بسمه تعالی

خلاصه درس

بررسی سیستم‌های قدرت ۱

شامل

تعریف فازور

مفهوم توان

روابط مدارهای سه فاز

مفهوم پریونیت

ماتریس ادمیتانس Ybus و امپدانس Zbus شبکه

پخش بار به روشهای: گوس–سایدل، نیوتون–رافسون و پخش بار DC

مفاهیم اساسی سیستم های قدرت

- **مقدمه**

سیستم های قدرت به سه بخش اصلی تولید، انتقال و توزیع دسته بندی می شوند.

- در بخش تولید مباحث مربوط به تولید انرژی در نیروگاه ها مورد مطالعه قرار می گیرد.
- در بخش انتقال با توجه به دور بودن مراکز تولید از بارها و استفاده از خطوط انتقال طولانی مباحث مربوط به انتقال انرژی مورد بحث است و از آنجایی که مقاومت خطوط باعث ایجاد تلفات RI^2 می شود برای کاهش جریان در توان ثابت ولتاژ را افزایش می دهند.
- در قسمت توزیع برای مصرف کننده معمولاً ولتاژ کاهش یافته و مسائل مربوط به برق رسانی به مشترکان بررسی می شود.

- **مفهوم فازور**

کمیت های ولتاژ و جریان در سیستم های قدرت به صورت سینوسی هستند چون در همان ابتدا در ژنراتور به این صورت تولید شده اند. از آنجایی که فرکانس سیستم در قسمت های مختلف در شرایط مانندگار سیستم ثابت است از مفهوم فازور برای بیان ولتاژ و جریان استفاده می شود. با این کار فرکانس حذف شده و عملیات جبری ریاضی بر روی ولتاژ و جریان ساده تر است.

ولتاژ $V = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$ $\xrightarrow{\text{فازور}}$ $V = V_e \angle \theta_v$

جریان $I = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$ $\qquad$ $I = I_e \angle \theta_i$

$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ مقدار مؤثر

$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ مقدار مؤثر

مقدار مؤثر $= X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\, dt}$

■ توان در سیستم قدرت

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_I)$$

توان لحظه‌ای :

$$P(t) = v(t).i(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) * I_m \cos(\omega t + \theta_I)$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_I) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_I)$$

توان متوسط : اگر از جمله بالا مقدار متوسط گرفته شود $\bar{x} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt$ جمله اول صفر می‌شود و جمله دوم باقی می‌ماند

$$P_{\text{متوسط}} = \frac{1}{2} V_m I_m \cos\theta \qquad \theta = \theta_v - \theta_I$$

نکته : مقادیر I_m و V_m مقادیر ماکزیمم هستند برای مقادیر موثر داریم

$$P_{\text{متوسط}} = \frac{1}{2} (\sqrt{2} V_{rms})(\sqrt{2} I_{rms}) \cos\theta = V_{rms} I_{rms} \cos\theta$$

• توان مختلط

$$S = V_{rms} I_{rms}^{*} \qquad \theta = \theta_v - \theta_I$$

$$S = V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_I = V_{rms} I_{rms} \cos\theta + j V_{rms} I_{rms} \sin\theta$$

$$= P + jQ$$

Q توان راکتیو

• سایر روابط مفید محاسبه‌ی توان

$$Z = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \angle\theta = Z \angle \theta$$

$$= Z\cos\theta + j \sin\theta$$ از طرفی $Z = R + jX$

$$P = VI\cos\theta = (ZI) I \cos\theta = Z\cos\theta\, I^2 = RI^2 \Rightarrow P = RI^2$$

$$Q = VI\sin\theta = ZI\, I \sin\theta = Z\sin\theta\, I^2 = XI^2 \Rightarrow Q = XI^2$$

$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad \text{I}$$

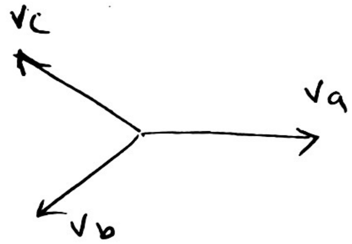
$$\cos\theta = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad \text{II} \qquad \tan\theta = \frac{Q}{P} \quad \text{III}$$

