

بِسْمِ تَعَالَى

جزوه می ریاضی، هشتم

ترم دوم (فصل ششم تا نهم)

(دوره اول متوسط)

تهیه و تنظیم:

حسین مشایخی



فهرست مطالب ریاضی هشتم-ترم اول

فصل ۱: عددهای صحیح و گویا

- ✓ یادآوری عددهای صحیح
- ✓ معرفی عددهای گویا
- ✓ جمع و تفریق عددهای گویا
- ✓ ضرب و تقسیم عددهای گویا
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۲: عددهای اول

- ✓ یادآوری عددهای اول
- ✓ تعیین عددهای اول
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۳: چندضلعی ها

- ✓ چندضلعی ها و تقارن
- ✓ توازی و تعامد
- ✓ چهارضلعی ها
- ✓ زاویه های داخلی
- ✓ زاویه های خارجی
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۴: جبر و معادله

- ✓ ساده کردن عبارت های جبری
- ✓ پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری
- ✓ تجزیه عبارت های جبری
- ✓ معادله
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۵: بردار و مختصات

- ✓ جمع بردارها
- ✓ ضرب عدد در بردار
- ✓ بردارهای واحد مختصات
- ✓ تمرین های فصل

فهرست مطالب ریاضی هشتم-ترم دوم

فصل ۶: مثلث

- ✓ رابطه فیثاغورس
- ✓ شکل های هم نهشت
- ✓ مثلث های هم نهشت
- ✓ هم نهشتی مثلث های قائم الزاویه
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۷: توان و جذر

- ✓ توان
- ✓ تقسیم اعداد توان دار
- ✓ جذر تقریبی
- ✓ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد
- ✓ خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۸: آمار و احتمال

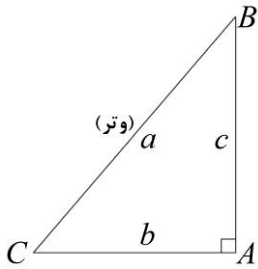
- ✓ دسته بندی داده ها
- ✓ میانگین داده ها
- ✓ احتمال یا اندازه گیری شانس
- ✓ بررسی حالت های ممکن
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۹: دایره

- ✓ خط و دایره
- ✓ زاویه های مرکزی
- ✓ زاویه های محاطی
- ✓ تمرین های فصل

فصل ششم: مثلث

رابطه فیثاغورس



رابطه فیثاغورس مربوط به مثلث قائم الزاویه بوده و ارتباط بین طول اضلاع را مشخص می کند.

ابتدا باید اجزای مثلث قائم الزاویه را شناخت:

- (۱) یک زاویه قائمه و دو زاویه حاده
- (۲) وتر (ضلع روبرو به زاویه قائمه)
- (۳) دو ضلع عمود بر هم

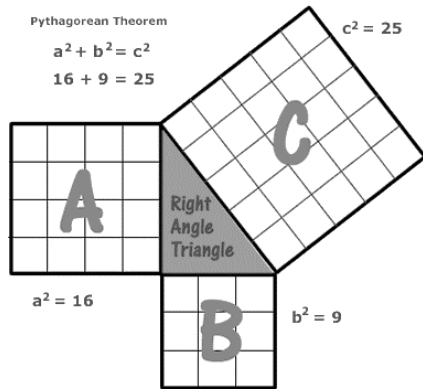
با توجه به مثلث قائم الزاویه بالا می توان رابطه فیثاغورس را به شکل زیر نوشت:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

این رابطه بیان می کند که:

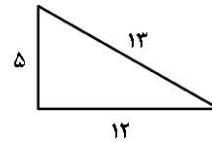
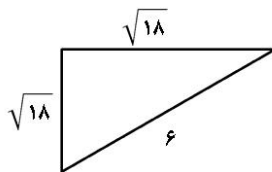
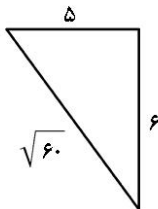
در مثلث قائم الزاویه، مربع طول وتر برابر مجموع مربعات دو ضلع دیگر می باشد.

عکس این رابطه هم درست است؛ یعنی اگر در مثلثی رابطه فوق برقرار بود مثلث قائم الزاویه است.

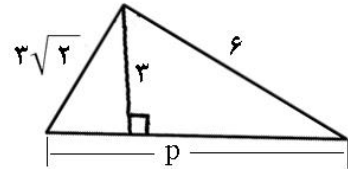
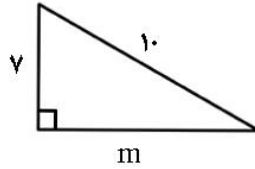
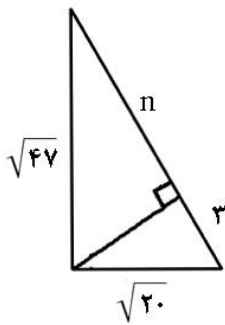
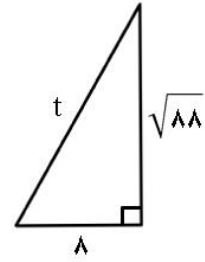
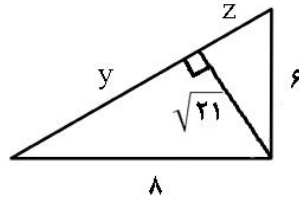
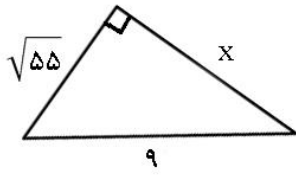


(۱) شکل روبرو را تفسیر کرده و نتیجه گیری کنید.

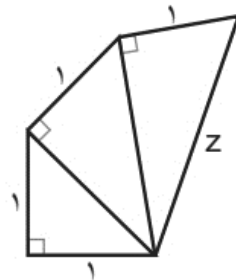
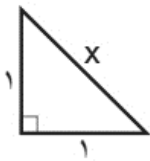
(۲) آیا مثلث های زیر قائم الزاویه می باشند؟



۳) اندازه اضلاع مجهول را بدست آورید.



۴) به ترتیب طول اضلاع x و y و z را بیابید.



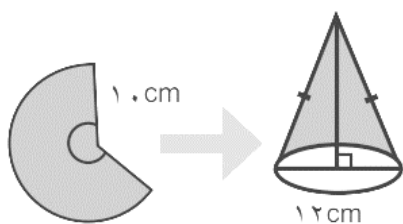
۵) اگر روند سوال ۲ را تا رسم ۱۶ مثلث قائم الزاویه ادامه دهیم، اندازه وتر آخرین مثلث چقدر خواهد شد.

۶) برای نشان دادن مقدار $\sqrt{13}$ روی محور اعداد بهتر است از چه راه حلی استفاده کرد؟ (راهنمایی: جمع کدام اعداد مجذور برابر ۱۳ است)

۷) برای بدست آوردن طول $\sqrt{10}$ چه راه حلی پیشنهاد می دهید؟ (راهنمایی: می توان از روش مساله قبل و روش رسم مثلثهای قائم الزاویه متوالی استفاده کرد)

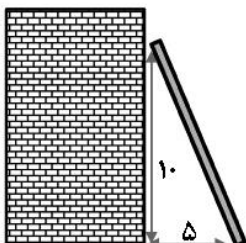
۸) مقدار $\sqrt{17} - 1$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

۹) با قسمتی از دایره به شعاع ۱۰ سانتی متر مخروطی به قطر قاعده ۱۲ سانتی متر ساخته ایم. ارتفاع این مخروط چند است؟



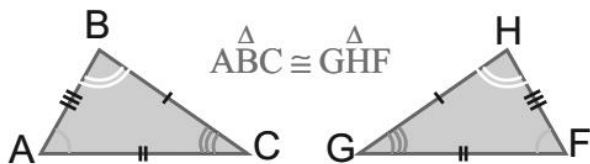
۱۰) اگر طول وتر مثلث قائم الزاویه ای که دو ضلع دیگر آن با هم برابرند، ۶ باشد؛ طول دو ضلع دیگر را بدست آورید.

۱۱) نردبانی را به فاصله ۵ واحد از لبه دیواری قرار می دهیم و تا ارتفاع ۱۰ متری بالا می رود. اگر ارتفاع دیوار ۱۱ متر باشد و بخواهیم نردبان به لبه بالا آن برسد، فاصله لبه نردبان تا دیوار چقدر باید باشد؟

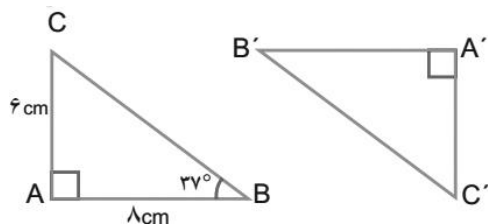


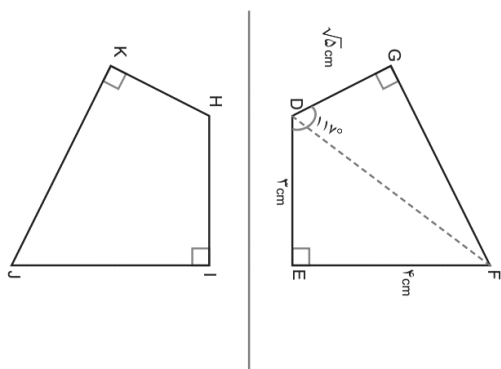
شکل های هم نهشت

اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (تقارن، دوران و انتقال) طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می توانیم بگوییم که این دو شکل با یکدیگر هم نهشت اند.



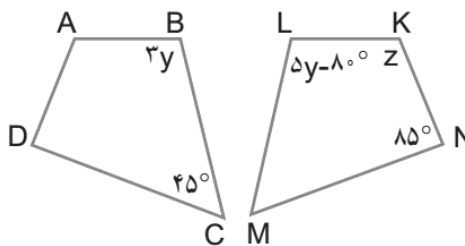
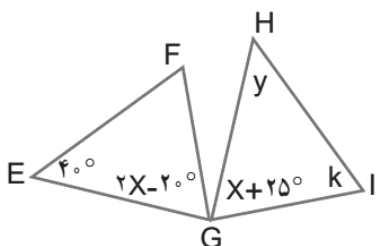
۱۲) در شکل مقابل اندازه ضلع و زاویه های مثلث $A'B'C'$ را بدست آورید.
($A'B'C' \cong ABC$)





۱۳) چهارضلعی $DEFG$ را نسبت به خطی عمودی قرینه کرده ایم و چهارضلعی $HJKI$ ایجاد شده است. با توجه به شکل اندازه ضلع ها و زاویه های شکل $HJKI$ را بدست آورید

۱۴) در شکل های زیر مشخص کنید در هر کدام از جفت شکل های همنهشت کدام تبدیل هندسی باعث ایجاد شکل همنهشت شده است؟ سپس زوایای مجهول را بیابید.



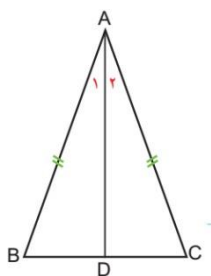
مثلث های هم نهشت

مثلث های همنهشت مثلث هایی هستند که بتوان آنها را طبق یکی از تبدیلات هندسی بر هم منطبق کرد. (همانند شکل های همنهشت) سه حالت برای همنهشتی دو مثلث وجود دارد:

- ۱) برابری سه ضلع (ض ض ض)
- ۲) برابری دو ضلع و زاویه بین آنها (ض ز ض)
- ۳) برابری دو زاویه و ضلع بین آنها (ز ض ز)

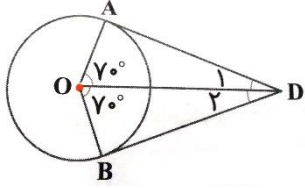
اگر بین دو مثلث یکی از حالت های برابری بالا برقرار بود آن دو مثلث باهم همنهشت می باشند.

۱۵) در مثلث متساوی الساقین ABC نیمساز زاویه روبرو به قاعده را رسم می کنیم. ثابت کنید $\triangle ABD \cong \triangle ACD$



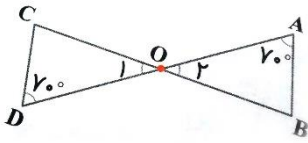
۱۶) ثابت کنید فاصله هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو طرف آن پاره خط برابر است.

۱۷) در شکل مقابل ثابت کنید OD نیمساز زاویه D می باشد.



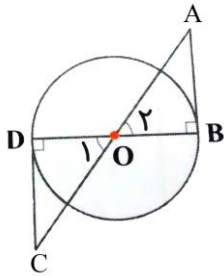
۱۸) ثابت کنید در مستطیل قطرها برابرند.

۱۹) در شکل مقابل O وسط AD است. چرا دو مثلث OAB و OCD همنهشت هستند.



۲۰) ثابت کنید در متوازی الضلاع قطرها یکدیگر را نصف می کنند.

۲۱) در شکل مقابل دلیل همنهشتی مثلث های OAB و OCD را بنویسید.



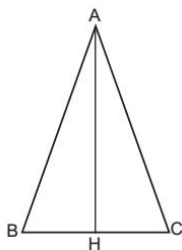
هم نهشتی مثلث های قائم الزاویه

در مثلث قائم الزاویه اگر یکی از حالت های برابری زیر بین دو مثلث برقرار باشد، آن دو مثلث همنهشت اند.

