سرشاخ شدن با کنکور

- خلاصه مطالب دروس
- جزوات برترین اساتید
- ارایه نکات کنکوری
- مشاوره کنکور
- اخبار کنکوری ها

«همه و همه در سرشاخ شدن با کنکور»

www.konkoori.blog.ir

جزوه ریاضی ۳

سوم تجربی

فصل دوم (تابع)

نویسنده: عبدالکریم قزل

بازه ها

اگر a و b دو عدد حقیقی و a<b باشد داریم :

بازه ی باز دو عدد a و b : $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|\ a<x<b\}$

بازه ی بسته دو عدد a و b : $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|\ a\leq x\leq b\}$

بازه ی نیم بازاز چپ : $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|\ a<x\leq b\}$

بازه ی نیم باز از راست : $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|\ a\leq x<b\}$

بازه ی نیم باز a و $+\infty$: $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|\ x\geq a\}$

بازه ی باز a و $+\infty$: $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|\ x>a\}$

بازه ی نیم باز $-\infty$ و a : $(-\infty,a]=\{x\in\mathbb{R}|\ x\leq a\}$

بازه ی باز $-\infty$ و a : $(-\infty,a)=\{x\in\mathbb{R}|\ x<a\}$

نمایش هندسی بازه ها :

اگر نقاط a و b را روی محور اختیار کنیم هر یک از بازه های تعریف شده ی بالا را می توان به وسیله یک پاره خط یا یک نیم خط ، باز یا بسته ، از محور نشان داد . نقطه هایی را که متعلق به بازه نیستند با دایره های توخالی روی محور مشخص می کنند .

مثال) بازه ی داده شده را روی محور به شکل زیر نشان می دهیم: $[-۲,۴]=\{x\in\mathbb{R}|\ -۲\leq x\leq ۴\}$

اجتماع و اشتراک بازه ها : با استفاده از مفهوم اجتماع و اشتراک در مجموعه ها می توان اجتماع و اشتراک بازه ها را به دست آورد. که یکی از راه های ساده استفاده از محور اعداد است .

نکته : اجتماع بازه ی بسته و باز روی یک عدد، بسته است . و اشتراک بازه ی بسته و باز روی یک عدد، باز است .

تمرین ۱) اگر $A=\{x\in \mathbb{R} | -1<x<3\}$ و $B=\{x\in \mathbb{R} | x>0\}$ باشند ، بازه هایی را که با مجموعه های $A \cup B$ و $A \cap B$ تعریف شده اند مشخص کنید . (سوال ۴ امتحان نهایی دی ماه ۸۹)

تمرین ۲) اگر $A=\{x\in \mathbb{R} | -1<x<3\}$ و $B=\{x\in \mathbb{R} | x>0\}$ باشند، $A \cup B$ و $A \cap B$ را به صورت بازه نوشته و روی محور اعداد مشخص کنید. (سوال ۵ امتحان نهایی دی ماه ۹۰)

اجتماع و اشتراک روی سه بازه : در این حالت ابتدا باید بین دو بازه (عبارت داخل پرانتز) اجتماع یا اشتراک را به دست آورده و سپس حاصل را با بازه ی دیگر در نظر می گیریم .

حل نامعادله ی درجه ی اول

حل نامعادله ی درجه ی اول و نوشتن مجموعه جواب آن به صورت بازه‌دو حالت دارد :

حالت اول) نامعادله ای که فقط یک نامساوی دارد :

برای حل چنین نامعادله هایی به دو طرف نامعادله عددی را اضافه یا کم می کنیم، یا در عددی ضرب و یا بر عددی تقسیم می کنیم . تا این که متغیر (مجهول) در یک سمت و عدد در سمت دیگر نامعادله قرار گیرد .

تذکر:

درحل نامعادلات جبری ، اگر دو طرف نامعادله را در عددی منفی ضرب یا بر عددی منفی تقسیم کنیم، باید جهت نامعادله را تغییر دهیم .