■ مدارهای سه فاز

در سیستم قدرت با توجه به مزایای تولید و انتقال انرژی الکتریکی از سیستم سه فاز استفاده می شود. با توجه به اینکه مباحث بررسی سیستم های قدرت در حالت ماندگار شبکه معمولاً به صورت متعادل انجام می شود می توان یک فاز را بررسی کرد و برای بدست آوردن ولتاژ و جریان ۲ فاز دیگر آنها را ۱۲۰° الکتریکی تغییر فاز داد و اندازه ثابت در نظر گرفت.

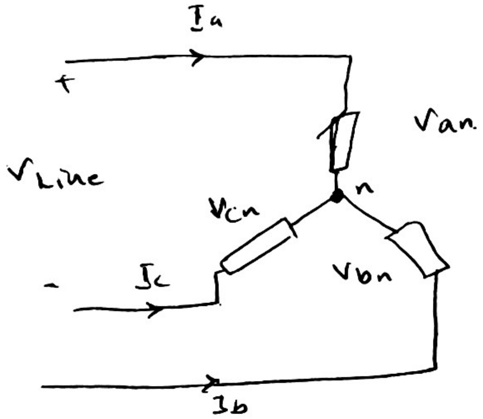
ولتاژها در سیستم سه فاز

$$\begin{cases} V_a = V\angle 0 \\ V_b = V\angle -120 \\ V_c = V\angle -240 \end{cases}$$



اکثر مدارهای سه فاز به صورت ستاره یا مثلث بسته می شوند

● اتصال ستاره



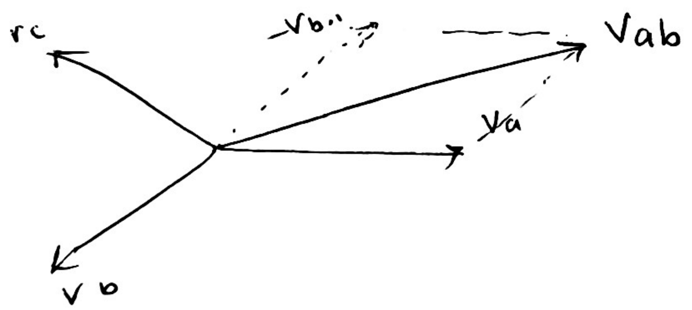
در این نوع اتصال جریان خط با جریان فاز برابر است

$$I_{line} = I_a$$

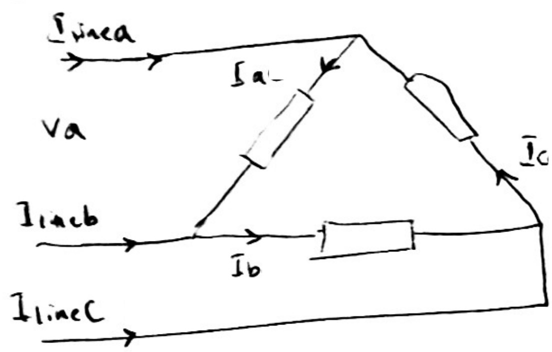
ولتاژ خط برابر با جمع فازوری ۲ ولتاژ فاز است که اندازه آن $\sqrt{3}$ برابر و زاویه آن ۳۰° بیشتر است:

$$V_{Line} = \sqrt{3}\, V_a \angle 30$$

$$V_{line} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn} = V\angle 0 - V\angle -120 = \sqrt{3}\, V \angle 30$$



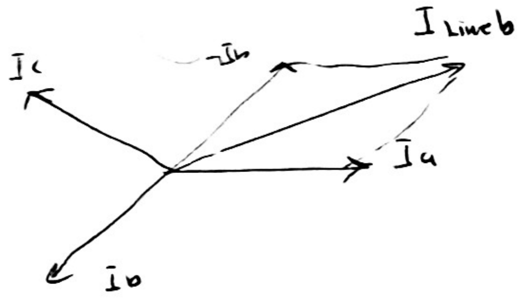
• اتصال مثلث



در این اتصال ولتاژ فاز برابر با ولتاژ خط است

$$V_{Line} = V_a$$

در این اتصال جریان خط $\sqrt{3}$ برابر جریان هر کدام از فازها است و زاویه آن نیز ۳۰ جلوتر است.



