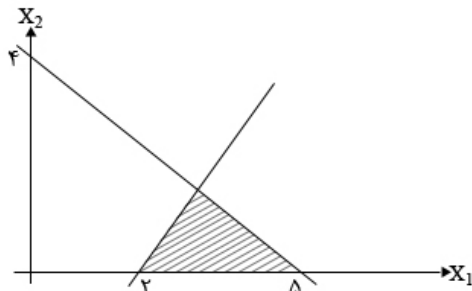




۱. منطقه موجه یک مدل LP به صورت زیر است.
اگر محدودیتی بصورت $X_1 \geq 5$ به مسئله اضافه شود
در این صورت منطقه موجه به چه صورت خواهد بود؟



۲. یک مدل برنامه ریزی خطی بصورت داده شده مفروض است.

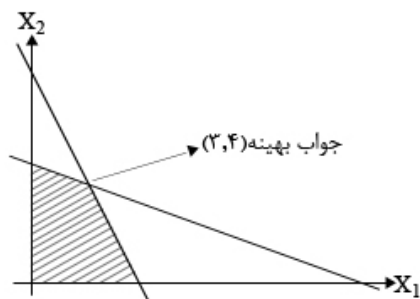
اگر یک محدودیت جدید به مسئله اضافه شود:

الف- فضای جواب چه تغییری خواهد کرد؟

ب- جواب بهینه مسئله چه تغییری خواهد کرد؟

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= \sum C_j x_j \\ \text{s.t. } \sum a_{ij} x_j &\leq b_i \\ x_j &\geq 0 \end{aligned}$$

۳. منطقه موجه و جواب بهینه یک مسئله برنامه ریزی خطی بصورت زیر داده شده است. محدودیتی را به مسئله چنان اضافه کنید که مسئله دارای جواب تبهگن باشد.



۴. آیا تابع هدفی بصورت $\theta \geq 0$ $\text{Max } Z = (1 - 2\theta + \theta^2)x_1 + (3 + 2\theta - \theta^3)x_2 + x_3$ می تواند تابع هدف یک مدل برنامه ریزی خطی باشد؟ توضیح دهید.





۵. با فرض اینکه جواب بهینه مدل برنامه ریزی خطی زیر دارای حالت خاص چند گانه نباشد، جواب بهینه آن کدامیک از نقاط داده شده A یا B است؟ توضیح دهید.

$$MaxZ = 3x_1 + 4x_2 + x_3$$

$$S.t.: \quad 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 15$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$$

$$A: (x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 3)$$

$$B: (x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 3)$$

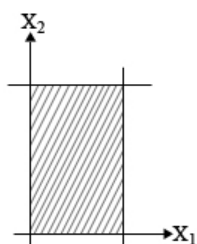
۶. جواب بهینه مدل برنامه ریزی خطی زیر را بدست آورید. ($a > 0$, $b > 0$)

$$MaxZ = 4x_1 - ax_2 - bx_3 + 7x_4$$

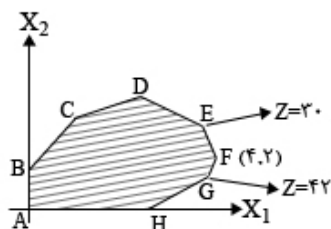
$$S.t.: \quad 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 200$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$$

۷. فضای جواب یک مدل برنامه ریزی خطی به صورت زیر داده شده است. تابع هدفی را برای مسئله چنان تعریف کنید که مسئله دارای جواب بهینه چند گانه باشد.



۸. فضای جواب یک مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف $MaxZ = C_1X_1 + 4X_2$ به صورت شکل مقابل داده شده است. به ازای چه مقادیری از C_1 نقطه F نقطه بهینه خواهد بود؟



۹. بر اثر افزایش مهارت کارگران زمان ساخت یک قطعه رو به کاهش است، مسئله ای با این محدودیت توسط چه نوع مدل برنامه ریزی ریاضی قابل حل است؟ توضیح دهید.

۱۰. مدل LP زیر را در نظر بگیرید. نقطه A چه وضعیتی دارد؟
(گوشه موجه، گوشه غیر موجه، نقطه ای داخل فضا، نقطه ای خارج از فضا، نقطه مرزی) توضیح دهید.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 100X_1 + 200X_2 + 150X_3 \\ \text{S.t.: } \quad 5X_1 + 20X_2 + 30X_3 &\leq 60 \\ 7X_1 + 20X_2 + 50X_3 &\leq 100 \\ X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned} \quad A : (X_1 = 4, X_2 = \frac{1}{2}, X_3 = 1)$$

۱۱. کارخانه ای با استفاده از ۶ نوع مواد اولیه امکان تولید ۱۰ نوع محصول را دارد. اگر تنها محدودیت‌های مدل برنامه ریزی خطی تولید این کارخانه مواد اولیه باشند این مدل حداکثر تولید چه نوع محصول را توصیه می کند؟ توضیح دهید.

۱۲. نشان دهید که بردارهای زیر یک پایه برای E^n می سازند. $a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$

آیا می توان بردار a_2 را با بردار $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ عوض کرد بطوریکه مجموعه بردارهای جدید هنوز یک پایه برای E^n تشکیل دهند؟

۱۳. تعیین کنید که آیا سیستم های معادلات خطی زیر: بدون جواب، دارای جواب منحصر به فرد یا دارای بی نهایت جواب است؟

$$\begin{aligned} X_1 + 3X_2 + X_3 - X_4 &= 1 \\ 5X_2 - 6X_3 + X_4 &= 0 \\ X_1 - 2X_2 + 4X_3 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_1 + 3X_2 + X_3 &= 4 \\ X_1 + X_2 - X_3 &= 1 \\ 2X_1 + 4X_2 &= 0 \end{aligned}$$

۱۴. در دستگاه معادلات زیر مقدار و یا دامنه تغییرات α و β را آن چنان تعیین کنید که :

$$2X_1 - 4X_2 - 2X_3 = -2$$

$$3X_1 - 2X_2 + \beta X_3 = 2$$

$$-X_1 + 3X_2 + 2X_3 = \alpha$$

الف) دستگاه جواب نداشته باشد.

ب) دستگاه دارای جواب یگانه باشد.

ج) دستگاه بی نهایت جواب داشته باشد.

۱۵. مجموعه محدودیتهای زیر را در نظر بگیرید.

$$X_1 + X_2 \leq 3$$

$$-2X_1 + X_2 \leq 2$$

$$X_1 - 2X_2 \leq 0$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

الف) ناحیه شدنی را رسم کنید.