نکته : اگر در حل نامعادله ی درجه ی اول در دو طرف نامعادله متغیر(مثل x) وجود داشت باید متغیر ها (x ها) را به طرف چپ و عددها را به طرف راست برد.(در تغییر جای متغیر و عدد به تغییر علامت توجه شود)

تمرین ۳) نامعادله ی زیر را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید. $\frac{|2x-1|}{3} < 1$

راهنمایی : اگر $|x| < a$ و a مثبت آن گاه $-a<x<a$ و اگر $|x| > a$ آن گاه $x<-a$ یا $x>a$ می باشد. (سوال امتحان نهایی خرداد ۸۷)

تمرین ۴) اگر $A = \{ x | \ x \in \mathbb{R}, \frac{|x-2|}{3} \leq \frac{1}{2} \}$ و $B = [0,3)$ باشدحاصل $A \cap B$ را به صورت بازه بنویسید .

(سوال ۱ امتحان نهایی خرداد۸۹)

حالت دوم) نامعادله ای که ۲ تا نامساوی دارد .چنین نامعادله هایی را با ۲ روش می توان حل کرد :

روش اول : این روش مانند روش حل حالت اول می باشد.

روش دوم : در این روش هر نامساوی را جدا حل کرده و سپس از بین جواب ها اشتراک می گیریم.

تذکر : زمانی که متغیر (مثل x) در دو طرف یا در سه طرف نامعادله باشد حتما باید از روش دوم استفاده کرد.

تمرین ۴) نامعادله ی زیر را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه نمایش دهید. $-\frac{1}{2} < 2-2x < x-1$

(سوال امتحان نهایی خرداد ۸۵)

معادلات و نامعادلات گویا

معادله ی شامل عبارت های گویا :

کسرهایی که صورت و مخرج آن ها چندجمله ای باشند، عبارت های گویا می نامند .

معادله هایی که در آن عبارت های گویا وجود داشته باشند، معادله های شامل عبارت های گویا می نامند .

دستور حل : برای حل این معادله ها، ابتدا همه ی عبارت های جبری را به یک طرف منتقل می کنیم، سپس با مخرج مشترک گیری و ساده کردن عبارت های جبری به دست آمده به معادله ای نظیر $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ می رسیم . از قبل می دانیم کسری برابر با صفر است که صورت آن برابر با صفر باشد، در نتیجه معادله ی $P(x) = 0$ را حل می کنیم .

تذکر : جواب های به دست آمده از این معادله نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کنند.

یاد آوری :

۱- مخرج مشترک بین دو یا چند کسر همان کوچک ترین مضرب مشترک بین مخرج های آن ها می باشد.

۲- برای محاسبه ی کوچک ترین مضرب مشترک(ک . م . م) مخرج کسرها ، کافی است در صورت امکان مخرج هر کسر را تجزیه کنیم ، سپس حاصل ضرب عوامل مشترک با نمای(توان) بزرگتردرعوامل غیر مشترک را به دست آوریم .

مثال) معادله ی روبه رو را حل کنید . (هماهنگ کشوری - خرداد۸۹) $\frac{3x-2}{x}+\frac{2x+5}{x+3}=5$

$$\frac{3x-2}{x}+\frac{2x+5}{x+3}=5 \rightarrow \frac{(3x-2)(x+3)+x(2x+5)-5x(x+3)}{x(x+3)}=0 \rightarrow \frac{-3x-6}{x(x+3)}=0 \rightarrow -3x-6=0 \rightarrow x=-2$$

چون $x=-2$ مخرج کسر را صفر نمی کند ; پس قابل قبول است و ریشه ی این معادله است .

