



آنچه ملاحظه می‌فرمائید؛ بخش دوم از تست‌های مربوط به "ریاضی" کنکور سراسری سال ۹۹ رشته ریاضی و فیزیک است. عمده سوالات مربوط به هندسه است. (سوالات به ترتیب از شماره ۱۲۲ تا ۱۳۷ دفترچه است) این در بخش اول که فیلم و فایل متنی همراه آن در صفحه اصل مطلب سایت قرار داده شده است، تست‌های ۱۰۱ تا ۱۲۱ که مربوط به حسابان و ریاضیات پایه است آورده شد.

ابتدا تست‌های دفترچه آورده شده است و سپس تست‌ها همراه با پاسخ تشریحی (همان پاسخ‌هایی که عیناً در فیلم نوشته می‌شود از فیلمبرداری شده است) فیلم را با کیفیت بالا از لینک تلگرام یا گوگل درایو می‌توانید از صفحه **اصل مطلب** سایت riazi.blog.ir دانلود فرمائید.

لازم است بدانید:

■ **هندسه** – همانند ریاضیات گسسته و آمار و احتمال – به ابتکار و خلاقیت و "دید ریاضی" افراد نیاز دارد. آنچه در حسابان و ریاضیات پایه می‌خوانیم، بیشتر "الگوریتم‌هایی تعریف شده است" اما در هندسه نیازمند این هستیم با استفاده از قواعدی که "محدود" هستند، مسائل بسیار متنوعی را حل کنیم. بهتر است که برای مطالعه هندسه و ریاضیات گسسته به اینصورت عمل کنید، سعی کنید – به عنوان یک **مهندس آینده**؛ که قرار است مسائل را حل کند، وقت زیادی را برای تمرکز برای حل مسائل و مثال‌های کتاب بگذارید تا در فرآیند حل چنین مسائلی از لذت ریاضی **بهره‌مند شوید**، اما برای آنکه در امتحانات و کنکور نتیجه بگیرید، نیازمند این هستید که با مسائل متنوعی را آشنا شوید، پس بایست از مسائل حل شده و راه‌حل‌های مختلف اطلاع پیدا کنید. فایل‌های نمونه سوالات حل شده کمک خوبی در این زمینه هستند. (این در مورد ریاضیات گسسته و آمار و احتمال نیز صدق می‌کند)

■ فیلم‌هایی که از سری فیلم‌های **اصل مطلب** (تست‌های کنکور) است را به عنوان فیلم‌هایی برای سنجش تسلط خود در برابر سوالاتی در بالاترین سطحی که می‌تواند مطرح شود در نظر بگیرید. بنابراین این سوالات پس از آن باید مورد تمرین شما قرار گیرد که شما آموزش مربوط به تمامی مباحث ریاضی دوران دبیرستان را داشته‌اید. (این سوالات، جنبه آشنایی با سوالات کنکور را دارد، نه آموزش مباحث)

■ پس توصیه می‌شود؛ دانش‌آموز و یا مخاطبی که برای کنکور آماده می‌شود، ابتدا فیلم‌های آموزشی ریاضی را از صفحات مربوط به پایه‌های مربوطه (دهم، یازدهم و دوازدهم و اگر نیاز است متوسطه اول) ببینید و سپس فیلم‌های تمرینات تکمیلی را به دقت ملاحظه کند و با شیوه گفته شده در فیلم‌ها (تمرین به تمرین پیش رفتن و دست به قلم شده و خود شما بعد از یادگیری هر تمرین آن را سعی کنید حل کنید) روی آنها تسلط یابد و سپس به دیدن این فیلم‌ها (فیلم‌های مربوط به کنکور) بپردازید.

■ تست به تست پیش بروید و سعی کنید که حتماً یکبار خودتان از ابتدا تا انتهای تست را حل کنید و به جواب برسید.

یادتان باشد،

"ریاضی؛ به ویژه هندسه را باید با صبر و حوصله پیش برد"

اصلاً "زمان" را در یادگیری موضوعی مهم ندانید، بدانید این زمان "سرمایه‌ای" است که در هنگام خود به بهره می‌رسد.

۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خط‌های مجانب $y = -1$ ، $x = -2$ و $x = 1$ است. $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) $1/75$ (۴) $-1/5$

۱۱۸- اگر f یک تابع مشتق‌پذیر، $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$ و $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۱۱۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

- (۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$

۱۲۰- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x - 4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن، محور y ‌ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -4 (۲) -1 (۳) 2 (۴) 3

۱۲۱- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ ، کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) -3 (۴) -1

۱۲۲- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک دوزنقه، کدام است؟

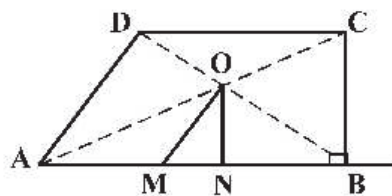
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 2 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۲۳- پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

