



نام درس : ریاضی ۱ - فصل دوم

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۰۸/۱۲

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : دهم

نام دبیر : نوردی

عنوان آزمون : کاربرگ ۶ - دایره مثلثاتی

۱ اگر $1 < \sin \theta - \cos \theta$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ناحیهی دایره مثلثاتی قرار دارد؟

اول ۱ دوم ۲ سوم ۳ چهارم ۴

۲ کدام رابطه صحیح است؟

۱ $-\sin(-68^\circ) < 0$ ۲ $\cos(-93^\circ) > 0$ ۳ $-\tan(100^\circ) > 0$ ۴ $\cot 28^\circ < 0$

۳ اگر $\sin \theta \cos \theta < 0$ و $\sin \theta - \cos \theta > 0$ باشد، θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

اول ۱ دوم ۲ سوم ۳ چهارم ۴

۴ اگر $\sin \theta = \frac{-1}{3}$ و θ در ناحیهی چهارم مثلثاتی باشد، $\tan \theta$ چه قدر است؟

۱ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ۲ $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$ ۳ $2\sqrt{2}$ ۴ $-2\sqrt{2}$

۵ کدام درست است؟

۱ $\sin 218^\circ < \sin 222^\circ < \sin 224^\circ < \sin 319^\circ$

۲ $\sin 222^\circ < \sin 224^\circ < \sin 319^\circ < \sin 218^\circ$

۳ $\sin 222^\circ < \sin 319^\circ < \sin 218^\circ < \sin 224^\circ$

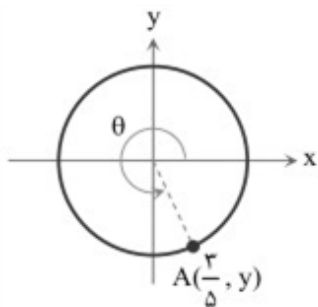
۴ $\sin 218^\circ < \sin 222^\circ < \sin 319^\circ < \sin 224^\circ$

۶ کدامیک مقدار بزرگتری دارد؟

۱ $\cos 272^\circ$ ۲ $\sin 100^\circ$ ۳ $\cot 300^\circ$ ۴ $\tan 150^\circ$



۷ با توجه به شکل مقابل $\cot \theta$ کدام است؟



$-\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$-\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۸ اگر $\sin \alpha \times \operatorname{tg} \alpha < 0$ و $\cos \alpha \sin \alpha > 0$ باشد، α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۹ اگر $30^\circ < x < 105^\circ$ باشد، مقادیر $m = 2 \sin x + 3$ در کدام فاصله است؟

$4 < m \leq 5$ (۲)

$3 < m \leq 4$ (۱)

$4 < m < \sqrt{6} + \sqrt{2} + 3$ (۴)

$\sqrt{6} - \sqrt{2} + 3 < m < 4$ (۳)

۱۰ اگر $\alpha = 76^\circ$ باشد، کدام مقایسه‌ها درست است؟

$\tan \alpha < \cot \alpha$ و $\sin \alpha > \cos \alpha$ (۲)

$\tan \alpha > \cot \alpha$ و $\sin \alpha > \cos \alpha$ (۱)

$\tan \alpha < \cot \alpha$ و $\sin \alpha < \cos \alpha$ (۴)

$\tan \alpha > \cot \alpha$ و $\sin \alpha < \cos \alpha$ (۳)

۱۱ اگر داشته باشیم $\cos \alpha + \cot \alpha < 0$ و $\cos^3 \alpha \cdot \cot \alpha > 0$ ، انتهای کمان α در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۱۲ کدام نامساوی نادریست است؟

$\sin 120^\circ > \sin 90^\circ$ (۲)

$\cos 40^\circ > \cos 60^\circ$ (۱)

$\cos 180^\circ < \cos 90^\circ$ (۴)

$\sin 210^\circ > \sin 240^\circ$ (۳)

۱۳ در کدام نواحی از دایره مثلثاتی $|\sin \alpha + \cos \alpha| < 1$ است؟

سوم و چهارم (۴)

دوم و چهارم (۳)

دوم و سوم (۲)

اول و سوم (۱)

۱۴ کدامیک از گزینه‌ها دارای مقدار بزرگ‌تری است؟

$\cot 55^\circ$ (۴)

$\operatorname{tg} 55^\circ$ (۳)

$\cos 55^\circ$ (۲)

$\sin 55^\circ$ (۱)



۱۵ اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ و $\operatorname{tg} \alpha < \operatorname{Cotg} \alpha$ ، آن‌گاه α در کدام ناحیه هاشورخورده در دایره مثلثاتی قرار دارد؟



۴



۳

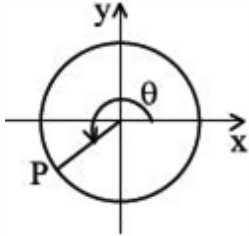


۲



۱

۱۶ نقطه $P\left(x, -\frac{1}{2}\right)$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد. مطابق شکل زیر مقدار $\operatorname{tg} \theta$ چه قدر است؟



$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۴

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۳

$-\sqrt{3}$ ۲

$\sqrt{3}$ ۱

۱۷ کدام یک مقدار بزرگ‌تری دارد؟

$\cos(100^\circ)$ ۴

$\cos(37^\circ)$ ۳

$\cos(-10^\circ)$ ۲

$\cos(-20^\circ)$ ۱

۱۸ با افزایش زاویه θ از 90° تا 270° ، مقدار $\cos \theta$ چه تغییری می‌کند؟

۲ همواره کاهش می‌یابد.