تمرین ۵) معادله ی $\frac{x-2}{x+1}=\frac{3}{x^2-1}+\frac{x}{x-1}$ را حل کنید . (سوال ۵ امتحان نهایی شهریور۹۰)

نامعادله های شامل عبارت های گویا :

برای حل این نامعادله ها ، ابتدا همه ی عبارت های جبری را به یک طرف نامعادله منتقل می کنیم، سپس با مخرج مشترک گیری و ساده کردن عبارت های جبری به دست آمده به نامعادله هایی نظیر $\frac{P(x)}{Q(x)}\leq 0$ یا .... می رسیم (که در آن صورت و مخرج کسرچندجمله ای برحسب متغیرx هستند.) ، سپس برای یافتن مجموعه جواب هر یک از نامعادله های بالا ، برای مثال $\frac{P(x)}{Q(x)}>0$ ، عبارت $\frac{P(x)}{Q(x)}$ را در یک جدول تعیین علامت می کنیم و در این حالت قسمت هایی از جدول تعیین علامت که به ازای آن ها عبارت فوق مثبت هستند ، مجموعه جواب نامعادله است .

تمرین ۶) نامعادله ی $\frac{2x-1}{x+2}\geq x-2$ را حل کنید و سپس مجموعه جواب آن را به صورت بازه بنویسید

(سوال ۴ امتحان نهایی خرداد۹۱)

تمرین ۷) نامعادله ی $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x+1}\geq -1$ را حل کرده و جواب را به صورت بازه نشان دهید.(سوال ۵ امتحان نهایی خرداد۹۰)

تمرین ۸) $\frac{2x^2-16}{x^2+3x+2} < 1$ را حل کرده و جواب آن را روی محور نشان دهید (سوال ۵ امتحان نهایی دی ۸۹)

تمرین ۹) نامعادله ی $\frac{8}{x^2-16} > \frac{5}{x+4} + \frac{3}{x-4}$ را حل کنید. (سوال ۶ امتحان نهایی دی۹۰)

نسبت های مثلثاتی

اگر α یک زاویه ی دلخواه باشد ، آن گاه :

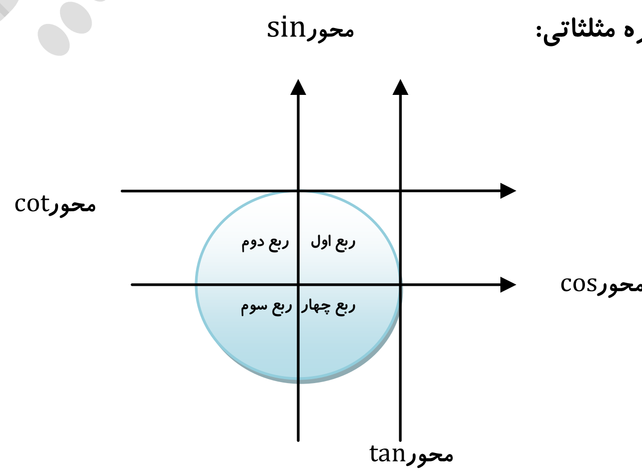
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad , \quad \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad , \quad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha} \quad , \quad 1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

نکته : تانژانت و کتانژانت قابل تعریف برای یک زاویه ، همواره هر دو هم علامت می باشند.

تذکر: در زاویه هایی که مقدارتانژانت ناصفراست ، مقدارکتانژانت قابل تعریف است.

$$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow \tan\alpha \times \cot\alpha = 1$$

دایره مثلثاتی:



ربع اول دایره مثلثاتی: سینوس وکسینوس و تانژانت و کتانژانت زاویه ها ی واقع در ربع اول مثبت می باشد

ربع دوم دایره مثلثاتی : سینوس مثبت و کسینوس و تانژانت و کتانژانت زاویه ها ی واقع در ربع دوم منفی می باشد

ربع سوم دایره مثلثاتی : سینوس و کسینوس منفی و تانژانت و کتانژانت زاویه های واقع در ربع سوم مثبت می باشد

ربع چهارم دایره مثلثاتی : کسینوس مثبت و سینوس و تانژانت و کتانژانت زاویه های واقع در ربع چهارم منفی می باشد.