- (۱) لوزی (۲) متوازی‌الاضلاع
(۳) مستطیل (۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

۱۲۴- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ ($\hat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب

موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟



(۱) 1

(۲) 2

(۳) کوچکتر از ۱

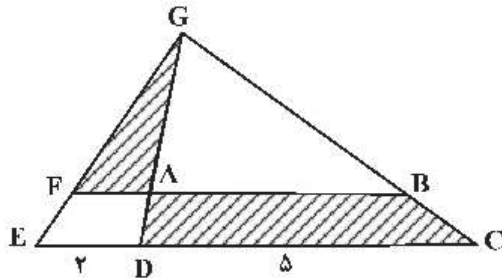
(۴) بزرگتر از ۱ کوچکتر از ۲

محل انجام محاسبات

۱۲۵- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌های ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟

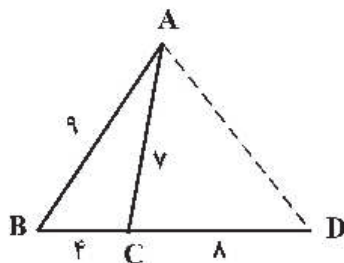
- (۱) ۷ (۲) $\sqrt{53}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{57}$

۱۲۶- در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌خط‌های DE و DC ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG ، چند درصد مساحت دوزنقه $ABCD$ است؟



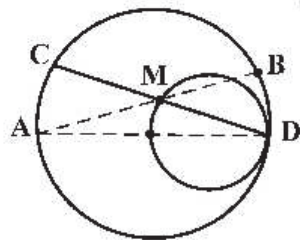
- (۱) ۴۰
(۲) ۳۶
(۳) ۳۲
(۴) ۲۴

۱۲۷- در شکل روبه‌رو، اندازه پاره‌خط AD ، کدام است؟



- (۱) ۹
(۲) $3\sqrt{10}$
(۳) ۱۰
(۴) $6\sqrt{3}$

۱۲۸- در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و اندازه کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ ، کدام است؟



- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۶
(۴) ۱۲

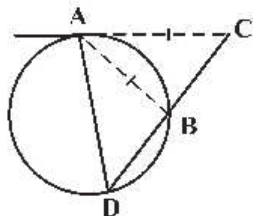
۱۲۹- چهار نقطه $A(1, 10)$ ، $B(9, -9)$ ، $M(a, 4)$ و $N(a, 0)$ را در صفحه مختصات، در نظر بگیرید. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۰ (۳) ۱۹ (۴) ۱۸

۱۳۰- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB ، کدام است؟

- (۱) 60π (۲) 70π (۳) 75π (۴) 80π

۱۳۱- در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟



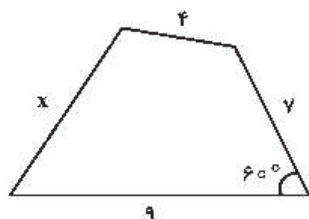
(۱) $BC = BA$

(۲) $BD = AC$

(۳) $BC = BD$

(۴) $DA = DC$

۱۳۲- چهارضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است. $(x + y)$ کدام است؟



(۱) $\sqrt{51}$

(۲) $\sqrt{55}$

(۳) $\sqrt{57}$

(۴) $\sqrt{59}$

۱۳۳- کوچک‌ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ ، محور xها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

(۱) $1, -3$

(۲) $0, -3$

(۳) $2, -1$

(۴) $3, -2$

۱۳۴- از بین دایره‌های گذرا از نقطه $A(1, -4)$ و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور yها، بزرگ‌ترین شعاع دایره،

کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{17}{9}$

(۳) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{22}{9}$

۱۳۵- در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر $F'F$ بیضی را در نقطه M،

قطع می‌کند. فاصله نقطه M تا نزدیک‌ترین کانون، کدام است؟

(۱) $4 - 2\sqrt{2}$

(۲) $2/5$

(۳) $4 - \sqrt{2}$

(۴) ۳

۱۳۶- اگر نقطه $F(-2, -25)$ کانون سهمی $y^2 + ay + bx + 1 = 0$ باشد، کوچک‌ترین مقدار b، کدام است؟

(۱) -4

(۲) -3

(۳) -2

(۴) ۲

۱۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^3 ، کدام است؟

(۱) $[30 \ 6 \ 64]$

(۲) $[30 \ 6 \ 78]$

(۳) $[24 \ 8 \ 86]$

(۴) $[40 \ 6 \ 86]$

۱۳۸- از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} -9 & -7 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

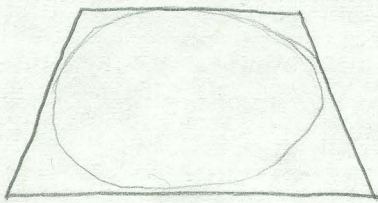
۱۲۲- یک ذوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده کوچک ذوزنقه، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

