

متن سوالات حسابان کنکور ریاضی ۹۸ (رشته ریاضی و فیزیک)



فایل متنی ای که ملاحظه می فرمائید متن سوالات تست های مربوط به حسابان (ریاضی دهم، حسابان (۱) و حسابان (۲)) کنکور سراسری سال ۹۸ رشته ریاضی و فیزیک است. پس از سوالات، پاسخ تشریحی ای که در فیلم مربوطه فیلمبرداری شده است مشاهده می فرمائید. (منظور از فیلم مربوطه: فیلم بخش اول از تست های ریاضی کنکور سراسری ۹۸ رشته ریاضی و فیزیک که در صفحه [اصل مطلب](#) سایت قرار داده شده است).

البته شما با مراجعه به صفحه پاسخ تشریحی کنکور سراسری سایت کانون فرهنگی آموزش (قلم چی) نیز می توانید پاسخ های تشریحی کنکور را از افراد متعددی ببینید، اما قطعاً پاسخ تشریحی ای که در اینجا با توضیحات بسیار کامل هم در متن و هم در فیلم وجود دارد، یک فرصت مناسب برای دوره روی مطالب درسی است.

از آنجایی که در بخش اول از حل تست های ریاضی رشته ریاضی و فیزیک، تست ها از مباحثی است که به آن ریاضیات پیوسته می گویند، بنابراین تماماً مورد استفاده دانش آموزان رشته علوم تجربی می تواند قرار گیرد.

در دو بخش دیگر این فیلم تست های مربوط به هندسه (شامل هندسه دهم، یازدهم و دوازدهم) و ریاضیات گسسته و آمار و احتمال آورده خواهد شد.

چنانچه در فیلم های مربوط به حل تست های کنکور (که در صفحه اصل مطلب) قرار دارد ملاحظه خواهید کرد، تمرکز بر حل تست است و از آنجایی که تست های کنکور بعضاً ترکیبی و با سطح دشواری بالاتری نسبت به کتاب درسی است، بنابراین لازم است بر مباحث کتاب درسی تسلط داشته باشید. بنابراین می توانید از فیلم های آموزشی و همچنین فیلم های تمرینات تکمیلی برای تسلط بر مفاهیم هر مبحث استفاده کنید. فیلم های آموزشی هر پایه در صفحه مربوطه در سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک قرار دارد. از آنجایی که حسابان (۲) با ریاضی (۳) در اکثریت مباحث اشتراک داشته است، بنابراین دانش آموزان پایه دوازدهم رشته ریاضی و فیزیک برای آموزش مباحث دوازدهم، فیلم های آموزشی ریاضی (۳) را ببینند و بعد در فیلم های تمرینات تکمیلی حسابان (۲)، تمریناتی را خواهند دید که از چند مورد خاص که مختص رشته ریاضی و فیزیک است سوال داده شده است. (نظیر مجانب قائم)

توصیه می شود که برای استفاده موثرتر از فیلم های آموزشی حتماً آنها را دانلود فرمائید و برای اینکه با بهترین کیفیت (اصلی) دانلود کنید از لینک تلگرام و یا گوگل درایو فیلم ها که در زیر لوگوی فیلم در صفحه اصل مطلب قرار دارد استفاده کنید.

تست به تست پیش بروید و سعی کنید که حتماً یکبار خودتان از ابتدا تا انتهای تست را حل کنید و به جواب برسید.

یادتان باشد،

"ریاضی را باید با صبر و حوصله و طمأنینه یاد بگیرید"

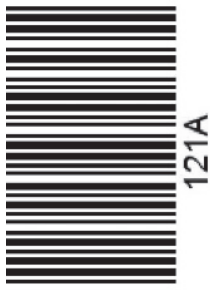
اصلاً زمان را در یادگیری موضوعی مهم ندانید، بدانید این زمان "سرمایه ای" است که در هنگام خود به بهره می رسد.

