

به نام خدا

وبلاگ کنکور حسابداری (آسترکی)

منبع دائلود جزوات حسابداری

www.11148.blogfa.com



پوران پژوهش

بانک تست ارشد

مجموعه مدیریت، اقتصاد و حسابداری

آمار کاربردی

تألیف:

وحید انصاری

پاییز ۱۳۸۸

سرشناسه	: انصاری اغول بیک، وحید، ۱۳۶۰-
عنوان و پدیدآور	: آمار کاربردی/تالیف وحید انصاری.
مشخصات نشر	: تهران: پوران پژوهش، ۱۳۸۸.
مشخصات ظاهری	: ۶۲۰ ص.
فروست	: بانک تست ارشد. مدیریت، اقتصاد و حسابداری.
شابک	: 978-964-184-094-7
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
موضوع	: دانشگاه‌ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون‌ها.
موضوع	: آمار -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۸۸ آ ۸۲۴ الف / LB۲۲۵۳
رده‌بندی دیویی	: ۳۷۸/۱۶۶۴
شماره کتابشناسی ملی	: ۱۸۳۶۹۹۱

انتشارات پوران پژوهش

نام کتاب:	آمار کاربردی
تألیف:	وحید انصاری
ناشر:	پوران پژوهش
حروفچینی:	پوران پژوهش
چاپ:	آرش
صحافی:	سیدالشهدا
شمارگان:	۱۰۰۰ نسخه
نوبت چاپ:	اول - پاییز ۱۳۸۸
قیمت:	۸۸۰۰۰ ریال
شابک:	۹۷۸-۹۶۴-۱۸۴-۰۹۴-۷
	ISBN 978-964-184-094-7

دفتر مرکزی: میدان انقلاب - ابتدای کارگر جنوبی - کوچه مهدیزاده - پلاک ۹ - واحد ۴ تلفن: ۶۶۹۲۷۰۴۰

بسمه تعالی

مقدمه ناشر

نگاهی به تعداد داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد نشان می‌دهد که در سال‌های اخیر تقاضا برای ادامه تحصیل در دوره‌های تحصیلات تکمیلی دانشگاه‌ها و مراکز آموزش عالی به طور چشمگیری افزایش یافته است.

مشکل اساسی اغلب داوطلبان، تعدد و تنوع منابع درسی و عدم دسترسی به منابع درسی مناسب و نمونه سؤالات مناسب برای تمرین و درک بیشتر مفاهیم است.

مؤسسه فرهنگی انتشاراتی پوران پژوهش با بیش از ۱۲ سال سابقه در جهت رفع نیازهای اساسی داوطلبان اقدام به آماده‌سازی و چاپ سه مجموعه متفاوت با سه هدف متفاوت کرده است. مجموعه اول تحت عنوان کتاب ارشد که تاکنون منتشر شده است. در این مجموعه پس از ارائه کامل شرح دروس در هر فصل سؤالات تفکیک شده کنکورهای ۱۵ سال اخیر ارائه شده و به صورت تشریحی پاسخ داده شده است. این مجموعه به دلیل ارائه کامل شرح درس، قابل استفاده دانشجویان سال‌های پایین‌تر نیز می‌باشد و می‌تواند به عنوان مرجع درسی بسیار مناسبی برای دانشجویان و اساتید محترم دانشگاه‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

کتاب ارشد که برای کمک به داوطلبان و جلوگیری از پراکنده خوانی آنها تدوین شده است اولین بار در مهرماه سال ۸۰ در غالب پانزده عنوان در اختیار متقاضیان قرار گرفت و تاکنون به بیش از ۱۲۰ عنوان رسیده است. مجموعه دوم که با عنوان اطلس جامع ارشد در اختیار داوطلبان قرار گرفته است شامل ارائه سؤالات چند سال اخیر (غالباً ۵ یا ۶ سال) کنکور سراسری کارشناسی ارشد با پاسخ کاملاً تشریحی به همراه اطلاعاتی جامع و مفید از منابع آزمون و آمار متقاضیان و کارنامه‌های آنان در سال‌های اخیر است. این کتاب‌ها به نحوی تدوین شده که برای هر یک رشته امتحانی یک کتاب تالیف شده است. این مجموعه نیز برای اولین بار در بهار ۱۳۸۶ در چهار رشته دانشگاهی به بازار عرضه شد و قرار است به لطف خداوند در همه رشته‌های دانشگاهی چاپ و عرضه شود. مجموعه سوم با عنوان بانک تست ارشد کتابی شامل سؤالات تالیفی در دروس پایه و اساسی هر رشته است که به صورت طبقه‌بندی شده و با پاسخ کاملاً تشریحی ارائه شده است. هدف از تهیه مجموعه سوم این است که دانشجو با دیدن تست‌های تالیفی متنوع و ناب و حل کاملاً تشریحی آنها درک و تسلط کافی به دروس پایه و اساسی رشته امتحانی خود حاصل کند.

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمه مؤلف :

سپاس ایزد منان را که بار دیگر توفیق داد تا با ارائه مجموعه‌ای دیگر در خدمت دانش‌پژوهان گرامی بوده بلکه یاری‌دهنده آنان در ادامه تحصیلات عالی تکمیلی باشد. از آنجا که درس آمار و احتمال نقش به‌سزایی در قبولی دانشجویان در مقاطع بالاتر را ایفا می‌کند، سعی شده است تا با ارائه مجموعه‌ای کامل از پرسش‌های چهارگزینه‌ای به همراه پاسخ‌های تشریحی نیاز داوطلبان گرامی را برطرف کنیم. مجموعه حاضر شامل بیش از ۱۸۰۰ پرسش چهارگزینه‌ای متشکل از پرسشهای تألیفی و کنکورهای دانشگاه است که سعی شده با ارائه نکات لازم، بر مفاهیم اصلی و آموزشی تکیه کرده تا داوطلبان از رجوع به کتاب دیگری بی‌نیاز باشند.

با توجه به اینکه کتاب حاضر مجموعه کاملی است که تمامی سرفصل‌ها را پوشش می‌دهد ممکن است قسمتی از این بخش‌ها در آزمون ورودی برخی از رشته‌ها کمتر مورد توجه باشد. بدین ترتیب که فصل‌های توزیع نمونه‌ای، نظریه برآورد، آزمون فرض، رگرسیون و همبستگی برای رشته‌های حسابداری و مدیریت هر دوره معمولاً شامل ۱ الی ۲ سؤال می‌باشد و از فصل تحلیل واریانس برای رشته‌های مذکور سؤال مطرح نمی‌شود.

بی‌تردید مجموعه حاضر خالی از اشکال نیست لذا از شما خوانندگان گرامی تقاضا دارم با ارائه پیشنهادهای اصلاحی خود مؤلف را در بهبود کیفیت مجموعه یاری دهید.

