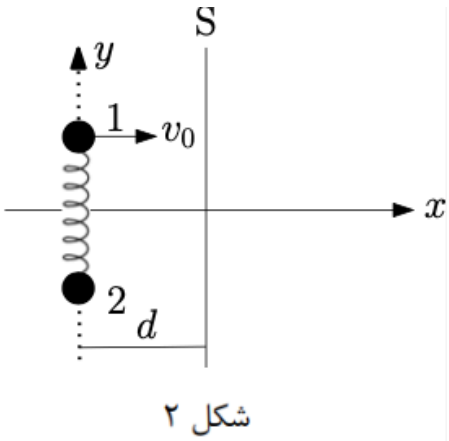
در قسمت نخست مسئله، که بخش‌های آ و ب را در بر می‌گیرد، شیطونک مطابق شکل ۱ با سرعت اولیه v_0 که در راستای امتداد فنر است، به سمت دیوار حرکت می‌کند. این امتداد با عمود بر دیوار زاویه اولیه θ_0 می‌سازد. جرم نزدیکتر به دیوار را جرم ۱ و دیگری را جرم ۲ بگیرید. امتداد دیوار را محور y و نقطه برخورد نخست جرم ۱ با دیوار را مبدا مختصات بگیرید. لحظه برخورد اول جرم ۱ با دیوار را $t = 0$ بگیرید.

آ) تمام حرکت‌های دستگاه بعد از برخورد نخست جرم ۱ با دیوار و قبل از برخورد دیگر را به طور دقیق و کمّی توصیف کنید. (۴ نمره)

ب) زمان و مکان دومین برخورد جرم‌ها با دیوار را به دست آورید. (۳ نمره)



شکل ۱



شکل ۲

حال فرض کنید مطابق شکل ۲ در لحظه $t = 0$ شیطونک به موازات دیوار و در فاصله d از آن قرار دارد. مبدا مختصات را نقطه وسط فنر، محور x را عمود بر شیطونک و محور y را در امتداد آن بگیرید. جرم بالایی را جرم ۱ به مختصات x_1 و y_1 و جرم پایینی را جرم ۲ به مختصات x_2 و y_2 بگیرید. در این لحظه جرم ۱ بر اثر یک ضربه خارجی با سرعت اولیه v_0 در راستای محور x به حرکت در می‌آید و جرم ۲ ساکن است.

پ) مسیر هر یک از دو ذره قبل از اولین برخورد یکی از آنها با دیوار را به دست آورید و شکل آنها را رسم کنید. موقتا فرض کنید دیوار بسیار دور است، طوری که بخش یا بخش‌های تکرار شونده حرکت لااقل دو بار تکرار می‌شوند. (۳ نمره)

ت۱) کمترین مقادیر x_1 و x_2 را چنان تعیین کنید که برای $x_1 < d < x_2$ در نخستین برخورد جرم ۱ به دیوار بخورد. (۰.۵ نمره)

ت۲) کمترین مقادیر x_3 و x_4 را چنان تعیین کنید که برای $x_3 < d < x_4$ در نخستین برخورد جرم ۲ به دیوار بخورد. (۰.۵ نمره)

ث) برای حالت ت۱ حرکت دستگاه بعد از اولین برخورد را دقیقا و به طور کمّی توصیف کنید. (۴ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

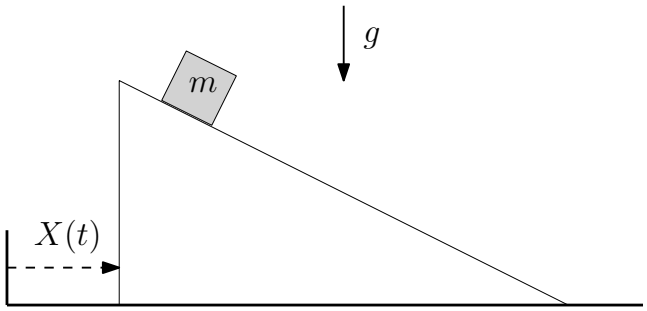
6) گوه لرزان

در شکل ۱ جرم کوچک m بر روی گوه G به زاویه شیب θ قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی جرم m با سطح گوه هر دو برابر μ است. گوه بر روی یک میز افقی بدون اصطکاک به چپ و راست نوسان می‌کند. مکان یک نقطه گوه، مثلا گوشه پایین و سمت راست آن، با زمان به صورت $X = a \sin \omega t$ رفتار می‌کند. شتاب گرانش g رو به پایین است.