مثال) اگر $\sin 2x \cot x < 0$ در این صورت انتهای کمان x در کدام ناحیه دایره مثلثاتی واقع است ؟

جواب : در ربع دوم یا در ربع چهارم واقع است . (چرا؟)

محاسبه ی برخی نسبت های مثلثاتی $(\alpha + \beta)$:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$$

مثال) عبارت مثلثاتی $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$ **را ساده کنید.**

جواب : $\tan\alpha$ (اثبات بر عهده ی دانش آموز)

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

تمرین ۱۰) درستی رابطه ی مقابل را نشان دهید. (سوال ۵ امتحان نهایی خرداد ۹۱)

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos\alpha \sin\beta$$

تابع

رابطه : یک رابطه مجموعه ای از زوج های مرتب است.

تساوی دو زوج مرتب : دو زوج مرتب (a,b) و (c,d) را مساوی گویند هرگاه a=c و b=d

تابع به عنوان مجموعه ای از زوج های مرتب :

تابع رابطه ای است که در آن هیچ دو زوج متمایزی دارای مختص اول برابرنیست. اگر دو زوج دارای مختص های اول مساوی باشند آن گاه مختص های دوم آن ها نیز مساوی خواهد بود.

تمرین ۱۱) مقادیر a وb را چنان بیابید که مجموعه ی { (a,۷), (-۱,۴- a) , (۷,۱) , (-۱, b+۳) } = g یک تابع باشد.

(سوال ۶ امتحان نهایی خرداد ۹۰)

مقدار تابع :

معمولا از x برای نشان دادن متغیر ، از f برای نشان دادن تابع و از y یا f(x) برای نشان دادن مقدار تابع استفاده می کنیم.

نکته : هرنقطه ای که مختصاتش در معادله ی y =f (x) صدق کند بر نمودار تابع f قرار دارد ، و بر عکس اگر نقطه ای برنمودار تابع f واقع باشد مختصاتش در معادله ی فوق صدق خواهد کرد.

سوالاتی که در مورد مقدار تابع مطرح می شود ، سه دسته اند:

دسته ی اول : معلوماتی درباره ی نمودار تابع(از قبیل محل برخورد نمودار تابع با محور های مختصات و نیز یک نقطه از نمودار تابع) بیان می شود که به کمک این معلومات باید مقادیر مجهول خواسته شده را بیابیم.

مثال) اگر $f(x)=ax^2+bx+c$ باشد ، a,b,c را طوری بیابید که این سهمی محور y ها را در نقطه ای به عرض ۴ و محور x ها را در نقطه ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه ی (۱,۲) نیز بگذرد.

(سوال ۶ امتحان نهایی خرداد ۹۱)

جواب: a= - ۳ , b= ۱ , c= ۴ (حل بر عهده ی دانش آموز)

تمرین ۱۲) سهمی به معادله ی $f(x)=ax^2+bx+c$ مفروض است . اگر نمودار آن ، محور عرض ها را در نقطه ای به عرض (۱-) و محور طول ها را در نقطه ای به طول (۱) قطع کند و داشته باشیم $f(2)=3$ ، مقادیر a ، b و c را بیابید.

(سوال ۹ امتحان نهایی شهریور۹۰)

دسته ی دوم : رسم نمودار تابع

برای رسم نمودار یک تابع کافی است مختصات چند نقطه از آن را به دست آوریم و نمودار تابع را در دستگاه مختصات رسم کنیم. اگر ضابطه ی تابع به صورت $y=ax+b$ (تابع درجه ی اول) باشد نمودار آن یک خط راست خواهد بود. و اگر نمودار تابع به صورت $y=ax^2+bx+c$ (تابع درجه ی دوم) باشد نمودار آن سهمی می باشد.

تذکر : نمودار برخی از توابع درجه ی دوم را می توان به کمک انتقال تابع با ضابطه ی $y=x^2$ رسم کرد.