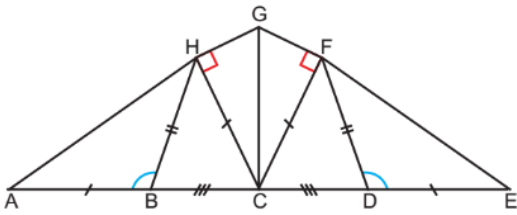
(۱) برابری وتر و یک ضلع (و ض)

(۲) برابری وتر و یک زاویه (و ز)

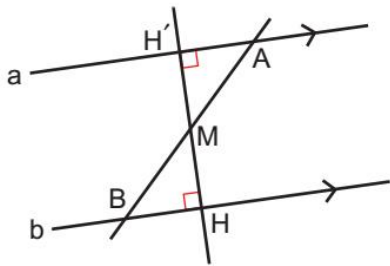
۲۲) در یک مثلث متساوی الساقین نشان دهید ارتفاع وارد بر قاعده، میانه و نیمساز نیز می باشد.



۲۳) با توجه به شکل زیر مثلثهای همنهشت و حالت همنهشتی آنها را بنویسید.

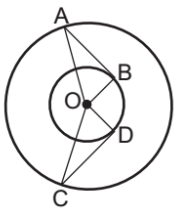


۲۴) از نقطه M وسط پاره AB بر دو خط موازی a و b عمود رسم می‌کنیم. دلیل همنهشتی دو مثلث ایجاد شده را بنویسید.

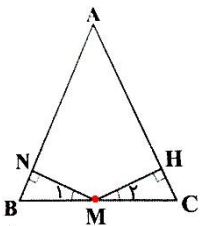


۲۵) ثابت کنید که هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله اند.

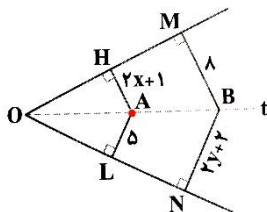
۲۶) نقطه O مرکز مشترک دو دایره و پاره‌های CD و AB به ترتیب بر OD و OB عمودند. ثابت کنید مثلث OCD و AOB باهم همنهشت اند.



۲۷) در مثلث متساوی الساقین مقابل، M وسط ضلع BC است. ثابت کنید MH و MN با هم مساوی اند.



۲۸) در شکل مقابل Ot نیم‌ساز است. مقدار X و Y را به دست آورید.



✓ تمرین فصل ششم

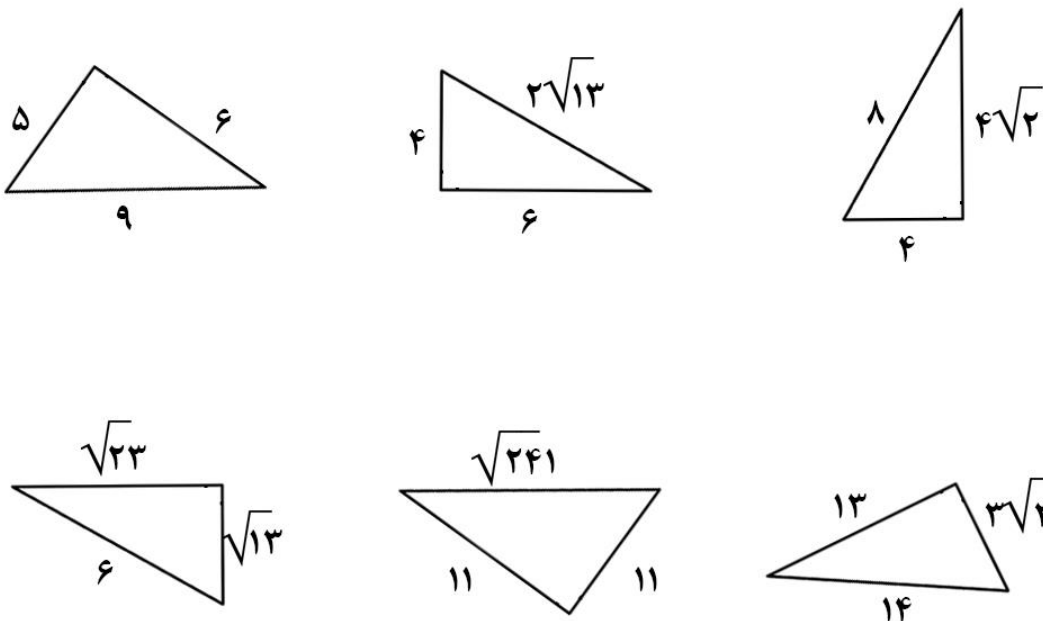
- (۱) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.
- هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره خط، از _____ به یک فاصله است.
 - هر نقطه روی نیم ساز زاویه از _____ به یک فاصله است.
 - اعداد ۱۲، ۱۳ و _____ اعداد فیثاغورثی می باشند.
 - طول وتر مثلث قائم الزاویه ای به طول اضلاع ۶ و ۳ _____ می باشد.
 - برابری سه زاویه از مثلثی با مثلث دیگر دلیل همنهشتی آن دو _____ .
 - اگر دو ضلع و زاویه از مثلثی با دو ضلع و زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث الزاما همنهشت _____ .

(۲) کدام دسته از اعداد زیر می توانند طول اضلاع یک مثلث قائم الزاویه باشند.

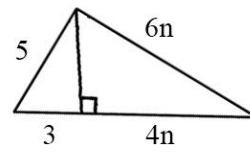
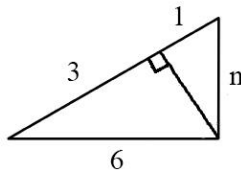
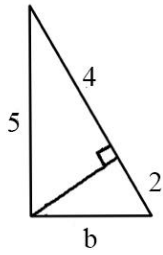
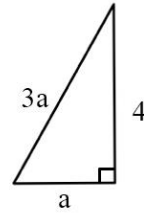
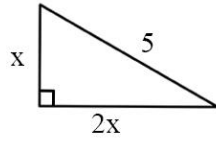
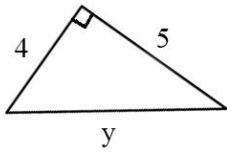
- ۱۲، ۷، ۵
- ۱۰، ۸، ۶
- ۴، $\sqrt{80}$ ، ۸
- ۱۱، $\sqrt{97}$ ، $2\sqrt{6}$
- ۱۵، ۸، ۱۷

(۳) در یک مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه طول وتر برابر ۱۲ می باشد. طول اضلاع دیگر را بیابید.

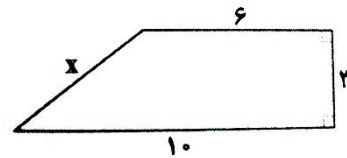
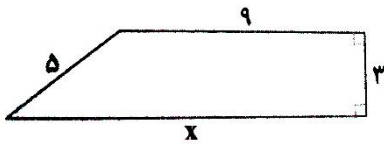
(۴) کدام یک از مثلثهای زیر قائم الزاویه می باشد؟



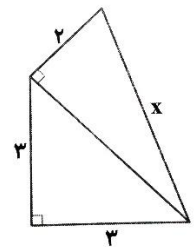
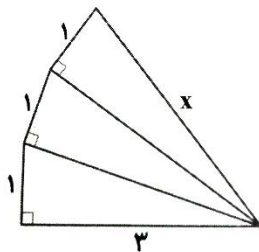
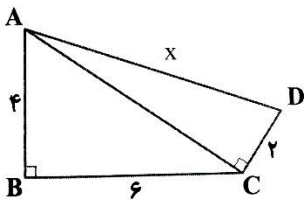
۵) در مثلث های قائم الزاویه زیر اندازه ضلع مجهول را بیابید.



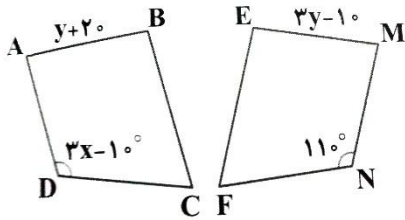
۶) در دوزنقه های زیر که دارای دو زاویه قائم می باشد، اندازه ضلع مجهول را بیابید.



۷) اندازه ضلع x را بدست آورید.



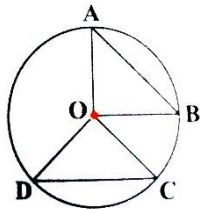
۸) در شکل زیر دو چهارضلعی با هم هم‌نهشت می‌باشند. مقدار X و Y را بدست آورید.



۹) اندازه قطر مستطیلی که طول و عرض آن به ترتیب ۶ و ۶۸ می‌باشد، چقدر است؟

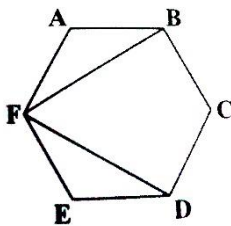
۱۰) محیط مربعی که طول قطر آن $\sqrt{32}$ می‌باشد را بدست آورید.

۱۱) در شکل مقابل اگر $AB=CD$ باشد. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث را بنویسید.



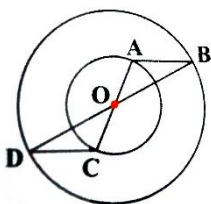
۱۲) ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، نیمسازهای دو زاویه مجاور ساق‌ها با هم برابرند.

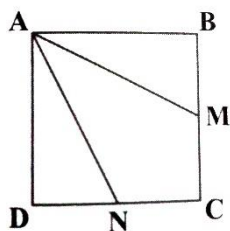
۱۳) در ۶ ضلعی منتظم زیر، دلیل هم‌نهشتی دو مثلث ABF و DEF را بیان کنید.



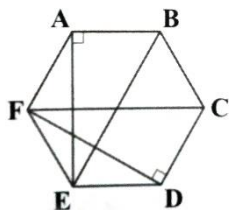
۱۴) ثابت کنید در مثلث متساوی الساقین میانه‌های وارد بر ساق‌ها با هم برابرند. آیا می‌توان این نتیجه را برای هر سه میانه مثلث متساوی الاضلاع گرفت؟

۱۵) در شکل مقابل O مرکز هر دو دایره می‌باشد. چرا مثلثهای OAB و OCD هم‌نهشت هستند.

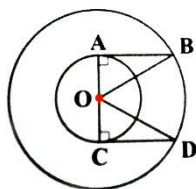




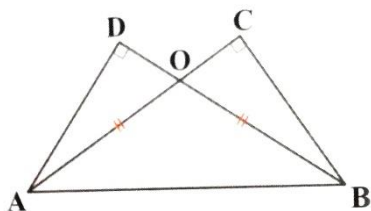
۱۶) در شکل مقابل M و N وسط اضلاع مربع هستند. دلیلی همنهشتی و تساوی اجزای متناظر دو مثلث ADN و ABM را بنویسید.



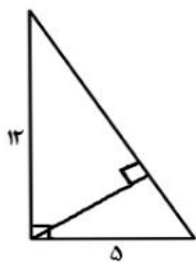
۱۷) در شش ضلعی منتظم مقابل، دلیلی همنهشتی دو مثلث ABE و CDF را بیان کنید.



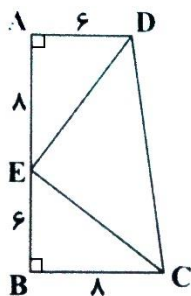
۱۸) با توجه به شکل زیر، چرا دو مثلث AOB و DOC برابرند؟ (O مرکز هر دو دایره است)



۱۹) مثلث AOB متساوی الساقین است. چرا دو مثلث BOC و AOD هم نهشت اند؟



۲۰) در مثلث قائم الزاویه مقابل طول ارتفاع AH را محاسبه کنید.



۲۱) در چهارضلعی $ABCD$ اندازه پاره خط DC را محاسبه کنید.

فصل هفتم: توان و جذر

توان و تقسیم اعداد تواندار

یادآوری قوانین ضرب و تقسیم اعداد تواندار

(۱) ضرب عبارت های تواندار

$$a^n \times a^m = a^{m+n}$$

۱-۱ با پایه های مساوی ← توان ها جمع می شود

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

۱-۲ با توانهای برابر ← پایه ها در هم ضرب می شوند.

(۲) تقسیم عبارت های تواندار

$$a^n \div a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

۲-۱ با پایه های مساوی ← توان ها از هم کم می شود

$$a^n \div b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

۲-۲ با توانهای برابر ← پایه ها بر هم تقسیم می شوند.

$$(a^n)^m = a^{m \times n}$$

۳ اگر یک عدد تواندار به توان برسد، توانها در هم ضرب می شود.

۴ اگر ضرب یا تقسیم (کسر) چند عدد به توان برسد، در واقع تمام ضریبها به توان رسیده اند.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

۵ هر عددی به توان صفر برابر با یک و به توان یک خود آن عدد است.

$$0^a = 0 \quad 1^a = 1$$

۶ صفر به توان هر عددی صفر و یک به توان هر عدد یک می شود.

۷ اگر عددی منفی به توان زوج برسد، حاصل منفی می شود و اگر به توان فرد برسد، حاصل فرد است.

$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1} \quad a > 0, n \in Z$$

(۱) حاصل عبارات زیر را به صورت یک عبارت تواندار بنویسید.

1) $5^7 \times 3^5 \times 15^2 =$

2) $45^{33} \div 5^{33} =$

3) $9^2 \times 18^3 =$

4) $(-33)^3 \div (-11)^3 =$

5) $16^2 \times 8^3 =$

6) $\frac{2^3}{8^2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

7) $0.5^7 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 =$

8) $\frac{9}{(-8)^2} \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

9) $1.5^2 \div (-2.5)^2 =$

10) $\frac{2^3}{8^2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

(۱) حاصل $(-0,1)^2 \times 10^4 \times 10^{11} \times (0,1)$ را بدست آورید.