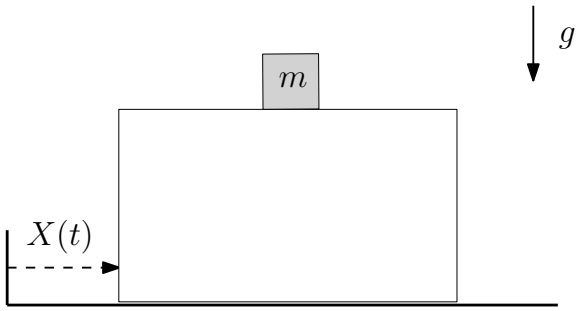
آ) نیروی عمودی سطح و شتاب جرم m نسبت به گوه، a'، را بر حسب زمان و داده‌های مسئله حساب کنید. (۲ نمره)

ب) با فرض معین بودن سایر پارامترها، زاویه θ چگونه باشد تا جرم m بر روی گوه بماند و همواره به سمت پایین حرکت کند؟ (۴ نمره)

پ) سرعت جرم m بعد از یک دور نوسان گوه چقدر است؟ (۳ نمره)



شکل ۱



شکل ۲

حالت حدی دستگاه فوق به ازای $\theta = 0$ را در نظر بگیرید. در واقع به جای گوه، مطابق شکل ۲، جرم m بر روی سطح بالایی یک مکعب مستطیل بزرگ با همان ضرایب اصطکاک قرار گرفته است.

ت) با فرض معین بودن سایر پارامترها، μ چقدر باشد تا جرم m همواره نسبت به مکعب مستطیل ساکن بماند؟ (۱ نمره)

ث) فرض کنید μ از مقدار تعیین شده در بخش ت کمتر باشد. برای کلیه حالت‌های ممکن، نمودار a'، شتاب جرم m نسبت به مکعب مستطیل، بر حسب زمان را رسم کنید. بر روی این نمودار به طور کیفی بازه‌های زمانی $[t_1 , t_2]$ و $[t_3 , t_4]$ که در آن‌ها امکان افزایش یا کاهش سرعت وجود دارد را مشخص کنید. به بیان دیگر، اگر ذره تا قبل از لحظه t_1 ساکن باشد در بازه $[t_1 , t_2]$ به سمت راست شتاب می‌گیرد و اگر تا قبل از لحظه t_3 ساکن باشد در بازه $[t_3 , t_4]$ به سمت چپ شتاب می‌گیرد. (۴ نمره)

ج) سرعت بیشینه جرم m نسبت به مکعب مستطیل را در اولین باری که حرکت می‌کند را حساب کنید. (۳ نمره)

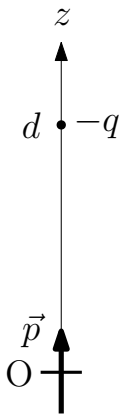
چ) لحظه t' لحظه‌ای است که در آن جرم m پس از اولین جابه‌جایی روی مکعب مستطیل مجددا نسبت به آن ساکن می‌شود. معادله‌ای برای تعیین t' بر حسب t_1 به دست آورید.

ح) با فرض $t' < t_3$ نمودار $v'(t)$ ، سرعت جرم m نسبت به مکعب مستطیل، را به طور کیفی رسم کنید. در نمودار، زمان‌های یاد شده و فواصل زمانی یک چهارم پریود را مشخص کنید. (۱ نمره)

خ) با فرض $t' > t_3$ نمودار $v'(t)$ ، سرعت جرم m نسبت به مکعب مستطیل، را به طور کیفی رسم کنید. در نمودار، زمان‌های یاد شده و فواصل زمانی یک چهارم پریود را مشخص کنید. (۱ نمره)

IranPhO.ir

7) مرکز یک دوقطبی الکتریکی نقطه‌ای با ممان دوقطبی $\vec{p}$ مطابق شکل ۱ در مبدأ مختصات قرار دارد و در امتداد محور z ثابت نگه داشته شده است. ذره‌ای به جرم m و بار الکتریکی $-q$ در لحظهٔ $t=0$ از نقطهٔ $z=d$ روی محور z از حال سکون رها می‌شود. محیط خلاء است و از تابش بار شتاب‌دار صرفنظر می‌کنیم.