$$I_{lineb} = I_a - I_b = I\angle 0 - I\angle -120$$

$$= \sqrt{3} I \angle 30$$

• توان مدارهای سه فاز

با توجه به اینکه هر فاز ۱۲۰ درجه با دیگری اختلاف زاویه دارد.

$$\begin{cases} P_a = v_a i_a = VI[\cos(2\omega t+\theta) + \cos\theta] \\ P_b = v_b i_b = VI[\cos(2\omega t+\theta-240) + \cos\theta] \\ P_c = v_c i_c = VI[\cos(2\omega t+\theta+240) + \cos\theta] \end{cases}$$

$$P_{کل} = P_a + P_b + P_c = 3 V_p I_p \cos\theta$$

توان لحظه‌ای ثابت است

مزیت سیستم ۳ فاز

توان لحظه‌ای و متوسط باهم برابر است

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta$$

$$Q = \sqrt{3} V_L I_L \sin\theta$$

$$S = \sqrt{3} V_L I_L^*$$

این توان برحسب جریان و ولتاژ خط

برای اتصال ستاره و مثلث

● مقادیر نسبت به واحد (پریونیت)

در سیستم قدرت چون مقادیر ولتاژ، جریان، توان و... اعداد بزرگی هستند آنها را نرمالیزه کرده و اصطلاحاً نسبت به مقدار مبنا پریونیت می‌کنیم تا کوچک شوند.

$$\text{مقدار پریونیت} = \frac{\text{مقدار واقعی}}{\text{مقدار مبنا}}$$

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b} \qquad I_{pu} = \frac{I}{I_b} \qquad Z_{pu} = \frac{Z}{Z_b} = \frac{R+jX}{Z_b} = R_{pu} + jX_{pu}$$

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{VI^*}{V_b I_b} = V_{pu} \cdot I_{pu}^* = \frac{P+jQ}{S_b} = P_{pu} + jQ_{pu}$$

△ با داشتن ۲ کمیت از ٤ کمیت ولتاژ، جریان، امپدانس و توان می‌توان ۲ تای دیگر را با این روابط بدست آورد.

$$S_b = V_b I_b \qquad Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{V_b^2}{S_b}$$

- نکته ۱ـ چون مقادیر P و Q بر S_b تقسیم می‌شوند می‌توان گفت $S_b = P_b = Q_b$
- نکته ۲ـ چون مقادیر R و X بر Z_b " " " $Z_b = R_b = X_b$
- نکته ۳ـ $Y_b = \frac{1}{Z_b}$
- نکته ٤ـ چون ولتاژ اولیه و ثانویه ترانس‌های قدرت متفاوت است سیستم بر اساس تعداد ترانس به چند ناحیه تقسیم می‌شود و هر ناحیه یک V_b جداگانه دارد ولی S_b همیشه یکسان است.

● پریونیت سیستم‌های سه فاز

$$S_{b(3\phi)} = 3S_{b(\phi)} \qquad S_{pu(3\phi)} = \frac{S_{3\phi}}{S_{b(3\phi)}} = S_{pu(\phi)}$$

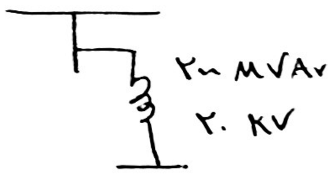
$$V_{b(L)} = \sqrt{3}V_{b(\phi)} \qquad V_{pu(L)} = \frac{V_L}{V_{bL}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi}}{\sqrt{3}V_{b\phi}} = V_{pu}$$

مبانی سیستم سه فاز هم مقادیر پریونیت به طور مشابه تک فاز تعریف می‌شوند

نکته: ولتاژ فاز و خط به صورت پریونیت با هم برابر هستند.