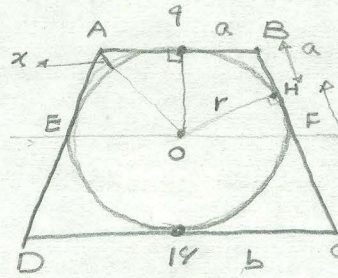
$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$



$$a = 16$$

$$b = 9$$



نکته: دایره محیطی در ذوزنقه‌ای متساوی الساقین بر اضلاع مماس است که طول پانویط واصل بین وسط‌های در ساق (EF) برابر طول ساق (BC) باشد.

$$EF = BC = a + b$$

$$EF = 16 + 9 = 25 \rightarrow OF = \frac{25}{2} = 12.5$$

$$\Rightarrow FC = 12.5$$

$$FH = 9 - 12.5 = -3.5$$

$$r^2 = OF^2 - FH^2 \rightarrow r^2 = (12.5)^2 - (3.5)^2$$

$$r^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{25^2 - 7^2}{4}$$

$$r = \frac{\sqrt{576}}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$OA^2 = (16)^2 + 12^2$$

$$OA^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + 12^2 \rightarrow OA = \sqrt{\frac{81 + 144}{4}}$$

$$OA = \frac{\sqrt{225}}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$x = OA - r = 7.5 - 12 = -4.5 \quad \text{گزینه (1)}$$

۱۲۳- پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد

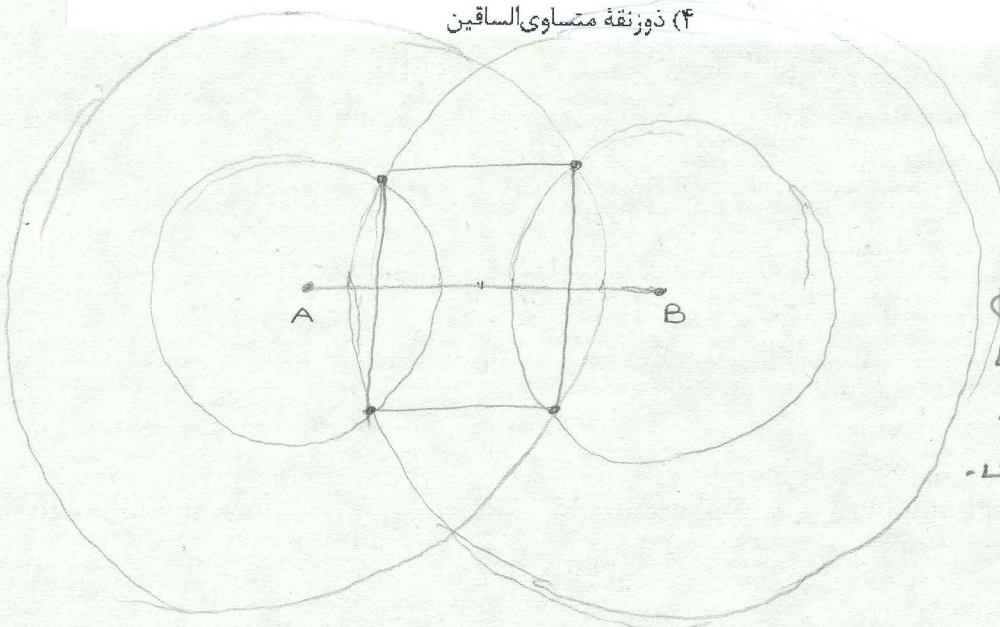
رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

(۲) متوازی‌الاضلاع

(۱) لوزی

(۴) ذوزنقه متساوی الساقین

(۳) مستطیل



نکته:

درست‌هاست

مستطیل یک

نوع متوازی‌الاضلاع

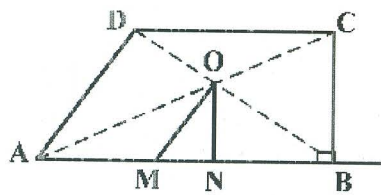
است. لذا در سوال

لفته "دقیقاً" چه

چهارضلعی است.

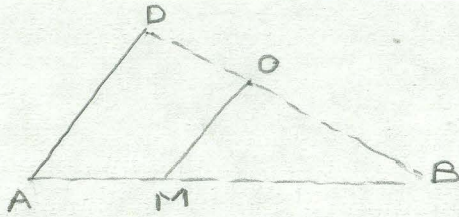
گزینه (۳)

۱۲۴- مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه $(\hat{B} = 90^\circ) ABCD$ ، پاره‌خطهای OM و ON به ترتیب