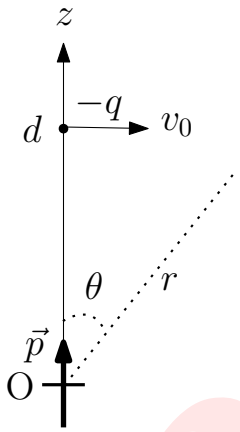


شکل ۱

آ) سرعت لحظه‌ای ذره را بر حسب مکان لحظه‌ای ذره، z، و سایر پارامترهای معلوم به دست آورید. (۲ نمره)

ب) مکان ذره در لحظهٔ t، $z(t)$ را به دست آورید. (۲ نمره)

اکنون فرض کنید مطابق شکل ۲ ذرهٔ فوق در لحظهٔ $t=0$ از نقطهٔ $z=d$ روی محور z با سرعت اولیه‌ای که آن را می‌نامیم v_0 عمود بر محور z پرتاب شود.



شکل ۲

پ) معادلات حرکت ذره (قانون دوم نیوتن) را در مختصات قطبی (r,θ) بنویسید. (۲ نمره)

ت) v_0 بر حسب پارامترهای معلوم مسئله چقدر باشد تا ذره روی یک مسیر دایره‌ای به مرکز O و شعاع d حرکت کند؟ (۳ نمره)

ث) محدودهٔ حرکت ذره را بر حسب زاویه از محور z تعیین کنید. (۱ نمره)

ج) اگر زمان تناوب حرکت ذره را به صورت $2\pi C(d/v_0)$ بنویسیم ضریب عددی C را با دو رقم معنی‌دار به دست آورید. (۳ نمره)

بعضی از انتگرال‌های زیر ممکن است مفید باشند

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)$$

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \sqrt{x^2-a^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}\, d\varphi = \frac{\pi}{2}\left(1-\frac{1}{2^2}k^2-\frac{1^2\cdot 3}{2^2\cdot 4^2}k^4-\frac{1^{2\cdot}\cdot 3^2\cdot 5}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2}k^6-\cdots\right) \qquad k^2<1$$

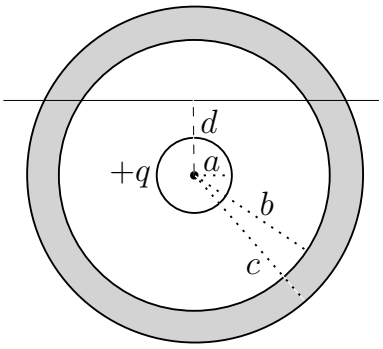
$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} = \frac{\pi}{2}\left(1+\frac{1^2}{2^2}k^2+\frac{1^2\cdot 3^2}{2^2\cdot 4^2}k^4+\frac{1^{2\cdot}\cdot 3^2\cdot 5^2}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2}k^6+\cdots\right) \qquad k^2<1$$

IranPhO.ir

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

8) مطابق شکل یک پوستهٔ کروی رسانا به شعاع داخلی b و شعاع خارجی c هم‌مرکز با یک کرهٔ رسانا به شعاع a که دارای بار الکتریکی $+q$ است قرار دارد.



آ) وضعیتی را در نظر بگیرید که بار الکتریکی خالص پوستهٔ کروی رسانای بیرونی (پوستهٔ به شعاع داخلی b و شعاع خارجی c) صفر است. فرض کنید یک صفحهٔ تخت فرضی که فاصلهٔ آن تا مرکز مشترک پوسته و کره d $(a < d < b)$ است پوستهٔ بیرونی را مطابق شکل قطع کرده باشد. به ازای چه مقادیری از d نیروی الکتریکی وارد بر قسمتی از پوستهٔ بیرونی که بالای صفحهٔ تخت فرضی قرار دارد دافعه (در جهت جدا شدن از قسمتی از پوسته که پایین صفحه فرضی قرار دارد) است؟ (۵ نمره)

ب) وضعیتی را در نظر بگیرید که بار الکتریکی خالص پوستهٔ کروی رسانای بیرونی $+Q$ است. حداقل بار الکتریکی خالص پوستهٔ کروی رسانای بیرونی، $Q_{\min}$، چقدر باشد تا به ازای همهٔ مقادیر d $(a < d < b)$ نیروی الکتریکی وارد بر قسمتی از پوستهٔ بیرونی که بالای صفحهٔ تخت فرضی قرار دارد دافعه باشد؟ (۱ نمره)

پ) انرژی الکتریکی ذخیره شده در کل فضا را هنگامی که بار الکتریکی خالص پوستهٔ کروی رسانای بیرونی $Q_{\min}$ است محاسبه کنید. (۲ نمره)