مثال - ۱۴ - در سیستم قدرت توان مبنا ۱۰MVA و ولتاژ مبنا ۲۰KV است اگر بانک شنت راکتوری مطابق شکل متصل کنیم، راکتانس آن برحسب pu چقدر است.

۱- ۰٫۲۵
۲- ۰٫۵ ✓
۳- ۰٫۷۵
۴- ۲



$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{20^2}{10} = \frac{40}{10} = 4\,\Omega$$

$$X_L = \frac{V^2}{Q_L} = \frac{20^2}{20} = 2\,\Omega \qquad X_{L\,pu} = \frac{X_L}{Z_b} = \frac{2}{4} = 0.5$$

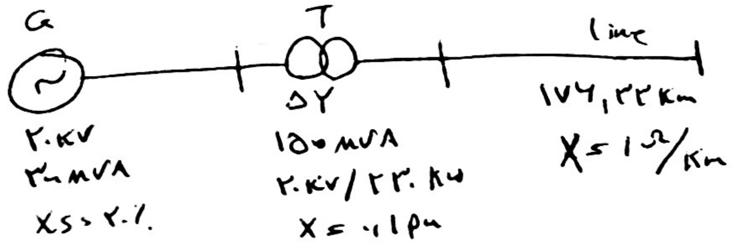
• تغییر مبنا

برخی مواقع امپدانس پریونیت یک عنصر در مبنای غیر از مبنای انتخاب شده برای آن داده می‌شود برای این کار از فرمول زیر استفاده می‌شود.

$$Z_{pu}^{new} = Z_{pu}^{old}\left(\frac{S_b^{new}}{S_b^{old}}\right)\left(\frac{V_b^{old}}{V_b^{new}}\right)^2$$

مثال ۱۵ - در سیستم قدرت زیر راکتانس معادل از دید انتهای خط به صورت پریونیت چقدر است؟ مقادیر مبنای ژنراتور را به عنوان مبنا سیستم درنظر بگیرید.

۱- ۰٫۹
۲- ۱٫۲
۳- ۱٫۳
۴- ۱٫۴ ✓



ژنراتور : $X_s = 0.2$ pu

ترانس $X_T = 0.1 \qquad X_T^{new} = 0.1 \times \frac{30}{150} \times \frac{20}{20} = 0.2$

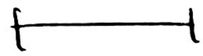
خط انتقال $X = 1 \times 176.33 = 176.33\,\Omega \qquad Z_b = \frac{(230 \times 1.3)^2}{30\,(1.2)} = 176.33$

$$\Rightarrow X_{line\,pu} = \frac{176.33}{176.33} = 1 \qquad X_{کل} = 1 + 0.2 + 0.2 = 1.4\ \text{pu}$$

• نمودار تک خطی سیستم قدرت

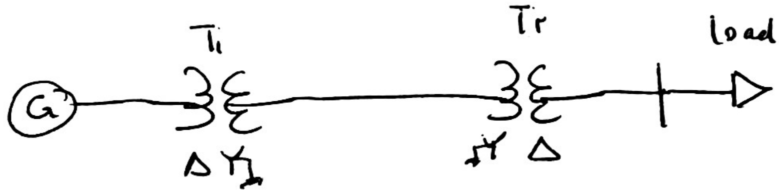
از آنجا که سیستم های قدرت سه فاز متعادل، توسط تحلیل مدار معادل تک فاز انجام می شود.
لذا برای رسم شکل از دیاگرام تک خطی و علامت های استاندارد نمایش داده می شوند که در ادامه معرفی می شوند

ژنراتور    ترانس  یا 

خط انتقال  یا    اتصال مثلث Δ   اتصال ستاره Y

اتصال ستاره زمین شده    بار 

مثال ۱۷ - شکل زیر دیاگرام تک خطی سیستم قدرت را نشان می دهد. مقادیر نامی داده شده است. اگر کمیت مبنا برابر مقادیر ژنراتور باشد. مقدار مقاومت بار برحسب پریونیت چقدر است؟