آدرس سایت فیلم آموزشی ریاضی و فیزیک: riazi.blog.ir

کُد کنترل

121

A



ویژه نظام آموزشی ۳-۳-۶

دفترچه شماره ۲
صبح پنجشنبه
۱۳۹۸/۴/۱۳



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - ۱۳۹۸

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۳۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب.....با شماره داوطلبی.....با آگاهی کامل، یکسان بودن شمارهٔ صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱۰۱- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۱۰۲- اگر $A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۱

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادلهٔ درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ ، دارای دو ریشهٔ حقیقی است؟

- (۱) $-2 < m < 2/5$ (۲) $-2 < m < 3/5$

- (۳) $-1 < m < 2/5$ (۴) $-1 < m < 3/5$

۱۰۴- نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

- (۱) (۳, ۴) (۲) (۲, ۵) (۳) (۳, ۵) (۴) (۲, ۶)

۱۰۵- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

- (۱) ۷۲۱ (۲) ۷۲۸ (۳) ۷۳۵ (۴) ۷۴۲

۱۰۶- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶

۱۰۷- اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ باشند، تابع $\frac{g}{\text{gof}^{-1}}$ ، کدام است؟

- (۱) $\{(4, 2), (5, 2)\}$ (۲) $\{(4, 2), (3, 5)\}$ (۳) $\{(5, 2), (2, 4)\}$ (۴) $\{(3, 5), (2, 4)\}$

۱۰۸- نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{4}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۰۹- حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

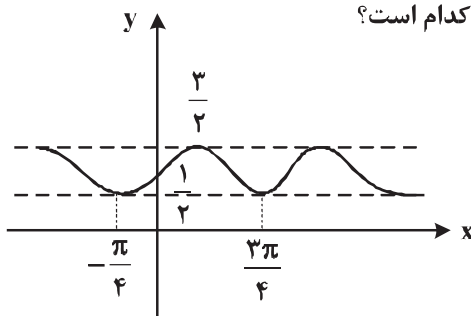
۱۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$ کدام است؟

- (۱) $-\sin a$ (۲) $-\cos a$ (۳) $\cos a$ (۴) $\sin a$

۱۱۱- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x-6 & ; x > 2 \\ x-\sqrt{x+2} & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

- (۱) $1/5$ (۲) 2 (۳) $2/5$ (۴) 3

۱۱۲- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟



- (۱) 1
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) 2
(۴) 3

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) $\frac{7\pi}{2}$ (۳) 2π (۴) 3π

۱۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) صفر (۳) 1 (۴) 2

۱۱۵- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) 2 (۴) 3

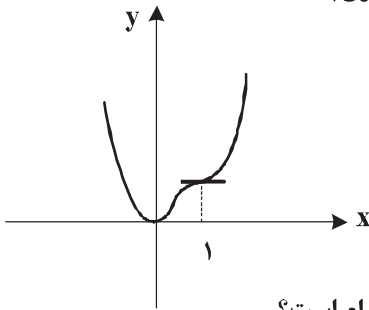
۱۱۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱۷- در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

- (۱) ۰/۱۰ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۲۰ (۴) ۰/۲۵

۱۱۸- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ است. a کدام است؟



(۱) -۸

(۲) -۷

(۳) -۵

(۴) -۴

۱۱۹- فاصله نقطه می‌نیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ از خط مجانب قائم آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۲۰- در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۲۱- در مثلث ABC نقطه M وسط BC است. نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC دو ضلع مثلث را در P و Q قطع می‌کنند. نقطه O محل تلاقی AM و PQ است. OM برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}BC$ (۲) AQ (۳) OA (۴) OP

۱۲۲- در چهارضلعی ABCD، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

- (۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.
(۲) دو قطر عمود برهم‌اند.
(۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.
(۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

۱۰۱- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

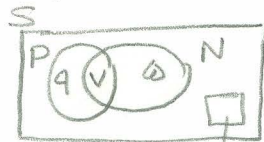
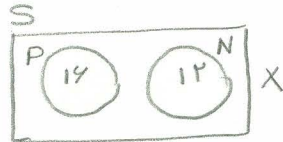
۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

$$n(S) = 39$$

$$n(\text{ورزش}) = n(P) = 12$$

$$n(\text{روزنامه}) = n(N) = 9$$



$$n(P \cup N) = n(P) + n(N) - n(P \cap N)$$

$$n(S) = n(P \cup N) + n(\text{هیچ یکی})$$

$$39 = (12 + 9 - 7) + \square$$

$$39 = 14 - 7 + \square$$

$$39 - 7 = \square$$

۱۸ نفر عضو هیچ یک از دو گروه ورزشی یا روزنامه دیواری نیستند.
گزینه (۴)