ب) نقاط رأسی (گوشه موجه) را مشخص کنید،

و جواب گسترده هر نقطه گوشه موجه را بدست آورید.

(متغیرهای پایه و غیر پایه هر جواب را نیز مشخص کنید.)

ج) فرض کنید که از نقطه رأسی $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ به نقطه رأسی $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ حرکتی صورت گیرد. متغیرهای خروجی و ورودی را مشخص کنید.

۱۶. مدل برنامه ریزی خطی زیر را به روش ترسیمی حل کنید.

جواب مسئله دارای چه حالت خاصی است؟

$$Max Z = X_1 - X_2$$

$$S.t.: \quad X_1 - X_2 \leq 0$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$



۱. مسائل برنامه ریزی خطی زیر را به روش سیمپلکس حل کنید.

$$\begin{aligned} \text{Max} Z &= 4X_1 + 5X_2 - 3X_3 \\ \text{S.t.:} \quad &X_1 + X_2 + X_3 = 10 \\ &X_1 - X_2 \geq 1 \\ &X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 14 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} Z &= -X_1 + 2X_2 - X_3 \\ \text{S.t.:} \quad &X_1 + X_2 - X_3 \geq 4 \\ &X_1 - 4X_2 + X_3 \leq 2 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} Z &= 2X_1 + 3X_2 \\ \text{S.t.:} \quad &\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 \leq 4 \\ &X_1 + 3X_2 \geq 36 \\ &X_1 + X_2 = 10 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} Z &= -X_1 - 2X_2 + X_3 \\ \text{S.t.:} \quad &X_1 + X_2 + X_3 \geq 4 \\ &2X_1 - X_3 \geq 3 \\ &X_2 + X_3 \leq 2 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} Z &= 20X_1 + 15X_2 \\ \text{S.t.:} \quad &2X_1 + X_2 \geq 5 \\ &3X_1 - 2X_2 \geq -3 \\ &X_1 + X_2 \geq 3 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} Z &= 2X_1 + 3X_2 \\ \text{S.t.:} \quad &2X_1 + 3X_2 \leq 30 \\ &X_1 + 2X_2 \geq 10 \\ &X_1 - X_2 \geq 0 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Max} Z &= 3X_1 + 12X_2 + 4X_3 \\ \text{S.t.:} \quad &-X_1 - 2X_2 - X_3 \geq -5 \\ &2X_1 - X_2 + 3X_3 = 2 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} Z &= 4X_1 + 2X_2 \\ \text{S.t.:} \quad &-X_1 - X_2 = -1 \\ &3X_1 - X_2 \geq 2 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min} Z &= 6X_1 + 4X_2 + 3X_3 \\ \text{S.t.:} \quad &6X_1 + 2X_2 + 6X_3 \geq 6 \\ &6X_1 + 5X_2 = 12 \\ &2X_1 - 2X_2 \leq 12 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Max} Z &= -2X_1 - 5X_2 - 3X_3 \\ \text{S.t.:} \quad &5X_1 + 2X_2 + 2X_3 \geq 2 \\ &X_1 - 3X_2 - 2X_3 \leq -7 \\ &4X_1 - 2X_2 - 4X_3 \geq -7 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned}$$



۲. دو جدول متوالی سیمپلکس یک مسئله بصورت زیر داده شده است.

الف) مقدار پارامترهای a ، b و c را پیدا کنید.

ب) به ازای چه مقداری از a جدول دوم دارای شرایط تبهگن است.

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
		2			۶
		4			a
		-۲			b
		۰			C
		۱			۲
		۰			۸

۳. مدل برنامه ریزی خطی زیر مفروض است. فرض کنید مسئله حل شده و در جواب نهایی

$X_2^* = 40$ و $X_4^* = 80$ باشد. با فرض اینکه مسئله دارای جواب چند گانه نباشد کدامیک از

محدودیتهای مسئله الزام آور (فعال) است؟ توضیح دهید.

$$MaxZ = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + C_4X_4$$

$$S.t.: \quad 2X_1 + X_2 + aX_3 + 2X_4 \leq 200$$

$$bX_1 + 2X_2 + 4X_3 + X_4 \leq 160$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \quad X_4 \geq 0$$

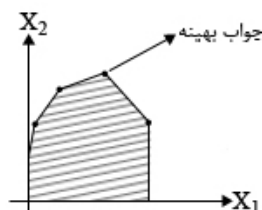
۴. اگر دو محدودیت از محدودیتهای یک مدل برنامه ریزی خطی با هم ناسازگار باشند با چه

روشی می توان جواب بهینه مسئله را بدست آورد.

۵. ناحیه موجه و جواب بهینه یک مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف $MaxZ = 5X_1 + 7X_2$ به

صورت زیر است. اگر این مسئله به روش سیمپلکس حل شود برای رسیدن به جواب بهینه به

چند جدول سیمپلکس و چند مرحله انجام روش سیمپلکس نیاز خواهد بود.





۶. در تکرارهای متوالی حل یک مسئله به روش سیمپلکس مقادیر Z به صورت $21 \rightarrow 25 \rightarrow 20 \rightarrow 12 \rightarrow 0$ تغییر نموده است. اگر مسئله از نوع Max باشد غیر از خطای محاسباتی چه اشتباه دیگری در حل مسئله به روش سیمپلکس ممکن است رخ داده باشد.

۷. در تکرارهای متوالی حل یک مسئله به روش سیمپلکس تا رسیدن به اولین جدول بهینه مقدار Z به صورت $20 \rightarrow 20 \rightarrow 8 \rightarrow 0$ تغییر نموده است. این مسئله دارای چه حالت خاص است؟ توضیح دهید.

۸. جواب بهینه مسئله برنامه ریزی خطی زیر را بدست آورید. $MaxZ = 4X_1 - aX_2 - aX_3 + 7X_4$

$$S.t.: \quad 2X_1 + X_2 + 4X_3 + 5X_4 \leq 200$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \quad X_4 \geq 0 \quad a \geq 0 \quad b \geq 0$$

۹. برای حل مسئله برنامه ریزی خطی داده شده زیر به روش سیمپلکس حداقل به چند متغیر کمکی و مصنوعی نیاز خواهد بود؟ توضیح دهید.

$$MaxZ = 4X_1 + 5X_2 + X_3$$

$$S.t.: \quad 2X_1 + X_2 - X_3 \leq 4$$

$$X_1 - 3X_2 + 2X_3 \geq 0$$

$$-6X_1 + X_2 - 4X_3 \leq -2$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

۱۰. قسمتی از جدول نهایی یک مدل برنامه ریزی خطی که دارای چهار محدودیت است بصورت مقابل است. کدامیک از محدودیت های مسئله الزام آور (فعال) هستند توضیح دهید.