در پایان لازم می‌دانم از مدیریت محترم و دست‌اندرکاران مؤسسه پوران‌پژوهش که تمهیدات لازم جهت تدوین کتاب را تدارک دیدند تشکر کنم. همچنین بسیار خرسندم مراتب امتنان خود را از سرکار خانم معصومه زیرک بابت تایپ و صفحه‌آرایی کتاب، سرکار خانم ساناز یزدانفر جهت ترسیم اشکال و جناب آقای محمدی که زحمت ویرایش علمی این کتاب را برعهده داشتند ابراز دارم. در انتها لازم است صمیمانه از زحمات بی‌شائبه دکتر هژبر تشکر کنم که با رهنمودهای علمی خود اینجانب را در تدوین این اثر یاری نموده‌اند.

از ایزد یکتا خواستارم تا اینجانب را در تهیه مجموعه‌هایی جامع و پربارتر یاری دهد.

وحید انصاری

تیر ۱۳۸۸

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول : آمار توصیفی
۳۵	پاسخ‌های تشریحی آمار توصیفی
۷۹	فصل دوم : آنالیز ترکیبی
۸۹	پاسخ‌های تشریحی آنالیز ترکیبی
۱۰۵	فصل سوم : احتمال
۱۴۱	پاسخ‌های تشریحی احتمال
۱۸۹	فصل چهارم : متغیرهای تصادفی
۲۳۶	پاسخ‌های تشریحی متغیرهای تصادفی
۲۹۳	فصل پنجم : توزیع‌های احتمال خاص
۳۳۱	پاسخ‌های تشریحی توزیع‌های احتمال خاص
۳۸۹	فصل ششم : توزیع‌های نمونه‌ای
۴۰۱	پاسخ‌های تشریحی توزیع‌های نمونه‌ای
۴۱۷	فصل هفتم : نظریه برآورد
۴۴۴	پاسخ‌های تشریحی نظریه برآورد
۴۸۱	فصل هشتم : آزمون فرض آماری
۵۱۰	پاسخ‌های تشریحی آزمون فرض آماری
۵۴۷	فصل نهم : رگرسیون و همبستگی
۵۶۴	پاسخ‌های تشریحی رگرسیون و همبستگی
۵۸۹	فصل دهم : تحلیل واریانس
۵۹۶	پاسخ‌های تشریحی تحلیل واریانس
۶۰۵	جداول ضمیمه

تست‌های فصل اول

آمار توصیفی

۱- دقیق‌ترین تعریف علم آمار کدام است؟

- (۱) آمار، علم جمع‌آوری اطلاعات و نمایش آن‌ها به صورت جدول و نمودار است.
- (۲) آمار علم شمارش و شمردن است.
- (۳) آمار علمی است که مشخصات جامعه را از نظر کمی و با در نظر داشتن کیفیت مشخص‌کننده‌های آن مورد بررسی قرار می‌دهد.
- (۴) آمار، علمی است که با بررسی بخشی از جامعه در مورد تمام جامعه قضاوت و اظهار نظر می‌کند.

۲- کدام یک از عبارات زیر بیان توصیف جامعه آماری است؟

- (۱) مجموعه‌ای از عناصر که حداقل نسبت به یک خاصیت مشترک باشد، جامعه آماری نامیده می‌شود.
- (۲) هرگاه اشیاء حداقل نسبت به یک خاصیت مشترک گرد هم آمده باشند و یا گرد هم در نظر گرفته شوند، جامعه آماری نامیده می‌شود.
- (۳) مجموعه از نمودها و اشیاء و پدیده‌ها در یک جامعه، جامعه آماری نامیده می‌شود.
- (۴) جامعه‌ای از نمودها و اشیاء و پدیده‌ها را جامعه آماری می‌نامند.

۳- تعریف پارامتر کدام است؟

- (۱) متغیری است که در جمعیت وجود دارد.
- (۲) کمیتی است که از مطالعه‌ی کل جمعیت به دست می‌آید.
- (۳) کمیتی است که از مطالعه‌ی جمعیت توسط نمونه‌گیری به دست می‌آید.
- (۴) کمیتی است که از مطالعه‌ی کل جمعیت به دست می‌آید و متغیری است که در جمعیت وجود دارد.

۴- کدام تعریف برای صفت مشخصه صحیح است؟

- (۱) صفتی است که از فردی به فرد دیگر تغییر می‌کند.
- (۲) صفتی است که قابل اندازه‌گیری است.
- (۳) صفت مشترکی برای افراد جامعه است.
- (۴) صفتی است که قابل شمارش است.

۵- دشوارترین مرحله در تهیه یک طرح تحقیقاتی چه می‌باشد؟

- (۱) طرح مسأله
- (۲) بیان فرضیه
- (۳) مدل آماری
- (۴) جامعه و نمونه

۶- کدام یک از انواع متغیرهای زیر دارای کلیه خواص متغیرهای دیگر نامیده شده، می‌باشد؟

- (۱) نسبی
- (۲) رتبه‌ای
- (۳) فاصله‌ای
- (۴) اسمی

پاسخ تست‌های فصل اول

آمار توصیفی

۱- گزینه ۴

علم آمار : مجموعه‌ای از روش‌ها است که برای جمع‌آوری، دسته‌بندی، تجزیه و تحلیل و تفسیر و تعمیم نتایج اطلاعات به کار برده می‌شود.

۲- گزینه ۲

جامعه آماری (جمعیت) : مجموعه‌ای از افراد یا اشیاء می‌باشند که حداقل در یک ویژگی مشترک بوده و در یک مکان یا زمان خاص مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۳- گزینه ۲

پارامتر : هر ویژگی عددی مربوط به توزیع جامعه یا داده‌های جامعه را پارامتر می‌گوییم.
آماره : هر ویژگی عددی مربوط به داده‌های نمونه را آماره می‌گوییم.

۴- گزینه ۳

نکته : به طور کلی صفت به دو حالت زیر تقسیم می‌شود :
الف) صفت ثابت (مشخصه) : صفتی است که برای همه افراد جامعه مشترک است.
ب) صفت متغیر : صفتی است که در جامعه از هر فرد به فرد دیگر تغییر می‌کند.

۵- گزینه ۳

۶- گزینه ۱

نکته : انواع مقیاس‌ها عبارتند از : ۱- مقیاس اسمی ۲- مقیاس ترتیبی (رتبه‌ای) ۳- مقیاس فاصله‌ای ۴- مقیاس نسبی

نکته : مقیاس‌ها به ترتیب از اسمی تا نسبی کامل تر می‌گردند.

۷- گزینه ۳

چون طبقه‌بندی دانشجویان بر حسب رشته تحصیلی، صرفاً جهت نامگذاری است و هیچ‌گونه مقایسه‌ای صورت نپذیرفته است لذا مقیاس مورد نظر اسمی می‌باشد.

۸- گزینه ۳

نکته : متغیرها به دو دسته کمی و کیفی تقسیم می‌شوند :
الف) متغیرهای کمی متغیرهایی هستند که در اندازه‌گیری آن‌ها از اعداد استفاده شده و رتبه‌بندی مورد توجه نیست.