تعریف تابع چند ضابطه ای :

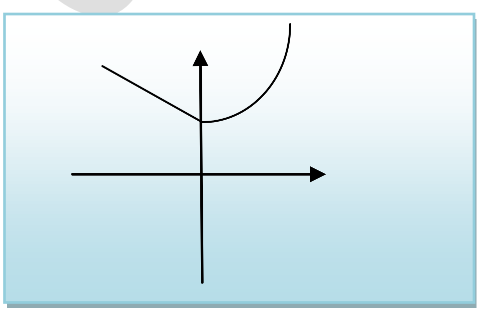
در برخی توابع مقدار تابع با یک ضابطه مشخص نمی شود و دامنه ی تابع اجتماع دو یا چند مجموعه ی جدا از هم می باشد به این نوع توابع ، توابع چندضابطه ای می گویند.

دسته ی سوم : یافتن مقدار تابع در یک نقطه

برای یافتن (محاسبه ی) مقدار تابع در یک نقطه مانند x ، با توجه به ناحیه ای که x در دامنه ی آن قرار دارد مقدار تابع را محاسبه می کنیم. (برای بدست آوردن مقدار تابع در یک نقطه با توجه به ضابطه ی تعریف تابع مقدار تابع را به ازای نقطه ی مورد نظربه دست می آوریم .)

مثال) نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}1+x^2 & x\geq 0\\ 1-\frac{x}{2} & x<0\end{cases}$ **را رسم کرده ، سپس $f(f(-4))$ را به دست آورید.**

(سوال ۷ امتحان نهایی خرداد۹۱)



حل : $f(-4)=3 \rightarrow f(3)=10$

تمرین ۱۳) تابع با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases} ۲x+۱ & x\geq ۱ \\ x^{۲} & x<۱ \end{cases}$ را در نظر بگیرید. (سوال ۶ امتحان نهای دی ماه ۸۹)

الف) نمودار تابع f را رسم کنید. ب) حاصل $f\,(f(-۱))$ را به دست آورید.

تمرین ۱۴) اگر $f\,(x)=\frac{x-۲}{x+۲}$ باشد $f(\frac{-۴}{x})$ را به دست آورید و درستی تساوی $f\,(x)\times f(\frac{-۴}{x}) = -۱$ را بررسی نمایید.

$(x\neq \pm۲, ۰)$ (سوال ۲ امتحان نهای خرداد ماه ۸۹)

تمرین ۱۵) ضابطه ی تابع f به صورت $f(x)=\begin{cases} ax-۳ & x<۰ \\ ۲bx^{۲} & x\geq ۰ \end{cases}$ می باشد مقادیر a و b را طوری بیابید که $f(-۲)=۳$ و نمودار تابع از نقطه ی $A(۲,-۳)$ بگذرد. (سوال ۳ امتحان نهای خرداد ماه ۸۹)

روش محاسبه ی دامنه تعریف ضابطه ها

تابع	دامنه ی تابع
۱-توابع چندجمله ای $f\,(x)=ax^{n}+bx^{n-۱}+\cdots+c$	مجموعه اعداد حقیقی $D_f=\mathbb{R}$
۲-توابع کسری گویا که صورت و مخرج آن ها چند جمله ای باشند. به طورکلی $y=\frac{f(x)}{g(x)}$	$D=\mathbb{R}-\{$ ریشه های مخرج $\}$
۳-توابع رادیکالی با فرجه ی زوج $f(x)=\sqrt[۲n]{p(x)}$	$D_f=\ p(x)\geq ۰$
۴ - توابع رادیکالی با فرجه ی فرد $f(x)=\sqrt[۲n+۱]{p(x)}$	دامنه ی این تابع همان دامنه ی عبارت زیر رادیکال است.
۵- توابع به صورت قدر مطلق $f(x)=\mid p(x)\mid$	دامنه تابع با دامنه ی عبارت داخل قدرمطلق برابراست.
۶-توابع کسری با مخرج رادیکالی و فرجه ی زوج $y=\frac{f(x)}{\sqrt[۲n]{g(x)}}$	$D_y=g\,(x)>۰$