۱ همواره افزایش می‌یابد.

۴ ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۳ ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۱۹ اگر $\sin \alpha \cos \alpha < 0$ و $\operatorname{tg} \alpha > 0$ ، $\sin \alpha$ باشد، آن‌گاه انتهای کمان α در کدام ناحیه قرار دارد؟

۴ چهارم

۳ سوم

۲ دوم

۱ اول

۲۰ اگر $-30^\circ < \alpha < 60^\circ$ و $\cos \alpha = \frac{2m-1}{3}$ ، حدود m کدام است؟

$-1 \leq m \leq 1$ ۳

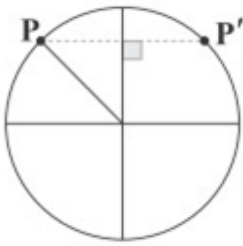
$\frac{5}{4} < m < 2$ ۲

$\frac{5}{4} < m \leq 2$ ۱

$\frac{5}{4} < m < \frac{3\sqrt{3}+2}{4}$ ۴



۲۱ در دایره مثلثاتی شکل زیر نقطه P به مختصات $P \left(\frac{-x}{4}, \frac{\sqrt{x+14}}{4} \right)$ است. مختصات نقطه‌ی P' کدام است؟



- $\left(-\frac{\sqrt{15}}{4}, \frac{1}{4} \right)$ ۴
 $\left(\frac{\sqrt{15}}{4}, \frac{1}{4} \right)$ ۳
 $\left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4} \right)$ ۲
 $\left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4} \right)$ ۱

۲۲ کدام نامساوی برقرار است؟

$\cos 12^\circ \cos 22^\circ \cos 32^\circ < 0$ ۲
 $\sin 12^\circ \sin 22^\circ \sin 32^\circ < 0$ ۱

$\frac{\operatorname{tg} 1^\circ}{\operatorname{Cotg} 1^\circ} > 1$ ۴
 $\operatorname{tg} 12^\circ \operatorname{tg} 22^\circ \operatorname{tg} 32^\circ > 0$ ۳

۲۳ اگر $A = \frac{\sqrt{\sin \alpha}}{\cos \alpha}$ و $B = 5 \sin \alpha \sqrt{\sin \alpha}$ و بدانیم $AB > 0$ ، آنگاه انتهای کمان زاویه‌ی α در کدام ناحیه‌ی دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

- فقط دوم ۱ فقط اول ۲ اول و چهارم ۳ دوم و چهارم ۴

۲۴ اگر $-20^\circ < x < 20^\circ$ و $\operatorname{tg} 3x = \frac{1-4a}{\sqrt{3}}$ باشد، حدود a کدام است؟

- $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3\sqrt{4}-1}{4} \right)$ ۱
 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$ ۲
 $\left(\frac{1-3\sqrt{3}}{4}, \frac{1+3\sqrt{3}}{4} \right)$ ۳
 $\left(-\frac{1}{2}, 1 \right)$ ۴

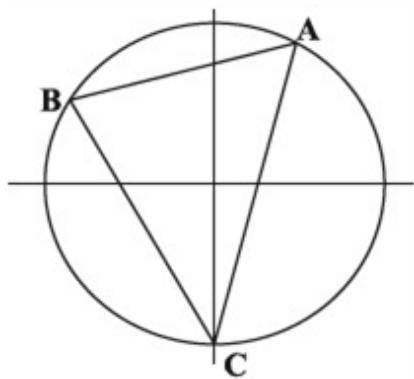
۲۵ نقطه‌ی M به طول $\frac{1}{2}$ در ربع چهارم، روی دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد. اگر θ زاویه‌ی طی شده توسط شعاع OM از

نقطه‌ی $(1, 0)$ باشد، حاصل $\frac{4 \cos \theta - 2 \sin \theta}{2 + \tan \theta}$ کدام است؟

- $7 + 4\sqrt{3}$ ۴
 $-5\sqrt{3} - 8$ ۳
 $7 - 4\sqrt{3}$ ۲
 $5\sqrt{3} - 8$ ۱



۲۶ در دایره‌ی مثلثاتی مقابل طول نقطه‌ی A برابر $\frac{1}{3}$ و عرض نقطه‌ی B، برابر $\frac{1}{2}$ است. مساحت مثلث ABC چه قدر است؟