(۲) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

$$1) 9^4 \div 3^2 = \dots^3$$

$$2) 8^2 \div \dots^4 = 1$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 4^{\dots} = 2$$

$$4) 9^4 = 3^{\dots}$$

$$5) 0.5^{\dots} \times 4^3 = 4$$

$$6) \left(\frac{3}{7}\right)^3 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^7 = \dots^5$$

(۲) عدد ۶۲۵ چند برابر 5^3 می باشد؟

(۳) حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$1) 2^4 \times 0^5 (128 \div 2^4) =$$

$$2) 1^{10} + (3^{13} \div 3^{10} + 1) - 4^2 =$$

$$3) 14^0 \times (3^3 - 2^2 - 2) \div 7 =$$

$$4) 0.2^2 \div \left(\frac{1}{4}\right)^2 (1 - 5^0) =$$

$$5) -2^3 - 3^2 + (-3)^2 + (-2)^3 =$$

$$6) 2^0 (2 - (13^1 - 1^{13}) + 4 \times 0^2) + 14 =$$

$$7) 1^{22} + 2 \times 2^3 - 4 + 12 \div 2^2 =$$

(۴) اگر $5^{x+1} = 35$ باشد آنگاه مقدار $25^{0.5a+1}$ را بدست آورید.

(۵) حجم مکعبی به ضلع $4x$ چند برابر حجم مکعبی به ضلع x می باشد.

(۶) ۸۱ برابر عدد 3^5 را بدست آورید. (به صورت توانی)

(۷) اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ را طوری در جاهای خالی قرار دهید تا تساوی برقرار شود.

$$\square \times (\square)^3 = 5^2 - (\square)^{\square}$$

(۸) حجم کره‌ای به شعاع r را از فرمول $\frac{4}{3}\pi r^3$ بدست می آورند. حجم کره ای به شعاع ۴ چند برابر حجم کره ای به شعاع ۱ است؟

۹) کدام یک از تساوی های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^4$$

$$3^5 \times 3^5 = (3^5)^2$$

$$(3^2)^4 = 3^8$$

$$(3^0)^2 = 3^2$$

$$(5^2)^2 = 5^4$$

$$3^2 \times 3^2 = 9^4$$

$$3^5 \times (2^2)^5 = 12^5$$

$$a^2 \cdot a^0 = 1$$

$$((-2)^2)^2 = 2^6$$

$$(-4^6) = 4^6$$

۱۰) حاصل هریک از عبارات را به صورت عبارت تواندار بنویسید.

$$8^9 \div 8^5 =$$

$$\frac{3^7}{3^3} =$$

$$6^2 \div 6 =$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{(-2)^9}{(-2)^2} =$$

$$\left(\frac{8}{9}\right)^4 \div \left(\frac{8}{9}\right) =$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^6 \div \left(\frac{4}{5}\right)^3 =$$

$$(-0/3)^5 \div (-0/3)^2 =$$

$$\frac{7^5}{7} =$$

$$a^{12} \div a^5 =$$

$$(xy)^y \div (xy)^x =$$

$$(-x)^y \div (-x)^z =$$

۱۱) کدام یک از عبارتهای زیر صحیح می باشد؟ توضیح دهید.

$$\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = -\frac{25}{4}$$

$$\left(\frac{5}{11}\right)^0 = 0$$

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^8$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{v}}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^0 = \left(\frac{2}{\sqrt{v}}\right)^4$$

$$10^3 \times 10^4 = 10^{12}$$

$$(-2)^2 \times (-2) = 16$$

$$(\sqrt{5})^2 = 25$$

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(\sqrt{5})^2 = (-\sqrt{5})^2$$

$$+\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

۱۲) مقدار عبارتهای زیر را از طریق تجزیه پایه ها به ساده ترین شکل بنویسید.

1) $125^6 \times 64^5 =$

2) $25^4 \times 15^7 \div 3^9 =$

3) $21^7 \div (49^3 \times 9^2) =$

4) $5^8 \div (0.25^2 \times 16^2)^2 =$

• اگر توان عدد یا عبارتی منفی باشد، آن عدد معکوس شده و سپس به توان مثبت می رسد. یعنی:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \cdot \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

(۱۳) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

1) $3^{-6} \times 9^4 =$

2) $\left(\frac{7^3}{7^5}\right)^{-2} \div 49^2 \times 7^2 =$

3) $(-8)^{-9} \times \frac{2^{11}}{5^{-2}} \times 0.01 =$

4) $2^{-7} \div \frac{10^{-6}}{5^7} =$

(۱۴) کسرهای زیر را تا حد امکان ساده نمایید.

1) $\frac{3^{11} \times 35^{13}}{21^{12} \times 5^{10}} =$

2) $\frac{12^{-8} \times 64^5}{9^3 \times 16^{18}} =$

3) $\frac{(-4)^9 \times 9^{-4}}{(-32)^5 \times (-27)^3} =$

4) $\frac{13^7 \times (-7)^{-7}}{39^6 \times (-9)^{-5}} =$

(۱۵) ربع عدد $۱۶^۵$ را بدست آورید.

(۱۶) حاصل عبارت $۴^۸ + ۴^۸ + ۴^۸ + ۴^۸$ را به صورت یک عدد تواندار با پایه ۱۶ بنویسید.

(۱۷) اگر $a^3 = b$ باشد، حاصل عبارت a^{-9} را به صورت عبارتی شامل b بیابید.

• جذر (یادآوری)

$$1. \sqrt{x} \times \sqrt{y} = \sqrt{xy}$$

$$2. \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$3. \sqrt{x^2} = \sqrt{x^2} = x \quad . \quad x > 0$$

(۱۸) جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$1) \sqrt{\dots} = 5$$

$$2) \frac{5}{\sqrt{\dots}} = \frac{1}{2}$$

$$3) \frac{3\sqrt{\dots}}{2} = 9$$

$$4) 3\sqrt{\dots} = 1$$

$$5) \sqrt{2\sqrt{\dots}} = 2$$

$$6) \frac{6^{\dots}}{12\sqrt{(-2)^0}} = 3$$

$$7) \sqrt{1 + \sqrt{\frac{25}{\dots}}} = \frac{3}{2}$$

$$8) \sqrt{2^3\sqrt{\dots}} = 4$$

$$9) \sqrt{7 + 3\sqrt{3 \times \dots}} = 5$$

(۱۹) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$1) \sqrt{16^2} =$$

$$2) \frac{1}{2}\sqrt{144} =$$

$$3) \sqrt{\frac{1}{4} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{10}{9}\right)} =$$

$$4) \sqrt{(-3)^2 \times 81} =$$

$$5) \frac{1}{\sqrt{\sqrt{81}}} (-2)^{\sqrt{4}} =$$

$$6) \sqrt{\frac{10}{\sqrt{16}} + \frac{\sqrt{36}}{4}} =$$

$$7) \sqrt{64 \div 144} =$$

$$8) \sqrt{(-7)^4 \times 4^8} =$$

$$9) \sqrt{35 \times 14 \times 10}$$

$$10) \sqrt{3^2 \times 2^4} =$$

$$10) \sqrt{\sqrt{36} \times \sqrt{36}} =$$

$$11) \sqrt{5^5 \times 5^3} =$$

(۲۰) حجم مکعبی برابر ۶۴ مترمکعب می باشد. مساحت کل مکعب را بدست آورید.

✓ جذر تقریبی

- جذر اعدادی که مجذور (مربع) کامل اند یک عدد طبیعی می باشد.
- برخی از مجذورها (مربعها) نیز اعشاری می باشند، بنابراین جذر آنها نیز اعشاری است. مانند $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ $\sqrt{6.25} = 2.5$
- جذر اعداد بزرگتر از ۱، کوچکتر از خود عدد است مانند: $\sqrt{36} = 6$
- جذر اعداد بین صفر و ۱ ($0 < x < 1$) بزرگتر از خود عدد است. مانند: $\sqrt{0.25} = 0.5$
- جذر اعداد منفی تعریف نشده است.
- برای محاسبه جذر اعدادی که مجذور کامل نمی باشند باید ابتدا بررسی کرد عدد مورد نظر بین کدام مجذورها کامل می باشد. برای بیان بهتر موضوع مثالی را بررسی خواهیم کرد.

(۲۱) دو ضلع مثلث قائم الزاویه ای ۴ و ۵ سانتی متر می باشد. طول وتر این مثلث را تا یک رقم اعشار بدست آورید.

$$x^2 = 5^2 + 4^2 = 41$$

$$x = \sqrt{41}$$

به دلیل اینکه ۴۱ یک مجذور کامل نیست بنابراین جذر آن اعشاری بدست خواهد آمد و باید به تعداد رقم های اعشاری که مساله مشخص کرده توجه کرد. ابتدا باید بررسی شود ۴۱ بین چه اعداد مجذوری قرار دارد.

$$36 < 41 < 49$$

$$\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

بنابراین $\sqrt{41}$ بین ۶ و ۷ می باشد. حال برای اینکه حاصل این جذر را دقیقتر بیان کنیم بهتر است بین ۶ و ۷ را به ۱۰ قسمت تقسیم کرده و از ۶ شروع کرده و با گامهای ۰,۱ اعداد را به توان برسانیم تا ببینیم کدامیک به ۴۱ نزدیکتر است. (البته اگر عدد مورد نظر به عدد بالایی یعنی ۷ نزدیکتر بود می توانستیم از ۷ با گامهای ۰,۱ کم کرده و به توان برسانیم)

عدد	۶	۶,۱	۶,۲	۶,۳	۶,۴	۶,۵	۶,۶
مجذور	۳۶	۳۷,۲۱	۳۸,۴۴	۳۹,۶۹	۴۰,۹۶	۴۲,۲۵	۴۳,۵۶

$$40.96 < 41 < 42.25$$

$$\sqrt{40.96} < \sqrt{41} < \sqrt{42.25}$$

$$6.4 < \sqrt{41} < 6.5$$

با توجه به مطالب بالا می توان نتیجه گرفت $\sqrt{41} \approx 6.4$. حال اگر مساله تا رقم های بیشتری خواسته باشد می بایست بین اعداد ۶,۴ و ۶,۵ را مجدداً به ۱۰ قسمت تقسیم کرده و قسمت صدم اعشار را بررسی کرد.

(برای بررسی اینکه عدد مورد نظر بین کدام مجذورها کامل می باشد، بهتر است با مجذورها کامل آشنا باشیم. در زیر تعدادی از مجذورها طبیعی آورده شده است.)

عدد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
مجذور	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۶۴	۸۱	۱۰۰	۱۲۱	۱۴۴	۱۶۹	۱۹۶	۲۲۵	۲۵۶	۲۸۹	۳۲۴	۳۶۱	۴۰۰

(۲۲) مقدار تقریبی $\sqrt{18}$ را تا دو رقم اعشار بدست آورید.

(۲۳) بین اعداد $\sqrt{19}$ و $\sqrt{75}$ چهار عدد طبیعی بنویسید.

(۲۴) اعداد 7 ، $\sqrt{50}$ ، $\frac{35}{6}$ ، $\sqrt{43}$ و $2\sqrt{13}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب نمایید.

(۲۵) مساحت دایره ای $62,8$ می باشد. محیط دایره را به طور تقریبی بدست آورید. ($\pi=3,14$)

(۲۶) در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید.

$$\sqrt{11} \bigcirc 3\frac{1}{3}$$

$$\sqrt{17} \bigcirc 4,03$$

$$\sqrt{6/25} \bigcirc 2\frac{1}{2}$$

$$1 + \sqrt{15} \bigcirc 4$$

$$\sqrt{20} - 2 \bigcirc \sqrt{18}$$

$$(\sqrt{3})^2 \bigcirc 3$$

(۲۷) بر روی محور زیر هر یک از اعداد را با یک نقطه نمایش دهید.



$$\sqrt{79}, \sqrt{98}, \sqrt{81}, \sqrt{85}$$

✓ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

با توجه به مبحث جذرهای تقریبی می توان محل تقریبی رادیکال ها را روی محور اعداد نشان دهیم. اما برای نمایش دقیق رادیکال ها روی محور اعداد از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه بهره گرفته می شود.

در این روش ابتدا بررسی می کنیم رادیکال مورد نظری که باید روی محور نمایش داده شود را آیا می توان به صورت جمع دو مجذور کامل نوشت. در این صورت آن دو مجذور، مجذور دو ضلع مثلث قائم الزاویه بوده و طول وتر مثلث طول رادیکال روی محور می باشد. به فرض مثال برای نمایش $\sqrt{13}$ از مثلثی قائم الزاویه به طول اضلاع ۲ و ۳ استفاده می شود.

۲۸) اعداد $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{10}$ ، $1 + \sqrt{17}$ و $2 - \sqrt{23}$ را روی محور اعداد (جداگانه) نمایش دهید.

۲۹) برای نمایش $\sqrt{33}$ بهتر است از چه مثلثهایی (طول اضلاع قائمه) استفاده کرد؟ توضیح دهید.

۳۰) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$1) \sqrt{1 + \sqrt{64}} =$$

$$2) \sqrt{64 \times 36 \times 25} =$$

$$3) \sqrt{(144 + 25)(100 - 36)} =$$

$$4) \sqrt{9 \times (-9) \times (-9 + 9)} + \sqrt{(-5)^2} =$$

$$5) 2^3 \sqrt{3^2} + \sqrt{64} =$$

$$6) \sqrt{32} \times \sqrt{50} =$$

$$7) \frac{\sqrt{208}}{\sqrt{117}} \times \sqrt{275} =$$

$$9) \sqrt{2 + \sqrt{196}} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{320}} =$$

$$10) \sqrt{875} \times \sqrt{175} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{320}} =$$

$$11) \sqrt{750 \times 605 \times 224 \times 245} =$$

$$12) \frac{\sqrt{405}}{\sqrt{147}} \times \sqrt{1200 \times 507} =$$

✓ تمرین فصل هفتم

(۱) عبارتهای درست را با "ص" و عبارتهای نادرست را با "غ" مشخص کنید.

(a) 5 برابر 25 برابر 5^3 .

(b) جذر اعداد بین یک و صفر از خود آن عدد کوچکتر است.

(c) مربع اعداد زوج، زوج می باشد.