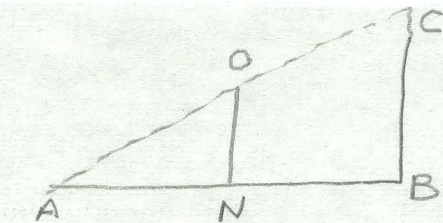


موازی با AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟

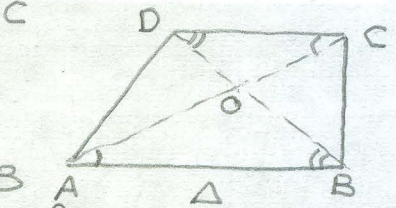
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- کوچک‌تر از ۱ (۳)
- بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲ (۴)



$$\frac{BM}{AM} = \frac{BO}{AO} \quad (1)$$



$$\frac{AN}{NB} = \frac{AO}{OC} \quad (2)$$



$$\triangle DOC \cong \triangle AOB$$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{BM}{AM} = \frac{AN}{NB} \rightarrow \frac{BM+AM}{AM} = \frac{AN+NB}{BN}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{r}{s} = \frac{f}{g} \rightarrow \frac{r+s}{s} = \frac{f+g}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AB}{BN} \rightarrow \frac{AM}{BN} = 1$$

گزینه (۱)

۱۲۵- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌های ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو

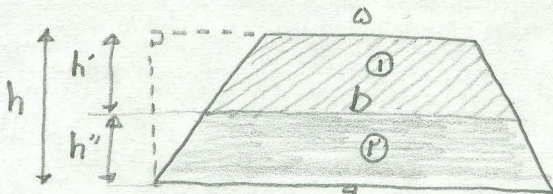
قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟

$$\sqrt{57} \quad (4)$$

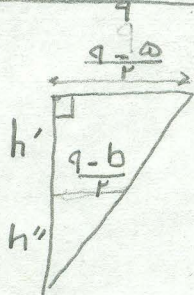
$$4\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{53} \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{(a+b)h'}{2}}{\frac{(b+x)h''}{2}} = 1 \rightarrow \frac{h'}{h''} = \frac{a+b}{\omega+b} \quad (1)$$



$$\frac{h''}{h} = \frac{a-b}{x} = \frac{a-b}{f} \quad (2)$$

$$\frac{h'}{h''} = \frac{a+b}{\omega+b} \rightarrow \frac{h'+h''}{h''} = \frac{a+b+\omega+b}{\omega+b}$$

$$\rightarrow \frac{h}{h''} = \frac{1f+2b}{\omega+b} \quad (3)$$

$$(3), (2) \quad \frac{f}{a-b} = \frac{1f+2b}{\omega+b}$$

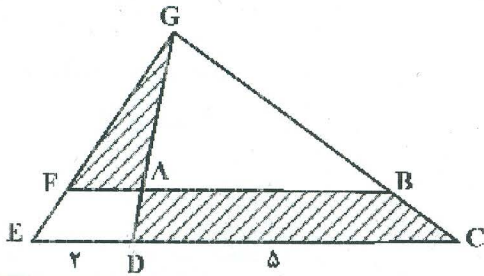
$$\rightarrow 20 + fb = 9 \times 1f + 18b - 1fb - 2b^2$$

$$2b^2 + 20 - 9 \times 1f = 0 \rightarrow 2b^2 = 126 - 20$$

$$2b^2 = 106$$

$$b = \sqrt{53} \quad \text{گزینه (۲)}$$

۱۲۶- در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌خط‌های DE و DC ، به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG چند درصد مساحت ذوزنقه $ABCD$ است؟



- ۴۰ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۳۲ (۳)
- ۲۴ (۴)

چون $AB \parallel DC$ ذوزنقه است.

$$\frac{DA}{DG} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{DA}{DG-DA} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{DA}{AG} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AG}{DG} \rightarrow \frac{AB}{5} = \frac{2}{3} \rightarrow AB = \frac{10}{3}$$

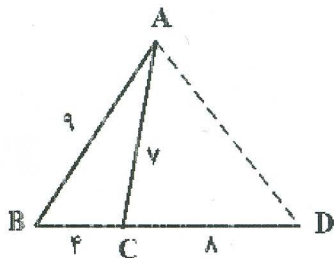
$$\frac{\frac{10}{3} + x}{2} = \frac{2}{3} \rightarrow (\frac{10}{3} + x) \cdot 3 = 4$$

$$10 + 3x = 4 \rightarrow x = -\frac{6}{3}$$

$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{h \times \frac{f}{3}}{(\frac{10}{3} + 5) \frac{h'}{2}} = \frac{\frac{f}{3} h}{\frac{25}{3} \times \frac{h}{2}} = \frac{f \times 2}{3 \times 25} = \frac{2}{25} \times \frac{f}{f} = \frac{32}{100}$$

۳۲٪ گزینه (۳)

۱۲۷- در شکل روبه‌رو، اندازه پاره‌خط AD ، کدام است؟



۹ (۱)

$3\sqrt{10}$ (۲)

۱۰ (۳)

$6\sqrt{2}$ (۴)