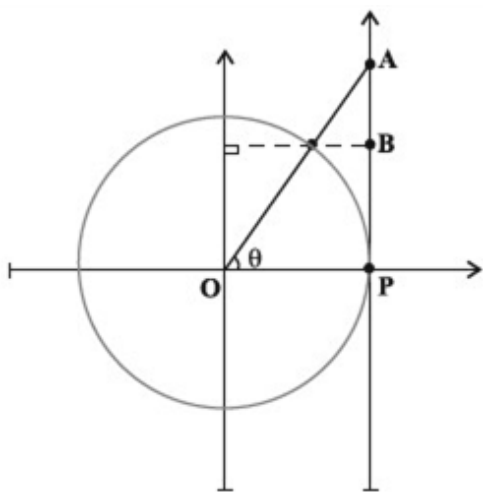
$$\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \quad \text{۴}$$

$$\sqrt{3} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \text{۱}$$

۲۷ در دایره‌ی مثلثاتی مقابل، طول پاره‌خط AB کدام است؟



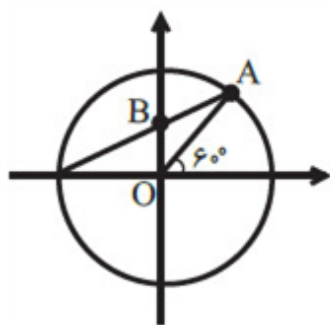
$$\text{tg } \theta - 1 \quad \text{۴}$$

$$\text{tg } \theta - \text{Sin } \theta \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{\text{Cos } \theta} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{\text{Sin } \theta} \quad \text{۱}$$

۲۸ در دایره‌ی مثلثاتی مقابل، طول پاره‌خط AB کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad \text{۴}$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{۱}$$



۲۹

اگر نقطه‌ی $M = (-\frac{1}{6}, y)$ روی دایره‌ی مثلثاتی در ربع دوم با زاویه‌ی θ نسبت به جهت مثبت محور x ها قرار داشته باشد، مقدار $A = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$ کدام است؟

$\frac{6}{5}$ (۴)

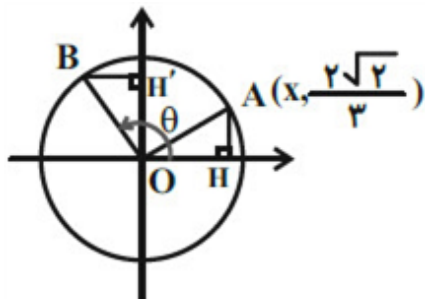
$-\frac{5}{12}$ (۳)

$\frac{12}{5}$ (۲)

$-\frac{5}{6}$ (۱)

۳۰

در دایره‌ی مثلثاتی زیر، اگر $OA \perp OB$ باشد، $\tan \theta$ کدام است؟



$-2\sqrt{2}$ (۴)

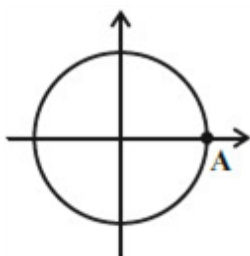
$-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

۳۱

دو متحرک در نقطه‌ی A بر روی دایره‌ای به شعاع ۳ واحد قرار دارند. متحرک اول، در خلاف جهت مثلثاتی 60° روی دایره حرکت می‌کند و در نقطه‌ی M قرار می‌گیرد. متحرک دوم نیز در جهت مثلثاتی، 210° روی دایره حرکت کرده و در نقطه‌ی N قرار می‌گیرد. طول پاره‌خط MN کدام است؟



$3\sqrt{2}$ (۴)

۳ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

۲ (۱)

۳۲

اگر $\cos \theta - \sin \theta = \frac{7}{6}$ باشد، آن‌گاه انتهای کمان θ در کدام ربع دایره‌ی مثلثاتی واقع است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۳۳

اگر روی دایره‌ی مثلثاتی، انتهای کمان‌های 60° ، 120° و 300° را به هم وصل کنیم، مثلث ABC تشکیل می‌شود، مساحت مثلث ABC کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

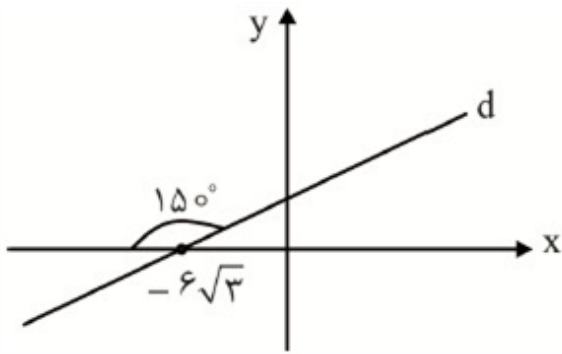
۲ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)



۳۴ خط d مطابق شکل مقابل، دارای کدام عرض از مبدأ است؟



۶ (۴)

$6\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

$3\sqrt{3}$ (۱)

۳۵ خط d با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی 15° می‌سازد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۶ قطع می‌کند. مساحت مثلثی که محدود به محور y ها و محور x ها و خط d باشد، کدام است؟

$24\sqrt{3}$ (۴)

$18\sqrt{3}$ (۳)

$9\sqrt{3}$ (۲)

$6\sqrt{3}$ (۱)