X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	R.H.S
				-۳	۲	۱
				۲	۳	۶
				۱	-۲	۹
				۳	۵	۴
				۱	۲	۲۷



۱۱. در جدول سیمپلکس زیر اگر $\min\left\{\frac{c}{a}, \frac{d}{b}\right\} = 4$ باشد مقدار تابع هدف در جدول بعدی مساوی چه عددی خواهد بود. توضیح دهید. (تابع هدف مسئله بصورت Max می باشد).

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
X_2	a	۱	۰	۱	c
S_1	b	۰	۱	۳	d
Z	-۲	۰	۰	۳	۲۰

۱۲. جدول زیر یکی از تکرارهای روش سیمپلکس حل یک مسئله برنامه ریزی خطی با تابع هدف Max را نشان می دهد. متغیر ورودی در این مرحله کدام است.

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
X_1	۱	۴	۱	۰	
S_2	۰	۲	-۱	۱	
Z	-۱	-۲	۰	۰	

۱۳. جدول یک مرحله از حل مسئله ای با تابع هدف Max به صورت مقابل داده شده است. با استفاده از روش سیمپلکس حل مسئله را تا رسیدن به جواب نهایی ادامه دهید.

	X_1	X_2	X_3	X_4	R.H.S
X_3	۱	۱	۱	۰	۴
X_4	۱	4	۰	۱	۸
Z	-۶	-۳	-۴	۳	۰



۱۴. جدول زیر یکی از تکرارهای سیمپلکس حل یک مسئله برنامه ریزی خطی با تابع هدف Max را نشان می دهد. مسئله دارای چه حالت خاصی است؟ توضیح دهید.

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	۰	۲	۱	-۱	۰	۴
X_1	۱	۱/۴	۰	۱/۴	۰	۲
S_3	۰	-۲	۰	-۱	۱	۰
Z	۰	-۱/۲	۰	۱/۲	۰	۴

۱۵. جدول زیر یکی از تکرارهای حل مسئله ای را به روش سیمپلکس نشان می دهد. به ازای چه مقادیری از پارامترهای جدول، مسئله همزمان دارای حالت‌های خاص چند گانه، تبهگن و فضای نامحدود خواهد بود. توضیح دهید.

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R.H.S
X_2	۰	۱	b	۱	۰	e
X_1	۱	۰	c	۲	۴	f
Z	۰	۰	a	3	2	k



۱۶. در جدول متوالی سیمپلکس یک مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف Max بصورت زیر است، پارامترهای جدول را محاسبه کنید

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R.H.S
X_1		$-1/2$				۵۰
X_3		۰				f
S_2		$1/2$				۱
Z		-۴		3		h
					a	e
					b	۶
					C	i
Z					d	۲۰

۱۷. جواب بهینه مدل برنامه ریزی خطی داده شده را محاسبه کنید.

$$\text{Min} Z = aX_1 + bX_2$$

$$\text{S.t.}: cX_1 + dX_2 \geq 0$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad (a, b, c, d) \geq 0$$

۱۸. مدل برنامه ریزی خط زیر مفروض است. اگر در جواب نهایی مسئله که منحصر به فرد و غیر تبهگن است $X_1^* = 10$ و $X_3^* = 8$ باشد مقدار پارامترهای d و e و تابع هدف را مشخص کنید.

$$\text{Max} Z = 6X_1 + X_2 + 4X_3$$

$$\text{S.t.}: dX_1 + 2X_2 + X_3 \leq 40$$

$$5X_1 + 7X_2 + eX_3 \leq 60$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

۱۹. مدل LP زیر و معادلات استخراج شده از جدول نهایی آن بصورت زیر داده شده است. جواب بهینه مسئله را مشخص کنید.

$$\text{Max} Z = -5X_1 + 5X_2 + 13X_3$$

$$\text{S.t.}: -X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 20$$

$$12X_1 + 4X_2 + 10X_3 \leq 90$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

$$Z + aX_3 + bS_1 = 100$$

$$-X_1 + X_2 + 3X_3 + S_1 = 20$$

$$16X_1 - 2X_3 - 4S_1 + S_2 = 10$$

نمونه سوالات درس تحقیق در عملیات ۱ / استاد مهرنو
سری B

دانشگاه آزاد اسلامی
واحد قزوین
(گروه مهندسی صنایع)





۱. جدول ابتدایی و نهایی یک مدل برنامه ریزی خطی به صورت مقابل داده شده است.

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R.H.S	پارامترهای مجهول را بیابید.
S_1	b	c	d	۱	۰	۶	
S_2	-۱	۲	e	۰	۱	m	
Z	a	۱	-۳	۰	۰	۰	
X_1	g	$2/3$	$2/3$	$1/3$	۰	f	
S_2	h	i	$-1/3$	$1/3$	۱	۳	
Z	۰	$-1/3$	j	K	L	-۴	

۲. حل یک مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف $MaxZ = 10X_1 + 2X_2 + C_3X_3$ به جدول نهایی زیر که بصورت ناقص است منتهی شده است. جدول را کامل کنید و صورت مسئله اصلی را نیز بطور کامل مشخص کنید.

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
X_2			-۲	۱	$-1/2$		
X_1			۲	۰	$1/2$		۴۰
S_3			۸	-۳	$3/2$		۳۰
Z			۱۰				۴۲۰

۳. حل یک مدل LP به جدول زیر منتهی شده است ضمن پیدا کردن قسمتهای خالی جدول، مدل LP اولیه (صورت اصلی مسئله) را نیز مشخص کنید.

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
S_1		$14/3$		$-1/3$	۷
X_1		$1/3$		$1/3$	۳
Z		$1/3$			۲۱





۴. یک مدل برنامه ریزی خطی را به صورت زیر در نظر بگیرید. جدول نهایی را کامل کنید.

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
$MaxZ = 2X_1 + 3X_2 - 3X_3$							
$S.t.: \quad X_1 \leq 3$							
$\quad \quad X_2 - X_3 \leq 3$							
$\quad -6X_1 + 3X_2 - 3X_3 \leq 6$							
$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$							
Z							

آیا در هیچ مرحله ای از حل مسئله X_2 و X_3 می توانند همزمان متغیرهای اساسی باشند؟ توضیح دهید.

۵. مسئله برنامه ریزی خطی زیر و جدول نهایی ناقص مربوط به آن داده شده است. جدول را کامل کنید.