۱۰۲- اگر $A = \sqrt[3]{4\sqrt{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟

۱ (۴)

۰,۷۵ (۳)

۰,۵ (۲)

۰,۲۵ (۱)

$$A = \sqrt[3]{4\sqrt{16}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}}$$

$$A = \left(2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(2^{-1}\right)^{\frac{4}{3}}$$

$$A = \left(2^{\frac{10}{6}}\right)^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2 = 2$$

$$(2A)^{-\frac{1}{3}} = (2 \times 2)^{-\frac{1}{3}} = (2^2)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

گزینه (۲)

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ ، دارای دو ریشه حقیقی است؟

$-2 < m < 2/5$ (۲)

$-2 < m < 2/5$ (۱)

$-1 < m < 2/5$ (۴)

$-1 < m < 2/5$ (۳)

$\Delta > 0$

$b^2 - 4ac > 0$

$36 - 4(2m-1)(m-2) > 0$

$36 - 8m^2 + 16m + 8 > 0$

$-8m^2 + 20m + 44 > 0$

$-2(4m^2 - 10m - 22) > 0 \rightarrow$

$4m^2 - 10m - 22 < 0$

$(2m-7)(2m+2) < 0$

$m = \frac{7}{2} \quad m = -1$

$-1 < m < \frac{7}{2}$ گزینه (۳)



۱۰۴- نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را، ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم.

نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

$(2, 6)$ (۴)

$(3, 5)$ (۳)

$(2, 5)$ (۲)

$(3, 4)$ (۱)

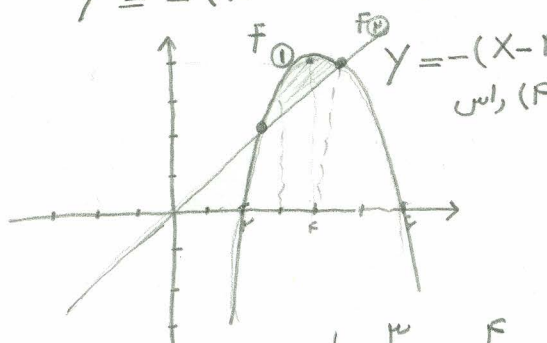
$y = -x^2 + 2x + 5$

$y = -(x^2 - 2x) + 5$

$y = -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 5$

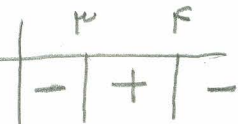
$y = -(x^2 - 2x + 1) + 6 \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = -(x-1)^2 + 6$

و بعد با انتقال دو واحد به پایین $y = -(x-4)^2 + 4$



$(3, 4)$

گزینه (۱)



$f(1) > f(4)$
 $-(x-4)^2 + 4 > x$
 $-(x-4)^2 > x-4$
 $-(x-4)^2 - (x-4) > 0$
 $(x-4)(-x+4-1) > 0$
 $(x-4)(3-x) > 0$

۱۰۵- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

۷۴۲ (۴)

۷۳۵ (۳)

۷۲۸ (۲)

۷۲۱ (۱)

۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲, ۴۹, ۵۶, ۶۳, ۷۰, ۷۷, ۸۴, ۹۱, ۹۸

$$970 + 58 = 728$$

روش اول:

روش دوم: (مجموع عبارات دنباله حسابی)

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$n = ?$$

$$a_1 = 14$$

$$a_n = 98$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$98 = 14 + (n-1) \times 7 \rightarrow n-1 = \frac{98-14}{7}$$

$$n-1 = \frac{84}{7} \rightarrow n-1 = 12 \rightarrow n = 13$$

$$S_n = \frac{13}{2} (14 + 98) \rightarrow S_n = \frac{13}{2} \times 112 = 13 \times 56 = 560 + 168$$

$$= 728 \quad \text{گزینه (۲)}$$

۱۰۶- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این

کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

۳۶ (۴)