ب) متغیرهای کیفی متغیرهایی هستند که در اندازه‌گیری آن‌ها، ترتیب و مقایسه مطرح می‌گردد.
نکته : اطلاعات کمی شامل داده‌های فاصله‌ای و نسبی و اطلاعات کیفی شامل داده‌های اسمی و ترتیبی می‌باشند.

تست‌های فصل دوم

آنالیز ترکیبی

- ۱- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد چهار رقمی زوج می‌توان نوشت (تکرار ارقام مجاز است)؟
 (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۲۵ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۵۰
- ۲- چند عدد زوج سه رقمی را می‌توان به وسیلهٔ ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ ساخت به نحوی که رقم تکراری در اعداد ساخته شده وجود نداشته باشد؟
 (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶
- ۳- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی بزرگ‌تر از ۴۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
 (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴
- ۴- چند عدد چهار رقمی وجود دارد که مضرب ۵ باشد؟
 (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۹۰۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۲۰۰۰
- ۵- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند عدد چهاررقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
 (۱) ۱۴۸ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۵۶ (۴) ۱۸۰
- ۶- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ چند عدد پنج‌رقمی غیرتکراری می‌توان ساخت به طوری که ۲ قبل از ۴ و ۳ قبل از ۱ قرار داشته باشند؟
 (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۴۸
- ۷- به چند طریق می‌توان ۵ نفر را روی صندلی در یک ردیف نشاند به طوری که دو نفر خاص هرگز در کنار هم قرار نگیرند؟
 (۱) ۱۳۰ (۲) ۷۲ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸
- ۸- ۳ مهره قرمز متمایز و ۴ مهره آبی متمایز را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که هیچ دو مهره هم‌رنگی کنار هم نباشند؟
 (۱) $4! \times 3!$ (۲) ۲ (۳) $2! \times 3! \times 4!$ (۴) صفر
- ۹- یک قفل رمزدار دارای یک رمز ۳ رقمی فرد با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ می‌باشد اگر رمز قفل را ندانیم و پیدا کردن هر رمز ۲ دقیقه طول بکشد، حداکثر چند ساعت طول می‌کشد تا قفل باز شود؟
 (۱) ۵! (۲) $12/5$ (۳) ۱۳ (۴) $13/5$
- ۱۰- چند عدد صحیح بین 10^6 و 10^7 وجود دارد که در آن‌ها هیچ دو رقم متوالی یکسان نیست؟
 (۱) 9^7 (۲) $\frac{9!}{3!}$ (۳) $\frac{9!}{2!}$ (۴) $\frac{9!}{2! \times 7!}$

پاسخ تست‌های فصل دوم

آنالیز ترکیبی

۱- گزینه ۴

$$\frac{\text{حالات}}{\text{ارقام}} : \frac{5}{\downarrow} \times \frac{5}{\downarrow} \times \frac{5}{\downarrow} \times \frac{2}{\uparrow} = 250$$

(ارقام ۲ و ۴) تعداد ارقامی که زوج هستند

۲- گزینه ۳

$$\frac{4}{\downarrow} \frac{3}{\downarrow} \frac{2}{\uparrow} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

ارقام زوج {۲, ۴}

۳- گزینه ۲

برای مشخص کردن اعداد سه رقمی سه فضای خالی در نظر می‌گیریم، با توجه به اینکه این اعداد باید از ۴۰۰ بزرگ‌تر باشد پس برای رقم سمت چپ فقط ۴ یا ۶ را می‌توان انتخاب نمود از طرفی چون تکرار ارقام مجاز نیست پس هر مرحله یکی از اعداد از شمارش خارج می‌شوند لذا می‌توان نوشت :

$$\frac{2}{\uparrow} \frac{3}{\downarrow} \frac{2}{\downarrow} = 2 \times 3 \times 2 = 12$$

ارقام {۲, ۴} حالات مطلوب

۴- گزینه ۳

اعدادی مضرب ۵ می‌باشند که رقم سمت راست آن‌ها صفر یا ۵ باشد. پس :

$$\frac{9}{\downarrow} \frac{10}{\downarrow} \frac{10}{\downarrow} \frac{2}{\uparrow} = 1800$$

رقم ۰ یا ۵

۵- گزینه ۳

برای اعدادی که صفر شامل آن باشد دو حالت در نظر می‌گیریم :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{\downarrow} \frac{4}{\downarrow} \frac{3}{\downarrow} \frac{1}{\uparrow} = 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60 \\ \frac{4}{\downarrow} \frac{4}{\downarrow} \frac{3}{\downarrow} \frac{2}{\uparrow} = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع اعداد چهار رقمی زوج} = 60 + 96 = 156$$

تعداد حالت‌ها

صفر باشد

صفر نباشد یعنی اعداد {۲, ۴}

تست‌های فصل سوم

احتمال

۱- کدام یک از عبارات زیر، تعریف احتمال پیشامد می‌باشد؟

(۱) تعداد حالات مساعد به تعداد حالات ممکن را احتمال پیشامد می‌نامند.

(۲) فراوانی نسبی حادثه را احتمال حادثه می‌نامند.

(۳) اندازه امکان وقوع هر پیشامدی را احتمال آن پیشامد می‌نامند.

(۴) وقوع هر حادثه‌ای را احتمال آن می‌نامند.

۲- یک کتاب‌فروش یک کتاب تاریخ، یک کتاب جغرافیا، یک کتاب روانشناسی، یک کتاب آمار و یک کتاب ریاضی را به تصادف در یک قفسه کتاب قرار می‌دهد. احتمال اینکه کتاب آمار و کتاب ریاضی در کنار یکدیگر قرار گرفته باشند، کدام است؟

$$(۱) \frac{1}{5} \quad (۲) \frac{3}{5} \quad (۳) \frac{4}{5} \quad (۴) \frac{2}{5}$$

۳- سکه سالمی را چهار بار پرتاب می‌کنیم. احتمال این که بار اول خط بیاید چقدر است؟

$$(۱) \frac{1}{8} \quad (۲) \frac{1}{4} \quad (۳) \frac{1}{2} \quad (۴) \frac{3}{4}$$

۴- در ظرفی ۵ مهره به شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ریخته شده است. دو مهره به تصادف با هم بیرون می‌آوریم، احتمال این که مجموع شماره‌ها بزرگ‌تر از ۵ باشد، کدام است؟

$$(۱) \frac{1}{4} \quad (۲) \frac{1}{5} \quad (۳) \frac{1}{6} \quad (۴) \frac{1}{75}$$

۵- تاس متعادلی دو بار پرتاب می‌شود. احتمال این که مجموع خال‌های تاس در این آزمایش بیش از ۹ باشد چقدر است؟

$$(۱) \frac{1}{2} \quad (۲) \frac{1}{3} \quad (۳) \frac{1}{4} \quad (۴) \frac{1}{6}$$

۶- رئیس، منشی و ۴ کارمند دور یک میز گرد می‌نشینند با کدام احتمال منشی مقابل رئیس قرار می‌گیرد؟

$$(۱) \frac{1}{3} \quad (۲) \frac{1}{4} \quad (۳) \frac{1}{5} \quad (۴) \frac{1}{6}$$