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R.H.S
$MaxZ = 6X_1 + 2X_2 + 12X_3$						
$S.t.: \quad 4X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 24$						
$\quad \quad 2X_1 + 6X_2 + 3X_3 \leq 30$						
$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$						
X_3				۱/۳		
S_2				-۱		
Z						

۶. یک مدل برنامه ریزی خطی و جدول نهایی آن داده شده است. مجهولات صورت مسئله و جدول نهایی را محاسبه کنید.

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
$MaxZ = C_1X_1 + C_2X_2$					
$S.t.: \quad a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \leq 10$					
$\quad \quad a_{21}X_1 + a_{22}X_2 \leq b_2$					
$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$					
X_2			۵/۴	-۱/۴	
X_1			-۱/۴	۱/۴	
Z			۳	۱	۴۵





۷. یک مدل برنامه ریزی خطی و جدول نهایی ناقص آن داده شده است. مجهولات صورت مسئله را پیدا کرده و جدول نهایی را کامل کنید.

$$MaxZ = C_1 X_1 + 6 X_2$$

$$S.t.: \quad 2 X_1 + a_{12} X_2 \leq 12$$

$$a_{21} X_1 + 3 X_2 \leq 9$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
X_1		۲			
S_2			-۱/۲		
Z					۴۸

۸. مدل برنامه ریزی خطی زیر مفروض است. فرض کنید در مرحله ای از حل مسئله بردار متغیرهای اساسی (Basic) بصورت $X_B = (X_1, X_2, S_3)$ باشد. مسئله را تا رسیدن به جواب نهایی با روش سیمپلکس تجدید نظر شده حل کنید.

$$MaxZ = -X_1 + 8X_2$$

$$S.t.: \quad X_1 + X_2 \geq 1$$

$$-X_1 + 6X_2 \leq 3$$

$$X_2 \leq 2$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

۹. مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. در مرحله ای از حل مسئله بردار متغیرهای پایه

$$MaxZ = -4X_1 - 6X_2$$

$$S.t.: \quad 6X_1 + 4X_2 \leq 24$$

$$X_2 \leq 3$$

$$5X_1 + 10X_2 \leq 40$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

$$X_B = \begin{bmatrix} S_1 \\ X_2 \\ X_1 \end{bmatrix} \text{ عبارت است از } . \text{ آیا این}$$

پایه بهینه است؟ در غیر اینصورت حل مسئله را تا رسیدن به جواب نهایی با روش سیمپلکس تجدید نظر شده ادامه دهید.





۱۰. مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید در مرحله ای از حل مسئله باشیم که بردار متغیرهای اساسی بصورت $X_B = (X_1, X_2, X_3)$ باشد و معکوس ماتریس پایه نیز

$$\text{برای این مرحله } B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \text{ باشد.}$$

$$\text{Max} Z = 2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + C_4X_4 + C_5X_5$$

$$\text{S.t.: } X_1 - X_2 + X_3 + fX_5 = b$$

$$X_1 + X_2 - X_3 - dX_4 + fX_5 = 0$$

$$-X_1 + X_2 + X_3 + dX_4 = b$$

(الف) نسبت $\frac{X_3}{X_1}$ را محاسبه کنید.
(ب) اگر X_5 متغیر ورودی این مرحله باشد $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0, X_5 \geq 0$ متغیر خروجی را مشخص کنید.

$$\text{Min} Z = X_1 - 2X_2$$

$$\text{S.t.: } X_1 + X_2 \geq 2$$

$$-X_1 + X_2 \geq 1$$

$$X_2 \leq 3$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

۱۱. یک مسئله برنامه ریزی خطی را بصورت زیر در نظر بگیرید. در مرحله ای از حل مسئله ماتریس پایه

$$\text{بصورت } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ می باشد با استفاده از روش}$$

سیمپلکس تجدید نظر شده حل مسئله را تا رسیدن به جواب نهایی ادامه دهید.

۱۲. مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

فرض کنید در مرحله ای از حل مسئله بردار متغیرهای اساسی بصورت $X_B = (X_1, X_2, S_2)$ باشد. در صورتیکه این پایه بهینه نیست یک مرحله آنرا بهبود دهید.
(با روش سیمپلکس تجدید نظر شده)

$$\text{Min} Z = 4X_1 + X_2$$

$$\text{S.t.: } 3X_1 + X_2 = 3$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 6$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 3$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$





۱۳. مسائل برنامه ریزی خطی زیر را با روش سیمپلکس تجدید نظر شده حل کنید.

$$MinZ = 2X_1 + 3X_2$$

$$S.t.: 2X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 10$$

$$X_1 - X_2 \geq 0$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

$$MaxZ = 4X_1 + 5X_2 - 3X_3$$

$$S.t.: X_1 + X_2 + X_3 = 10$$

$$X_1 - X_2 \geq 1$$

$$X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 14$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

$$MaxZ = -2X_1 - 5X_2 - 3X_3$$

$$S.t.: 5X_1 + 2X_2 + 2X_3 \geq 2$$

$$X_1 - 3X_2 - 2X_3 \leq -7$$

$$4X_1 - 2X_2 - 4X_3 \geq -7$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

$$MinZ = 6X_1 + 4X_2 + 3X_3$$

$$S.t.: 6X_1 + 2X_2 + 6X_3 \leq 30$$

$$6X_1 + 5X_2 = 12$$

$$2X_1 - 2X_2 \leq 12$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$





$$MaxZ = 4X_1 + 3X_2$$

$$S.t.: \quad 2X_1 + 3X_2 \leq 6$$

$$-3X_1 + 2X_2 \leq 3$$

$$2X_1 + X_2 \leq 4$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

۱. اگر بدانیم جواب بهینه مدل برنامه ریزی خطی

زیر به صورت $X_1^* = \frac{3}{2}$ و $X_2^* = 1$ است با استفاده

از روابط بین مسائل اولیه و ثانویه، جواب مسئله

ثانویه را بدست آورید.

۲. مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$MaxZ = 30X_1 + 10X_2$$

$$S.t.: \quad X_1 + X_2 + X_3 \leq 2$$

$$3X_1 + 2X_2 - X_3 \leq 3$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

(الف) مسئله ثانویه آنرا نوشته و ثانویه را از روش ترسیمی حل کنید.

(ب) جواب بهینه مسئله اولیه را با استفاده از جواب بهینه ثانویه بدست آورید.

(ج) فرض کنید تصمیم بر این باشد که سمت راست یکی از

محدودیتهای مسئله اولیه افزایش داده شود. کدامیک از

محدودیتهای پیشنهاد می کنید؟ چرا؟

۳. مدل LP داده شده را به عنوان یک مسئله اولیه در نظر بگیرید.