(d) در تقسیم اعداد تواندار با پایه های برابر، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها باهم جمع می کنیم.

(e) $9 < \sqrt{77} < 10$

(۲) جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.

(a) مجذور، مکعب و جذر عدد برابر است.

(b) طول ضلع مربع به مساحت 34 تقریباً برابر است با

(c) $\sqrt{117}$ بین اعداد طبیعی و می باشد.

(d) 5^7 (بزرگتر/کوچکتر/مساوی) از 25^3 می باشد.

(e) مجموع ریشه های عدد 16 برابر است با

(۳) گزینه مناسب را انتخاب نمایید.

(a) حاصل عبارت $5^8 \times 3^3 \times 3^5$ برابر است با:

الف) 8^8 (ب) 15^8 (ج) 3^{15} (د) 5^8

(b) حاصل عبارت 0.1300×13000 برابر است با:

الف) 0 (ب) 1 (ج) 1300 (د) -1

(c) مقدار عبارت $\sqrt{27}$ به کدام عدد طبیعی نزدیکتر است؟

الف) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7

(d) کدام عدد طبیعی بین $\sqrt{38}$ و $\sqrt{88}$ نمی باشد؟

الف) 9 (ب) 8 (ج) 7 (د) 6

(e) با 100 مکعب واحد، چند مکعب متفاوت با ابعاد یکسان می توان ساخت؟

الف) 6 (ب) 5 (ج) 4 (د) 3

(۴) حاصل عبارت $(-2)^5 \times 5^2 + 6^2 \div 0.3^2$ را بدست آورید.

(۵) مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $a=-1$ و $b=2$ بیابید.

$$\frac{1}{4}b^3 - 2a^2 + \frac{1}{3}(a^3 - b^3)$$

۶) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$1) 5^{10} + 5^{10} + 5^{10} + 5^{10} + 5^{10} =$$

$$2) (15)^{3^{10}} \times 5^{20} \times 3^{10} =$$

$$3) \left(-1\frac{1}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 - \left(-2\frac{1}{4}\right)^2 =$$

$$4) 2.5^2 \div 5^3 + 1.5^2 =$$

$$5) \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(1\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(-1\frac{1}{2}\right)^5 =$$

$$6) (-3)^{3^3} \div (9^2 \times 3^5) =$$

$$7) (mn^2)^5 \times \left(\frac{m^2}{n^3}\right)^4 =$$

$$8) 125^3 \times 20^4 \times 8^8 =$$

۷) عدد 16^5 را به صورت حاصلضرب سه عدد تواندار بنویسید.

۸) محیط مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع 27^3 را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

۹) هر یک از کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$1) \frac{12^5 \times 12^3}{12^7} =$$

$$2) \frac{(-12)^4 \times (-15)^5}{3^9 \times (-20)^8} =$$

$$3) \frac{\frac{1}{3}x^3y^{-2} \times y^8}{9(x^{-2}y)^3 \div x^7} =$$

$$4) \frac{24^5 \times (8 \times 20)^7}{45^6 \times (-4)^9} =$$

$$5) \frac{7^{11}}{15^6} \div \frac{21^7}{5^8} =$$

$$6) \frac{11^{12}}{3^{12}} \times \frac{12^{11}}{22^9} =$$

۱۰) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$1) \frac{\sqrt{81 \times 36}}{\sqrt{9 \times 9 \times 9}} =$$

$$2) \sqrt{1 + 2\sqrt{19 - \sqrt{9}}} =$$

$$3) \frac{\sqrt{0.01} \times \sqrt{\frac{169}{16}}}{\sqrt{2.25 \times 6.25}} =$$

$$4) \sqrt{33} \times \sqrt{21} \times \sqrt{77} =$$

$$5) \frac{\sqrt{7^3} \times \sqrt{28}}{\sqrt{245 \times 80}} =$$

$$6) \frac{\sqrt{9 + 5\sqrt{(17^2 - 15^2)}}}{\sqrt{(5^2 + 6^2 - 2^3 - 2^2)}} =$$

$$7) \sqrt{\frac{16+9}{36}} - \sqrt{0.0016} =$$

$$8) \sqrt{1 + 6\sqrt{3.4 + 10\sqrt{0.0036}}} =$$

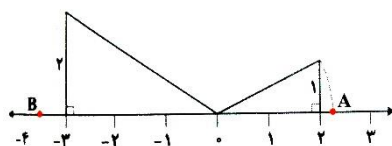
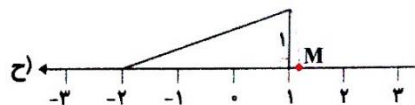
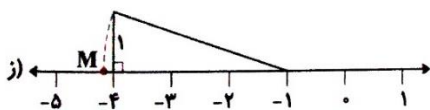
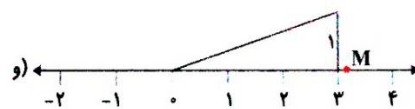
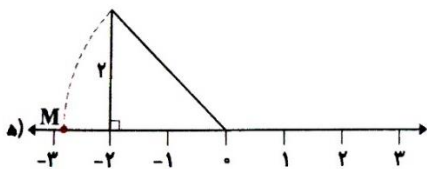
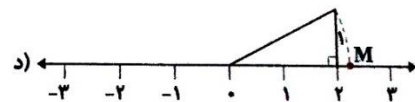
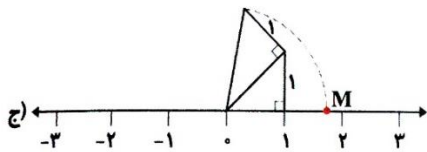
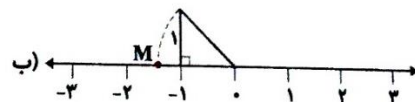
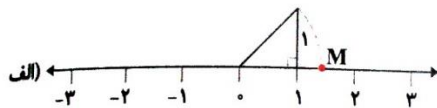
(۱۱) مقدار x را در تساوی $8^{4x-1} = 2^{1-x}$ بیابید.

(۱۲) مقدار y را در تساوی $\sqrt{2 + \sqrt{y}} = 3$ بدست آورید.

(۱۳) مقدار تقریبی عبارت $2\sqrt{19} - 1$ را بدست آورید.

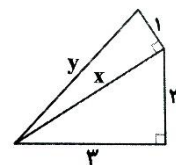
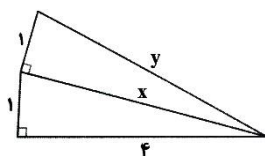
(۱۴) اعداد صحیح بین $-\sqrt{7}$ و $\sqrt{17}$ را مشخص کنید.

(۱۵) مشخص کنید در هر شکل نقطه M چه عددی را نشان می دهد.



(۱۶) در شکل نشان داده شده، فاصله دو نقطه A و B چقدر است؟

(۱۷) در هر شکل مقادیر مجهول را بیابید.



(۱۸) اگر $3^x = 10$ باشد، حاصل $\frac{3^{x+2} \times 3^{x-1}}{3^{x-1}}$ را محاسبه کنید.

(۱۹) حاصل عبارت $\sqrt{\frac{2}{75} + \sqrt{-\frac{2}{9} + \sqrt{\frac{1}{9}}}}$ را بدست آورید.

(۲۰) حاصل عبارت $\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{2}) + \sqrt{5}(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ را محاسبه کنید.

(۲۱) ربع عدد 2^7 را به صورت عدد تواندار بنویسید.

(۲۲) کدام گزینه از بقیه بزرگتر است؟

الف) 64^5 ب) 128^4 ج) 81^6 د) 27^{10}

(۲۳) اگر $2^{2x+1} = 10$ باشد، آنگاه مقدار 8^x برابر است با:

الف) 64^5 ب) 128^4 ج) 81^6 د) 27^{10}

(۲۴) حجم استوانه ای به شعاع قاعده $\sqrt{8}$ و ارتفاع ۱۵ چند برابر حجم مکعب مستطیلی به ابعاد $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{10}$ و $\sqrt{15}$ می باشد. ($\pi = 3$)

(۲۵) رقم یکان هر یک از عبارات تواندار زیر را محاسبه کنید.

1) 130^{251}

2) 991^{199}

3) 135^{351}

4) 466^{98}

5) 324^{121}

6) 919^{128}

7) 114^{88}

8) 122^{55}

9) 119^{111}

10) 203^{107}

11) $22^{55} \times 105^{17}$

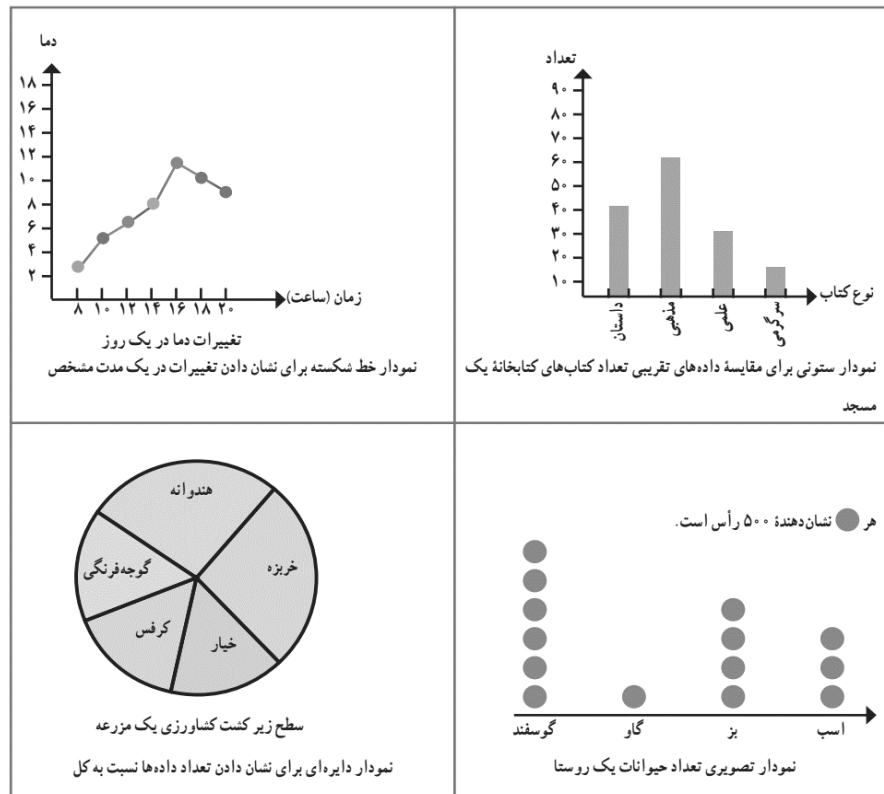
12) $704^{33} \times 99^{44}$

13) $46^{43} \times 87^{22}$

فصل هشتم: آمار و احتمال

دسته بندی داده ها

- یادآوری: نمودارها، تصاویری هستند که می توانند اطلاعات موجود را به سرعت در معرض دید قرار دهند می توان انواع و اقسام نمودارها را به طور خلاصه در چهار دسته جا داد: خطی، ستونی و دایره ای. نمودار تصویری (مصور)



گاهی تعداد داده ها و میزان پراکندگی آنها زیاد می باشد، بنابراین برای مطالعه آسانتر و بهتر آنها بهتر است داده ها را دسته بندی نمود. به فرض مثال برای بررسی قد دانش آموزان یک مدرسه دوره متوسطه تعداد داده ها بسیار زیاد و متنوع می باشد. بنابراین برای بررسی و رسم نمودار قد دانش آموزان بهتر است داده ها را دسته بندی کنیم.

- ✓ دامنه تغییرات: به فاصله بین بیشترین و کمترین داده دامنه تغییرات می گویند. (R)
به طور مثال در بررسی قد دانش آموزان مدرسه اگر قد بلندترین دانش آموز ۱۷۶ و کوتاهترین ۱۳۹ سانتی متر باشد، دامنه تغییرات $۱۷۶ - ۱۳۹ = ۳۷$ می باشد.
- ✓ حدود دسته: پس از بدست آوردن دامنه تغییرات، عدد حاصل را بر تعداد دسته مشخص شده در مساله (یا انتخابی توسط خود) تقسیم کرده بنابراین حدود دسته بدست می آید.
در بررسی قد دانش آموزان اگر دامنه تغییرات ۳۷ باشد و تعداد دسته های خواسته شده ۶ دسته باشد، آنگاه $۳۷ \div ۶ \approx ۶$. این بدین معناست که حدود هر دسته ۶ می باشد. یعنی دسته اول شکل است $۱۳۹ \leq x < ۱۴۵$. و به همین شکل دسته های بعدی نیز به فاصله ۶ جدا کرده و دسته بندی می کنیم تا به دسته آخر می رسیم که عدد ۱۷۶ را نیز شامل خواهد شد.
- ✓ فراوانی: تعداد داده موجود در هر دسته را فراوانی «دسته می گویند».
مثلا در بررسی قد دانش آموزان ممکن است ۱۷ دانش آموزان قدشان در محدوده دسته اول باشد، بنابراین فراوانی دسته اول ۱۷ می باشد.