۷- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که هر سه عدد ظاهر شده مضرب ۳ نباشد؟

$$(۱) \frac{1}{9} \quad (۲) \frac{1}{8} \quad (۳) \frac{1}{25} \quad (۴) \frac{1}{27}$$

پاسخ تست‌های فصل سوم

احتمال

۱- گزینه ۳

۲- گزینه ۴

نکته : احتمال کلاسیک را می‌توان از طریق فرمول $P = \frac{\text{تعداد حالات مساعد}}{\text{تعداد حالات کل}}$ به دست می‌آورد. به کمک نکته فوق و مفروضات مسأله می‌توان نوشت :

$$P = \frac{4! \times 2!}{5!} = \frac{2}{5}$$

		آمار ریاضی	
--	--	------------	--

۳- گزینه ۳

با توجه به اینکه بار اول خط آمده است می‌توان گفت که این حالت اجباری است، لذا به شمارش سه حالت باقی‌مانده می‌پردازیم :

$$P(A) = \frac{\binom{1}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1}}{2^4} = \frac{2^3}{2^4} = \frac{1}{2}$$

۴- گزینه ۳

کلید حالت‌هایی که مجموع دو مهره بیشتر از ۵ باشد عبارتند از :

$$(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (2,4), (3,4)$$

حال می‌توان گفت که احتمال آن عبارت است از :

$$P = \frac{6}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10} = 0.6$$

۵- گزینه ۴

چون هر تاس مستقل از دیگری می‌باشد پس حالتی که مجموع خال‌ها بیشتر از ۹ است عبارتند از :

$$(4,6), (6,4), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)$$

لذا احتمال مورد نظر عبارت است از :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$$

تست‌های فصل چهارم

متغیرهای تصادفی

۱- از میان ۳ مرد و ۵ زن دو نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم اگر متغیر تصادفی X تعداد زن‌ها در میان افراد انتخاب شده باشد، تابع جرم احتمال آن کدام است؟

$$\frac{\binom{3}{x}\binom{5}{2-x}}{\binom{8}{2}} \quad (۴) \quad \frac{\binom{5}{2}\binom{3}{x}}{\binom{8}{2}} \quad (۳) \quad \frac{\binom{5}{x}\binom{3}{2-x}}{\binom{8}{2}} \quad (۲) \quad \frac{\binom{5}{x}\binom{3}{2}}{\binom{8}{2}} \quad (۱)$$

۲- اگر $P(X = x) = a(3^{-x})$ ، $x = 0, 1, 2, \dots$ تابع احتمال باشد، آن‌گاه مقدار a کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (۴) \quad \frac{2}{3} \quad (۳) \quad \frac{3}{2} \quad (۲) \quad -\frac{2}{3} \quad (۱)$$

۳- اگر y تفاضل تعداد شیرها و تعداد خط‌هایی باشد که در ۴ پرتاب یک سکه همگن به‌دست می‌آید، $P(Y = 0)$ کدام است؟

$$\frac{3}{16} \quad (۴) \quad \frac{1}{4} \quad (۳) \quad \frac{3}{8} \quad (۲) \quad \frac{1}{16} \quad (۱)$$

۴- اگر متغیر تصادفی گسسته X از تابع توزیع احتمال $P(X = x) = \frac{1}{3^x}$ ، $x = 1, 2, 3, \dots$ پیروی کند آن‌گاه $P(|X - 2| > 2)$ برابر است با:

$$\frac{15}{16} \quad (۴) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad \frac{1}{3} \quad (۲) \quad \frac{1}{16} \quad (۱)$$

۵- متغیر تصادفی X ماکسیمم نتیجه به‌دست آمده از دوبار پرتاب مستقل یک تاس سالم را نشان می‌دهد. مقدار $P(X < 4)$ چیست؟

$$\frac{10}{36} \quad (۴) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad \frac{1}{3} \quad (۲) \quad \frac{1}{4} \quad (۱)$$

۶- اگر یک تابع چگالی احتمال به صورت زیر باشد:

$$P(n) = A \binom{n+1}{n} \left(\frac{2}{3}\right)^n \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \quad , \quad n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

(A مثبت است)

آن‌گاه ثابت A چقدر است؟

$$3 \quad (۴) \quad \frac{3}{2} \quad (۳) \quad 1 \quad (۲) \quad \frac{2}{3} \quad (۱)$$

پاسخ تست‌های فصل چهارم

متغیرهای تصادفی

۱- گزینه ۲

تعریف: متغیر تصادفی X تابعی است که به هر عضو از فضای نمونه‌ای S ، یک عدد حقیقی نسبت می‌دهد، بنابراین دامنه متغیر تصادفی فضای نمونه‌ای و برد آن زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی است. تابع جرم احتمال (تابع احتمال): اگر X یک متغیر تصادفی گسسته باشد، تابع احتمال آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_X(x) = \begin{cases} P(X=x) & , x \in X(s) \\ 0 & , x \notin X(s) \end{cases}$$

به کمک نکته فوق و اینکه تعداد زن‌ها ۵ نفر، مردها ۳ نفر و انتخاب افراد ۲ نفر می‌باشد، داریم:

$$P(X=x) = \frac{\binom{5}{x} \binom{3}{2-x}}{\binom{8}{2}}$$

۲- گزینه ۳

نکته: طبق خواص تابع جرم احتمال $f(x_i) \geq 0$ و $\sum_i f(x_i) = 1$ می‌باشد.

به کمک نکته فوق می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sum P_i = 1 &\Rightarrow a\binom{1}{3} + a\binom{1}{3^{-1}} + a\binom{1}{3^{-2}} + \dots = 1 \\ &\Rightarrow a + \frac{a}{3} + \frac{a}{9} + \dots = 1 \end{aligned}$$

رابطه فوق مجموع بی‌نهایت جمله تصاعد هندسی با جمله اول $t_1 = a$ و قدر نسبت $q = \frac{1}{3}$ است. پس:

$$S_{\infty} = \frac{t_1}{1-q} \Rightarrow \frac{a}{1-\frac{1}{3}} = 1 \Rightarrow \frac{3}{2}a = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

۳- گزینه ۲

در چهار پرتاب یک سکه سالم نهایتاً ۴ شیر و یا ۴ خط رو می‌شود پس اگر Y تفاضل تعداد شیرها و خطها در ۴ پرتاب باشد آن‌گاه $Y = 0$ یعنی اینکه تعداد خطها و شیرها برابر است (۲ شیر و ۲ خط) لذا احتمال آن برابر است با:

تست‌های فصل پنجم

توزیع‌های احتمال خاص

۱- جعبه‌ای شامل ۷ مهره به شماره‌های ۱, ۲, ..., ۷ می‌باشد از داخل جعبه به تصادف یک مهره را انتخاب می‌کنیم، اگر X شماره مهره انتخابی باشد، امید ریاضی و واریانس X به ترتیب از چپ به راست کدام است؟