(الف) مسئله ثانویه را نوشته و آنرا به روش ترسیمی حل کنید.

(ب) با استفاده از جواب بدست آمده برای ثانویه، جواب بهینه مسئله اولیه را بدست آورید.

(ج) فرض کنید تصمیم بر این باشد که مقدار سمت

راست یکی از محدودیتهای مسئله ثانویه افزایش داده

شود. کدامیک را

پیشنهاد می کنید و چرا؟

$$MinZ = 6X_1 + 3X_2 + 5X_3 + 4X_4$$

$$S.t.: \quad 2X_1 - 3X_2 + 2X_4 \geq 4$$

$$3X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 \geq 3$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \quad X_4 \geq 0$$

$$MaxZ = 7X_1 + 2X_2$$

$$S.t.: \quad X_1 + 2X_2 \leq 8$$

$$5X_1 + 4X_2 \leq 20$$

$$2X_1 - 2X_2 \leq 4$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

۴. مدل برنامه ریزی خطی زیر داده شده است.

(الف) آنرا به روش ترسیمی حل کنید.

(ب) جواب بهینه مسئله ثانویه را با استفاده از

جواب بهینه مسئله اولیه بدست آورید



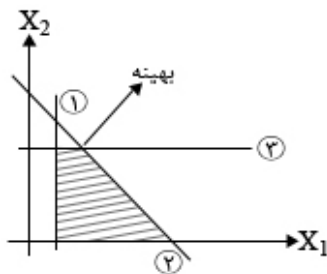


۵. جواب نهایی مدل برنامه ریزی خطی داده شده
 $MaxZ = 20X_1 + 10X_2$
 زیر بصورت $X_1^* = 40$ ، $X_2^* = 110$ ، $S_2^* = 90$ می باشد.
 $S.t.:$ $aX_1 + bX_2 = 150$
 $cX_1 \leq 40$ مقدار بهینه تابع هدف مسئله ثانویه را بدست آورید.
 $X_2 \geq 20$
 $X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$

۶. اگر در مسئله اولیه یکی از محدودیتها موازی تابع هدف باشد. جواب مسئله ثانویه دارای چه حالت خاصی خواهد بود. توضیح دهید.

۷. قیمت سایه ای محدودیتی الزام آور، با علامت \leq و سمت راست مثبت دارای چه مقداری (صفر، منفی، مثبت) خواهد بود؟ توضیح دهید.

۸. یک مدل برنامه ریزی خطی دارای جواب بهینه ای بصورت شکل زیر است. متغیرهای اساسی جواب بهینه مسئله ثانویه را مشخص کنید.



۹. مدل برنامه ریزی خطی زیر مفروض است.

یک جواب اساسی موجه به صورت
 $MaxZ = 5X_1 + 4X_2$
 $S.t.:$ $X_1 + 2X_2 \leq 6$
 $-2X_1 + X_2 \leq 4$
 $5X_1 + 3X_2 \leq 15$
 $X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$

$X = \left(\frac{12}{7}, \frac{15}{7}, 0, \frac{37}{7}, 0\right)$ برای این مسئله داده

شده است. مسئله ثانویه را نوشته و جواب اساسی مکمل این جواب را در مسئله ثانویه پیدا کنید.

آیا جواب داده شده برای مسئله اولیه بهینه است؟





۱۰. جواب مسئله ثانویه مسئله داده شده زیر دارای چه حالت خاصی است؟

$$\text{Min} Z = 4X_1 - 7X_2 + 9X_3$$

$$\text{S.t.: } X_1 + 2X_2 + 4X_3 \geq 4$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \text{ آزاد در علامت}$$

۱۱. مقدار بهینه تابع هدف یک مسئله برنامه ریزی خطی با تابع هدف Max مساوی ۱۶۲ می باشد. عدد سمت راست محدودیت اول را به اندازه ۱۲ واحد افزایش داده ایم که در نتیجه این افزایش، مقدار تابع هدف (Z) به ۱۸۳ افزایش پیدا کرده است. قیمت سایه ای منبع اول را بدست آورید.

۱۲. مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. اگر جواب بهینه مسئله ثانویه این مسئله بصورت $(2, 3) = (y_1, y_2, y_3)$ باشد.

$$\text{Max} Z = C_1 X_1 + C_2 X_2$$

$$\text{S.t.: } X_1 + \frac{5}{2} X_2 \leq 14$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 32$$

$$X_1 - \frac{1}{2} X_2 \leq 8$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

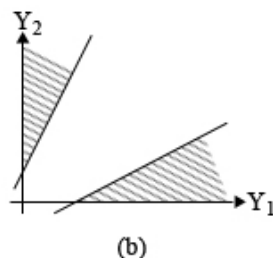
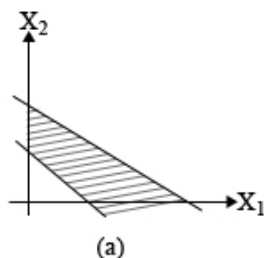
الف) جواب بهینه مسئله اولیه را با استفاده از جواب بهینه مسئله ثانویه بدست آورید.

ب) مقدار پارامترهای c_1 و c_2 را محاسبه کنید؟

ج) قیمت سایه ای منبع شماره I مسئله اولیه را مشخص کنید.

۱۳. اگر محدودیتی زاید باشد. قیمت سایه ای منبع مربوط به آن دارای چه مقداری (صفر، منفی، مثبت) خواهد بود؟ توضیح دهید.

۱۴. نمایش فضای جواب یک مدل برنامه ریزی خطی به صورت شکل (a) است. آیا نمایش ترسیمی مسئله ثانویه این مسئله می تواند بصورت شکل (b) باشد؟ توضیح دهید.





۱۵. متغیرهای اساسی (پایه) جواب بهینه مسئله زیر X_1 و X_3 هستند.

$$Min Z = 2X_1 + 15X_2 + 5X_3 + 6X_4$$

$$S.t.: \quad X_1 + 6X_2 + 3X_3 + X_4 \geq 2$$

$$-2X_1 + 5X_2 - X_3 + 3X_4 \leq -3$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \quad X_4 \geq 0$$

(الف) جواب بهینه مسئله را بدست آورید. (اولیه)

(ب) با استفاده از جواب بهینه مسئله اولیه

(قسمت الف) جواب بهینه مسئله ثانویه آنرا

بدست آورید.

(ج) قیمت سایه ای منبع شماره I مسئله اولیه

را بدست آورید.

