

## فصل سوم فیزیک هالیدی: بردارها

اسکالرها و بردارها: هر کمیت نرده ای یا اسکالر، مانند دما، فقط دارای اندازه است. این نوع کمیت با یک عدد و یکای مربوط به آن مشخص می شود و از قواعد حساب و جبر معمولی پیروی می کند. هر کمیت برداری، مثل جابه جایی، از هر دو ویژگی اندازه و جهت برخوردار است (5m در جهت شمال) و از قواعد جبر برداری پیروی می کند.

جمع بردارها به روش هندسی: دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را می توان به طور هندسی با هم جمع کرد. برای این کار آنها را با یک مقیاس مشترک رسم میکنیم، و چنان قرار می دهیم که دم یکی به نوک دیگری بچسبند. برداری که از دم بردار اول به نوک بردار دوم کشیده می شود، حاصل جمع  $\vec{s}$  این دو بردار را نشان می دهد. برای کم کردن  $\vec{b}$  از  $\vec{a}$ ، جهت  $\vec{b}$  را معکوس میکنیم تا  $-\vec{b}$  به دست آید؛ سپس  $-\vec{b}$  را با  $\vec{a}$  جمع می کنیم. جمع برداری جابه جاپذیر است

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

و از قانون انجمنی نیز تبعیت می کند

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

مؤلفه های بردار: مؤلفه های نرده ای  $a_x$  و  $a_y$  هر بردار دو بعدی  $\vec{a}$  را در امتداد محورهای دستگاه مختصات، با رسم خطوطی که از دو سر  $\vec{a}$  بر محورهای دستگاه مختصات عمود می شوند به دست می آوریم. این مؤلفه ها با روابط زیر داده می شوند

$$a_x = a \cos \theta \quad \text{و} \quad a_y = a \sin \theta$$

که در آن  $\theta$  زاویه بین جهت مثبت محور x و جهت  $\vec{a}$  است. علامت جبری هر مؤلفه نشان دهنده جهت آن در امتداد محور مربوط است، با در دست داشتن مؤلفه های هر بردار، می توان اندازه و جهت آن را به شکل زیر به دست آورد

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \text{و} \quad \tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

نماد گذاری بردار یکه: بردارهای یکه  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  اندازه شان برابر واحد است و جهت شان به ترتیب در جهت مثبت محورهای x, y, z دستگاه مختصاتی راست - دست قرار می گیرد. بردار  $\vec{a}$  را برحسب بردارهای یکه به صورت زیر می توان نوشت

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

که در آن مؤلفه های برداری  $a_x, a_y, a_z$  هستند و هم مؤلفه های نرده ای آن.

جمع بردارها با استفاده از مؤلفه ها: برای جمع زنی بردارهایی که برحسب مؤلفه هاشان مشخص شده باشند، از قواعد زیر استفاده می کنیم

$$r_x = a_x + b_x \quad r_y = a_y + b_y \quad r_z = a_z + b_z$$

در این جا  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بردارهایی اند که باید با هم جمع شوند، و  $\vec{r}$  حاصل جمع برداری آنهاست. مؤلفه ها را محور به محور باهم جمع می زنیم. سپس حاصل جمع را با نماد بردار یکه یا با نماد اندازه - زاویه نشان می دهیم.

ضرب یک اسکالر در بردار: حاصل ضرب اسکالر s در بردار  $\vec{v}$  بردار جدیدی است که اندازه اش برابر s است و جهت آن اگر و مثبت باشد همان جهت  $\vec{v}$ ، و اگر منفی باشد در جهت مخالف  $\vec{v}$  است. (علامت منفی، جهت بردار را معکوس می کند.) برای تقسیم  $\vec{v}$  بر s، بردار  $\vec{v}$  را در  $\frac{1}{s}$  ضرب میکنیم

ضرب نرده ای: ضرب نرده ای (یا اسکالر یا نقطه ای) دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  به شکل  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  نوشته می شود و کمیتی نرده ای یا اسکالر است که به صورت زیر به دست می آید

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \phi$$

در اینجا  $\phi$  زاویه بین جهت های  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  است. حاصل ضرب نرده ای را از ضرب کردن اندازه یک بردار در مؤلفه نرده ای بردار دیگر در امتداد بردار اول می توان به دست آورد. با استفاده از نمادگذاری بردار یکه، می توان نوشت

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \cdot (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$$

که با استفاده از قانون پخش می توان آن را بسط داد. باید توجه داشته باشیم که برقراری  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$  بدان معنی است که ضرب نرده ای از قانون جابه جایی تبعیت میکند.

ضرب برداری: حاصل ضرب برداری (یا چلیپایی) دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  که به شکل  $\vec{a} \times \vec{b}$  نوشته می شود، برداری مانند  $\vec{c}$  است که اندازه اش چنین به دست می آید

$$c = ab \sin \phi$$

که در آن  $\phi$  زاویه کوچکتر بین جهت های  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  است. جهت  $\vec{c}$  بر صفحه ای که با بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  مشخص می شود عمود است، و با قاعده

دست راست معین می شود. توجه کنید که  $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$  و این هم بدان معنی است که ضرب برداری از قانون جابه جایی تبعیت نمی کند. با

استفاده از نمادگذاری بردار

که به کمک قانون پخش می توان آن را بسط داد.

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \times (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$$