۳۵ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ (۱)

مقدار کار انجام شده

$$= \frac{1}{t_1}$$

توسط بهروز در یک ساعت

مدت زمان انجام کار توسط

توسط فرهاد

$$t_2 = t_1 + 9$$

مقدار کار انجام شده

توسط فرهاد در یک ساعت

$$= \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_1 + 9}$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_1 + 9} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{t_1 + 9 + t_1}{t_1^2 + 9t_1} = \frac{1}{20}$$

$$20(2t_1 + 9) = t_1^2 + 9t_1$$

$$40t_1 + 180 = t_1^2 + 9t_1$$

$$t_1^2 - 31t_1 - 180 = 0$$

$$(t_1 - 36)(t_1 + 5) = 0$$

$$t_1 = 36$$

گزینه (۴)

۱۰۷- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$ باشند. تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\{(4,2), (5,2)\}$ (۲) $\{(4,2), (3,5)\}$ (۳) $\{(5,2), (2,4)\}$ (۴) $\{(3,5), (2,4)\}$

$$f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (4,3), (6,4)\}$$

$$X (g \circ f)^{-1}(x) = (g \circ f)^{-1}(x) \quad g \circ f^{-1} = g(f^{-1}(x))$$

$$g \circ f^{-1}(1) = g(1) \quad \text{تعریف نشده} \quad g \circ f^{-1} = \{(5,3), (4,1), (6,2)\}$$

$$g \circ f^{-1}(5) = g(2) = 3$$

$$g \circ f^{-1}(4) = g(3) = 1$$

$$g \circ f^{-1}(6) = g(4) = 2$$

$$\frac{g(5)}{g \circ f^{-1}(5)} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{g(4)}{g \circ f^{-1}(4)} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{g(6)}{g \circ f^{-1}(6)} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{تعریف نشده}$$

$$\{(5,2), (4,2)\} \quad \text{گزینه (۱)}$$

تعریف
نسره

۱۰۸- نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{r}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع

می‌کند. $f(3)$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$y = x^2 - x$$

$$g(x) = x^2 - x$$

$$g(1) = 1^2 - 1 = 0$$

$$g(2) = 2^2 - 2 = 2$$

$$f(1) = g(1)$$

$$f(2) = g(2)$$

$$f(1) = -2 + \left(\frac{1}{r}\right)^{A+B} = 0$$

$$-2 = -\left(\frac{1}{r}\right)^{A+B} \rightarrow r = \left(\frac{1}{r}\right)^{A+B}$$

$$r^1 = (r^{-1})^{A+B}$$

$$1 = -A - B \quad (1)$$

$$-2 + \left(\frac{1}{r}\right)^{rA+B} = 2 \rightarrow \left(\frac{1}{r}\right)^{rA+B} = 4$$

$$f(r) = -2 + \left(\frac{1}{r}\right)^{rA+B}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)^{rA+B} = r^2 \rightarrow -2A - B = 2 \quad (2)$$

$$A = -1 \leftarrow -A = 1 \leftarrow \begin{cases} A+B = -1 \\ -2A-B = 2 \end{cases}$$

$$B = 0$$

$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{r}\right)^{-x}$$

$$f(3) = -2 + \left(\frac{1}{r}\right)^{-3} = -2 + (r^{-1})^{-3} = -2 + 8 = 6 \quad \text{گزینه (۴)}$$