قضیه کسینوس را $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \theta$ در مثلث

$$9^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \times \cos \theta$$

$$81 = 49 + 25 - 70 \cos \theta \rightarrow \cos \theta = -\frac{14}{70}$$

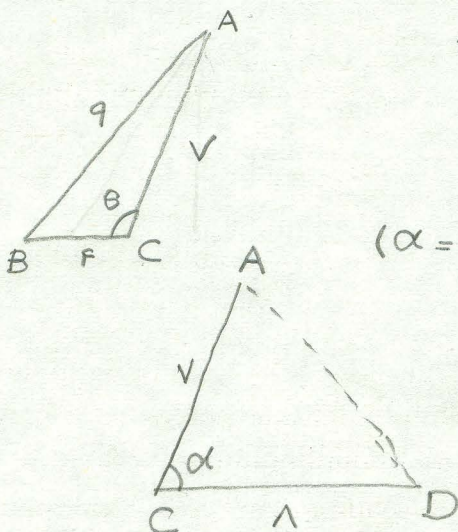
$$(\alpha = 180^\circ - \theta)$$

$$AD^2 = AC^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos \alpha$$

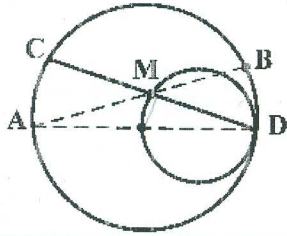
$$AD^2 = 7^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 7 \times \frac{14}{70}$$

$$AD^2 = 49 + 1 - 28 = 22 \rightarrow AD = \sqrt{22} = 9$$

گزینه (۱)



۱۲۸- در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و اندازه کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ کدام است؟



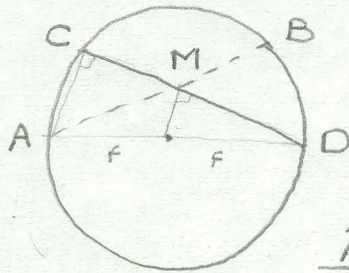
کدام است؟

۸ (۱)

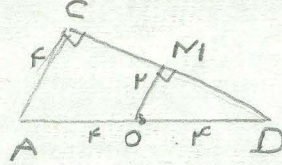
۹ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)



$$MA \cdot MB = MC \cdot MD$$



$$\frac{OM}{AC} = \frac{OD}{AD}$$

$$\frac{OM}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{4\pi \times 4} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{8\pi} = \frac{1}{6}$$

نکته: اندازه کمان AC را می‌توانیم با توجه به اینکه شعاع دایره‌ای که این کمان روی آن قرار دارد به طول و ترتیب تبدیل کنیم. طول کمان $\frac{1}{6}$ محیط دایره $\hat{D} = 30^\circ$ است.

$$MD = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$DC = \sqrt{4^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

$$MC = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$MA \cdot MB = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 12 \quad \text{گزینه (۴)}$$

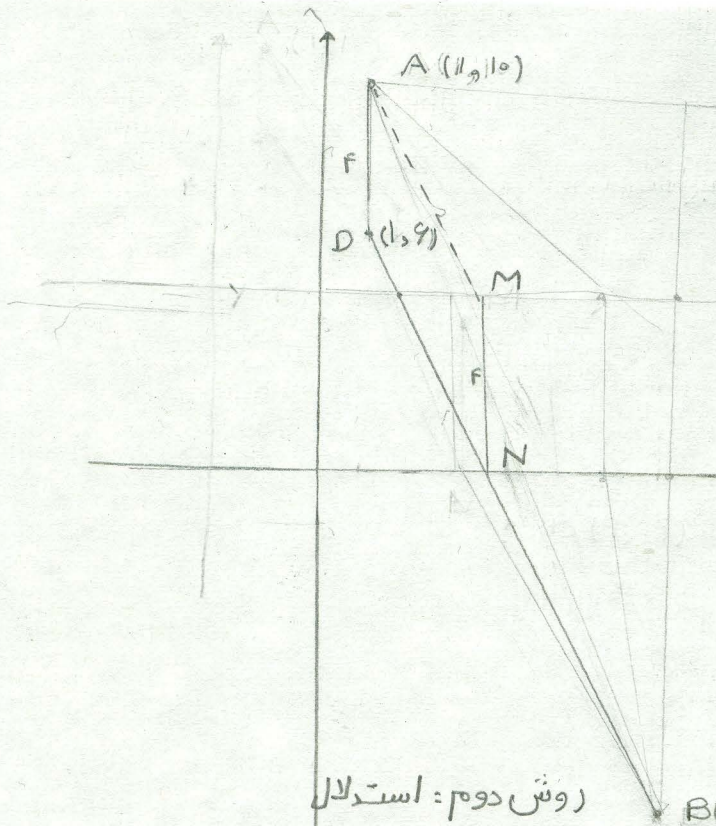
۱۲۹- چهار نقطه $A(1, 10)$ ، $B(9, -9)$ ، $M(a, 4)$ و $N(a, 0)$ را در صفحه مختصات، در نظر بگیرید. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)