۱) در زیر داده های جمع آوری شده درباره اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک شهر کوچک بر حسب سانتی متر مشخص شده است. دامنه تغییرات داده ها را بدست آورده و داده ها را در ۵ دسته تقسیم کنید. سپس جدول فراوانی داده ها رسم نمایید و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۴ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱
 ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰
 ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۵۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۵۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

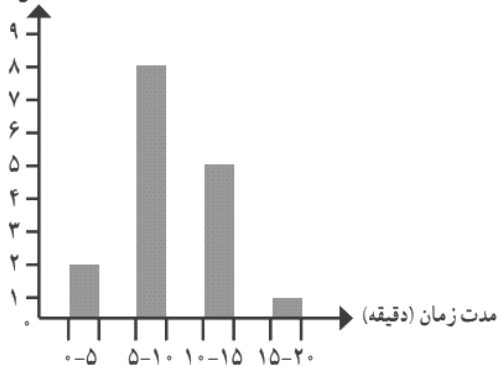
۲) میانگین دمای هوای یک منطقه در روزهای مختلف به صورت زیر گزارش شده است. دامنه تغییرات داده ها را محاسبه کرده و داده ها را در ۴ دسته تقسیم نمایید. جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

+۲	+۲	+۴	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	-۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳	+۴
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۴	+۶	+۷

۳) در یک کارگاه ۳۰ لامپ را به صورت تصادفی انتخاب کرده و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه گیری شده است که در جدول زیر قابل مشاهده است. با توجه به دامنه تغییرات داده ها را در ۵ دسته تقسیم بندی نمایید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم نمایید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

تعداد دانش آموزان



۴) نمودار مقابل مربوط به مدت زمان رسیدن دانش آموزان یک کلاس از مدرسه به منزل می باشد. با توجه به نمودار تعداد دانش آموزان کلاس را بدست آورد. حدود هر دسته چقدر است؟ چند دانش آموز ظرف ۱۰ دقیقه و کمتر به منزل می رسند؟

میانگین داده ها

برای بدست آوردن میانگین n داده باید آنها را جمع کرده و حاصلجمع را S بر تعداد n تقسیم کنیم.

$$\bar{x} = \frac{S}{n}$$

۵) نمرات دانش آموزی در ۵ درس به صورت زیر می باشد.

۱۵ ، ۱۸/۵ ، ۱۳/۵ ، ۱۶ ، ۱۷

میانگین نمرات این دانش آموز را محاسبه کنید.

۶) میانگین ۷ درس دانش آموزی $۱۶/۵$ می باشد. اگر نمره دو درس دیگر او ۱۸ و ۱۷ باشد. معدل جدید او را با احتساب نمره این دو درس بیابید.

۷) میانگین ۲۲ عدد $۳۲/۵$ و میانگین ۱۰ عدد $۲۱/۳$ می باشد. میانگین تمام اعداد را بدست آورید. فاصله میانگین جدید را از دو میانگین قبلی حساب کنید. به کدامیک نزدیکتر است؟ توضیح دهید.

- در مواقعی که تعداد داده ها زیاد باشد، از دسته بندی داده ها برای بررسی بهتر آنها استفاده می شود. در این حالت برای بدست آوردن میانگین داده ها، ابتدا مرکز هر دسته را بدست آورده و آن را در فراوانی آن دسته ضرب می کنیم. سپس مجموع حاصلضربهای مربوط به هر دسته را بدست آورده و بر کل فراوانی تقسیم می کنیم تا میانگین داده ها بدست آید.

$$\bar{x} = \frac{f_1\bar{x}_1 + f_2\bar{x}_2 + f_3\bar{x}_3 + \dots + f_n\bar{x}_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

۸) جدول فراوانی سوال ۱ را با دو ردیف اضافه (مرکز دسته و مرکز×فراوانی) رسم کرده و میانگین داده ها را بدست آورید.

۹) جدول فراوانی سوال ۳ را با دو ردیف اضافه (مرکز دسته و مرکز×فراوانی) رسم کرده و میانگین داده ها را بدست آورید.

۱۰) میانگین نمرات یک کلاس ۲۵ نفره ۱۷,۲ می باشد. پایین ترین نمره کلاس ۲,۵ و بالاترین ۲۰ می باشد. اگر پایین ترین نمره از کلاس حذف شود میانگین کلاس چه تغییری کرده و مقدار آن چند می شود. اگر بالا ترین نمره از کلاس حذف شود میانگین کلاس چه تغییری کرده و مقدار آن چند می شود. اگر یک نمره به تمام دانش آموزان کلاس اضافه شود، میانگین چه تغییری می کند.

۱۱) داده های زیر مربوط به ساعات مطالعه هفتگی دانش آموزان کنکوری در منزل در یک دبیرستان نمونه دولتی می باشد. داده ها را به ۶ دسته تقسیم کرده و جدول فراوانی آن را رسم کنید. ($n=60$)
میانگین ساعات مطالعه دانش آموزان این دبیرستان را بدست آورید.

۵۴ . ۴۲ . ۳۹ . ۵۴ . ۵۸ . ۴۴ . ۵۸ . ۶۰ . ۵۴ . ۴۹ . ۴۱ . ۳۷ . ۴۶ . ۳۸ . ۲۹ . ۲۸ . ۳۲ . ۴۳ . ۳۶ . ۴۲
۴۴ . ۵۸ . ۵۵ . ۵۷ . ۴۰ . ۵۱ . ۵۵ . ۶۲ . ۴۸ . ۳۹ . ۳۶ . ۴۲ . ۴۸ . ۶۰ . ۶۲ . ۵۸ . ۳۳ . ۳۸ . ۴۳ . ۵۵
۴۹ . ۵۸ . ۳۶ . ۴۹ . ۴۳ . ۴۱ . ۳۹ . ۶۱ . ۵۶ . ۵۲ . ۴۴ . ۴۱ . ۳۸ . ۵۱ . ۵۸ . ۴۴ . ۴۵ . ۴۶ . ۳۷ . ۳۸

۱۲) میانگین قد دانش آموزان یک مدرسه ۱۲۲ نفره ۱۵۹ سانتی متر است. میانگین قد دانش آموزان کلاس اول که تعداد آنها ۲۲ نفر می باشد، ۱۴۱ سانتی متر است. اگر این کلاس را از آمار خارج کنیم، میانگین قد دانش آموزان را بدست آورید.

۱۳) میانگین اعداد ۱ تا ۲۱ را بدست آورید.
اگر اعداد زوج را از این اعداد حذف کنیم، میانگین چه تغییری خواهد کرد.

احتمال یا اندازه گیری شانس

احتمال روی دادن رخدادی برابر با نسبت تعداد حالات مطلوب به کل حالات می باشد. احتمال را با p نمایش داده و همیشه بین صفر و یک می باشد.

$$p = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{کل حالتها}} \quad . \quad 0 < p < 1$$

۱۴) داخل کیسه ای ۱۰ مهره سفید، ۵ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و ۳ مهره زرد وجود دارد. از داخل کیسه مهره ای بر می داریم. با

چه احتمالی این مهره سبز می باشد؟

چند درصد احتمال دارد این مهره آبی باشد؟

احتمال آمدن مهره سبز یا زرد بیشتر است یا مهره قرمز؟

رویدادی بگویید که احتمال وقوع آن ۱ یا حتمی باشد؟

۱۵) اعداد ۲۱ تا ۳۳ را روی برگه هایی نوشته و داخل کیسه ای می ریزیم. برگه ای را به طور تصادفی از داخل کیسه بیرون می آوریم.

احتمال اینکه این عدد مرکب باشد بیشتر است یا زوج باشد؟

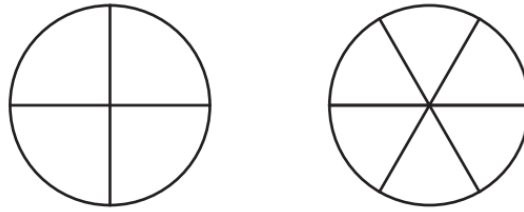
۱۶) در انتخاب عددی بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ رویدادی بنویسید که احتمال وقوع آن ۱ باشد؟ رویدادی مثال بزنید که احتمال وقوع آن صفر

باشد؟

۱۷) از یک کیسه حاوی ۱۲۰ مهره، احتمال خارج شدن مهره سفید ۱۵ درصد می باشد. تعداد مهره های سفید داخل کیسه چه تعداد

است؟

۱۸) هر یک از دایره ها را به شکلی رنگ کنید که احتمال قرار گرفتن چرخنده روی قسمت رنگی $\frac{1}{3}$ باشد.



۱۹) داخل کیسه ای تعدادی مهره سیاه و سفید قرار دارد و احتمال خارج شدن مهره سیاه از کیسه $\frac{2}{7}$ می باشد.

احتمال خارج شدن مهره سفید از کیسه چقدر است؟

اگر تعداد مهره های داخل کیسه ۳۵ عدد باشد، تعداد مهره های سفید و سیاه را بدست آورید.

اگر ۴۹۰ مرتبه مهره ای را از کیسه خارج کرده و مجدداً به کیسه بازگردانیم، انتظار داریم چند مرتبه مهره سیاه خارج شود؟

۲۰) ۴۵ مهره که از شماره ۵۰ تا ۹۵ روی آنها حک شده است، را داخل کیسه ای می اندازیم. به تصادف یک مهره را از داخل کیسه

بیرون می کشیم. با چه احتمالی عدد روی مضرب ۵ است.

با چه احتمال عدد روی مهره عدد اول می باشد.

۲۱) با رقم های ۷، ۸ و ۲ یک عدد سه رقمی (بدون تکرار ارقام) می سازیم. با چه احتمالی این عدد فرد است.

۲۲) تاس و سکه ای را همزمان پرتاب می کنیم. احتمال اینکه تاس عددی فرد و سکه رو آید چند است؟

احتمال اینکه سکه پشت و تاس عدد اول آید چقدر است؟

اگر پرتاب سکه و تاس را ۷۲ مرتبه تکرار کنیم، انتظار داریم چند مرتبه سکه رو و تاس عدد ۱ یا دو را نشان دهد؟

بررسی حالت های ممکن

در پرتاب سکه و تاس به طور همزمان تعداد حالت های ممکن به شکل زیر بدست می آید.

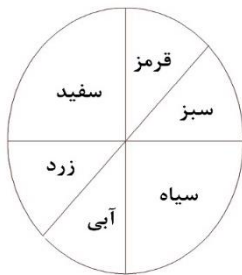
حالت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
سکه	رو	رو	رو	رو	رو	رو	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت	پشت
تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱	۲	۳	۴	۵	۶

در مثال بالا می توانستیم از راه دیگری نیز استفاده کنیم که به اصل ضرب معروف می باشد.

اصل ضرب: اگر انجام کاری شامل دو مرحله بود، مرحله اول به n راه (حالت) و مرحله دوم m راه (حالت) داشته باشد، برای انجام کار فوق $m \times n$ راه (حالت) وجود دارد. (قابل ذکر است که اصل ضرب تنها در برخی مسائل کاربرد دارد و در عموم مسائل باید تمام حالات را نوشت) (مثلا در پرتاب سکه و تاس به طور همزمان، حالات سکه ۲ و حالات تاس ۶ می باشد، بنابراین اگر هر دو همزمان پرتاب شوند 2×6 یعنی ۱۲ حالت وجود دارد).

(۲۳) سه سکه مختلف را همزمان پرتاب می کنیم. تعداد حالات ممکن را بنویسید.

(۲۴) در کارخانه ای دو نوع دوچرخه کوهستان و جاده و در دو شماره ۲۴ و ۲۶ تولید می شود که هر یک در سه رنگ زرد، آبی و قرمز می باشد. در این کارخانه چند نوع دوچرخه با رنگ و شماره خاص تولید می شود.



(۲۵) روی چرخنده روبرو که شامل شش رنگ مختلف است تاسی را پرتاب می کنیم. تعداد حالات ممکن قرارگیری تاس روی چرخنده را بنویسید.
به چه احتمالی تاس شماره ای مربع را روی رنگ سیاه نشان می دهد.

(۲۶) قفلی داریم که رمز آن سه رقمی است. حالات ممکن برای رمز این قفل چند است. احتمال اینکه با یک بار حدس زدن رمز را بیابیم چند است؟

حال اگر یکی از رقم ها و جای آن را بدانیم احتمال حدس رمز با مرتبه اول چقدر است؟
اگر یکی از ارقام را بدانیم اما جای آن را ندانیم، احتمال حدس رمز چقدر است؟

✓ تمرین فصل هشتم

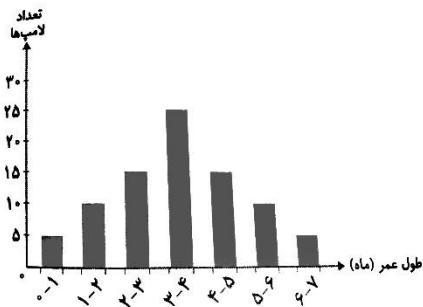
- (۱) جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.
- (a) تعداد داده های هر دسته را _____ آن دسته می گویند.
- (b) میانگین تعدادی داده عددی از تقسیم _____ بر تعداد بدست می آید.
- (c) احتمال آمدی عدد مضرب ۲ _____ احتمال آمدین عدد اول در پرتاب تاس می باشد.
- (d) اگر به جای تک تک داده ها میانگین را قرار دهیم و مجموع را بدست آوریم، مجموع تغییر _____.
- (e) اگر تمام داده ها را ۴ برابر کنیم، میانگین _____ می شود.
- (f) در پرتاب دو تاس متفاوت به طور همزمان، تعداد حالات ممکن برابر است با _____.
- (g) احتمال همواره عددی بین _____ و _____ می باشد.
- (h) مجموع احتمال روی دادن و روی ندادن یک اتفاق برابر است با _____.
- (۲) گزینه مناسب را انتخاب نمایید.
- (a) میانگین نمرات علی در ۳ درس برابر ۱۷ و در ۴ درس دیگر ۱۸٫۵ می باشد. میانگین کل نمرات علی تقریباً چند است؟
الف) ۱۸٫۲ (ب) ۱۷٫۵ (ج) ۱۸٫۸ (د) ۱۷٫۸
- (b) فاصله مرکز (میانگین) سه دسته متوالی برابر ۱۶ می باشد. طول دسته برابر است:
الف) ۵٫۳ (ب) ۸ (ج) ۵ (د) ۸٫۳
- (c) نمودار خط شکسته برای بیان کدام یک از موارد زیر بهتر است؟
الف) مقایسه تعداد داده ها (ب) نمایش تغییرات در یک مدت مشخص
ج) مقایسه داده های تقریبی (د) نمایش تعداد داده ها نسبت به کل
- (d) چند عدد سه رقمی با رقم های ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟
الف) ۵۳ (ب) ۳۵ (ج) ۱۲۰ (د) ۶۰
- (e) در پرتاب همزمان دو تاس با هم احتمال اینکه هر دو فرد بیاید چقدر است؟
الف) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{6}$ (د) $\frac{1}{12}$
- (f) برای سفر از تهران به سمنان ۴ مسیر و از سمنان به مشهد ۳ مسیر وجود دارد. برای رفتن از تهران به مشهد چند حالت وجود دارد؟
الف) ۷ (ب) ۴۳ (ج) ۱۲ (د) ۳۴
- (g) در پرتاب همزمان سه سکه با هم، احتمال اینکه حداقل یکی رو بیاید چقدر است؟
الف) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{5}{6}$ (ج) $\frac{1}{8}$ (د) $\frac{7}{8}$
- (h) ۵ دانش آموز را به چند حالت می توان در یک صف قرار داد؟
الف) ۵ (ب) ۲۰ (ج) ۶۰ (د) ۱۲۰

۳) ۳۶ نفر در آزمونی که شامل ۶۰ سوال بوده شرکت کرده اند. نتایج آزمون (تعداد پاسخ های صحیح) به شرح زیر می باشد.