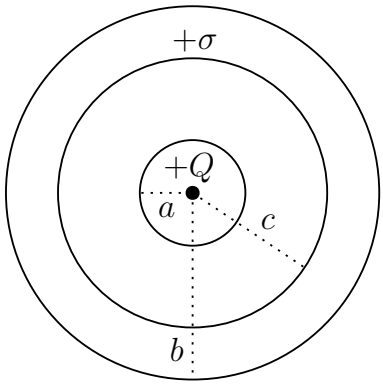
ت) اگر با یک سیم نازک، سطح داخلی پوسته بیرونی را به کرهٔ درونی وصل کنیم انرژی الکتریکی قسمت پ) چقدر تغییر می‌کند؟ (۲ نمره)

ث) اگر با یک سیم نازک، سطح خارجی پوسته بیرونی را به زمین وصل کنیم انرژی الکتریکی قسمت پ) چقدر تغییر می‌کند؟ (۲ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

9) دو پوستهٔ کروی رسانای نازک به شعاع‌های a و b به صورت هم‌مرکز در نظر بگیرید. بار نقطه‌ای $+Q$ در مرکز مشترک آن‌ها قرار دارد.

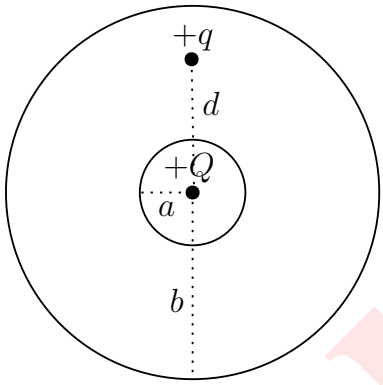


شکل ۱

اگر مطابق شکل ۱ یک پوستهٔ کروی عایق به شعاع c که دارای بار الکتریکی سطحی با توزیع یکنواخت و چگالی $+\sigma$ است هم‌مرکز با دو پوستهٔ رسانا قرار دهیم

آ) بارهای الکتریکی q_a و q_b که به ترتیب روی پوسته‌های رسانای به شعاع a و b باید قرار دهیم تا پتانسیل الکتریکی آن‌ها V_a و V_b شود را به دست آورید. (۳ نمره)

ب) میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از مرکز مشترک پوسته‌ها در نواحی مختلف چقدر است؟ (۲ نمره)

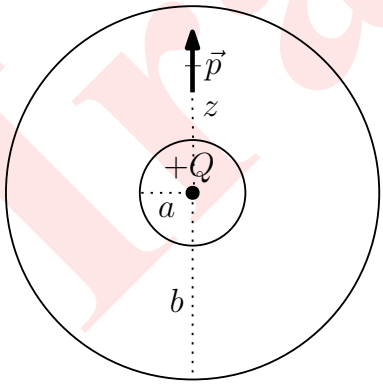


شکل ۲

اگر مطابق شکل ۲ بار نقطه‌ای $+q$ را به فاصلهٔ d از مرکز مشترک دو پوستهٔ رسانا قرار دهیم

پ) بارهای الکتریکی q_a و q_b که به ترتیب روی پوسته‌های رسانای به شعاع a و b باید قرار دهیم تا پتانسیل الکتریکی آن‌ها V_a و V_b شود را به دست آورید. (۲ نمره)

ت) میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از مرکز مشترک پوسته‌ها در نواحی $0 < r < a$ و $r > b$ چقدر است؟ (۱ نمره)



شکل ۳

اگر مطابق شکل ۳ مرکز یک دوقطبی نقطه‌ای با ممان دوقطبی $\vec{p}$ را به فاصلهٔ z از مرکز دو پوستهٔ رسانا قرار دهیم

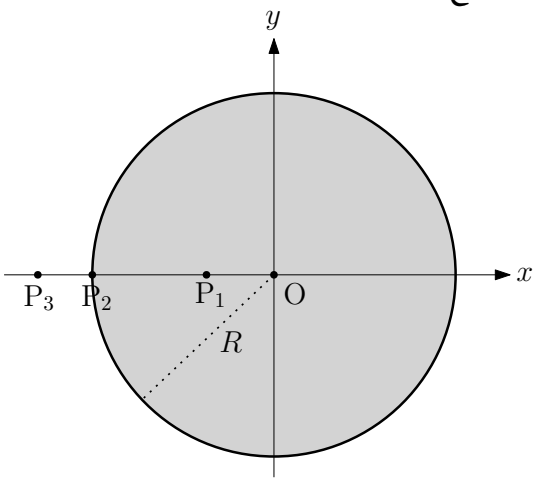
ث) بارهای الکتریکی q_a و q_b که به ترتیب روی پوسته‌های رسانای به شعاع a و b باید قرار دهیم تا پتانسیل الکتریکی آن‌ها V_a و V_b شود را به دست آورید. (۳ نمره)