۱۶. در جواب نهایی مدل LP داده شده X_1 ، X_2 ، S_3 متغیرهای اساسی هستند.

$$Max Z = 10X_1 + 2X_2 + 6X_3$$

$$S.t.: \quad X_1 + X_2 \leq 50$$

$$2X_1 + 4X_3 \leq 80$$

$$3X_2 + 2X_3 \leq 60$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

(الف) جواب نهایی (بهینه) مسئله را بدست آورید.

(ب) اگر این مسئله، مسئله اولیه باشد با استفاده

از جواب نهایی آن جواب نهایی، مسئله ثانویه را

بدست آورید.

(ج) اگر تهیه هر واحد اضافی از منبع شماره II،

$\frac{9}{2}$ واحد پولی هزینه داشته باشد، آیا تهیه واحد های

بیشتری از آن بصرفه خواهد بود؟ توضیح دهید.

۱۷. متغیرهای اساسی جواب بهینه مسئله زیر

X_1 ، X_2 ، S_1 هستند.

$$Max Z = 3X_1 + 5X_2$$

$$S.t.: \quad X_1 \leq 4$$

$$2X_2 \leq 12$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 18$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

(الف) جواب بهینه اساسی مسئله را بدست آورید.

(ب) با استفاده از جواب مسئله اولیه،

جواب بهینه مسئله ثانویه را بدست آورید.

(ج) قیمت سایه ای منبع شماره II را محاسبه کنید.



۱۸. اگر یکی از محدودیتهای مسئله اولیه زاید باشد متغیر متناظر با آن در جواب بهینه مسئله ثانویه دارای چه مقداری (مثبت، منفی، صفر) خواهد بود؟ توضیح دهید.

۱۹. جدول ابتدایی و نهایی حل یک مدل برنامه ریزی خطی به فرم مقابل داده شده است.

	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R.H.S
S_1	a_{11}	a_{12}	۱	۰	۰	۴
R_1	a_{21}	a_{22}	۰	-۱	۱	۶
Z	$-C_1$	$-C_2$	۰	۰	M	۰
S_2	۳	۰	۲	۱	-۱	۲
X_2	۲	۱	۱	۰	۰	۴
Z	۱	۰	۲	۰	M	A

الف) جواب بهینه مسئله ثانویه را از

جدول نهایی بدست آورید.

ب) مقدار پارامترهای

a_{12} ، a_{22} ، C_2 ، A را محاسبه

کنید.

۲۰. مسائل برنامه ریزی خطی داده شده را با روش سیمپلکس ثانویه حل کنید.

$$MaxZ = -X_1 + 2X_2$$

$$S.t.: X_1 + X_2 \geq 2$$

$$-X_1 + X_2 \geq 1$$

$$X_2 \leq 3$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

$$MinZ = 5X_1 + 8X_2$$

$$S.t.: 10X_1 + 8X_2 \geq 40$$

$$6X_1 + 14X_2 \leq 48$$

$$X_2 \geq 1$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

$$MaxZ = -8X_1 - 6X_2$$

$$S.t.: 4X_1 + 2X_2 \geq 20$$

$$-6X_1 + 4X_2 \leq 12$$

$$X_1 + X_2 \geq 6$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

$$MinZ = 2X_1 + 3X_2$$

$$S.t.: 2X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 10$$

$$X_1 - X_2 \geq 0$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

$$MaxZ = -5X_1 - 6X_2$$

$$S.t.: X_1 + X_2 \geq 2$$

$$-4X_1 - X_2 \leq -3$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$$

$$MinZ = 2X_1 + 5X_2 + 3X_3$$

$$S.t.: 5X_1 + 2X_2 + 2X_3 \geq 2$$

$$X_1 - 3X_2 - 2X_3 \leq -7$$

$$4X_1 - 2X_2 - 4X_3 \geq -7$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$



نمونه سوالات درس تحقیق در عملیات ۱ / استاد مهرنو
سری D

دانشگاه آزاد اسلامی
واحد قزوین
(گروه مهندسی صنایع)





۱- مدل برنامه ریزی خطی زیر و جدول نهایی آن داده شده است.
تحلیل حساسیت را برای موارد زیر بصورت مستقل از هم روی مسئله انجام دهید.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 10X_1 + 2X_2 + 6X_3 \\ \text{S.t.:} \quad &X_1 + X_2 \leq 50 \\ &2X_1 + 4X_3 \leq 80 \\ &3X_2 + 2X_3 \leq 60 \\ &X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
X_2	0	1	-2	1	-1/2	0	10
X_1	1	0	2	0	1/2	0	40
S_3	0	0	8	-3	3/2	1	30
Z	0	0	10	2	4	0	420

(a) دامنه تغییرات C_1 را بدست آورید.

(b) دامنه تغییرات C_3 را بدست آورید.

(c) اگر C_2 به ۱- تبدیل شود تغییرات را بررسی کنید.

(d) اگر C_3 به ۱۴ تبدیل شود تغییرات را بررسی کنید.

(e) دامنه تغییرات b_2 را بدست آورید.

(f) اگر مقادیر سمت راست به صورت $\begin{bmatrix} b_1 \\ 40 \\ 20 \end{bmatrix}$ تغییر پیدا کند به ازای چه مقادیری از b_1 مسئله

دارای جواب تبهگن خواهد بود؟

(g) اگر ضرایب فنی X_1 به $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ تبدیل شود تغییرات را بررسی کنید.

(h) اگر ضرایب فنی X_3 به $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ a_{33} \end{bmatrix}$ تبدیل شود به ازای چه دامنه ای (مقادیری) از a_{33} مسئله دارای

جواب چند گانه خواهد بود؟



(i) اگر ضرایب فنی X_3 به $\begin{bmatrix} a_{13} \\ 2 \\ a_{33} \end{bmatrix}$ تبدیل شود به ازای چه مقادیری از a_{13} و a_{33} و X_3 به یک متغیر اساسی تبدیل می شود؟

(j) متغیر جدیدی (X_4) با ضرایب فنی $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C_4=2$ به مسئله اضافه می شود. تاثیر آن را بررسی نمایید.

(k) محدودیتی بصورت $X_1 + 2X_2 - X_3 \geq 90$ به مسئله اضافه می شود. تاثیر آن را روی مسئله بررسی کنید.

۲- یک مدل LP و جدول سمپلکس نهایی آن داده شده است.

$$\text{Min} Z = 4X_1 - 2X_2 - 2X_3$$

$$\text{S.t.: } 3X_1 - X_2 + 2X_3 \leq 7$$

$$-2X_1 + 4X_2 \leq 12$$

$$-4X_1 + 3X_2 + 8X_3 \leq 10$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

تحلیل حساسیت را برای موارد زیر بصورت مستقل از هم روی مسئله انجام دهید.