G: ۲۰KV ۳۰۰MVA
T_1: ۲۰/۲۰۰KV ۲۷۵MVA
T_2: ۱۸۰/۹KV ۳۰۰MVA
load: ۹KV ۱۸۰MW

۱- ۱٫۲۵
۲- ۱٫۳۵ ✓
۳- ۱٫۴۵
۴- ۱٫۵۵

حل: Sb برای کل سیستم همیشه یکسان است در اینجا ← $S_b = ۳۰۰\ MVA$

Vb برای هر قسمت بسته به وجود ترانس متفاوت است و از ژنراتور که مبنا است شروع می کنیم و با استفاده از نسبت تبدیل ترانس ها Vb قسمت های مختلف را بدست می آوریم:

$$V_{b\,load} = ۲۰ \times \frac{۲۰۰}{۲۰} \times \frac{۹}{۱۸۰} = ۱۰\ KV$$

$$R_{load} = \frac{V^۲}{P} = \frac{۹^۲}{۱۸۰} = \frac{۹}{۲۰}\ \Omega \qquad Z_{b\,load} = \frac{۱۰^۲}{۳۰۰} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow R_{load\,pu} = \frac{۹/۲۰}{۱/۳} = \frac{۲۷}{۲۰} = ۱٫۳۵\ pu$$

ماتریس های ادمیتانس و امپدانس شبکه

مقدمه

برای آنالیز سیستم های قدرت روابط ولتاژ و جریان در شبکه به صورت ماتریسی نوشته می شود. ماتریس های شبکه شامل ماتریس ادمیتانس و امپدانس می شوند که در این فصل با آنها آشنا می شویم.

- ماتریس ادمیتانس شبکه

از آنجا که محاسبه ی ماتریس ادمیتانس شبکه یعنی Y_{bus} ساده تر است روابط را بر اساس این ماتریس تنظیم می کنند.

$$I = Y_{bus} V$$

بردار جریان تزریقی شین ها = ماتریس ادمیتانس شبکه (Y_{bus}) × ولتاژ شین ها

- نحوه ی تشکیل ماتریس ادمیتانس

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & \\ \vdots & & \ddots & \\ Y_{n1} & & & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

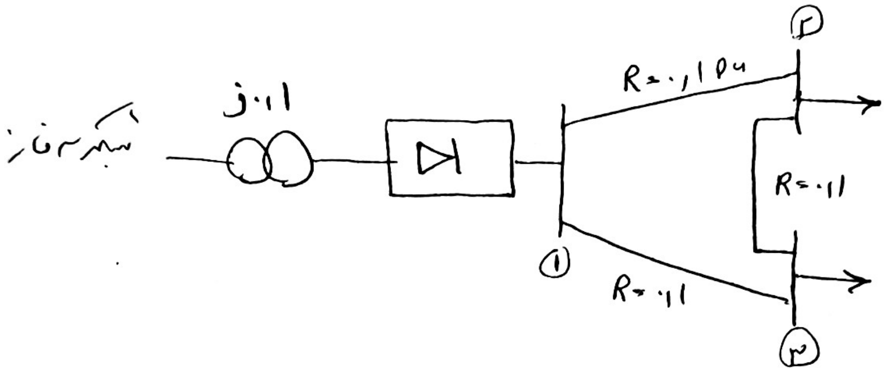
* درایه های قطر اصلی Y_{ii} : جمع ادمیتانس هایی که مستقیماً به شین i وصل شده اند.

* درایه های غیرقطری Y_{ij} : منفی جمع مقادیر ادمیتانس هایی که مستقیماً بین ۲ شین i و j وصل شده اند

نکته : ادمیتانس متصل به زمین فقط در قطر اصلی در همان شین مربوطه ظاهر می شود.

مثال ۱- یک کارخانه تغلیظ مس با برق dc کار می‌کند و شمای آن مطابق شکل است.