- (۱) ۳, ۳ (۲) ۴, ۴ (۳) ۳, ۴ (۴) ۴, ۳

۲- اگر کمیت تصادفی X بر طبق قانون دو نقطه‌ای با تابع احتمال زیر توزیع شده باشد:

$$P_X(x) = P^x q^{1-x}, \quad x = 0, 1, \quad q = 1 - p$$

امید ریاضی آن کدام است؟

- (۱) $\frac{pq}{n}$ (۲) pq (۳) p (۴) np

۳- متغیر تصادفی X بر طبق قانون دوجمله‌ای با پارامتر $n = 50$ و $p = 0.2$ توزیع می‌شود. امید ریاضی آن کدام است؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۵۰

۴- کمیت تصادفی X بر طبق قانون دوجمله‌ای با پارامتر $n = 20$ و $p = 0.5$ توزیع می‌شود. واریانس کمیت تصادفی X کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۰/۲۵ (۴) ۱۵

۵- یک سکه سالم را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. کمیت X ، تعداد ظاهر شدن خط در این آزمایش می‌باشد، تابع احتمال (قانون توزیع) کمیت X کدام است؟

$$P_X(x) = C_3^x \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (۱) \quad P_X(x) = C_3^x \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad (۲)$$

$$P_X(x) = C_3^x \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (۳) \quad P_X(x) = x! \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (۴)$$

۶- تیراندازی با احتمال ۶۰ درصد تیرهای خود را به هدف می‌زند. احتمال این که از چهار تیری که این تیرانداز به طرف هدف پرتاب می‌کند دقیقاً سه تیر به هدف بزند. کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{25}$ (۲) $\frac{16}{25}$ (۳) $\frac{9}{625}$ (۴) $\frac{216}{625}$

پاسخ تست‌های فصل پنجم

توزیع‌های احتمال خاص

۱- گزینه ۲

نکته : اگر متغیر تصادفی X ، k مقدار متمایز $x_1, x_2, \dots, x_k$ را با احتمال‌های یکسان اختیار کند می‌گوییم این متغیر تصادفی دارای توزیع یکنواخت است و آن را با نماد $X \sim DU(k)$ نمایش می‌دهیم. به کمک نکته فوق می‌توان تابع احتمال این متغیر تصادفی را به صورت زیر تشکیل داد :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{7} & , x = 1, 2, \dots, 7 \\ 0 & , \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

$$\mu = E(X) = \frac{k+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

$$\sigma^2 = V(X) = \frac{k^2-1}{12} = \frac{49-1}{12} = 4$$

۲- گزینه ۳

نکته : به هر آزمایش که نتیجه آن یکی از دو حالت ناسازگار پیروزی یا شکست باشد، آزمایش برنولی گفته می‌شود و آن را با نماد $X \sim Be(P)$ نمایش می‌دهیم. تابع احتمال متغیر تصادفی برنولی با احتمال پیروزی P به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$f(x) = p^x q^{1-x} \quad , x = 0, 1$$

نکته : امید ریاضی، واریانس و تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی برنولی به صورت زیر است :

$$\mu = E(X) = p \quad , \quad \sigma^2 = V(X) = pq \quad , \quad M(t) = q + pe^t$$

۳- گزینه ۲

نکته : هرگاه آزمایش برنولی را n بار مستقلاً تکرار کنیم به‌طوری که احتمال پیروزی در طول مدت آزمایش ثابت باقی بماند آن‌گاه گوییم که X دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامترهای n و p است و آن را با نماد $X \sim B(n, p)$ نمایش می‌دهیم. تابع احتمال متغیر تصادفی دوجمله‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad , x = 0, 1, 2, \dots, n$$

نکته : امید ریاضی، واریانس و تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی دوجمله عبارت است از :

$$E(X) = np \quad , \quad V(X) = npq \quad , \quad M(t) = (q + pe^t)^n$$

تست‌های فصل ششم

توزیع‌های نمونه‌ای

۱- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) نمونه‌گیری جمع‌آوری اطلاعات از تمامی عناصر جامعه است.
- (۲) نمونه‌گیری جمع‌آوری اطلاعات از قسمتی از جامعه است.
- (۳) در نمونه‌گیری ممکن است احتمال انتخاب عناصر مختلف جامعه یکسان نباشد.
- (۴) اگر $X_1, X_2, \dots, X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل باشند که یک نمونه تصادفی را تشکیل می‌دهند آن‌گاه الزامی نیست که توزیع این نمونه با توزیع جامعه یکسان باشد.

۲- کدام یک از روش‌های زیر جزء روش‌های نمونه‌گیری می‌باشند؟

- (۱) تصادفی ترکیبی و خوشه‌ای
- (۲) گروهی و پارامتریک
- (۳) تصادفی بدون جایگذاری و خوشه‌ای
- (۴) منظم و پارامتریک

۳- کدام تعریف زیر صحیح می‌باشد؟

- (۱) در هر جامعه پارامترها معمولاً مجهول نمی‌باشند.
- (۲) در هر جامعه آماره‌ها معمولاً مجهول می‌باشند.
- (۳) هر تابع نمونه‌ای که شامل پارامترهای مجهول نباشد را آماره گوئیم.
- (۴) ویژگی‌های عددی هر نمونه را پارامتر گوئیم.

۴- کدام یک از عبارات زیر بیان تعریف تابع نمونه‌ای (Statistic) می‌باشد؟

- (۱) مجموع کمیت‌های تصادفی را تابع نمونه‌ای می‌نامند.
- (۲) تابعی از متغیرهای نمونه‌ای را تابع نمونه‌ای می‌نامند.
- (۳) تابعی از کمیت‌های تصادفی جامعه را تابع نمونه‌ای می‌نامند.
- (۴) متغیرهای تصادفی X را تابع نمونه‌ای می‌نامند.

۵- اگر $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از جمعیت نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد که در آن μ معلوم و σ^2 نامعلوم است. کدام یک از متغیرهای تصادفی زیر یک آماره نام دارند؟

$$\begin{array}{llll} \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma} & (۲) & \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} & (۳) \\ \bar{X}^2 + \sigma^2 & (۴) & \end{array}$$

۶- از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ یک نمونه تصادفی دوتایی بدون جایگذاری انتخاب می‌شود و $\bar{X}$ به عنوان میانگین این نمونه دوتایی تعریف می‌شود. میانگین و واریانس $\bar{X}$ به ترتیب از راست به چپ چه مقدار است؟

$$\begin{array}{llll} (۱) & ۲/۵ \text{ و } ۰/۵ & (۲) & ۳/۱۰ \text{ و } ۵/۱۲ \\ (۳) & ۲/۵ \text{ و } ۰/۵ & (۴) & ۲/۵ \text{ و } ۵/۱۲ \end{array}$$

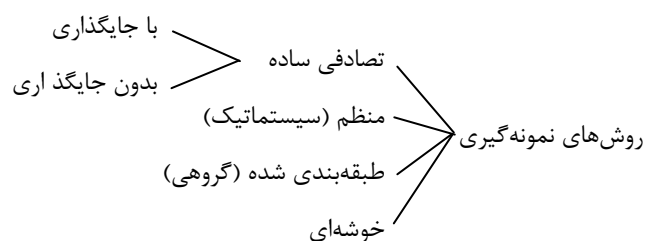
پاسخ تست‌های فصل ششم

توزیع‌های نمونه‌ای

۱- گزینه ۲

۲- گزینه ۳

انواع روش‌های نمونه‌گیری به صورت زیر می‌باشند :



۳- گزینه ۳

۴- گزینه ۲

نکته : آماره $(Statistic)$ تابعی از متغیرهای نمونه است که به پارامتر مجهول بستگی ندارد.