AD را به اندازه ۴ واحد رسم می‌کنیم. DB را هموار می‌کنیم. از نقطه N مورد نظر قطع می‌کنیم. M از مختصات $N(a, 0)$ بدست می‌آید. $AMNB$ بدست آمده کوتاه‌ترین خط شکسته با ویژگی‌های مورد نظر است.

$$AMNB = AM + MN + NB$$

$$= AM + NB + MN$$

$$= DN + NB + MN$$

$$\Rightarrow DB = \sqrt{(1-9)^2 + (9+9)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$$

$$AMNB = 17 + 4 = 21 \quad \text{گزینه (۱)}$$

روش دوم: استدلال

از آنجا که خط شکسته $AMNB$ باید

از AB بزرگ‌تر باشد، بنابراین گزینه (۱) است.

$$AB = \sqrt{(1-9)^2 + (10+9)^2} = \sqrt{425}$$

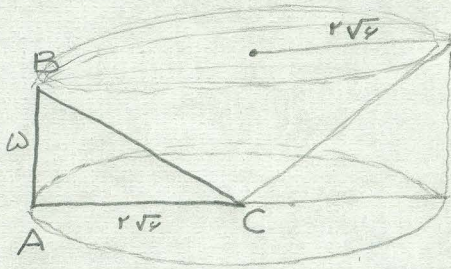
۱۳۰- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB، کدام است؟

۸۰π (۴)

۷۵π (۳)

۷۰π (۲)

۶۰π (۱)



شکل حاصل یک استوانه است که یک مخروط با قاعده برابر با همین استوانه و هم ارتفاع با آن از آن درآمده است.

حجم مخروط - حجم استوانه

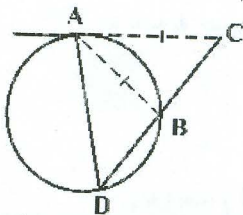
$$\pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{2}{3} \times \pi \times (2\sqrt{6})^2 \times 5$$

$$= \frac{2}{3} \times \pi \times 4 \times 5 = 80\pi$$

گزینه (۴)

۱۳۱- در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟

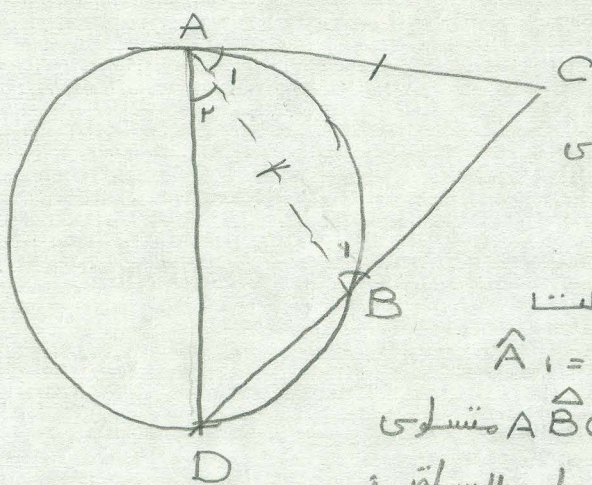


BC = BA (۱)

BD = AC (۲)

BC = BD (۳)

DA = DC (۴)



$$AC = AB \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}$$

$$\hat{A}_1 = \frac{\widehat{AB}}{r} \quad \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{r}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{D}$$

دو مثلث ABC و ADC در حالت

دو زاویه برابر متشابه اند.

و زاویه C مشترک پس اکثر ABC متساوی

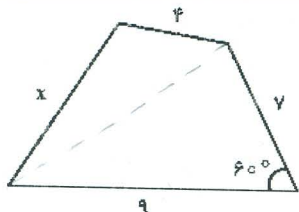
الساقین است، ADC هم متساوی الساقین

است AD = DC

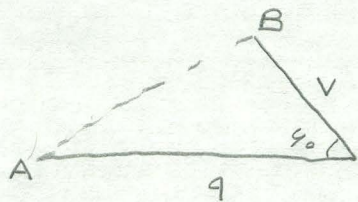
$$\hat{A}_1 + \hat{C} + \hat{B}_1 = 180 \quad \hat{A}_1 = \hat{D} \quad \text{روش دوم:}$$

$$\hat{D} + \hat{C} + \hat{A} = 180 \quad \hat{B}_1 = \hat{A} \quad \hat{B}_1 = \hat{C} \quad \hat{A} = \hat{C} \quad AD = DC$$

۱۳۲- چهارضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است. $(x+2)$ کدام است؟