ج) میدان الکتریکی در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از مرکز مشترک پوسته‌ها در نواحی $0 < r < a$ و $r > b$ چقدر است؟ (۱ نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

10) بار الکتریکی Q به صورت یکنواخت روی سطح یک قرص دایره‌ای شکل نارسانا به شعاع R توزیع شده است. در شکل، سه نقطهٔ P_1 ، P_2 و P_3 در صفحهٔ قرص نشان داده شده‌اند. فاصلهٔ نقطهٔ P_1 را از مرکز قرص r $(r < R)$ و فاصلهٔ نقطهٔ P_3 را از مرکز قرص r $(r > R)$ بگیرید. نقطهٔ P_2 بر لبهٔ قرص واقع است.



آ) پتانسیل الکتریکی را در نقطهٔ P_2 به دست آورید. (۳ نمره)

ب) پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را در نقطهٔ P_1 تا مرتبهٔ $(r/R)^4$ به دست آورید. (۴ نمره)

پ) پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را در نقطهٔ P_3 تا مرتبهٔ $(R/r)^4$ به دست آورید. (۲ نمره)

می‌توان نشان داد اگر بار الکتریکی Q روی سطح یک قرص دایره‌ای شکل رسانای نازک به شعاع R قرار داده شود وابستگی توزیع بار سطحی به r روی سطح قرص متناسب با $1/\sqrt{R^2 - r^2}$ است که r فاصلهٔ یک نقطه واقع در صفحهٔ قرص تا مرکز قرص است.

ت) پتانسیل الکتریکی در نقاط مختلف واقع بر سطح قرص چقدر است؟ (۳ نمره)

IranPhO.ir

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

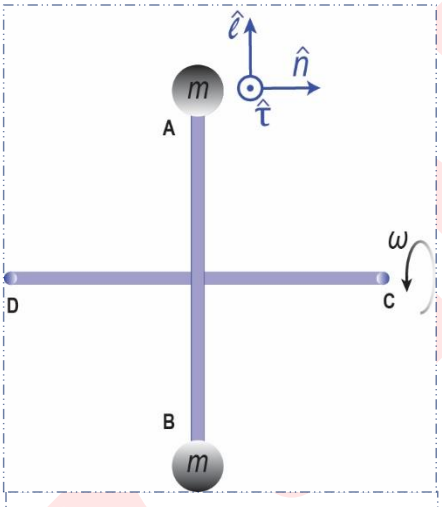
ادامه آزمون نهایی

۱۴۰۲/۵/۲۴ مدت آزمون: ۳ ساعت

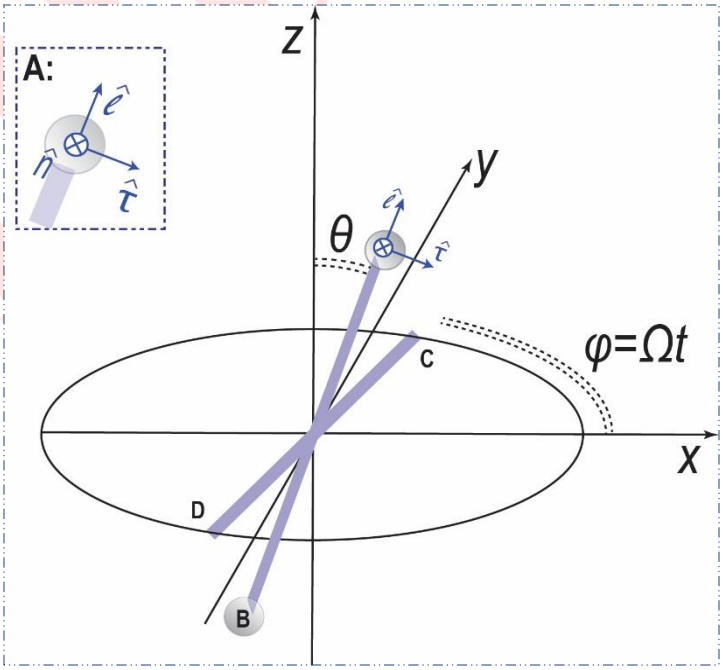
۱۱) ژیروسکوپ دوجرمی: نیروی نابدیهی مورد نیاز برای دو جرمِ چرخان

مسئله‌ی ما به حرکت دو جرم نقطه‌ای با جرمِ برابر، m، مربوط می‌شود که مطابقِ شکلِ ۱، مقابل یک‌دیگر و در دو راس A و B از یک «*به‌علاوه‌ی فلزی*» محکم شده‌اند. در دو راس دیگرِ «*به‌علاوه*» هیچ جرمی قرار ندارد. و طولِ هر دو یالِ BA و DC نیز برابر با L می‌باشد. «*به‌علاوه*» ساختاری محکم اما سبک دارد، $m \ll M_+$، و در تمام مدت آزمایش هیچ تغییر شکلی نمی‌دهد.