۵- گزینه ۱

۶- گزینه ۴

نکته : اگر در هر جامعه نمونه‌گیری تصادفی ساده انجام پذیرد آنگاه میانگین توزیع نمونه با میانگین جامعه برابر خواهد بود یعنی : $\mu_{\bar{x}} = \mu_x$

نکته : اگر در هر جامعه نمونه‌گیری تصادفی ساده انجام پذیرد آنگاه در ارتباط با واریانس توزیع نمونه می‌توان نوشت:

الف) اگر نمونه‌های تصادفی n تایی از جامعه‌ای به حجم N تایی با روش **جایگذاری** انتخاب شوند آنگاه :

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n}$$

ب) اگر نمونه‌های تصادفی n تایی جامعه‌ای به حجم N تایی با روش **بدون جایگذاری** انتخاب شوند آنگاه :

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

نکته : اگر حجم جامعه خیلی بزرگ باشد نمونه‌گیری تقریباً با جایگذاری تلقی می‌شود و بنابراین داریم :

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n}$$

تست‌های فصل هفتم

نظریه برآورد

۱- در جامعه‌ای صفت متغیر X بر طبق قانون نرمال توزیع شده است، براساس نمونه انتخاب شده از این جامعه تابع نمونه‌ای (Statistic) به صورت $\hat{\theta} = f(X_1, \dots, X_n) = \frac{\sum X_i}{n}$ به عنوان تخمین زن پارامتر θ تعریف شده است. شرط ناتوروبدن (نااریب یا بدون تورش) این تابع نمونه‌ای (آماره) کدام است؟

$$E(\hat{\theta}) = \theta \quad (۱) \quad E(\hat{\theta}) = 0 \quad (۲) \quad D(\hat{\theta}) = \theta \quad (۳) \quad D(\hat{\theta}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad (۴)$$

۲- اگر $X_1, X_2, \dots, X_n$ نمونه تصادفی به حجم n از جامعه نرمال با امید ریاضی μ و واریانس σ^2 باشد، کدام یک از توابع نمونه‌ای (Statistic) زیر، تخمین زن با تورش (اریب) از امید ریاضی μ می‌باشد؟

$$(۱) \text{ میانه} \quad (۲) \frac{\sum X_i}{n} \quad (۳) \frac{\sum X_i}{n+1} \quad (۴) \frac{\text{بزرگ‌ترین مقدار مشاهده} + \text{کوچک‌ترین مقدار مشاهده}}{۲}$$

۳- برآورده‌کننده $\hat{\theta}$ از پارامتر θ یک برآوردکننده نااریب است اگر :

$$(۱) \sigma^2(\hat{\theta}) = \theta^2 \quad (۲) P(|\hat{\theta} - \theta| \geq \varepsilon) = 0 \quad (۳) E(\theta) = \hat{\theta} \quad (۴) E(\hat{\theta}) = \theta$$

۴- اگر کمیت $X_1, X_2, \dots, X_n$ نمونه تصادفی با حجم n از جامعه نرمال باشد، کدام یک از توابع نمونه‌ای (آماره) یا (Statistic) زیر تخمین با تورش (اریب) از واریانس σ^2 می‌باشد؟

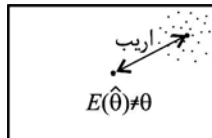
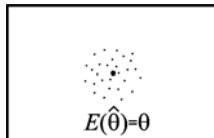
$$(۱) f(X_1, \dots, X_n) = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (۲) f(X_1, \dots, X_n) = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} \quad (۳) f(X_1, \dots, X_n) = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{n} \quad (۴) f(X_1, \dots, X_n) = \frac{\sum X_i^2}{n} - \mu^2$$

پاسخ تست‌های فصل هفتم

نظریه برآورد

۱- گزینه ۱

نکته : مقدار یک آماره که برای برآورد کردن پارامتر جامعه به کار برده می‌شود را برآورد نقطه‌ای آن پارامتر می‌نامیم. اگر پارامتر جامعه را با θ نشان دهیم آن‌گاه برآوردکننده (تخمین زن) آن را با $\hat{\theta}$ نمایش می‌دهیم. **نکته :** اگر میانگین برآوردگر $\hat{\theta}$ دقیقاً بر مقدار حقیقی‌اش یعنی θ منطبق باشد آن‌گاه $\hat{\theta}$ را یک برآورد کننده بدون تورش (نااریب) گوییم یعنی : $E(\hat{\theta}) = \theta$ و اگر میانگین برآوردگر $\hat{\theta}$ با θ برابر نباشد یعنی $E(\hat{\theta}) \neq \theta$ برآوردکننده $\hat{\theta}$ را اریب می‌نامیم.



نکته : اگر برآوردگر اریب باشد مقدار اریبی آن به صورت زیر به دست می‌آید :

$$\text{اریبی} = E(\hat{\theta}) - \theta$$

۲- گزینه ۳

$$E\left(\frac{\sum X_i}{n+1}\right) = \frac{1}{n+1} E\left(\sum X_i\right) = \frac{1}{n+1} \sum E(X_i) = \frac{1}{n+1} (n\mu) = \frac{n}{n+1} \mu \neq \mu$$

پس تخمین زن $\frac{\sum X_i}{n+1}$ تورش یا اریب می‌باشد.

۳- گزینه ۴

۴- گزینه ۲

نکته : در هر جامعه برآوردگر $S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ برای σ^2 نااریب و برآوردگر $\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$ برای

σ^2 اریب است. همچنین در هر جامعه $\frac{\sum (X_i - \mu)^2}{n}$ برای σ^2 نااریب است که ساده شده آن به صورت $\frac{\sum X_i}{n} - \mu^2$ می‌باشد.

۵- گزینه ۳

تست‌های فصل هشتم

آزمون فرض آماری

۱- در آزمون معنی‌دار بودن فرضیه H_0 ، خطای نوع اول عبارت است از :

(۱) پذیرش فرضیه H_0 ، به شرط درست بودن فرضیه H_1

(۲) پذیرش فرضیه H_0 ، به شرط نادرست بودن فرضیه H_1

(۳) رد فرضیه H_0 ، به شرط درست بودن فرضیه H_1

(۴) رد فرضیه H_0 ، به شرط نادرست بودن فرضیه H_1

۲- در آزمون معنی‌دار بودن، احتمال خطای نوع دوم (β) عبارت است از :

(۱) پذیرش H_0 ، به شرط آن که آزمون فرضیه صحیح باشد.