- (۱) $\sqrt{51}$
- (۲) $\sqrt{55}$
- (۳) $\sqrt{57}$
- (۴) $\sqrt{59}$



$$AB^2 = 7^2 + 9^2 - 2 \times 7 \times 9 \times \cos 60^\circ$$

$$AB = \sqrt{49 + 81 - 2 \times 7 \times 9 \times \frac{1}{2}}$$

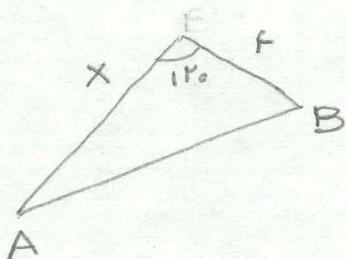
$$AB = \sqrt{130 - 63} = \sqrt{67}$$

نکته:

زوایای مقابل

در چهارضلعی

مضامی مکمل اند



$$AB^2 = x^2 + x^2 - 2 \times x \times x \times \cos 120^\circ$$

$$67 = 16 + x^2 + x^2 \rightarrow x^2 + 2x - 51 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 - 1 - 51 = 0$$

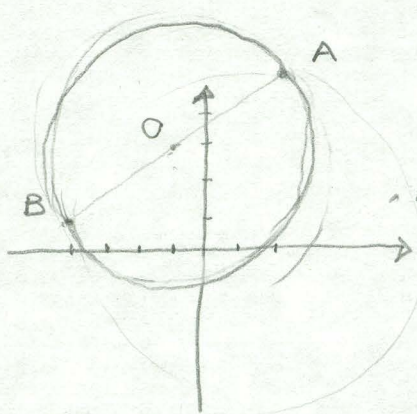
$$(x+1)^2 = 55$$

$$x+1 = \sqrt{55}$$

گزینه (۲)

۱۳۳- کوچکترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -3
- (۲) -2
- (۳) -1
- (۴) 2



کوچکترین دایره، دایره‌ای است که

AB قطر آن باشد، پس مرکز آن وسط

AB و نصف طول AB شعاع آن است.

$$A(2, 5) \rightarrow O\left(\frac{2-4}{2}, \frac{5+1}{2}\right)$$

$$B(-4, 1)$$

$$O(-1, 3)$$

$$AB = \sqrt{(2+4)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$$

$$r = \frac{\sqrt{52}}{2}$$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = \frac{52}{4}$$

محور x محور طول‌ها $y=0$

$$(x+1)^2 + 9 = \frac{52}{4}$$

$$4(x+1)^2 + 36 = 52$$

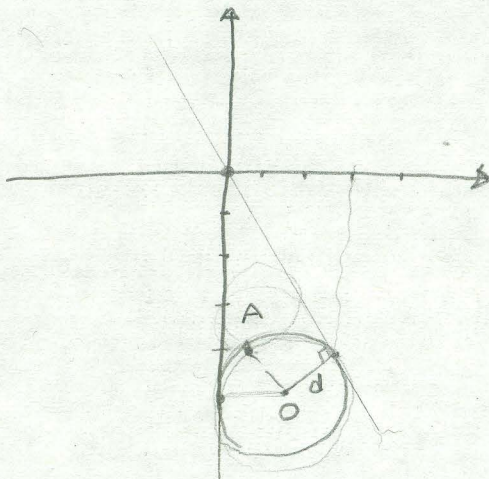
$$4(x+1)^2 = 16 \rightarrow (x+1)^2 = 4 \rightarrow x+1 = \pm 2$$

$$x = 1 \quad \text{گزینه (۱)}$$

$$x = -3$$

۱۳۴- از بین دایره‌های گذرا از نقطه $A(1, -4)$ و مماس بر خطهای $4x+3y=0$ و محور y ها، بزرگ‌ترین شعاع دایره، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{17}{9}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{22}{9}$



$$4x+3y=0$$

$$y=-\frac{4}{3}x$$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ α دارای طول ۵ است که همان شعاع

دایره است همچنین d برابر فاصله O تا خط $4x+3y=0$ برابر شعاع است.

$$d = \frac{|4\alpha + 3\beta|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \alpha$$

فاصله O تا A برابر شعاع $|4\alpha + 3\beta| = 5\alpha$

$$4\alpha + 3\beta = \pm 5\alpha$$

$$\alpha = 3\beta$$

$$\beta = -\frac{1}{3}\alpha$$

$$9\alpha^2 - 24\alpha + 17 = 0$$

$\Delta = 24$ گزینه (۳)