مطابق شکل۲، دو سرِ C و D روی یک حلقه‌ی فلزی مقید شده‌اند، به این معنی که می‌توانند آزادانه روی حلقه حرکت کنند. در عین‌حال «*به‌علاوه*» می‌تواند آزادانه حول محور CD نیز بچرخد. در تمام مدت آزمایش، یک منبع دورانِ خارجی بدون این‌که هیچ نیروی خالصی به هریک از دو راسِ C یا D وارد نماید، به‌علاوه را با سرعت زاویه‌ای ثابت $\vec{\omega} = \omega\hat{n}$ حول محور DC می‌چرخاند. آزمایش‌گر نیز یک زوج نیروی $\overrightarrow{F_C}$ و $\overrightarrow{F_D}$ (که $\overrightarrow{F_C} = -\overrightarrow{F_D}$) را به دو راس C و D طوری وارد می‌نماید تا بتواند به‌علاوه را با سرعت زاویه‌ای $\Omega\hat{z}$ حول محور z‌ها بچرخاند. هدف مسئله‌این است که بدون استفاده از مفاهیم متعارف دینامیک دورانی، و تنها برمبنای ملاحظات تقارنی/انرژی زوج نیروی مورد نیاز برای حفظ سرعت زاویه‌ای $\Omega\hat{z}$ را محاسبه نماییم.



شکل ۱. در دو راس A و B از به‌علاوه‌ی فلزی دو جرم برابرِ m قرار دارند. منبعی خارجی موجب می‌شود *به‌علاوه فلزی* در تمام مدت آزمایش با سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega} = \omega\hat{n}$ در حال دوران باشد. دست‌گاه مختصات متصل به به‌علاوه طوری طراحی شده‌است که $\hat{n}$ در جهت $\overrightarrow{DC}$، $\hat{\ell}$ در جهت $\overrightarrow{BA}$، و $\hat{\tau} = \hat{n} \times \hat{\ell}$ می‌باشند



شکل ۲. محور CD به‌علاوه به اندازه‌ی $\varphi = \Omega t$ حول محور z‌ها چرخیده‌است، و یالِ متصل به دوجرم نیز به اندازه‌ی $\theta = \omega t$ حول CD چرخیده‌است. جهات سه‌گانه‌ی $\hat{n}$، $\hat{l}$، و $\hat{\tau}$ متصل به جرم بالایی می‌باشند و به‌همراه به‌علاوه در فضا می‌چرخند. این سه‌جهت با وضوح بالاتر در گوشه‌ی چپ-بالایِ تصویر بازنمایی شده‌اند.

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

الف – سرعت و مکان دو جرم متصل به نقطه‌ی A و B را به‌ترتیب $\vec{R}_A$، $\vec{R}_B$، $\vec{V}_A$، و $\vec{V}_B$ می‌نامیم. این‌چهار کمیت را در دست‌گاه آزمایش‌گاه (یعنی $\hat{x}$، $\hat{y}$، و $\hat{z}$) بیابید (۳ نمره).

ب - سه‌بردار یکه‌ی $\hat{n}$، $\hat{l}$، و $\hat{\tau}$ را برحسب $\hat{x}$، $\hat{y}$، و $\hat{z}$ بیابید. (۳ نمره)

پ – زوج نیروی $\overrightarrow{F_A}$ و $\overrightarrow{F_B}$، که به دو جرم متصل در دو راس A و B وارد می‌شوند، را بیابید؟ جواب این محاسبه را برحسب سه‌بردار یکه‌ی $\hat{n}$، $\hat{l}$، و $\hat{\tau}$ بیان نمایید. (۳ نمره).