برای بررسی پخش بار در این کارخانه ماتریس [Ybus] کدام است؟



۱- $\begin{bmatrix} 20 & -10 & -10 \\ -10 & 20 & -10 \\ -10 & -10 & 20 \end{bmatrix}$

۲- $\begin{bmatrix} 20-j10 & -10 & -10 \\ -10 & 20 & -10 \\ -10 & -10 & 20 \end{bmatrix}$

۳- $\begin{bmatrix} -20+j10 & 10 & 10 \\ 10 & 20 & 10 \\ 10 & 10 & 20 \end{bmatrix}$

۴- $\begin{bmatrix} -20 & 10 & 10 \\ 10 & -20 & 10 \\ 10 & 10 & 20 \end{bmatrix}$

حل: چون در صورت سوال گفته شده با برق dc کار می‌کند با مقادیر راکتانس‌ها کار نخواهیم داشت چون در حالت DC راکتانس‌ها یعنی اتصال کوتاه می‌شوند.

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 1/0.1 + 1/0.1 & -1/0.1 & -1/0.1 \\ -1/0.1 & 1/0.1 + 1/0.1 & -1/0.1 \\ -1/0.1 & -1/0.1 & 1/0.1 + 1/0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -10 & -10 \\ -10 & 20 & -10 \\ -10 & -10 & 20 \end{bmatrix}$$

نکته: اگر در صورت سوال گفته نمی‌شد که با برق dc کار می‌کند راکتانس قبل از یکسوساز نیز در محاسبات آورده می‌شد. با توجه به نکته گفته شده راکتانس قبل از هر شین و متصل به زمین تنها در درایه قطر اصلی ظاهر می‌شود. حال با توجه به اینکه این راکتانس با مقدار j0.1 به شین ۱ متصل است بنابراین Y_{11} به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$Y_{11} = 1/0.1 + 1/0.1 + 1/j0.1 = 20 - 10j$$

بنابراین گزینه ۲ جواب صحیح می‌شد.

• ماتریس امپدانس شبکه

ماتریس امپدانس شبکه یا Zbus در واقع معکوس Ybus است و معمول روش بدست آوردن آن مشکل است بهتر است Ybus بدست آید و سپس Zbus از روی آن محاسبه شود

$$V = Z_{bus} I \qquad Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} \qquad \det(Z_{bus}) = \frac{1}{\det(Y_{bus})}$$

• کاربرد Zbus

۱- امپدانس تونن سیستم از دید شین i برابر با درایه Z_{ii} در ماتریس Zbus است در صورت اتصال کوتاه در باس i جریان خطا برابر است با $I_f = \frac{V_i}{Z_{ii}}$

نکته اگر در امپدانس در شین i به زمین وصل شود با Z_{ii} موازی می شود.

۲- کنترل ولتاژ شین با تزریق توان راکتیو

با نصب خازن در یک شین توان راکتیو تولید شده و ولتاژ آن شین افزایش خواهد یافت

ولتاژ شین i بعد از نصب خازن
$$V_i^{new} = V_i^{old} + Z_{ii}\left(\frac{-V_i^{old}}{Z_{ii}+Z_C}\right) = \frac{Z_C V_i^{old}}{Z_{ii}+Z_C}$$

ولتاژ شین j بعد از نصب خازن در شین i
$$V_j^{new} = V_j^{old} + Z_{ji}\,\frac{-V_i^{old}}{Z_{ii}+Z_C}$$

$$\frac{V_i^{old}}{V_i^{new}} = 1 + \frac{Z_C}{Z_{ii}}$$

مثال ۱۰- نتیجه پخش بار و ماتریس Zbus یک سیستم قدرت به شرح زیر است.
اگر خازنی با راکتانس $X_C = ۳٫۴\,pu$ به شین ۴ متصل شود ولتاژ شین ۴ چقدر خواهد بود؟

$$Z_{bus} = j\begin{bmatrix} ۰٫۱۲ & ۰٫۱۵ & ۰٫۲۵ & ۰٫۱۴ \\ ۰٫۱۵ & ۰٫۳ & ۰٫۱۳ & ۰٫۱۴ \\ ۰٫۲۵ & ۰٫۱۳ & ۰٫۱۵ & ۰٫۲۵ \\ ۰٫۱۴ & ۰٫۱۴ & ۰٫۲۵ & ۰٫۴ \end{bmatrix}$$