۳۶ خط $y = x - \sqrt{3}$ را حول محل تقاطع آن با محور y ها به اندازه‌ی 60° در جهت مثبت مثلثاتی دوران می‌دهیم. طول نقطه برخورد خط حاصل با محور x ها کدام است؟

$\frac{10 - \sqrt{3}}{25}$ (۴)

$\frac{10 - 2\sqrt{3}}{27}$ (۳)

$\frac{5 - 2\sqrt{3}}{13}$ (۲)

$\frac{5 - \sqrt{3}}{11}$ (۱)

۳۷ معادله‌ی خطی که زاویه‌ی آن با جهت مثبت محور x ها 30° است و از نقطه‌ی $(1, 0)$ می‌گذرد، در کدام گزینه آمده است؟

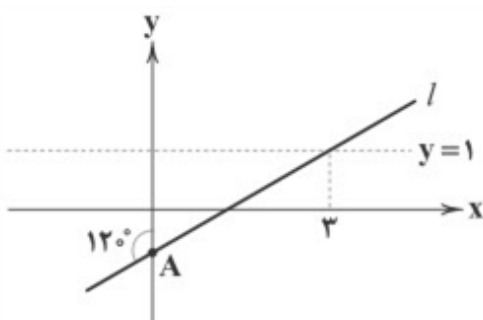
$y + \sqrt{3}x = \sqrt{3}$ (۲)

$y - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$ (۱)

$3y - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$ (۴)

$y + \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

۳۸ عرض نقطه‌ی A در شکل زیر کدام است؟



-1 (۴)

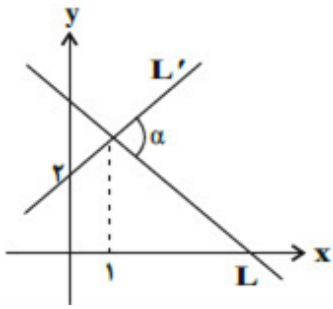
$1 - \sqrt{3}$ (۳)

-۲ (۲)

$1 - 3\sqrt{3}$ (۱)



۳۹ دو خط $L : y + \sqrt{3}x = 3 + \sqrt{2}$ و L' مطابق شکل در صفحه قرار گرفته‌اند. زاویه α چند درجه است؟



۱۰۵ (۴)

۸۰ (۳)

۶۰ (۲)

۷۵ (۱)

۴۰ اگر خط $15x - 8y + 1 = 0$ با جهت مثبت محور x زاویه‌ی θ بسازد، حاصل $8 \tan \theta + 17 \sin \theta$ چقدر است؟

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $\sin \theta - \cos \theta > 1$ پس $\sin \theta$ الزاماً عددی مثبت و $\cos \theta$ عددی منفی است و این در ناحیه دوم مثلثاتی محقق می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) -68° در ناحیه چهارم و سینوس آن منفی است پس:

$$-\sin(-68^\circ) > 0$$

(۲) -93° در ناحیه سوم و کسینوس آن منفی است پس:

$$\cos(-93^\circ) < 0$$

(۳) 100° در ناحیه دوم و تانژانت آن منفی است پس:

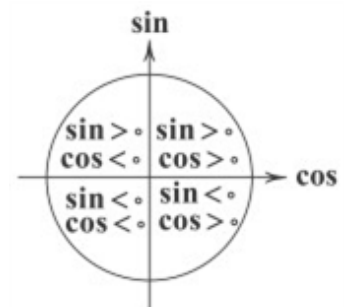
$$-\tan(100^\circ) > 0$$

(۴) 38° در ناحیه اول و کتانژانت آن مثبت است پس:

$$\cot(38^\circ) > 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$\sin \theta \cos \theta < 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \theta > 0; \cos \theta < 0 \Rightarrow \sin \theta - \cos \theta > 0 \\ \cos \theta > 0; \sin \theta < 0 \Rightarrow \sin \theta - \cos \theta > 0 \end{cases} \times$
پس حتماً $\sin \theta > 0$ ، $\cos \theta < 0$ است و این فقط وقتی رخ می‌دهد که θ در ناحیه‌ی دوم باشد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\theta \text{ در ناحیه‌ی چهارم} \Rightarrow \begin{cases} \sin \theta < 0 \\ \cos \theta > 0 \\ \tan \theta < 0 \end{cases}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \quad (*)$$

داریم:

به علاوه می‌دانیم:

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\frac{8}{9}} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{9}{8} - 1 = \frac{1}{8} \xrightarrow{\tan \theta < 0} \tan \theta = -\sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{-1}{2\sqrt{2}}$$

۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سینوس هر زاویه مساوی است با عرض نقطه انتهایی کمان آن زاویه، پس هر زاویه‌ای که نقطه انتهایی کمانش بالاتر باشد، سینوس بزرگتر دارد. کافی است اختلاف زوایای 324° و 319° را از 360° و نیز اختلاف 218° و 222° را از 180° به دست بیاوریم.

$$360 - 324 = 36 \quad 360 - 319 = 41$$

$$222 - 180 = 42 \quad 218 - 180 = 38$$

پس:

$$\sin 222^\circ < \sin 319^\circ < \sin 218^\circ < \sin 324^\circ$$

۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گزینه‌های ۳ و ۴ منفی و گزینه‌های ۱ و ۲ مثبت هستند. مقدار $\cos 272^\circ$ عددی مثبت و نزدیک به صفر ($\cos 270^\circ$) است. مقدار $\sin 100^\circ$ عددی مثبت و بیشتر نزدیک به ۱ ($\sin 90^\circ$) است.

۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مختصات انتهایی کمان θ روی دایره ی مثلثاتی، به شکل $(\cos \theta, \sin \theta)$ است. پس از مختصات داده شده در شکل معلوم است:

$$\cos \theta = \frac{3}{5} \Rightarrow 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\frac{9}{25}}$$

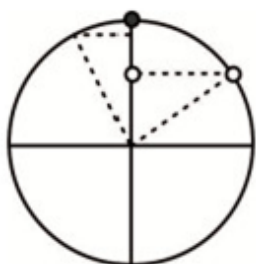
$$\Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{16}{9} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\pm 4}{3} \Rightarrow \cot \theta = \frac{\pm 3}{4} \xrightarrow{\text{در ناحیه چهارم است}} \cot \theta = -\frac{3}{4}$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سینوس و تانژانت از علامت مختلف، پس ناحیه دوم یا سوم و چون کسینوس و سینوس هم‌علامتند پس ناحیه سوم درست است.

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\frac{1}{2} < \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times 2} 1 < 2 \sin x \leq 2 \xrightarrow{+3} 4 < 2 \sin x + 3 \leq 5$$

$$\Rightarrow 4 < m \leq 5$$

۱۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. روی دایره مثلثاتی برای زوایای صفر تا 90° از صفر تا 45° ، $\cos \alpha > \sin \alpha$ و از 45° تا 90° ، $\sin \alpha > \cos \alpha$ می‌باشد پس در این‌جا چون $76^\circ > 45^\circ$ پس $\sin \alpha > \cos \alpha$ می‌باشد. همچنین از صفر تا 45° ، $\cot \alpha > \tan \alpha$ و از 45° تا 90° ، $\tan \alpha > \cot \alpha$ می‌باشد، پس گزینه (۱) صحیح است.



۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos^3 \alpha \times \cot \alpha > 0 \Rightarrow \underbrace{\cot \alpha, \cos \alpha}_{\text{هم علامت}} \quad (I)$$

$$\cos \alpha + \cot \alpha < 0 \xrightarrow{(I)} \underbrace{\cos \alpha, \cot \alpha}_{\text{هر دو منفی}}$$

چون $\cos \alpha$ و $\cot \alpha$ هر دو منفی هستند، پس α در ناحیه‌ی دوم مثلثاتی قرار می‌گیرد.

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که با افزایش θ مقدار $\sin \theta$ در ناحیه‌ی (ربع) دوم دایره‌ی مثلثاتی کاهش می‌یابد، عبارت گزینه‌ی ۲ نادرست است.

۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الزاماً دو تابع مثلثاتی هم علامت نیستند $\Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow |\sin \alpha + \cos \alpha| < 1$ کمان α ناحیه دوم یا چهارم قرار می‌گیرد.

۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. توجه شود که $90^\circ > 55^\circ > 45^\circ$ و بنابراین قطعاً $\cos 55^\circ > \sin 55^\circ$ ولی هر ۲ مقدار

$\sin 55^\circ$ و $\cos 55^\circ$ مثبت و در بازه $(0, 1)$ هستند و چون $\tan 55^\circ = \frac{\sin 55^\circ}{\cos 55^\circ}$ پس $\tan 55^\circ > 1$ (زیرا صورت کسر از

مخرج کسر، بزرگ‌تر و هر دو مثبت هستند)، ولی $\cot 55^\circ < 1$ زیرا $\cot 55^\circ = \frac{\cos 55^\circ}{\sin 55^\circ}$ (زیرا صورت کسر

کوچک‌تر از مخرج کسر است و هر دو مثبت هستند)، بنابراین بین گزینه‌های داده شده فقط $\tan 55^\circ > 1$ است، ولی بقیه در بازه $(0, 1)$ هستند از این‌رو $\tan 55^\circ$ از بقیه بزرگ‌تر است.

۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از رابطه اول نتیجه می‌گیریم که α یا ناحیه اول است یا ناحیه سوم:

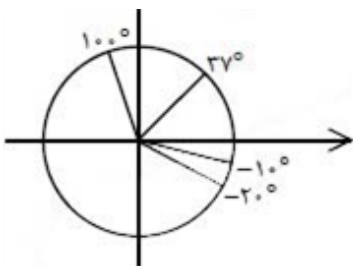
$$\tan \alpha < \cot \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha < 1 \Rightarrow 0 < \tan \alpha < 1$$

۱۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مختصات P به ترتیب همان $\cos \theta$ و $\sin \theta$ است.

$$\sin \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 210^\circ \Rightarrow x = \cos \theta = \cos 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

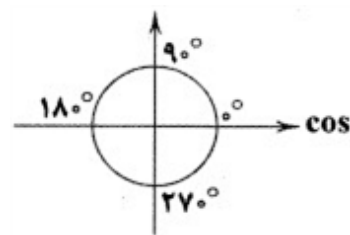
۱۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین کسینوس مربوط به زاویه‌ای است که نقطه متناظرش در دایره مثلثاتی در سمت راست بقیه دیده می‌شود.



۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی و محور $\cos$ ها، واضح است که از 90° تا 180° مقدار $\cos \theta$ از صفر تا -۱ کاهش می‌یابد و از 180° تا 270° مقدار $\cos \theta$ از -۱ تا صفر افزایش می‌یابد.



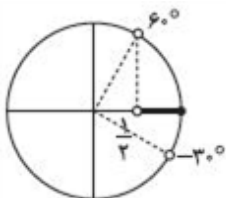
۱۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0 &\Rightarrow \begin{cases} \text{ناحیه دوم: } \sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0 \\ \text{ناحیه چهارم: } \sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0 \end{cases} \\ \sin \alpha \cdot \tan \alpha > 0 &\Rightarrow \begin{cases} \text{ناحیه چهارم: } \sin \alpha < 0, \tan \alpha < 0 \\ \text{ناحیه اول: } \sin \alpha > 0, \tan \alpha > 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ناحیه چهارم}$$

۲۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



با توجه به دایره‌ی مثلثاتی، اگر $60^\circ < \alpha < 30^\circ$ باشد، آن‌گاه $1 < \cos \alpha < \frac{1}{2}$ خواهد بود:

$$\frac{1}{2} < \frac{2m-1}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{2} < 2m-1 \leq 3 \xrightarrow{+1} \frac{5}{2} < 2m \leq 4 \xrightarrow{\div 2} \frac{5}{4} < m \leq 2$$

۲۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مختصات نقاط روی دایره مثلثاتی همواره به صورت $(\cos \theta, \sin \theta)$ است (θ زاویه مثلثاتی براساس دوران نقطه ساخته می‌شود).

$$\left(-\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{x+14}}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{x+14}{16} = 1$$

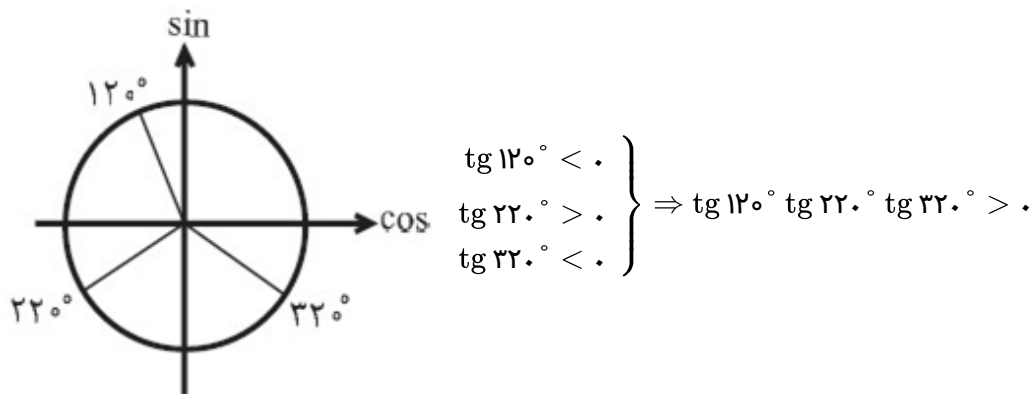
$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق} \Rightarrow P\left(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4}\right) \Rightarrow P' = \left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4}\right) \\ x=-2 \text{ غ ق ق غ} \end{cases}$$

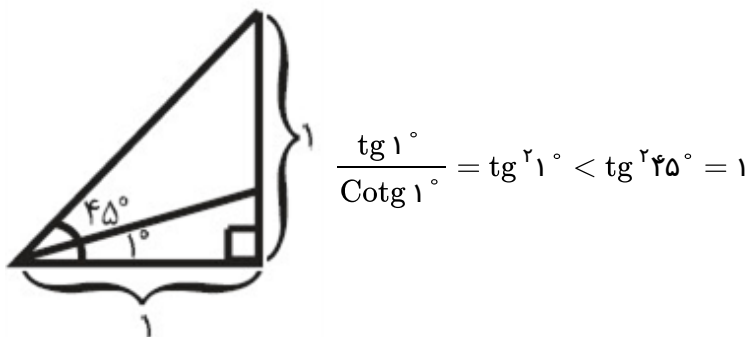
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی: ۲۲

$$\begin{cases} \sin 22^\circ < 0, \sin 32^\circ < 0, \sin 12^\circ > 0 \\ \cos 12^\circ < 0, \cos 22^\circ < 0, \cos 32^\circ > 0 \end{cases}$$

پس داریم:



در مورد گزینه‌ی ۴ شکل زیر را در نظر بگیرید:



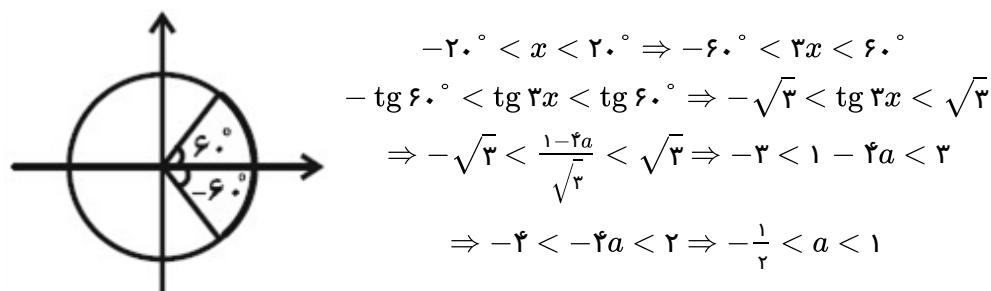
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در A و B عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد. بنابراین $\sin \alpha \geq 0$ پس α در ناحیه‌ی اول یا دوم قرار دارد. ۲۳

$$AB > 0 \Rightarrow 5 \sin \alpha \sqrt{\sin \alpha} \times \frac{\sqrt{\sin \alpha}}{\cos \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{5 \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} > 0$$

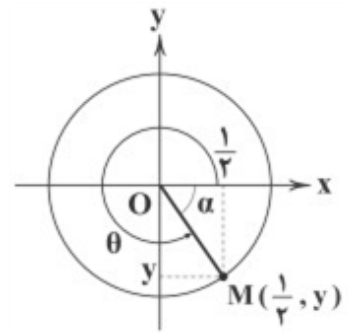
$$\Rightarrow \cos \alpha > 0 \Rightarrow \alpha \text{ در ناحیه‌ی اول یا چهارم قرار دارد}$$

با توجه به اشتراک $\sin \alpha \geq 0$ و $\cos \alpha > 0$, α در ناحیه‌ی اول قرار دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴



$$\cos \alpha = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{OM} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow \theta = 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$$

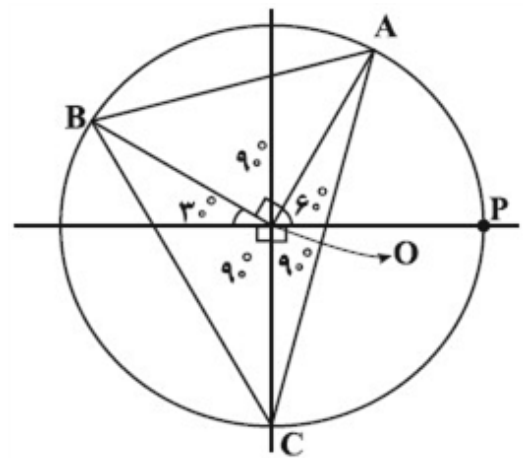


$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \theta = -y = -\sin \alpha = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \tan \theta = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta}{\sqrt{2} + \tan \theta} = \frac{\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث ABC را به ۳ مثلث AOC، AOB و BOC تقسیم می‌کنیم. اندازه‌ی OA، OB و OC برابر یک است. ۲۶



$$x_A = \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

اگر فرض کنیم $\widehat{POA} = \alpha$ و $\widehat{POB} = \beta$ داریم:

$$y_B = \sin \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 90^\circ = \frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OC \cdot \sin \widehat{AOC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 150^\circ = \frac{1}{4}$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \cdot \sin \widehat{BOC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

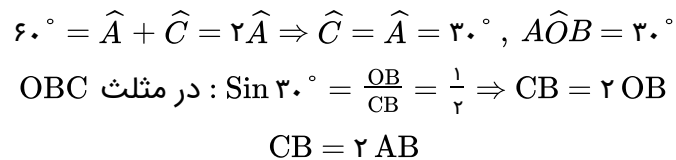
$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{6 + \sqrt{3}}{8}$$



27)

2)

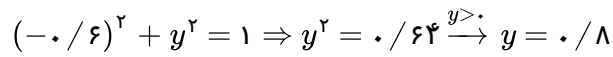
2)



در مثلث قائم الزاویه ی OBC داریم:

مثلث OBA متساوی الساقین است و $OB = AB$ ؛ در نتیجه $AB = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۹)



$$A = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = \frac{-10}{8} + \frac{10}{8} = \frac{-10}{24} = -\frac{5}{12}$$

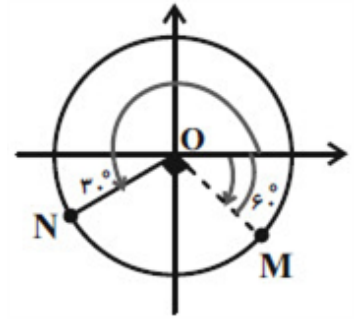
٣٠

با توجه به این که $OA \perp OB$ می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث OAH و OBH همنهشت هستند، با توجه به

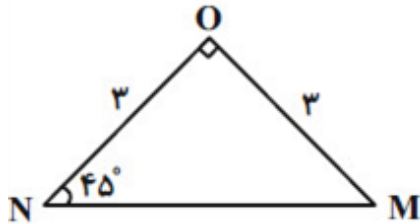
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{1}{r}}{-\frac{r\sqrt{r}}{r}} = -\frac{1}{r\sqrt{r}} = -\frac{\sqrt{r}}{r}$$