۱۰۹ - حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (۱)$$

$$\tan\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \tan\left(2\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan\frac{\pi}{4} = -1$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{15\pi}{4}\right) &= \sin\left(3\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(2\pi + \pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi + \frac{3\pi}{4}\right) \\ &= -\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right) = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \cos\left(\pi + \pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cdot \cos \frac{13\pi}{4}$$

$$= -1 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{گزینه (۲)}$$

۱۱۰ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$ کدام است؟

$$\sin a \quad (۴)$$

$$\cos a \quad (۳)$$

$$-\cos a \quad (۲)$$

$$-\sin a \quad (۱)$$

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a (\cos x - 1) + \cos a \sin x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1) \cdot \sin a}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos a \cdot \sin x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-r \sin^2 \frac{x}{r} \cdot \sin a}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos a \cdot \sin x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-r \sin \frac{x}{r} \cdot \frac{\sin x}{r} \cdot \sin a}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos a \cdot \sin x}{x}$$

$$= 0 + \cos a = \cos a \quad \text{گزینه (۳)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin a}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x)}{1} = \cos a$$

$$\begin{aligned} \cos rx &= \cos^2 \frac{x}{r} - \sin^2 \frac{x}{r} \\ \cos rx &= 1 - r \sin^2 \frac{x}{r} \\ \cos rx - 1 &= -r \sin^2 \frac{x}{r} \\ \cos x - 1 &= -r \sin^2 \frac{x}{r} \end{aligned}$$

روش دوم (استفاده از قاعده هسپیتال)

۱۱۱- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x-6 & ; x > 2 \\ x-\sqrt{x+2} & ; x > 2 \\ ax-1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

۳ (۴)

۲,۵ (۳)

۲ (۲)

۱,۵ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ شرط پیوستگی
 $x = 2 >$

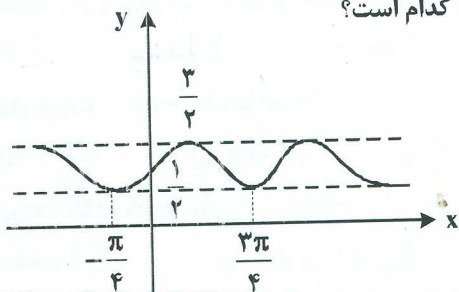
$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} = \frac{0}{0}$ رفع ابهام
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} \cdot \frac{x+\sqrt{x+2}}{x+\sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x-6)(x+\sqrt{x+2})}{x^2-x-2}$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3(x-2)(x+\sqrt{x+2})}{(x-2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3(x+\sqrt{x+2})}{x+1} = \frac{3(2+2)}{3} = 4 = f$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (ax-1) = 2a-1$ گزینه (۳) $2a-1 = f \rightarrow a = \frac{5}{2} = 2,5$

روش دوم: استفاده از قاعده هسپیتال
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{12}{3} = 4$

۱۱۲- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a+b$ کدام است؟



۱ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۲ (۴)

$y = 1 + a \sin bx \cos bx$

$y = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$

از روی شکل $T = \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{\pi}{|b|}$
 دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow b=1$

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\sin 2bx = 2 \sin bx \cos bx$

$\frac{1}{2} \sin 2bx = \sin bx \cos bx$

مکانیزم تابع: $\frac{3}{2}$

پس: $1 + \frac{a}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow a=1$

($a > 0$) با توجه به اینکه جهت نمودار $\sin x$ مثبت به محور x تغییر نکرده)

گزینه (۳) $a+b=2$

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{r} \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

۲π (۴)

۲π (۳)

$\frac{7\pi}{2}$ (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{r} \sin 2x$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)(a-b + ab + b^2)$$

$$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) = 1 - \frac{1}{r} \sin 2x$$

$$(\sin x + \cos x) \left(1 - \frac{1}{r} \sin 2x \right) = \left(1 - \frac{1}{r} \sin 2x \right)$$

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$1 - \frac{1}{r} \sin 2x \neq 0$$

$$1 \neq \frac{1}{r} \sin 2x$$

$$r \neq \sin 2x$$

همواره برقرار است

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 0$$

$$x = 2\pi$$

$$\frac{\pi}{2} + 0 + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$$

گزینه (۱)

۱۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{rx - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

$$x = 2$$

ریشه مخرج

چون $x \rightarrow 2$ یک مقدار یعنی $-\infty$ برای مخرج مباد کرده پس $x = 2$ ریشه مضاعف مخرج است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{rx - 5}{x^2 + ax + b} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + ax + b$$

$$a = -4 \rightarrow a + b = 0$$

$$b = 4$$

گزینه (۲)