(۲) رد H_0 ، به شرط آن که آزمون فرضیه نادرست باشد.

(۳) پذیرش H_0 ، به شرط آن که H_1 نادرست باشد.

(۴) رد H_0 ، به شرط آن که آزمون فرضیه صحیح باشد.

۳- در آزمون فرضیه اگر $\alpha = 5\%$ باشد.

(۱) به‌طور متوسط در 5% از مواردی که H_0 را رد می‌کنیم دچار اشتباه می‌شویم.

(۲) در 5% مواردی که H_0 را رد می‌کنیم دچار اشتباه می‌شویم.

(۳) به‌طور متوسط در 5% از مواردی که H_1 را رد می‌کنیم دچار اشتباه می‌شویم.

(۴) در 5% از مواردی که H_1 را رد می‌کنیم دچار اشتباه می‌شویم.

۴- در آزمون فرضیه، اگر فرضیه H_0 غلط باشد، α (یعنی احتمال خطای نوع اول) عبارت است از:

(۱) احتمال ارتکاب خطا به علت پذیرش فرضیه درست H_0

(۲) احتمال ارتکاب خطا به علت نپذیرفتن فرضیه درست H_0

(۳) احتمال ارتکاب خطا به علت پذیرفتن فرضیه غلط H_1

(۴) احتمال ارتکاب خطا به علت قبول فرضیه درست H_0

۵- در یک آزمون فرض، خطای نوع دوم عبارت است از :

(۱) احتمال قبول کردن فرض صفر در حالی که فرض صفر درست است.

(۲) احتمال رد کردن فرض صفر در حالی که فرض صفر درست است.

(۳) احتمال قبول کردن فرض صفر درحالی که فرض صفر درست نیست.

(۴) احتمال رد کردن فرض صفر در حالی که فرض صفر درست نیست.

۶- اگر خطای نوع اول به سمت صفر میل کند، با فرض ثابت بودن حجم نمونه خطای نوع دوم چگونه خواهد شد؟

(۱) خطای نوع دوم کاهش خواهد یافت.

(۲) خطای نوع دوم تغییر نمی‌کند.

(۳) خطای نوع دوم تغییر می‌کند.

(۴) خطای نوع دوم افزایش خواهد یافت.

پاسخ تست‌های فصل هشتم

آزمون فرض آماری

۱- گزینه ۴

نکته : به طور کلی استنباط آماری (تصمیم‌گیری) به دو شاخه ۱- برآورد (تخمین) ۲- آزمون فرض تقسیم می‌شود.

تعریف : یک فرض آماری ادعایی در مورد یک یا چند جمعیت مورد بررسی است که ممکن است درست یا نادرست باشد. به عبارت دیگر فرض آماری یک ادعا یا گزاره‌ای در مورد پارامترهای توزیع یک جمعیت و یا نوع یک متغیر تصادفی است.

نکته : درست یا نادرست بودن یک فرض آماری، باید بر مبنای اطلاعات حاصل از نمونه‌گیری از جامعه بررسی شود که این عمل را آزمون فرض می‌نامیم.

نکته : فرضی که مایلیم درستی آن را آزمون کنیم و معمولاً تمایل داریم آن را رد کنیم فرض صفر گوییم و با H_0 نمایش می‌دهیم. در مقابل H_1 و برای رد آن فرضی بنا می‌کنیم که به آن فرض مقابل گوییم و با H_1 نمایش می‌دهیم.

نکته : تابعی از نمونه تصادفی که بر مبنای آن راجع به رد یا قبول H_0 تصمیم می‌گیریم به طوری که به پارامتر مجهول وابسته نیست و توزیع آن تحت فرض درستی H_0 معلوم می‌باشد، آماره آزمون نامیده می‌شود.

نکته : مجموعه کلیه مقادیری از آماره آزمون که به ازای آن‌ها فرض H_0 رد می‌شود ناحیه بحرانی (H_0 رد) نامیده می‌شود که با نماد C نمایش داده می‌شود. طبیعی است متمم ناحیه بحرانی یعنی C^c ناحیه پذیرش آزمون می‌باشد.

نکته : هر آزمون دو نوع خطای آماری دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\alpha = P(H_0 \text{ درست باشد} \mid H_0 \text{ فرض}) = P(H_0 \text{ رد} \mid H_0 \text{ فرض}) = P(H_0 \text{ خطای نوع اول})$$

$$\beta = P(H_1 \text{ درست باشد} \mid H_0 \text{ قبول فرض}) = P(H_0 \text{ قبول} \mid H_1 \text{ فرض}) = P(H_0 \text{ خطای نوع دوم})$$

۲- گزینه ۳

نکته : دقت کنید خطای نوع اول و نوع دوم را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت :

$$\alpha = P(H_0 \text{ نادرست باشد} \mid H_0 \text{ قبول فرض}) = P(H_1 \text{ نادرست باشد} \mid H_0 \text{ فرض}) = P(H_0 \text{ رد} \mid H_0 \text{ فرض})$$

$$\beta = P(H_1 \text{ نادرست باشد} \mid H_1 \text{ رد فرض}) = P(H_0 \text{ نادرست باشد} \mid H_1 \text{ فرض}) = P(H_0 \text{ قبول} \mid H_1 \text{ فرض})$$

۳- گزینه ۲

نکته : احتمال خطای نوع اول را که با α نمایش می‌دهیم سطح معنی‌دار یا سطح تشخیص آزمون می‌گوییم. از آنجا که α خطای نوع اول می‌باشد یعنی در ۵ درصد مواردی که H_0 را رد می‌کنیم و یا H_1 را می‌پذیریم دچار اشتباه شده‌ایم.

۴- گزینه ۲

با توجه به تعریف خطای نوع اول گزینه دوم صحیح است.

تست‌های فصل نهم

رگرسیون و همبستگی

۱- اگر $y < x$ ، $f(x, y) = ke^{-x}$ را در نظر بگیریم، رگرسیون Y نسبت به X کدام است؟

$$(1) x \quad (2) x+1 \quad (3) x^2 \quad (4) \frac{x}{2}$$

۲- فرض کنید $Cov(X, Y) = 12$ ، $n = 10$ ، $\sum x_i = \sum y_i = 50$ ، $\sigma_x = 4$ و $\sigma_y = 3$ است. معادله

رگرسیون Y بر حسب X کدام است؟

$$(1) \bar{y}_x = 1/5 - 0/3x \quad (2) \bar{y}_x = 1/25 + 0/75x \\ (3) \bar{y}_x = 1/5 + 0/4x \quad (4) \bar{y}_x = 3 + 2/2x$$

۳- از یک نمونه‌گیری اطلاعات زیر در دست است :

$$\bar{x} = 3, \bar{y} = 6, \sigma_y = \sqrt{8}, \sigma_x = \sqrt{2}, \sigma_{xy} = 0/9$$

پیش‌بینی x به ازای $y = 4$ کدام است؟

$$(1) 11/4 \quad (2) 6/6 \quad (3) -0/6 \quad (4) -11/4$$

۴- در معادله خط رگرسیون $y = a + bx$ ضرایب a و b به کدام صورت تعریف می‌شوند؟

- (1) a شیب خط و b محل تقاطع خط با محور y است.
- (2) a محل تقاطع خط با محور y و b شیب خط است.
- (3) a محل تقاطع خط با محور x ها و b شیب خط است.
- (4) a شیب خط و b محل تقاطع خط با محور x است.