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	$25/8$	0	0	1	$7/16$	$-1/4$	$39/4$
X_2	$-1/2$	1	0	0	$1/4$	0	3
X_3	$-5/16$	0	1	0	$-3/32$	$1/8$	$1/8$
Z	$-15/8$	0	0	0	$-9/16$	$-1/4$	$-37/4$

(a) دامنه تغییرات C_1 را محاسبه نمایید.

(b) دامنه تغییرات C_2 را محاسبه کنید.

(c) دامنه تغییرات b_2 را بدست آورید.

(d)

(e) اگر b_1 به -4 تبدیل شود تغییرات

را بررسی کنید.

(f) به ازای چه مقادیری از a_{11} متغیر X_1 به یک

متغیر اساسی تبدیل می شود.





(g) اگر C_1 به ۱ تبدیل شود تغییرات را بررسی کنید.

(h) اگر C_2 به ۲ تبدیل شود تغییرات را بررسی کنید.

(i) اگر ضرایب فنی X_3 به $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$ تبدیل شود تغییرات را بررسی کنید.

(j) اگر متغیر جدیدی مانند X_4 به ضرایب فنی $\begin{bmatrix} a_{14} \\ a_{24} \\ 3 \end{bmatrix}$ و $C_4 = \frac{1}{4}$ به مسئله اضافه شود به ازای

چه مقداری از a_{14} و a_{24} متغیر X_4 به یک متغیر اساسی تبدیل می شود؟

(k) به ازای چه مقداری از b_2 مسئله دارای جواب تبهگن خواهد بود؟

(l) اگر محدودیتی بصورت $ax_1 + bx_3 \geq 10$ به مسئله اضافه شود به ازای چه مقداری از a و b این محدودیت روی جواب نهایی مسئله بی تاثیر خواهد بود.

(m) اگر محدودیتی بصورت $2x_2 + x_3 \leq 4$ به مسئله اضافه شود تغییرات را بررسی کنید.

۳- جدول ابتدایی و بهینه ناقص یک مدل برنامه ریزی فصل به صورت زیر داده شده است.

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	۲	۲	۱	۱	۰	۰	۴۳۰
S_2	۴	۰	۲	۰	۱	۰	a
S_3	۲	۴	۰	۰	۰	۱	۴۲۰
Z	-۳	-۲	-۵	۰	۰	۰	۰
X_2	b	۱	۰	۱/۲	-۱/۴	۰	۱۰۰
X_3	C	۰	۱	۰	۱/۲	۰	۲۳۰
S_3	d	۰	۰	-۲	۱	۱	۲۰
Z	e	۰	۰	f	g	h	۱۳۵۰





- الف) تمام پارامترهای مجهول جدول ابتدایی و نهایی را محاسبه کنید. (a,b,c,d,e,f,g,h)
- ب) تحلیل حساسیت را روی مسئله برای موارد زیر انجام دهید.
- (a) دامنه تغییرات C_2 را محاسبه کنید.
- (b) دامنه تغییرات b_3 را محاسبه کنید.
- (c) C_3 به ۱ تغییر پیدا کند.
- (d) دامنه تغییرات a_{31} را طوری تعیین کنید که X_1 در جدول نهایی به یک متغیر اساسی تبدیل شود.

(e) اگر ضرایب فنی X_3 به $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}$ تبدیل شود.

- (f) به ازای چه دامنه ای از C_1 مسئله دارای جواب بهینه چند گانه خواهد بود.
- (g) به ازای چه مقادیری از b_2 مسئله دارای جواب بهینه تبهگن خواهد بود.

(h) متغیر جدیدی مانند X_4 با ضرایب $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ a_{34} \end{bmatrix}$ و $C_4 = 6$ به مسئله اضافه می شود به ازای چه

دامنه ای از a_{34} مسئله دارای جواب بینهایت خواهد شد.

(i) محدودیت جدیدی بصورت $X_1 + 3X_2 \geq 800$ به مسئله اضافه شود.

۴- جدول ابتدایی و نهایی یک مسئله برنامه ریزی خطی به صورت زیر است. آنالیز حساسیت را برای موارد خواسته شده بصورت مستقل از هم برای مسئله انجام دهید.





	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	۱	۲	۱	۱	۰	۰	۴۳۰
S_2	۳	۰	۲	۰	۱	۰	۴۶۰
S_3	۱	۴	۰	۰	۰	۱	۴۲۰
Z	-۳	-۲	-۵	۰	۰	۰	۰
X_2	-۱/۴	۱	۰	۱/۲	-۱/۴	۰	۱۰۰
X_3	۳/۲	۰	۱	۰	۱/۲	۰	۲۳۰
S_3	۲	۰	۰	-۲	۱	۱	۲۰
Z	۴	۰	۰	۱	۲	۰	۱۳۵۰

(a) دامنه تغییرات C_1 را طوری بدست آورید که جواب نهایی تغییر نکند.

(b) دامنه تغییرات C_3 را طوری بدست آورید که جواب نهایی تغییر نکند.

(c) اگر C_2 به ۴ تبدیل شود.

(d) اگر b_1 به ۳۰۰ تبدیل شود.

(e) دامنه تغییرات b_2 را طوری پیدا کنید که جواب نهایی مسئله تغییر نکند.

(f) اگر ضرایب فنی X_2 به $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ تبدیل شوند.

(g) دامنه تغییرات a_{21} را طوری بدست آورید که X_1 به یک تغییر اساسی تبدیل شود.

(h) متغیر جدیدی مانند X_4 با ضرایب فنی $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ و C_4 مساوی ۲ به مسئله اضافه شود.

(i) محدودیتی بصورت $X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 400$ به مسئله اضافه شود.

(j) به ازاء چه مقداری از b_2 مسئله دارای جواب تبهگن خواهد بود.

(k) به ازاء چه مقداری از C_1 مسئله دارای جواب چند گانه خواهد بود.

(l) سود هر واحد از محصول شماره I حداقل چقدر افزایش یابد تا تولید از آن به صرفه باشد.