$\alpha = \frac{17}{9}$ قاق $\alpha = -3\beta$

$\alpha = 1$ غقق

$$(x-1)^2+(y+4)^2=\alpha^2$$

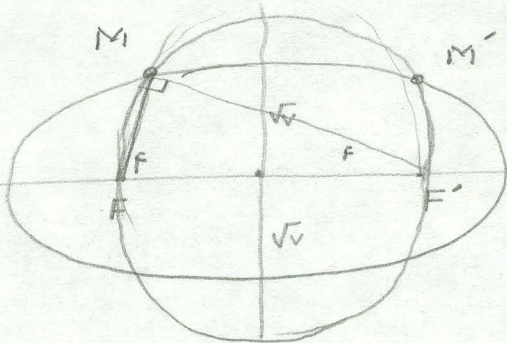
$$(\alpha-1)^2+(\beta+4)^2=\alpha^2$$

جواب ندارد $\alpha = 3\beta$

$$\alpha^2 - 2\alpha + 1 + (-3\alpha + 4)^2 = \alpha^2$$

۱۳۵- در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر $F'F$ بیضی را در نقطه M قطع می‌کند. فاصله نقطه M تا نزدیک‌ترین کانون، کدام است؟

- (۱) $4-2\sqrt{2}$ (۲) $2,5$ (۳) $4-\sqrt{2}$ (۴) 3



$$MF = ?$$

قطر بزرگ $\lambda \rightarrow a = f$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

قطر کوچک $2\sqrt{7} \rightarrow b = \sqrt{7}$

$$c = \sqrt{f^2 - 7}$$

$$c = \sqrt{9} = 3$$

$$\begin{cases} MF + MF' = 2a \\ FF' = MF + MF' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = x+y \rightarrow y = \lambda - x \\ 1f = xy \end{cases}$$

$$x(\lambda - x) = 1f$$

$$x^2 - \lambda x + 1f = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9f^2 - 4x1f} = \sqrt{8}$$

$$\begin{cases} c^2 = x^2 + y^2 & (x+y)^2 - 2xy = x^2 + y^2 \\ \lambda = x+y & \lambda^2 - 2xy = 3f \\ xy = 1f & 2xy = 9f - 3f = 6f \end{cases}$$

$$x = \frac{\lambda \pm \sqrt{8}}{2} = f \pm \sqrt{2}$$

$$xy = 1f$$

گزینه (۳) $4 - \sqrt{2}$

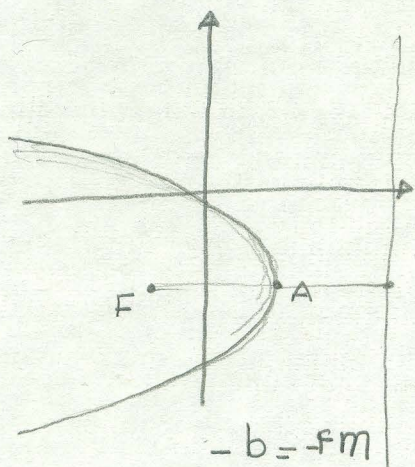
۱۳۶- اگر نقطه $F(-\frac{a}{f}, 25, -2)$ کانون سهمی $y^2 + ay + bx + 1 = 0$ باشد، کوچکترین مقدار b ، کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)



$$-b = -fm$$

$$m = \frac{b}{f}$$

$$F = \left(-\frac{b}{f} + \frac{r}{f}, r\right)$$

$$(y-k)^2 = -fa(x-h) \quad A(h, k)$$

$$y^2 + ay + bx + 1 = 0 \quad F\left(-\frac{a}{f} + h, k\right)$$

$$y^2 + ay + \frac{a^2}{f} - \frac{a^2}{f} = -1 - bx$$

$$\left(y - \left(-\frac{a}{f}\right)\right)^2 = -1 - bx + \frac{a^2}{f}$$

$$\left(y - \left(-\frac{a}{f}\right)\right)^2 = -b\left(x - \frac{a^2 + a^2}{fb}\right)$$

$$\frac{-a}{f} = k \rightarrow \frac{-a}{f} = -r \rightarrow a = fr$$

$$\frac{a^2 - f}{fb} = h \rightarrow \frac{f^2 r^2 - f}{fb} = h \quad \frac{r}{b} = h$$

$$A\left(\frac{r}{b}, r\right)$$

فاصله رأس تا نقطه مادی برابر فاصله کانون تا رأس b

$$\frac{-b}{f} + \frac{r}{b} = -\frac{1}{f} \rightarrow b^2 - 1r = b$$

$$b^2 - b - 1r = 0$$

$$(b-f)(b+r) = 0$$

$$b=f \quad b=-r$$

گزینه (۲)

۱۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^T ، کدام است؟

۳۰ ۶ ۷۸ (۲)

۳۰ ۶ ۶۴ (۱)

۳۰ ۶ ۸۶ (۴)

۲۴ ۸ ۸۶ (۳)

$$A \times A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 2 - 3 + 5 & 2 & 10 + 4 + 10 \\ -9 + 0 + 4 & -3 & -15 + 0 + 8 \\ 2 + 0 + 2 & 1 & 5 + 0 + 4 \end{bmatrix}$$

$$A^T \times A = \begin{bmatrix} 9 & 2 & 24 \\ -2 & -3 & -7 \\ 4 & 1 & 9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 - 6 + 24 & 9 & 30 + 8 + 20 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 30 & 9 & 58 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

گزینه (۴)