۷-دامنه توابع لگاریتمی $y=\log_{g(x)} f(x)$	$\begin{cases} ۱) f(x) > ۰ \\ ۲) g(x) > ۰ \Rightarrow D_y = \text{اشتراک هر سه شرط} \\ ۳) g(x) \neq ۱ \end{cases}$
۸-دامنه توابع مثلثاتی f(x)=sinx یا cosx	مجموعه اعداد حقیقی $D_f=\mathbb{R}$
۹-توابع y = sin (f(x)) و y =cos (f(x))	$D_y=D_f$
۱۰-تابع f (x)= tan x	$D_f=\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{۲}\}$
۱۱ -تابع f (x)=cot x	$D_f=\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq k\pi\}$
۱۲-تابع y=tan f(x)	$D_y=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)\neq k\pi+\frac{\pi}{۲}\}$
۱۳- تابع y=cot f(x)	$D_y=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)\neq k\pi\}$
۱۴-دامنه ی توابع چندضابطه ای برابر با اجتماع دامنه ی ضابطه ها است.	$f(x)=\begin{cases} g_۱(x) & x\in D_۱ \\ g_۲(x) & x\in D_۲ \end{cases} \Rightarrow D_f=D_۱\cup D_۲$

تمرین ۱۶) دامنه ی تابع $f(x)=\tan(x+\frac{\pi}{۳})$ را به دست آورید. (سوال ۷ امتحان نهایی خرداد ۹۰)

تمرین ۱۷) دامنه ی توابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نشان دهید (سوال ۷ امتحان نهایی شهریور ۹۰)

الف) $f(x)=\log(x^۲-۲x-۳)$

ب) $g(x)=\frac{x}{\sqrt{۲x-۱}}$

تمرین ۱۹) دامنه ی توابع زیر را به دست آورید. (سوال ۷ امتحان نهایی دی ۹۰)

الف) $f(x)=\sin\frac{۱}{x+۲}$

ب) $g(x)=\frac{-۵}{\sqrt[۳]{x+۱}}$

تمرین ۲۰) دامنه ی تعریف تابع $f(x)=\frac{x+۵}{x^۲-۲x-۳}$ را تعیین کنید. (سوال امتحان نهایی هماهنگ کشوری دی ۸۷)

تمرین ۲۱) دامنه تعریف تابع $f(x)=\frac{\sqrt{۴-x^۲}}{|x|}$ را به دست آورید. (سوال امتحان نهایی هماهنگ کشوری خرداد ۸۷)

اعمال جبری روی توابع

اعمال روی توابع :

۱– مجموع ، تفاضل ، حاصل ضرب و خارج قسمت دو تابع حقیقی :

اگر f و g دو تابع باشند، آن گاه توابع حاصل از چهارعمل اصلی و دامنه ی آن ها به صورت زیرتعریف می شوند:

$D_{f+g} = D_f \cap D_g$	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
$D_{f-g} = D_f \cap D_g$	$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
$D_{f.g} = D_f \cap D_g$	$(f.g)(x) = f(x).g(x)$
$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g : g(x) = ۰\}$	$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

تمرین ۲۲) اگرتوابع $f(x) = \sqrt{x+۷}$ و $g(x)=x^۲ - ۱$ باشند، مطلوب است : (سوال ۸ امتحان نهایی دی ماه ۹۰)

الف) محاسبه ی مقدار$(g+۲f)(۲)$ ب) تعیین دامنه f , g و دامنه $\frac{f}{g}$ (بااستفاده از تعریف)

تمرین ۲۳)اگر$f(x) = ۳x+۵$ و $g(x)=\frac{x}{x^۲-۴}$, دامنه و ضابطه ی تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید. (سوال ۸ امتحان نهایی دی ماه ۸۹)

تمرین ۲۴) توابع $f(x)=-۲$ و $g(x)=x^۲+۱$ داده شده اند. (سوال ۶ امتحان نهایی شهریور ماه ۹۰)

الف) نمودار تابع f+g را رسم کنید. ب) مقدار$(f.g)(-۳)$ را محاسبه کنید.