ث – انرژی جنبشی مجموعه را برحسب زمان محاسبه و از روی آن توان مورد نیاز برای این‌که مجموعه با سرعت زاویه‌ای ثابتِ $\vec{\omega} = \omega\hat{n}$ و $\Omega\hat{z}$ بچرخد را مشخص نمایید (۲ نمره). دقت کنید که توان دو بخش خواهد داشت، بخشی برای حفظ سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega} = \omega\hat{n}$، و بقیه‌ی بخش‌های آن. آیا می‌توانید این دو بخش را از هم تفکیک کنید. (۲ نمره)

ج –آیا می‌توانید با دانستن $\overrightarrow{F_A}$ و $\overrightarrow{F_B}$، در دست‌گاه به‌علاوه، و با استفاده از استدلال‌های صرفا تقارنی، زوج نیروی $\overrightarrow{F_C}$ و $\overrightarrow{F_D}$ را به‌صورت کامل بیابید؟ جواب را در دست‌گاه مختصات متصل به زمین بیان نمایید. (۳ نمره)

راهنمایی: با توجه به این‌که «به‌علاوه» متقارن است (یعنی دو یالِ آن برابر می‌باشند) و هیچ جرمی هم ندارد، صرفا الگوهای خاصی از نیروها مجاز خواهند بود. اما، دقت کنید که صرفا و صرفا می‌توانید از مفاهیم تقارنی استفاده نمایید. یعنی هرفرضی می‌نمایید، باید به طور مستقیم به یک فرض تقارنی متکی باشد. تمام استدلال این بخش را در دست‌گاه متصل به «به‌علاوه» بیان نمایید.

چ – اگر در بخش ث توانسته باشید کار لازم برای حفظ سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega} = \omega\hat{n}$، و نیز کار لازم برای حفظ سرعت زاویه‌ای $\Omega\hat{z}$ را از هم تفکیک نمایید، می‌توانید با استفاده از آن مولفه‌های مماسی $\overrightarrow{F_C}$ و $\overrightarrow{F_D}$ (یعنی مماس بر صفحه‌ی xy) را محاسبه نمایید. نشان دهید که این محاسبه نتیجه‌ی بخش ج را تایید می‌کند. (۱ نمره)

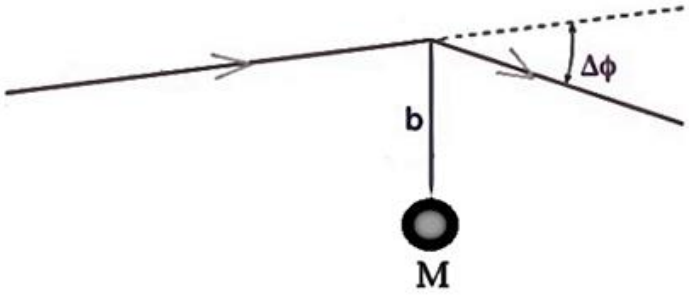
نکته: در هریک از بخش‌ها، جواب نهاییِ غلط می‌تواند به از دست رفتن تمام نمره‌ی آن بخش منجر شود! طبیعتا برای پذیرش جواب شما نیز حداقل استدلال دقیق فیزیکی لازم است.

IranPhO.ir

مرجع المپیاد فیزیک ایران

IranPhO.ir

۱۲) مطابق نظریه نسبیت عام نور تحت تاثیر میدان های گرانشی تغییر مسیر می دهد. به صورت ساده سازی شده می توان فرض کرد که نور همانند شکل زیر از یک نقطه مسیر خود را تغییر می دهد. میزان انحراف نور از مسیر اولیه برابر با $\Delta\varphi = \frac{4GM}{bc^2}$ می باشد که در این رابطه M جرم شیء منحرف کننده مسیر نور، G ثابت گرانش (برابر با $6.67 \times 10^{-11} \frac{N\,m^2}{kg^2}$)، c سرعت نور (برابر با $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$) و b به اصطلاح پارامتر برخورد است که در شکل نشان داده شده است ($\Delta\varphi$ خیلی کوچک است).



این مساله باعث وقوع پدیده ای به نام عدسی گرانشی می شود. به این معنی که اگر یک جسم با جرم زیاد (مثل یک سیاه‌چاله) بین ما و یک جسم درخشان در فضا قرار داده باشد، باعث می شود که نورهای ساطع شده از آن جسم به سمت ما انحراف پیدا کنند و ما جسم را به صورت دیگری و در موقعیت دیگری مشاهده کنیم. حلقه مشاهده شده را حلقه انیشتین می‌نامند.