۴۳ ۵۲ ۵۰ ۲۹ ۳۰ ۴۱ ۳۷ ۵۹ ۵۲ ۴۹ ۳۸ ۵۲ ۵۵ ۳۵ ۴۷
 ۴۱ ۵۲ ۴۹ ۴۲ ۳۷ ۳۳ ۵۸ ۵۶ ۴۴ ۴۲ ۵۱ ۴۹ ۴۴ ۳۹ ۳۳
 ۴۱ ۴۹ ۳۶ ۴۷ ۴۲ ۵۹

دامنه تغییرات داده ها را بدست آورید و داده ها را در ۵ دسته تقسیم بندی کنید.

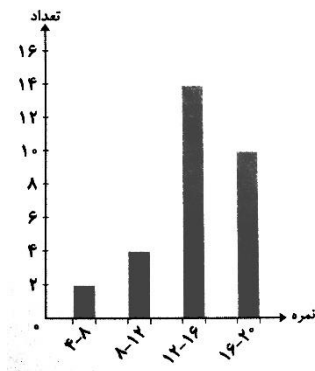
جدول فراوانی را رسم کرده و میانگین داده ها را بدست آورید.



۴) نمودار روبرو مربوط به طول عمر تعدادی لامپ در کارخانه تولید لامپ می باشد.

تعداد کل لامپ ها را بدست آورید.

جدول فراوانی را رسم کرده و میانگین طول عمر لامپ ها را بدست آورید.



۵) نمودار روبرو مربوط به نمرات یک کلاس در درس فیزیک می باشد.

جدول فراوانی نمودار را رسم کرده و میانگین نمرات کلاس را بدست آورید.

۶) جدول فراوانی زیر را کامل کنید و میانگین داده ها را بدست آورید.

مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته
		۱۳	$7 \leq x < 11$
		۷	$11 \leq x < 15$
		۹	$15 \leq x < 19$
		۱۵	$19 \leq x \leq 23$
			مجموع

۷) جدول فراوانی زیر را کامل کرده و میانگین داده ها را محاسبه نمایید.

مرکز دسته × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	حدود دسته
	۱۰	۱۳	$0 \leq x < 20$
۵۷۰			$20 \leq x < 40$
		۹	$40 \leq x < 60$
۱۴۷۰	۷۰		$60 \leq x \leq 80$
			مجموع

۸) اعداد زیر نمرات یک کلاس در درس ادبیات می باشد.

۱۱,۵ ۱۲ ۱۹,۵ ۱۸,۵ ۱۶,۵ ۱۵ ۱۸,۵ ۱۲,۵ ۱۷ ۱۵,۵ ۱۹ ۱۵ ۱۳
۱۸ ۱۸ ۱۷ ۱۶,۵ ۱۵,۵ ۱۳,۵ ۱۲

دامنه تغییرات نمرات کلاس را بدست آورید.

اگر حدود دسته ۲ باشد، چند دسته می توان ایجاد نمود؟

میانگین نمرات ردیف اول و دوم را جداگانه بدست آورید.

میانگین کل نمرات را بدست آورید.

۹) ۴۲ نفر از دانش آموزان یک مدرسه در یک آزمون شرکت کردند و مجموع نمرات آنها ۶۹۳ می باشد. میانگین نمرات آنها را بیابید.

۱۰) در کیسه ای مهره هایی که روی آن اعداد ۱۱ تا ۳۳ حک شده است قرار دارد. اگر به تصادف مهره ای را از کیسه خارج کنیم:
 احتمال اینکه این عدد فرد باشد بیشتر است یا زوج؟
 احتمال اینکه این عدد اول و زوج باشد چقدر است؟
 احتمال اینکه این عدد یک عدد مربع و فرد باشد چقدر است؟

۱۱) یک سکه و دو تاس را همزمان پرتاب می کنیم. تعداد حالات ممکن را بدست آورید.
 احتمال اینکه سکه پشت و تاسها عددی یکسان را نشان دهند، بیابید.
 احتمال اینکه سکه رو و حداقل یکی از تاس ها عدد فرد را نشان دهد، بیابید.

۱۲) با رقم های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد دو رقمی می توان ساخت؟
 چند تا از آنها زوج می باشند؟
 احتمال اینکه عدد ایجاد شده بر ۵ بخشپذیر باشد چند است؟

۱۳) اعداد زیر مربوط به دمای هوای یک شهر در چندین روز از فصل زمستان می باشد.
 ۵ -۱ ۷ -۲ ۹ -۷ ۱۲ ۵ ۸ ۹ -۲ ۱۰ ۰ ۵
 ۱۱ ۹ ۱ ۳ -۳ ۵ ۱۷ ۸ ۷ ۱۳ -۵ ۶ ۱۰ -۶ ۳
 دامنه تغییر دما را بدست آورده و داده ها را در ۴ دسته تقسیم بندی کنید.
 جدول فراوانی داده ها را رسم کرده و میانگین دمای شهر را در فصل زمستان بدست آورید.

۱۴) میانگین دمای هوا در مهرماه در شهر تهران ۲۵ درجه و در ۳ ماه بعد ۱۳ درجه و در بهمن و اسفند (۳۰ روزه) ۲۲ درجه می باشد.
 میانگین دمای هوای تهران در ۶ ماهه دوم سال چند است؟

۱۵) مجموع نمرات یک کلاس در درس ریاضی ۷۳۵ و میانگین نمرات ۱۷,۵ می باشد. تعداد دانش آموزان کلاس را بدست آورید.

۱۶) میانگین نمرات دانش آموزی در ۴ درس ۱۶,۵ می باشد. اگر نمرات دو درس او ۱۵ و ۱۹ بوده و نمرات دو درس دیگر یکسان باشد، آن دو نمره یکسان را بیابید.

۱۷) میانگین داده های ۵ ۶ ۷ ۷ b برابر با ۵ است. میانگین اعداد ۵ ۶ ۴ ۱۰ $(3b+15)$ را بدست آورید.

۱۸) میانگین طول عمر لامپ های یک کارخانه در یک نمونه ۱۰۰۰ تایی، ۴۲۵,۵ روز شده است. دو تا از لامپ های این نمونه ۵۰ و ۶۰ روز عمر کرده اند در حالی که بقیه بالای ۳۵۰ عمر داشتند. اگر این دو لامپ را از آمار حذف کنیم میانگین چه تغییری می کند. بدست آورید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷

۱۹) می خواهیم یک تیر به جدول زیر شلیک کنیم. هر یک از احتمال های خواسته شده را محاسبه کنید.

- احتمال اینکه تیر به خانه های سیاه در لبه جدول نخورد؟
 احتمال اینکه تیر به عدد اولی بخورد که در خانه سفید باشد؟
 احتمال اینکه تیر به خانه ای که مضرب ۳ یا ۵ باشد بخورد؟

۲۰) در پرتاب همزمان دو تاس احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده کمتر از ۸ باشد را بدست آورید.

۲۱) در کیسه ای ۲۰ درصد مهره ها سفید، $\frac{1}{4}$ سیاه و مابقی زرد می باشد. اگر کل مهره ها ۴۰ عدد باشد. تعداد هر یک از مهره ها را بیابید.

اگر مهره ای را به تصادف از کیسه خارج کنیم به چه احتمالی این مهره زرد است.

۲۲) در پرتاب دو تاس همزمان احتمال آنکه اعداد رو شده یکسان یا مجموع بیشتر از ۱۱ باشد چقدر است؟

۲۳) چند عدد سه رقمی می توان با ارقام ۲، ۳، ۰، ۵، ۷، ۹ ساخت؟ (تکرار مجاز است)

با چه احتمالی عدد ایجاد شده زوج است؟

با چه احتمالی این عدد بر سه بخشپذیر است؟



۲۴) تیری را به سیبل مقابل پرتاب می کنیم. (شعاع دایره مرکز ۱ و فواصل بین کمان هر

دایره با دایره بعدی نیز ۴ می باشد. $\pi = 3$)

با چه احتمالی تیر به مرکز دایره برخورد می کند.

با چه احتمالی امتیاز ۵ یا بیشتر از ۵ خواهد شد.

۲۵) در مساله قبل سیبل را به صورت افقی روی زمین گذاشته و تاسی را روی آن پرتاب می کنیم.

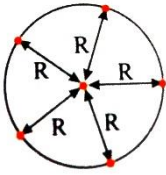
با چه احتمالی عدد زوج تاس روی عدد زوج سیبل قرار می گیرد.

با چه احتمالی جمع عدد تاس و امتیاز سیبل بیش از ۱۴ می باشد.

فصل نهم: دایره

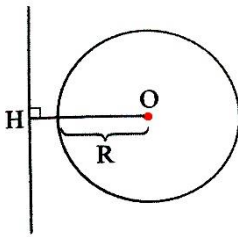
✓ خط و دایره

دایره: مجموعه نقاطی که فاصله آنها از مرکز (O) به یک مقدار ثابت (r) باشد

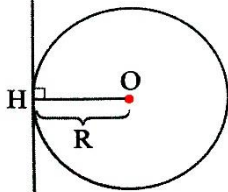


موقعیت خط و دایره نسبت به هم:

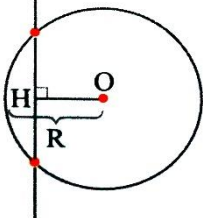
الف. فاصله مرکز دایره از خط بیشتر از شعاع دایره باشد. در این حالت خط بیرون دایره می باشد و هیچ گونه نقطه مشترکی ندارند. ($OH > R$)



ب. فاصله مرکز دایره از خط برابر شعاع دایره می باشد. در این حالت خط در یک نقطه بر دایره مماس می باشد. ($OH = R$)

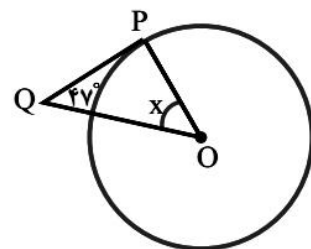
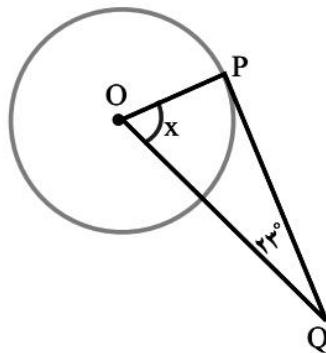
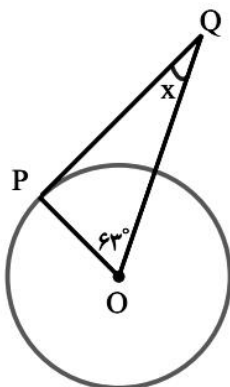


ج. فاصله مرکز دایره از خط کمتر از شعاع دایره باشد. در واقع خط دایره را در دو نقطه قطع می کند (دو نقطه مشترک دارند) ($OH < R$)



- در حالتی که خط و دایره یک نقطه مشترک داشته باشند (حالت ب) می گوئیم خط بر دایره مماس است.
- شعاع (قطر) دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.
- از هر نقطه بیرون دایره می توان دو نقطه بر دایره مماس کرد.

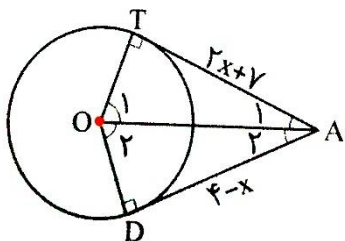
(۱) در هر شکل PQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه خواسته شده را بدست آورید.



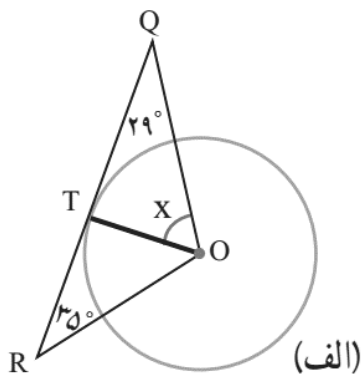
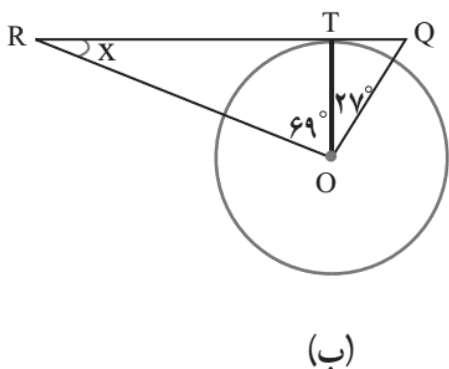
(۲) فاصله یک خط از مرکز دایره ۸ سانتی متر است. اگر قطر دایره ۱۲ سانتی متر باشد، وضعیت خط و دایره نسبت به هم چگونه است؟

(۳) ثابت کنید طول دو مماسی که از نقطه ای خارج دایره رسم می شود، برابر اند.