۱- مدل برنامه ریزی خطی پارامتری زیر را در نظر بگیرید. اگر جدول نهایی حل این مسئله به ازای $\theta = 0$ به صورت زیر باشد مسئله را به ازای $\theta \geq 0$ حل کنید.

$$MaxZ = (6+2\theta)X_1 + 2X_2 + (12-\theta)X_3$$

$$St.: \quad 4X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 24+3\theta \quad \text{اگر } \theta = 4 \text{ باشد جواب مسئله را مشخص کنید.}$$

$$2X_1 + 6X_2 + 3X_3 \leq 30-\theta$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R.H.S
X_3	$4/3$	$1/3$	۱	$1/3$	۰	۸
S_2	-۲	۵	۰	-۱	۱	۶
Z	۱۰	۲	۰	۴	۰	۹۶

جدول نهایی به ازای $\theta = 0$

۲- مدل برنامه ریزی خطی پارامتری زیر مفروض است. جدول نهایی حل مسئله به ازای $\theta = 0$ داده شده است. اولین دامنه θ را مشخص کنید و جدول را برای تعیین دامنه بعدی θ بهنگام کنید.

$$MaxZ = (15-\theta)X_1 + (6+\theta)X_2$$

$$St.: \quad 4X_1 + 2X_2 \leq 12+2\theta$$

$$3X_1 + 5X_2 \leq 15-\theta$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad \theta \geq 0$$

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
X_1	۱	$1/2$	$1/4$	۰	۳
S_2	۰	$7/2$	$-3/4$	۱	۶
Z	۰	$3/2$	$15/4$	۰	۴۵



۳- یک مدل برنامه ریزی خطی پارامتری داده شده است. جدول نهایی حل مسئله به ازای $\theta = 0$ حاصل شده است. مسئله را به ازای همه دامنه های $\theta \geq 0$ حل کنید. اگر $\theta = 2$ باشد جواب مسئله را مشخص کنید.

$$\text{Max} Z = 2X_1 - X_2 + X_3$$

$$\text{S.t.: } X_1 + X_2 + (1 - \theta)X_3 \leq 6 + \theta$$

$$-X_1 + 2X_2 + (-3 + \theta)X_3 \leq 4 - \theta$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \quad X_3 \geq 0$$

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R.H.S
X_1	۱	۱	۱	۱	۰	۶
S_2	۰	۳	-۲	۱	۱	۱۰
Z	۰	۳	۱	۲	۰	۱۲

$\theta = 0$



۱. جدول حمل و نقل زیر را در نظر بگیرید. با روش گوشه شمال غربی یک جواب موجه اساسی را بدست آورید و با روش MODI یک مرحله آنرا بهبود دهید.

عرضه	۴	۳	۲	۱	مقصد مبدأ
۱۰۰	۹	۸	۱۰	۱۳	۱
۱۵۰	۱۰	۱۲	۱۶	۱۴	۲
۱۲۰	۱۲	۱۵	۱۳	۱۱	۳
	۸۰	۹۰	۶۰	۱۴۰	تقاضا

۲. جدول زیر یک جواب موجه اساسی را برای یک مسئله حمل و نقل نشان می دهد. با استفاده از روش MODI (توزیعی تعدیل شده) یک مرحله آنرا بهبود دهید.

عرضه	۳	۲	۱	مقصد مبدأ
۷۰	۲	۲۰ ^۴	۵۰ ^۵	۱
۵۰	۲۰ ^۴	۳۰ ^۳	۶	۲
۱۰	۱۰ ^۵	۲	۱	۳
	۳۰	۵۰	۵۰	تقاضا





۳. جدول هزینه یک مسئله تخصیص بصورت زیر داده شده است. با استفاده از روش مجارستانی تخصیص بهینه را مشخص کنید. آیا مسئله دارای جواب حالت خاص است؟

ماشین \ عملیات	۱	۲	۳
۱	۱۶	۱۲	۱۳
۲	۱۲	۱۱	۱۰
۳	۱۶	۱۳	۱۵

۴. جدول هزینه یک مسئله تخصیص مفروض است. تخصیص بهینه را بدست آورید.

کارگر \ کار	۱	۲	۳
۱	۱۴	۱۷	۱۲
۲	۱۵	۱۶	۱۱

۵. اطلاعات یک مسئله حمل و نقل (هزینه) بصورت جدول مقابل داده شده است.

الف) با استفاده از روش وگل یک جواب موجه اساسی برای مسئله بدست آورید.

ب) آیا جواب بدست آمده از قسمت الف بهینه است؟

در صورتی که بهینه نیست با روش توزیعی تعدیل شده (MODI) یک مرحله آن را بهبود دهید و میزان کاهش هزینه را مشخص کنید

عرضه \ مقصد	۱	۲	۳	
مبدأ				
۱	12	16	13	70
۲	13	15	19	200
۳	17	14	16	60
تقاضا	100	40	190	



۶. جدول زیر درآمد حاصل از تخصیص سه مکان به سه دستگاه را نشان می دهد . به منظور ماکزیمم کردن کل درآمد حاصل از تخصیص یک تخصیص بهینه بدست آورید.

دستگاه \ مکان	۱	۲	۳
۱	۱۶	۱۲	۱۶
۲	۱۲	۱۳	۱۰
۳	۱۲	۱۲	۱۴

۷. به ازای چه مقادیری از θ جواب مسئله حمل و نقل زیر بهینه است.

مقصد \ مبدا	۱	۲
۱	$8 - \theta$	$2510 + \theta$
۲	$459 + 2\theta$	$513 - \theta$

۸. جدول هزینه حمل و نقل یک مسئله بصورت زیر مفروض است با فرض اینکه حمل کالا از مبدأ ۲ به مقصد ۳ امکان پذیر نیست با روش کمترین هزینه یک جواب موجه اساسی برای مسئله پیدا کرده و با استفاده از روش پله سنگ آنرا بهینه کنید.

مقصد \ مبدا	۱	۲	۳	عرضه
۱	۱۴	۱۹	۱۳	۱۰۰
۲	۱۶	۱۷	۱۲	۱۲۰
۳	۱۵	۱۶	۱۴	۱۸۰
تقاضا	۱۷۰	۱۶۰	۷۰	





۹. جدول هزینه حمل و نقل مفروض است.
- (a) با روش گوشه شمال غربی یک جواب موجه اساسی پیدا کنید.
- (b) با روش کمترین هزینه یک جواب موجه اساسی را پیدا کنید.
- (c) با روش تقریبی وگل یک جواب موجه اساسی پیدا کنید.
- (d) جواب موجه اساسی که با روش کمترین هزینه پیدا کرده اید را بهینه کنید.
- (e) با استفاده از روش MODI جواب بدست آمده از قسمت ۱ را بهینه کنید.

عرضه	۴	۳	۲	۱	مقصد مبدا
۸۰	۱۴	۱۷	۲۰	۱۹	۱
۷۰	۱۹	۱۵	۱۸	۲۱	۲
۱۰۰	۲۰	۱۸	۱۶	۱۳	۳
	۶۰	۱۴۰	۳۰	۹۰	تقاضا

