

به نام خدا

سری اول تمرینات

طراحی الگوریتم ها ۹۳-۹۴

زمان تحویل : ۱۴ اسفند ۹۴

توجه :

- ❖ حداکثر تا تاریخ مشخص شده می توانید تمرینات خود را تحویل دهید.
- ❖ هرگونه کپی برداری به منزله ی تقلب حساب خواهد شد و نمره ی صفر برای شما در نظر گرفته می شود.

۱. توابع زیر را بر حسب سرعت رشد مرتب کنید :

$\log \sqrt{n}$	$n^{\frac{1}{\log n}}$	$n \log \sqrt{n}$	$n \log n$	n^2	$2^1 + 2^2 + \dots + n$
2^{2^n}	$\sqrt{n \log n!}$	$\log \log n$	$\log n!$	$2^{\log \sqrt{n}}$	$\sqrt{n^2}$

۲. با استفاده از تعریف توابع حدی تساوی های زیر را ثابت کنید :

الف) $2^{2015} = \theta(1)$ ب) $2 \cdot n^3 + 10 \cdot n \log n + 5 = \theta(n^3)$ ج) $\sum_{i=1}^n i = \theta(n^2)$

۳. برای هر یک از عبارت های زیر کدام تعریف درست است (ممکن است همه ی تعاریف درست باشد ، لازم به اثبات نیست).

I. $f(n) = \sqrt{n}$ $g(n) = \log n$		
الف) $f(n) = O(g(n))$	ب) $f(n) = \theta(g(n))$	ج) $f(n) = \Omega(g(n))$
II. $f(n) = 2^{\log n}$ $g(n) = n^2$		
الف) $f(n) = O(g(n))$	ب) $f(n) = \theta(g(n))$	ج) $f(n) = \Omega(g(n))$
III. $f(n) = 2n \log n$ $g(n) = n \log 2n$		
الف) $f(n) = O(g(n))$	ب) $f(n) = \theta(g(n))$	ج) $f(n) = \Omega(g(n))$
IV. $f(n) = \log_2 n$ $g(n) = \log \sqrt{n}$		
الف) $f(n) = O(g(n))$	ب) $f(n) = \theta(g(n))$	ج) $f(n) = \Omega(g(n))$

۴. آیا عبارت $2^{n+1} = O(2^n)$ درست است ؟ عبارت $2^{2n} = O(2^n)$ چطور ؟ دلیل خود را بنویسید.

۵. درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید (برای موارد نادرست مثال نقض بزنید) :

الف (اگر $f(n) = O(g(n))$ آنگاه $f(n) = o(g(n))$)

ب ($f(n) = \theta(f(\frac{n}{2}))$)

ج (اگر $f(n) = o(g(n))$ آنگاه $\log f(n) = o(\log g(n))$)

د ($f(n) + g(n) = \theta(\min(f(n), g(n)))$)

۶. با استفاده از تقریب استرلینگ نشان دهید $\log n! = \theta(n \log n)$ ، طبق این رابطه داریم :

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \theta\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

۷. کدام گزینه در رابطه با میزان رشد توابع زیر صحیح است :

$$f_1 = n^2 (\log n)^2$$

$$f_2 = n^2 (\log \sqrt{n})^2$$

$$f_3 = 2^{(\log n + \log \log n)}$$

$$f_1 = f_2 = f_3 \quad (۴) \quad f_2 < f_1 < f_3 \quad (۳) \quad f_1 < f_2 < f_3 \quad (۲) \quad f_1 = f_2 < f_3 \quad (۱)$$