۲- ترکیب دو تابع حقیقی

اگر f وg دو تابع باشند ، آن گاه ترکیب آن ها به صورت زیر خواهد بود :

$D_{fog} = \{x\epsilon D_g : g(x)\epsilon D_f\}$	(fog)(x)= f(g(x))
$D_{gof} = \{x\epsilon D_f : f(x)\epsilon D_g\}$	(gof)(x)= g(f(x))

تذکر:

برای یافتن دامنه ی تابع fog ، دامنه ی f را پیدا می کنیم وبه جای x آن g(x) را قرار داده و نامعادله ی به دست آمده را حل می کنیم و سپس جواب آن را با دامنه ی g اشتراک می گیریم.

نکته ی ۱ : اگر دامنه ی تعریف تابع f ، $\mathbb{R}$ (مجموعه اعداد حقیقی) باشد آن گاه : $D_{fog} = D_g$

نکته ی ۲ : اگر دامنه ی تعریف تابع g ، $\mathbb{R}$ (مجموعه اعداد حقیقی) باشد آن گاه : $D_{gof} = D_f$

توجه : برای به دست آوردن اعضای fog با استفاده از توابع f و g که به صورت زوج مرتب تعریف شده اند از نکته ی زیر بهره می بریم

$(a,b)\epsilon\ g\ ,\ (b,c)\epsilon\ f \Rightarrow (a,c)\epsilon\ (fog)$

یافتن ضابطه ی یکی از توابع f , g و fog وقتی دو تای آن ها معلوم باشد:

۱) اگر f و g ملوم باشد ، کافی است در معادله ی f به جای x ، g(x) را قرار دهیم .

۲) اگر f و fog معلوم باشد ، کافی است در ضابطه ی f به جای x ، g(x) را قرار داده وسپس حاصل را با ضابطه ی fog مساوی قرار دهیم تا ضابطه ی g به دست آید.

۳) اگر g و fog معلوم باشد ، با فرض t =g(x) ، x را برحسب t حساب کرده و آن را در ضابطه ی fog قرار می دهیم تا ضابطه ی f به دست آید.

مثال) اگر g(x)= ۲x+۱ و (fog)(x)=x+ ۱ آن گاه ضابطه ی f به صورت زیر به دست می آید :

$t=۲x+۱ \rightarrow x = \frac{t-۱}{۲}$

$(fog)(x)=f(g(x)) \rightarrow f(t) = \frac{t-۱}{۲} + ۱ \rightarrow f(x) = \frac{x-۱}{۲} + ۱$

تمرین ۲۵) اگر $f(x)=x+3$ و $g(x)=\sqrt{1-x}$ دو تابع باشند : **(سوال ۸ امتحان نهایی خرداد ۹۱)**

الف) دامنه $g\,,f$ را به دست آورید.

ب) دامنه تعریف gof را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.

ج) ضابطه fog را بنویسید.

تمرین ۲۶) دو تابع $f(x)=3x^2-1$ و $g(x)=\frac{x}{x^2-4}$ داده شده اند. **(سوال ۸ امتحان نهایی خرداد ۹۰)**

الف) ضابطه ی تابع gof و دامنه ی gof را با استفاده از تعریف تعیین کنید.

ب) مقدار $(f-3g)(1)$ را محاسبه کنید.

تمرین ۲۷) دو تابع $f(x)=x-2$ و $g(x)=\sqrt{x+1}$ داده شده اند. **(سوال ۷ امتحان نهایی دی ماه ۸۹)**

الف) ضابطه ی تابع مرکب gof را مشخص کنید. **ب) دامنه ی تابع مرکب gof را تعیین کنید.**

تمرین ۲۸) دو تابع $f(x)=\frac{x+2}{x-3}$ و $g(x)=\frac{1}{x-1}$ داده شده اند. **(سوال ۸ امتحان نهایی شهریور۹۰)**

الف) ضابطه ی تابع fog را بنویسید.

ب) دامنه تابع fog را با استفاده تعریف تعیین کنید.

تمرین ۲۹) اگر $fog(x)=8x+12$ و $f(x)=2x+4$ باشند ، تابع $g(x)$ را تعیین کنید. **(سوال ۹ امتحان نهایی دی ماه ۹۰)**