۳۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متحرک اول ۶۰° در خلاف جهت مثلثاتی حرکت می‌کند و متحرک دوم ۲۱۰° در جهت مثلثاتی حرکت می‌کند. مکان توقف دو متحرک را روی دایره نمایش می‌دهیم:



زاویه بین OM و ON، ۹۰° است و $\triangle OMN$ مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است. بنابراین:



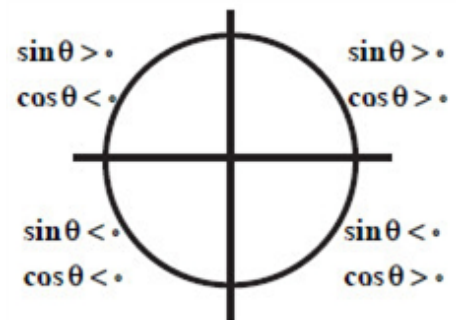
$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{OM}{MN} \Rightarrow MN = r\sqrt{2}$$

۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $\cos \theta = \sin \theta + \frac{v}{\epsilon} (*)$

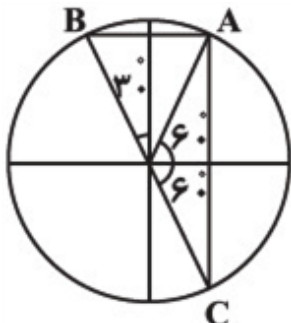
$$-1 \leq \cos \theta \leq 1 \xrightarrow{(*)} \sin \theta < .$$

همچنین $\cos \theta$ مثبت است زیرا حداقل مقدار $\sin \theta$ برابر با (-1) است، پس انتهای کمان θ در ناحیه‌ی چهارم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد.



۳۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون BC قطر است بنابراین $A = 90^\circ$



$$\begin{cases} \overline{AB} = r \cos 60^\circ \\ \overline{AC} = r \sin 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = r \times \frac{1}{r} = 1 \\ AC = \frac{r\sqrt{3}}{r} = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{r} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{r} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{r}$$



۳۷

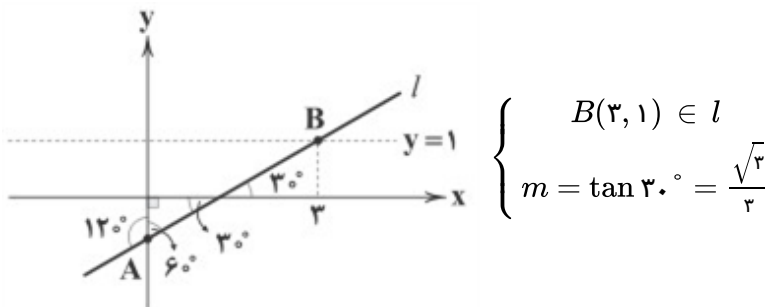
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله‌ی خط را به صورت $y = mx + b$ فرض می‌کنیم. داریم:

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b \xrightarrow{(1,0)} b = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow 3y - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$$

۳۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

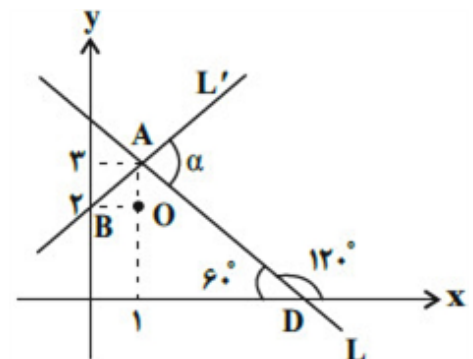


$$\Rightarrow y - 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3} + 1 \xrightarrow{x=0} y_A = 1 - \sqrt{3}$$

۳۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 1$ را در معادله خط L جایگذاری می‌کنیم، عرض نقطه برخورد دو خط $y = 3$ به دستمی‌آید. همچنین شیب L برابر $-\sqrt{3}$ است. بنابراین با قسمت مثبت محور x ها زاویه‌ی 120° می‌سازد:

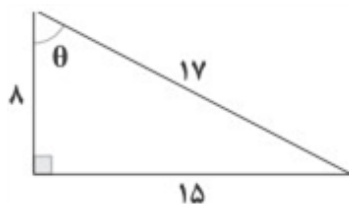
مثلث AOB، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{BAO} = 45^\circ$ است. همچنین $\widehat{OAD} = 30^\circ$ است، پس داریم:

$$\alpha = 180^\circ - (\widehat{BAO} + \widehat{OAD}) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$


۴۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شیب خط داده شده $\frac{15}{8}$ است. پس $\tan \theta = \frac{15}{8}$ خواهد بود. برای راحتی محاسبه مثلث

قائم‌الزاویه‌ی زیر را در نظر می‌گیریم، سه عدد ۸، ۱۵ و ۱۷ اعداد فیثاغورسی هستند.



$$8 \tan \theta + 17 \sin \theta = 8 \times \frac{15}{8} + 17 \times \frac{15}{17} = 30$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