۵- اگر شیب معادله رگرسیون -10 و $\sum X_i = 100$ ، $\bar{X} = 20$ ، $\sum Y_i = 20$ باشد، ثابت معادله کدام است؟

$$(1) 106 \quad (2) 110 \quad (3) 220 \quad (4) 204$$

۶- به فرض این که بین X و Y رابطه خطی برقرار باشد، با استفاده از روش حداقل مربعات و مفروضات زیر $\hat{a}$ و $\hat{b}$ برابرند با :

$$\sum x_i = 28, \sum y_i = 16, \sum x_i y_i = 118 \\ \sum x_i^2 = 206, \sum y_i^2 = 68, n = 4 \\ (1) \hat{a} = 0/2, \hat{b} = 0/6 \quad (2) \hat{a} = 0/6, \hat{b} = 0/2 \\ (3) \hat{a} = -0/2, \hat{b} = 0/6 \quad (4) \hat{a} = 0/6, \hat{b} = -0/2$$

پاسخ تست‌های فصل نهم

رگرسیون و همبستگی

۱- گزینه ۴

نکته: اگر توزیع توأم دو متغیر تصادفی X و Y به صورت $f(x, y)$ باشد آن‌گاه میانگین شرطی $\mu_{Y|x}$ یعنی متوسط مقدار Y به ازای مقدار مفروضی از x همان رگرسیون دو متغیره می‌باشد و داریم:

۱- با فرض اینکه $h(Y|x)$ تابع چگالی Y به شرط $X = x$ باشد آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$\mu_{Y|x} = E(Y|x) = \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot h(y|x) dy$$

۲- با فرض اینکه $g(X|y)$ تابع چگالی X به شرط $Y = y$ باشد آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$\mu_{X|y} = E(X|y) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot g(x|y) dx$$

به کمک نکته فوق داریم:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy = \int_{-\infty}^x k e^{-x} dy = k y e^{-x} \Big|_{-\infty}^x = k x e^{-x}, x > 0$$

$$f(y|x) = \frac{f(x, y)}{f(x)} = \frac{k e^{-x}}{k x e^{-x}} = \frac{1}{x}, 0 < y < x$$

$$E(Y|x) = \int_{-\infty}^x y \cdot \frac{1}{x} dy = \frac{y^2}{2x} \Big|_{-\infty}^x = \frac{x}{2}$$

۲- گزینه ۲

نکته: اگر منحنی رگرسیون Y روی X یا X روی Y خطی باشند آن‌گاه با فرض

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

خط رگرسیون به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y = \mu_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$$

$$x = \mu_x + \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \mu_y)$$

تست‌های فصل دهم

تحلیل واریانس

۱- به منظور مقایسه هزینه ممکن خانوارها در ۵ منطقه از هر یک از این مناطق نمونه‌ای به حجم $n = 6$ خانوار به طور تصادفی انتخاب شده و براساس نتایج مشاهدات، جدول تجزیه واریانس به صورت زیر به دست آمده است:

نوع تغییرات	SSD	df	$MS = S^2$	F
بین گروه‌ها (B)	۶/۴			
داخل گروه‌ها یا خطا (E)				
تغییرات کل (T)	۶۸/۹			

مقدار عددی تابع آزمون (F) کدام است؟

(۱) ۱/۶ (۲) ۱/۶۴ (۳) ۲/۵ (۴) ۰/۶۴

۲- اطلاعات زیر در ارتباط با آزمون $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ در مقابل حداقل یک جفت از μ_i ها با هم برابر نیستند: H_1 داده شده است.

جامعه	۱	۲	۳	۴
اندازه نمونه n_i	۴	۵	۶	۷
میانگین نمونه $\bar{X}_i$	۷	۶	۵	۴
انحراف معیار نمونه S_i	۱	۱/۱	۱/۲	۱/۵

درجه آزادی SSE (مجموع مربعات خطا) کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۳- اگر آزمون $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ در مقابل «نفی H_0 » در H_1 در مدل $X_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$ ، $j = 1, \dots, n_i$ ، و $i = 1, 2, 3$ خلاصه اطلاعات زیر در اختیار باشد. مقدار میانگین کل کدام است؟

	۱	۲	۳
اندازه میانه	۸	۶	۱۰
میانگین نمونه‌ای	۱/۲۵	۱/۵	۱/۳
واریانس نمونه‌ای	۲/۵	۳/۵	۴

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{81}{57}$ (۴) $\frac{81}{60}$

پاسخ تست‌های فصل دهم

تحلیل واریانس

۱- گزینه ۴

تحلیل واریانس یک‌طرفه : فرض کنید از k جامعه، نمونه تصادفی به اندازه n انتخاب کنیم و x_{ij} مقدار مشاهده j ام از جامعه i ام باشد. آن‌گاه هر مشاهده را می‌توان به صورت زیر نشان داد :

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

در رابطه فوق μ میانگین کل جوامع، α_i اثر تیماری به‌طوری که $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 0$ و e_{ij} مقادیر خطا که متغیر تصادفی مستقل نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشند. برای بررسی آن‌ها ابتدا مشاهدات را در جدولی مانند زیر در نظر می‌گیریم :

	رفتارها					
	۱	۲	...	i	...	k
	x_{11}	x_{21}	...	x_{i1}	...	x_{k1}
	x_{12}	x_{22}	...	x_{i2}	...	x_{k2}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	x_{1n}	x_{2n}	...	x_{in}	...	x_{kn}
$S_i^2 =$ واریانس گروه‌ها	S_1^2	S_2^2	...	S_i^2	...	S_k^2
$\bar{x}_{\cdot i}$ میانگین گروه‌ها	$\bar{x}_{\cdot 1}$	$\bar{x}_{\cdot 2}$	...	$\bar{x}_{\cdot i}$	...	$\bar{x}_{\cdot k}$

حال می‌خواهیم آزمون فرضیه زیر را بررسی کنیم :

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \\ H_1 : \text{حداقل دو تا از } \mu_i \text{ ها با هم برابر نیستند.} \end{cases}$$

یا

$$\begin{cases} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0 \\ H_1 : \text{حداقل یکی از } \alpha_i \text{ ها مخالف صفر است.} \end{cases}$$

برای این منظور جدول تحلیل واریانس یک طرفه زیر را تشکیل می‌دهیم و در آن مجموع مربعات تیمارها (SS_T) و مجموع مربعات خطا (SSE) را به کمک آزمون F با هم مقایسه می‌کنیم :