۱۱۵- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{2}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$g(x) = x + \sqrt{x} \rightarrow g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(2) = \frac{4}{3}$$

$$(f \circ g)'(1) = g'(1) \cdot f'(g(1))$$

$$\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{1}}\right) \cdot f'(1 + \sqrt{1}) = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot f'(2)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

گزینه (۳)

۱۱۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۲ (۱)

شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} |x^2 - 2x| = f - f = 0$$

$$x \rightarrow 2^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{2}x^2 + ax + b\right) = 2 + 2a + b$$

$$x \rightarrow 2^+ \quad x \rightarrow 2^+$$

$$\left. \begin{aligned} 2a + b + 2 &= 0 \\ 2a + b &= -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$r(-f) + b = -r$$

$$\boxed{b = 4}$$

شرط مشتق پذیری: $f'(2^+) = f'(2^-)$

$$f'(2^-): \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - 2x| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 2x)}{x - 2}$$

$$x \rightarrow 2^-$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x) = -2$$

$$f'(2^+) = 2 + a$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + ax + b \rightarrow f'(x) = x + a$$

$$2 + a = -2$$

$$\boxed{a = -4}$$

$$a + b = -f + 4 = 2$$

گزینه (۱)

$$\begin{array}{c} 2 \\ + \quad - \quad + \\ \hline \end{array}$$

۱۱۷- در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در

$x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۰ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۰/۱۰ (۱)

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{((2+2)\sqrt{4 \cdot 2 + 1}) - ((0+2)\sqrt{4 \cdot 0 + 1})}{2 - 0}$$

$$= \frac{4 \times 3 - 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$5 - \frac{19}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

گزینه (۴)

آهنگ تغییر لحظه‌ای: $f'(x) = \sqrt{4x+1} + \frac{f}{2\sqrt{4x+1}}(x+2)$

$$f'\left(\frac{3}{4}\right) = \sqrt{4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 1} + \frac{2}{\sqrt{4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 1}} \left(\frac{3}{4} + 2\right) = 2 + 1 \times \frac{11}{4} = \frac{19}{4}$$

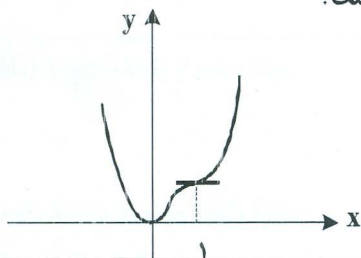
۱۱۸- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx^2 + cx$ است. a کدام است؟

-۸ (۱)

-۷ (۲)

-۵ (۳)

-۴ (۴)



$$f'(1) = 0$$

$$f''(1) = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$f'(0) = 0$$

$$f'(x) = 12x^2 + 2ax + 2bx + c$$

$$f'(1) = 0 \rightarrow 12 + 2a + 2b + c = 0$$

$$f''(x) = 24x + 2a + 2b$$

$$f''(1) = 0 \rightarrow 24 + 2a + 2b = 0$$

$$12 + a + b = 0$$

$$f(0) = 12(0)^3 + 2a(0)^2 + 2b(0) + c = 0$$

$$c = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$\begin{cases} 2a + 2b = -12 \\ 12 + a + b = -12 \end{cases}$$

$$\boxed{b = 6}$$

$$2a + 6 = -12 \rightarrow a = -9$$

گزینه (۱)

۱۱۹ - فاصله نقطه می نیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ ، از خط مجانب قائم آن کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

۱ (۱)

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2+2x)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1) [(2x+2)(x-1) - 2(x^2+2x)]}{(x-1)^4} = \frac{2(x+1)(x-1) - 2x^2 - 4x}{(x-1)^3}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2 - 2x^2 - 4x = 0 \rightarrow -2 = 4x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)}{\left(-\frac{1}{2} - 1\right)^2}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{4} - 1}{\left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{9}{4}} = -\frac{1}{3}$$

طول نقطه استرس

$x = 1$ مجانب قائم

$$\begin{aligned} \left|-\frac{1}{2}\right| + 1 &= \frac{3}{2} \\ \left|-\frac{1}{2} - 1\right| &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