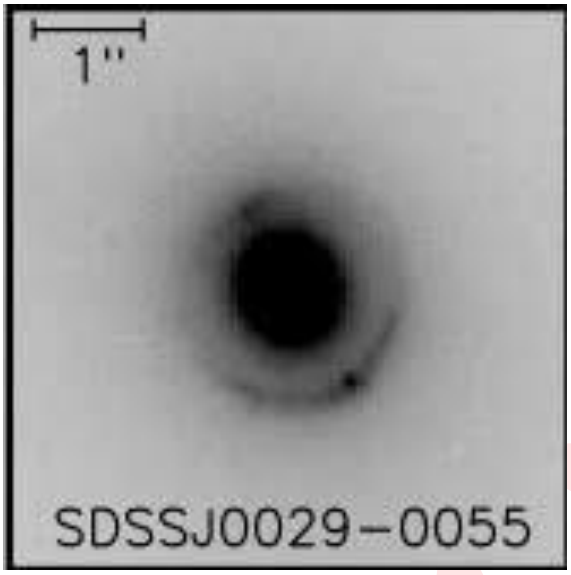
الف- فرض کنید که جسمی که می‌خواهیم مشاهده کنیم، در امتداد خط واصل ما و یک سیاه‌چاله قرار دارد. این خط را محور نوری می‌نامیم. فاصله ما تا سیاه‌چاله L_1 ، فاصله سیاه‌چاله تا جسم نورانی L_2 و فاصله ما تا جسم نورانی را L فرض کنید ($L=L_1+L_2$). پرتوهایی را در نظر بگیرید که حدودا از یک فاصله b از سیاه‌چاله به سمت ما منحرف می‌شوند ($b<< L_1, L_2$). برای جسم واقع بر محور نوری، مکان تصویر و همچنین فاصله کانونی موثر سیاه‌چاله را برحسب پارامترهای موردنیاز (b، G، c، M، L_1، L_2 و L) بیابید. (4 نمره)

ب- حال، یک جسم خارج از محور نوری در نظر بگیرید. اگر سیاه‌چاله نبود ما این جسم را با زاویه θ_0 نسبت به محور نوری می دیدیم. نشان دهید که در حضور سیاه‌چاله، این جسم را می توان در دو زاویه متفاوت مشاهده کرد و مقدار این زاویه ها را بر حسب داده های مساله در قسمت قبل و θ_0 بیابید. (4 نمره)

ج- تصویر زیر، یک حلقه انیشتین مشاهده شده برای جسمی درخشان به فاصله 9.67×10^{25} m از ما و فاصله 2.84×10^{25} m از عدسی است. جرم عدسی را به دست آورید. مقیاس روی شکل یک ثانیه قوسی است. (2 نمره)

مرجع المپیاد فیزیک ایران

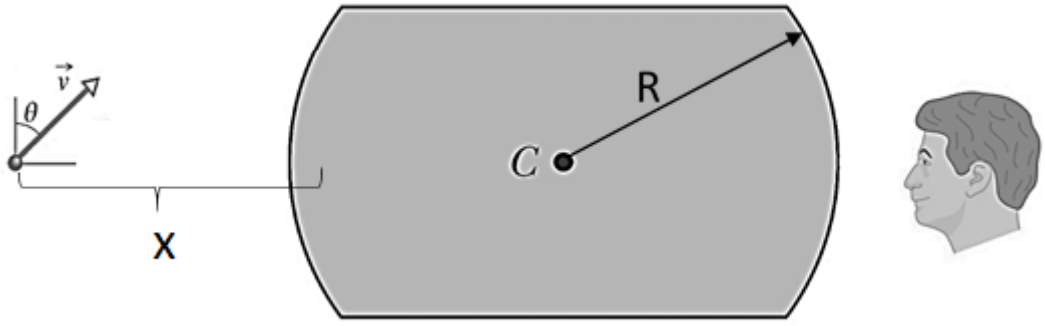
IranPhO.ir



۱۳) جسمی با سرعت V_0 با زاویه 45 درجه نسبت به افق پرتاب می شود. شخصی به این جسم از پشت یک گوی شیشه‌ای به شعاع R نگاه می کند. فاصله جسم از لبه گوی را x بگیرید. ضریب شکست گوی، n است. فرض کنید شخص با یک چشم نگاه می کند.

الف) از دید این شخص، سرعت حرکت جسم در راستای عمودی را برحسب n و V_0 و x و R پیدا کنید. (5 نمره)

ب) از دید این شخص، سرعت حرکت جسم در راستای افقی را برحسب n و V_0 و x و R پیدا کنید. (5 نمره)



مرجع المپیاد فیزیک ایران