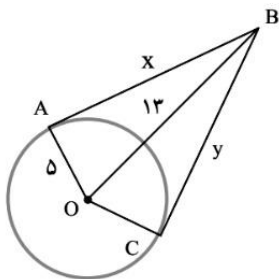
(۴) در شکل زیر AD و AT دو مماس بر دایره هستند. ابتدا ثابت کنید $\overline{AD} = \overline{AT}$. مقدار x را بیابید.



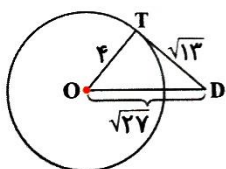
(۵) در هر شکل RQ بر دایره مماس است، اندازه زاویه مجهول را بدست آورید.



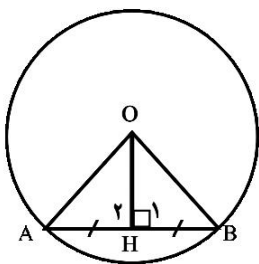
(۶) در شکل زیر از نقطه B دو مماس بر دایره به مرکز O و شعاع ۵ رسم می کنیم. با توجه به شکل طول مماسها را بیابید.



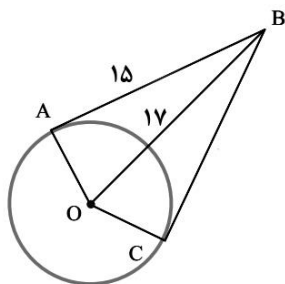
(۷) در شکل مقابل با توجه به اطلاعات، آیا DT بر دایره عمود است؟



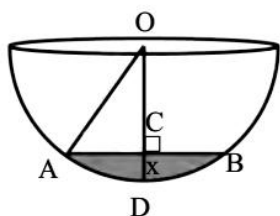
- خطی که از مرکز دایره می‌گذرد و بر وتر عمود است، آن را نصف می‌کند. همچنین می‌توان گفت. اگر خطی که از مرکز دایره عبور می‌کند و وتر را نصف کند، بر آن عمود است.



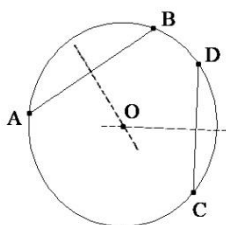
- ۸) در شکل مقابل AB و AC بر دایره عمود است. محیط و مساحت چهارضلعی $ABCO$ را بیابید.



- ۹) در کاسه کروی روبرو مقداری آب ریخته ایم. اگر $\overline{AO} = 10$ و $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{OD} = 16$ باشد. عمق آب (X) را بیابید.

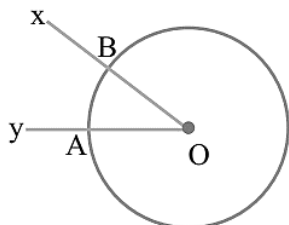


- برای یافتن مرکز دایره، عمود منصف دو وتر (غیر موازی) را رسم می‌کنیم، محل تقاطع این دو عمود منصف مرکز دایره می‌باشد.



✓ زاویه های مرکزی

- کمان: قسمتی از محیط دایره که بین دو نقطه باشد را کمان می‌گویند. طول کمان را هم به صورت درجه بیان می‌کنند و هم به صورت طول. اگر به صورت درجه باشد کل کمان دور دایره ۳۶۰ درجه است. و اگر به صورت طولی بیان شود کل کمان دور دایره برابر محیط دایره ($2\pi r$) می‌باشد. (به طور مثال در شکل بالا می‌توان به کمانهای AB ، BD ، DC و AC اشاره نمود).
- زاویه مرکزی: هرگاه راس یک زاویه روی مرکز دایره باشد و دو ضلع آن شعاع های دایره باشند (یا دایره را قطع کنند) به آن زاویه مرکزی گویند. (در شکل مقابل xOy زاویه مرکزی و AB کمان روبرو به این زاویه است).

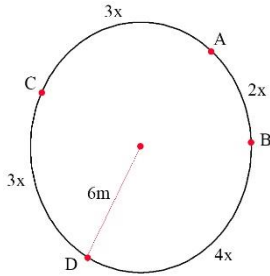


اندازه زاویه مرکزی برابر اندازه کمان روبروی آن (بر حسب درجه) می‌باشد.

با توجه به نکته بالا در شکل فوق اگر اندازه زاویه xOy ۴۰ درجه باشد. اندازه کمان AB نیز ۴۰ درجه است.

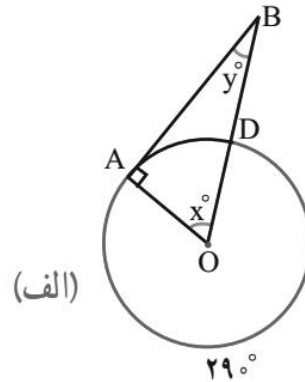
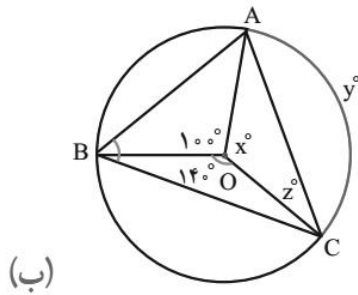
- همانطور که بیان شد بین طول کمان و اندازه آن به درجه رابطه وجود دارد. برای تبدیل این دو اندازه به هم می توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\frac{\text{طول کمان } AB}{\text{اندازه کمان } AB} = \frac{\text{محیط دایره}}{360^\circ}$$

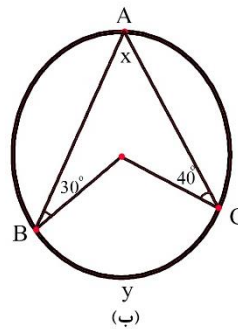
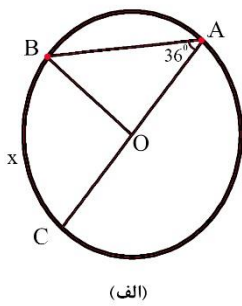


- (۱۰) با توجه به شکل روبرو مقدار x را بر حسب متر و درجه بدست آورید. $(\pi = 3)$

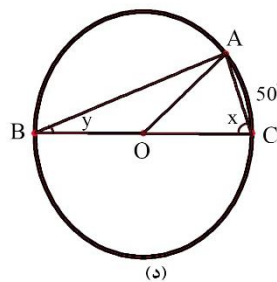
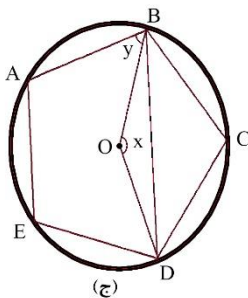
- (۱۱) اندازه کمان و زاویه های مجهول را بیابید.



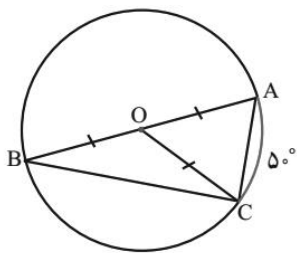
- (۱۲) در شکل های زیر مقادیر خواسته شده را بیابید.



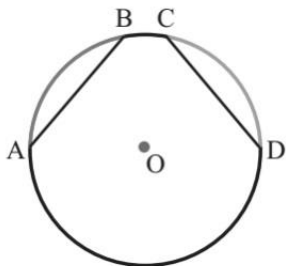
پنج ضلعی منتظم ABCDE



۱۳) در شکل زیر AB قطر دایره است. زاویه B چند درجه است؟

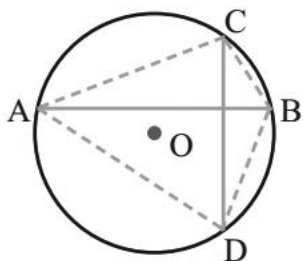


• در یک دایره کمان روبرو به دو قطر برابر، هم اندازه می باشند و بالعکس.



$$\overline{AB} = \overline{CD} \Leftrightarrow AB = CD$$

۱۴) در شکل روبرو وترهای AB و CD برهم عمودند. آیا کمانهای AC ، CB ، BD و DA با هم مساوی اند؟

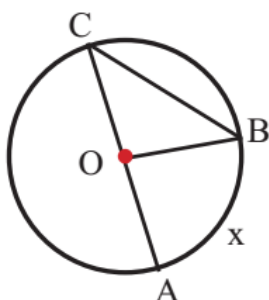


اگر پاره خط AB از مرکز دایره عبور کند، کدام کمانها برابر خواهند بود؟

۱۵) کمان AB ، x درجه می باشد.

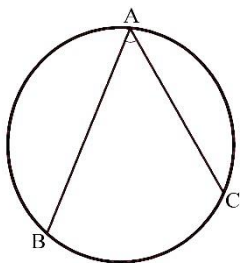
اندازه زاویه AOB را بر حسب x بدست آورید.

اندازه زاویه ACB را بر حسب x بدست آورید.



✓ زاویه های محاطی

هرگاه راس زاویه روی محیط دایره باشد و ضلع های آن دو وتر از دایره باشند، به آن، زاویه محاطی می گوئیم.

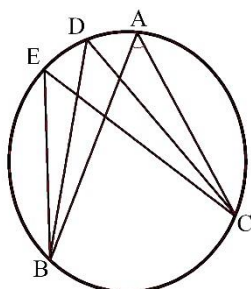


$$AOB = \frac{BC}{2}$$

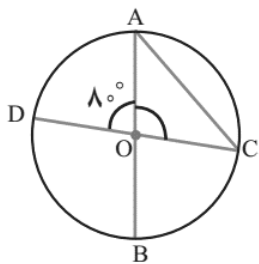
اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبروی آن (بر حسب درجه) می باشد.

• تمام زاویه های محاطی که روبروی یک کمان قرار دارند با هم برابرند.

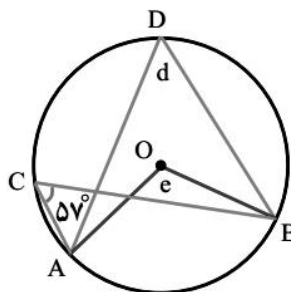
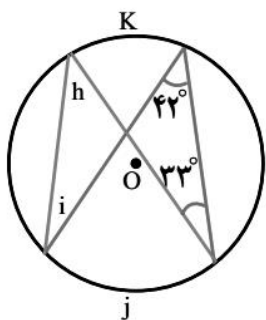
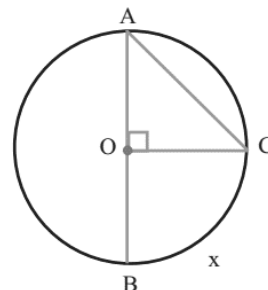
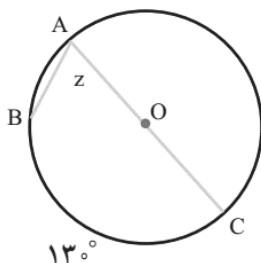
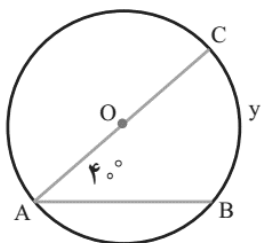
$$BEC = BAC = BDC$$



۱۶) اندازه زاویه محاطی C را بدست آورید.



۱۷) اندازه زاویه و کمان های خواسته شده را بدست آورید.



۱۸) در شکل مقابل، دایره را به هشت قسمت مساوی تقسیم کرده ایم.

شکل چند خط تقارن دارد؟

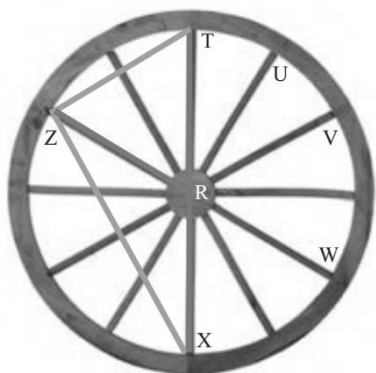
اندازه دو زاویه مشخص شده روی شکل را بدست آورید.



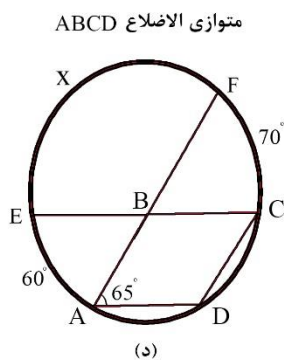
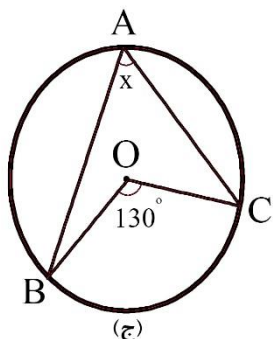
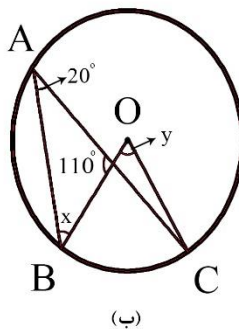
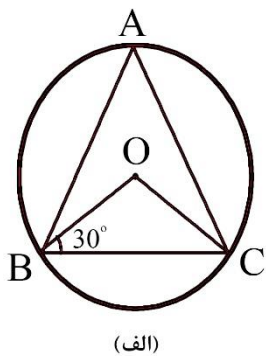
۱۹) در شکل زیر، پره ها دوازده کمان مساوی روی محیط چرخ ایجاد کرده اند. شعاع

چرخ ۳۰ سانتی متر است.