شین	۱	۲	۳	۴
V (pu)	۱٫۰۲∠۰	۰٫۹۸∠-۱۵	۱٫۰۵∠۱۰	۰٫۹∠۰

۱- ۰٫۹۵ ۲- ۰٫۹۸ ۳- ۱٫۰۲ ۴- ۱٫۲

حل ۱
$$V_4^{new} = V_4^{old} + Z_{44}\,\frac{-V_4^{old}}{Z_{44}+Z_C} = ۰٫۹ + j۰٫۴\left(\frac{-۰٫۹}{j۰٫۴ - j۳٫۴}\right) = ۰٫۹ + ۰٫۱۲ = ۱٫۰۲$$

• پخش بار load flow

در محاسبات پخش بار دامنه ولتاژ و زاویه ولتاژ شین های سیستم قدرت با معلوم بودن مقدار بارها و تولیدات شبکه بدست می آید. با توجه به روابط غیر خطی محاسبات پخش بار روش حل بر مبنای روش های عددی و تکرار خواهد بود که در ادامه اشاره خواهد شد.

• انواع شین در مطالعات پخش بار

۱- شین بار (PQ)

این نوع شین فاقد هرگونه تولید کننده است و مقدار توان اکتیو P و توان راکتیو Q مصرفی در این شین مشخص است به آن شین PQ گفته می شود. در این شین ولتاژ و زاویه آن مشخص نیست.

۲- شین کنترل ولتاژ (PV)

در این نوع شین تولید کننده مانند ژنراتور و یا منبع راکتیو وجود دارد بنابراین اندازه ولتاژ V و مقدار توان مصرفی معلوم است که به آن شین PV گفته می شود. در این شین مقدار Q و زاویه ولتاژ مشخص نیست. این شین ها محدودی تولید توان راکتیو دارند $Q_{min} < Q_i < Q_{max}$

۳- شین مرجع یا اسلک (V δ)

در این شین اندازه ولتاژ مشخص است و هر تولید کننده وجود دارد زاویه ولتاژ نیز معلوم است که زاویه سایر شین ها نسبت به آن سنجیده شوند اما P و Q مشخص نیست. چون این شین مقدار مازاد تولید و مصرف را تامین می کند در محاسبات پخش بار اندیس ۱ مربوط به مقدارهای این

شین مستر و مقدار توان P و Q توان در انتهای محاسبات پخش بار بدست می‌آید -
در در طول محاسبات پخش بار شین مرجع کنار گذاشته می‌شود. معمولاً زاویه ولتاژ این شین
صفر در نظر گرفته می‌شود و توان آن از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$P_1 = -\sum_{i=2}^{n} P_i \qquad Q_1 = -\sum_{i=2}^{n} Q_i$$

● روش گوس - سایدل برای حل محاسبات پخش بار

روش گوس - سایدل یک روش تکراری برای حل کردن معادلات غیر خطی است برای
این کار معادله را به صورت $x = g(x)$ می‌نویسیم سپس مقدار قبلی x را در معادله $g(x)$
قرار می‌دهیم تا مقدار جدید بدست آید. این کار آنقدر تکرار می‌شود تا به همگرایی برسیم

$$x^{(k+1)} = g(x^{(k)})$$

$$I^* = \frac{S_i}{V_i} \Rightarrow \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = Y_{ii} V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n} Y_{ij} V_j$$

$$\Rightarrow V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n} Y_{ij} V_j^{(k)} \right)$$

$P_i = P_G - P_D$ توان خالص تزریقی در شین مورد نظر

$Q_i = Q_G - Q_D$ توان راکتیو خالص تزریقی در شین مورد نظر

Y_{ij} درایه سطر iام و ستون jام ماتریس Y_{bus}

اگر بخواهیم از مقدارهای تکرار جدید برای تکرار بعد استفاده کنیم برای رابطه داریم

$$V_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} V_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij} V_j^{(k)} \right]$$