طول اضلاع مثلث ZTX را بدست آورید.

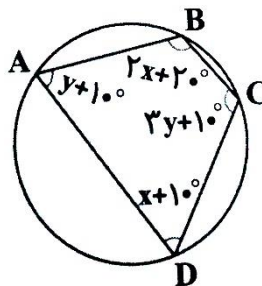
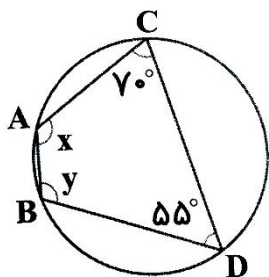


۲۰) در شکل های زیر اندازه زاویه ها و کمان های خواسته شده را بدست آورید.

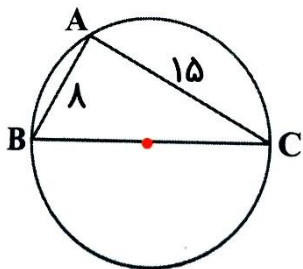


• اگر همه راس های یک چهارضلعی روی دایره قرار داشته باشند، آن گاه زاویه های روبروی آن مکمل هستند.

۲۱) مقدار x و y را در شکل های زیر بیابید.



۲۲) در شکل مقابل محیط و مساحت دایره را بدست آورید.

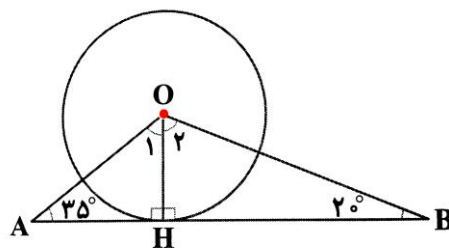
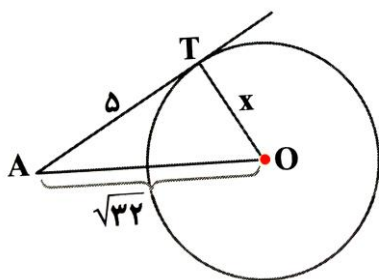


✓ تمرین فصل نهم

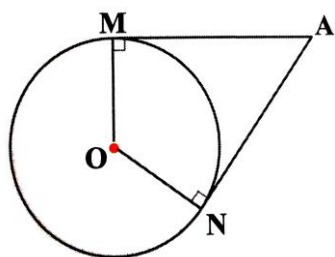
- (۱) جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.
- (a) اگر یک خط دایره را قطع نکند، فاصله مرکز دایره از خط _____ از شعاع دایره است.
- (b) شعاع دایره در نقطه تماس، بر خط مماس _____ است.
- (c) عمودمنصف های دو وتر غیر موازی از یک دایره در _____ دایره یکدیگر را قطع می کنند.
- (d) شعاعی که بر وتر دایره عمود شود آن را _____ می کند.
- (e) در دایره هرچه وتر به مرکز دایره نزدیکتر باشد، اندازه اش _____ می شود.
- (f) اگر محیط دایره را به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم کنیم، اندازه زاویه محاطی روبرو به هر کمان _____ درجه است.
- (g) اگر خطی دایره ای را در یک نقطه قطع کند، می گوییم خط بر دایره _____ است.
- (h) اندازه زاویه مرکزی روبرو به یک کمان _____ برابر اندازه زاویه محاطی روبرو به همان کمان است.

- (۲) در دایره ای به قطر ۶ سانتی متر فاصله خط d از مرکز دایره ۳ سانتی متر است. وضعیت خط و دایره را مشخص کنید. اگر فاصله خط و دایره ۲ سانتیمتر باشد، خط و دایره چند نقطه مشترک دارند؟

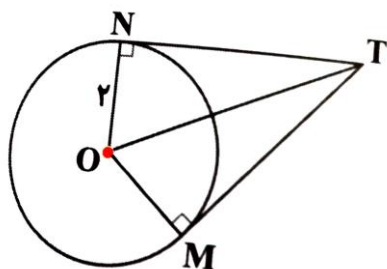
- (۳) در شکلهای زیر اندازه ضلع و زاویه های مجهول را بیابید.



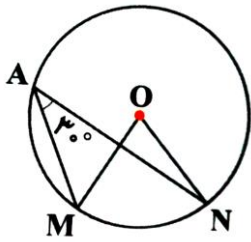
- (۴) از نقطه A دو مماس بر دایره رسم می کنیم. ثابت کنید $\overline{AM} = \overline{AN}$.



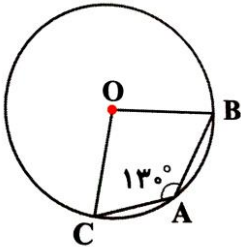
- (۵) در شکل مقابل $\overline{OT} = \sqrt{26}$ است. محیط چهارضلعی OMTN را محاسبه کنید.



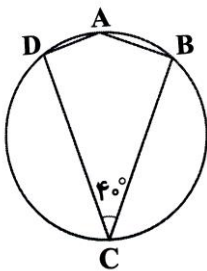
۶) در شکل مقابل اندازه زاویه MON را بدست آورید.



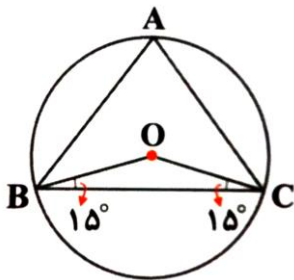
۷) در شکل مقابل O مرکز دایره می باشد. اندازه زاویه COB را بدست آورید.



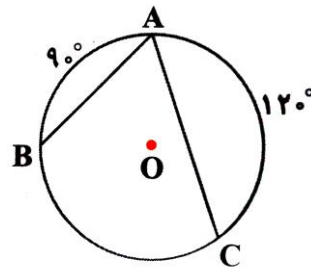
۸) در شکل روبرو اندازه زاویه DAB را بدست آورید.



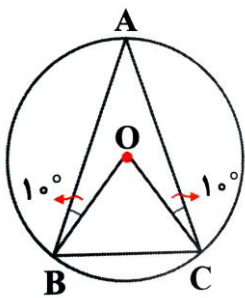
۹) در شکلهای زیر اندازه زاویه BAC را بدست آورید.



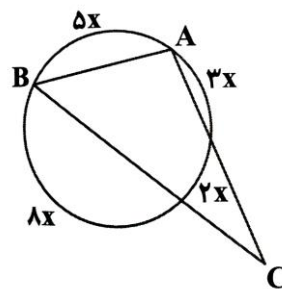
(ب)



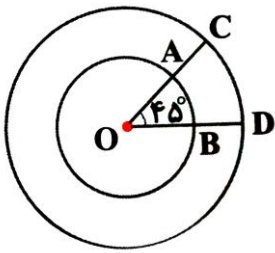
(الف)



(د)

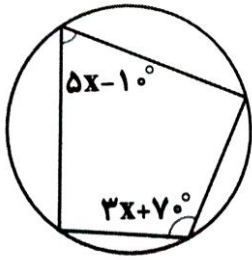


(ج)

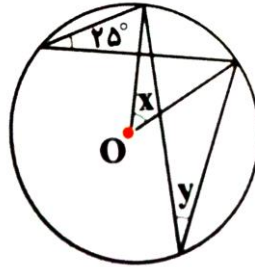


۱۰) در شکل مقابل شعاع دایره کوچک ۴ و شعاع دایره بزرگ ۸ می باشد. طول کمان AB و CD را بدست آورید.

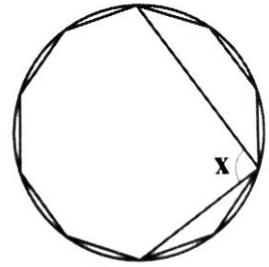
۱۱) در شکل‌های زیر مقادیر مجهول را بیابید.



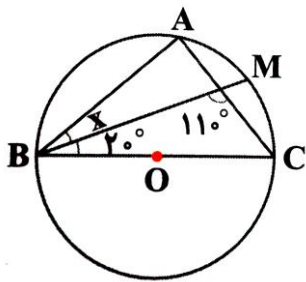
(ا)



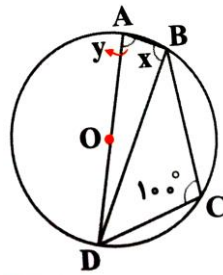
(ب)



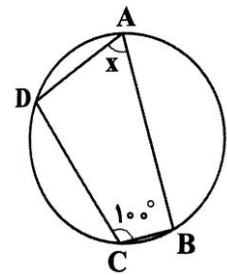
(الف)



(د)

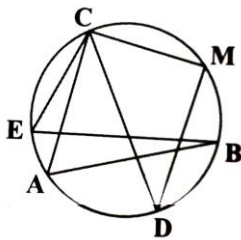


(ه)

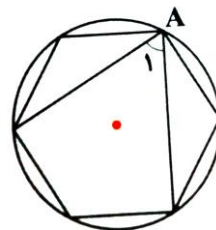
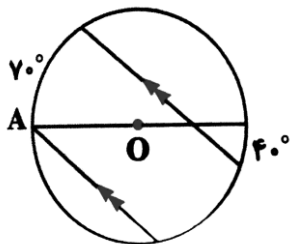


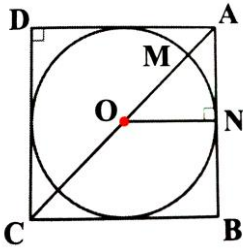
(د)

۱۲) در شکل مقابل زاویه های برابر با CAB را بنویسید.

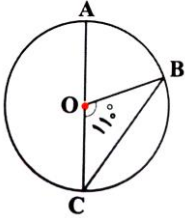


۱۳) در شکل‌های زیر اندازه زاویه A را بیابید.



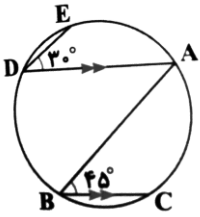


۱۴) در شکل روبرو O مرکز دایره و اندازه قطر مربع $ABCD$ ، $\sqrt{162}$ سانتی متر است. زاویه AON چند درجه است؟ اندازه قطردایره چند سانتی متر است؟

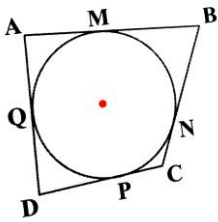


۱۵) در شکل روبرو اندازه کمان AB چند درجه است؟

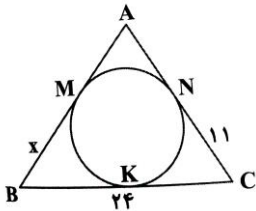
۱۶) در شکل مقابل ۲ برابر کمان BC با ۳ برابر کمان DE برابر است. اندازه کمان BC را محاسبه کنید.



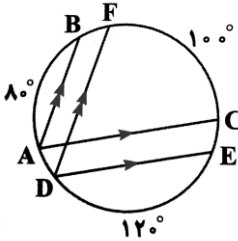
۱۷) در شکل زیر طول پاره خطهای برابر را بنویسید.



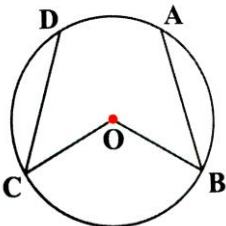
۱۸) با توجه به نتیجه سوال قبل مقدار x را در شکل مقابل بدست آورید.



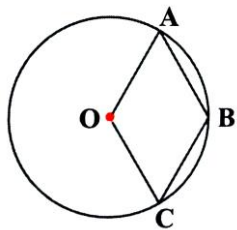
۱۹) در شکل مقابل اندازه زاویه DEF را بیابید.



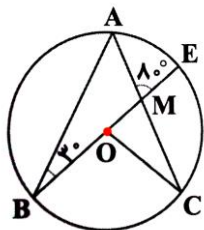
۲۰) در شکل زیر وترهای AB و CD برابر بوده و $AD = 30^\circ$ و $BC = 150^\circ$ می باشند. زاویه B چند درجه است؟



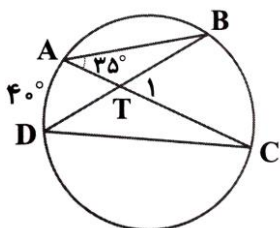
۲۱) در دایره مقابل لوزی $ABCO$ طوری داخل دایره قرار گرفته است که یکی از راسها روی مرکز دایره و سه راس دیگر بر روی محیط دایره قرار گرفته اند. اندازه کمان AB چند درجه است؟



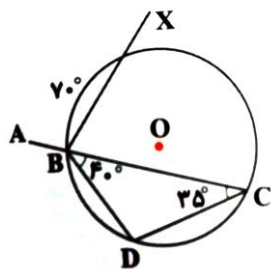
۲۲) در شکل مقابل اندازه کمان EC چند درجه است؟



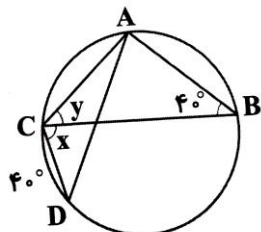
۲۳) در شکل مقابل اندازه کمان BC چند درجه است؟



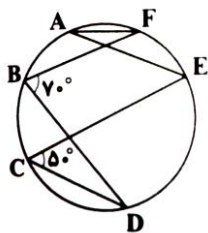
۲۴) در شکل مقابل اندازه زاویه XBC چند درجه است؟



۲۵) در شکل روبرو مجموع زوایای X و Y چند درجه است؟



۲۶) در شکل روبرو اندازه زاویه A را بدست آورید.



۲۷) در شکل زیر AM و AN برابر می باشند. اندازه مجموع دو زاویه x و y را بدست آورید.