این محاسبات برای شین PQ بود. حال اگر شین PV باشد باید محدوده‌ی تولید
توان راکتیو آن چک شود

• اگر شین PV باشد

محدودیت Q ژنراتور $Q_{Gmin} < Q_G < Q_{Gmax}$

$-Q_D$ هر شین $Q_{imin} < Q_i < Q_{imax}$

ابتدا مقدار V_i را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از رابطه‌ی

$$Q_i = -Im\left[V_i^* \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j\right]$$

مقدار Q_i را محاسبه می‌کنیم. اگر بین محدوده‌ی min و max بود، شین i کنترل ولتاژ است.
بنابراین در این تکرار دامنه $|V_i|$ را هرچه که محاسبه شده کنار گذاشته و $|V_i|$ را برابر با مقدار
مشخص شده در این شین قرار می‌دهیم فقط زاویه‌ی آن را از مقدار محاسبه شده، استفاده می‌کنیم
مراحل تکرار را انجام می‌دهیم اگر در یک مرحله Q_i محاسبه شده در محدوده نبود در صورت
$Q_i > Q_{max} \leftarrow Q_i = Q_{max}$ و اگر $Q_i < Q_{min} \longrightarrow Q_i = Q_{min}$ قرار داده از این به بعد
این شین کنترل ولتاژ نیست و شبیه شین PQ عمل می‌کند دیگر اندازه ولتاژ ثابت نیست
بلکه همان مقدار بدست آمده برای ولتاژ در این تکرار را برای مراحل بعدی استفاده می‌کنیم

مقدار P و Q برای هر یک از شین ها

$$\begin{cases} P_i = Re\left\{V_i^* \left[\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j\right]\right\} \\ Q_i = -Im\left\{ \quad " \quad \right\} \end{cases}$$

$$I_{ij} = (V_i - V_j) Y_{ij} + V_i Y_{ij0}$$

نکته: ضریب تسریع برای همگرایی سریعتر

$$V_i^{K+1} = V_i^{K} + \alpha\left(V_i^{K+1} - V_i^{K}\right)$$

• روش نیوتن رافسون

در روش نیوتن - رافسون با استفاده از تقریب خطی بسط تیلور معادلات خطی می‌شوند و در یک دستگاه ماتریسی با استفاده از روش تکرار حل می‌شوند. در این روش مشتق معادلات ظاهر می‌شود بنابراین محاسبات پیچیده‌تر می‌شود اما همگرایی سریعتری دارد و احتمال واگرایی با حدس اولیه خوب بسیار کم است. در این روش در روش قبل حدس اولیه برای دامنه‌ها به صورت $1\angle 0$ در نظر گرفته می‌شود.

با استفاده از جمله اول بسط تیلور

$$y = y_0 + f'(x)\Delta x \Rightarrow \Delta y = f'(x)\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = [f'(x)]^{-1}\Delta y \qquad x^{k+1} = x^k + \Delta x$$

مثال:

$$y = x^2 - 2x + 4 = 3 \qquad x_0 = 0.8$$

$$y_0 = 3.04 \qquad \Delta y = y - y_0 = 3 - 3.04 = -0.04$$

$$f'(x) = 2x - 2 \qquad f'(0.8) = -0.4 \qquad \Delta x = \frac{1}{-0.4} \times (-0.04) = 0.1$$

$$x^{(1)} = x + \Delta x = 0.9$$

$$y(0.9) = 3.01 \qquad \Delta y = 3 - 3.01 = -0.01$$

$$y'(0.9) = -0.2 \qquad \Delta x = \frac{1}{-0.2}(-0.01) = 0.05 \qquad x^{(2)} = 0.95$$

در حالت ۲ متغیره:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \partial y_1/\partial x_1 & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} \\ \partial y_2/\partial x_1 & \partial y_2/\partial x_2 \end{bmatrix}}_{J} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} \qquad \Delta x = J^{-1}\Delta y$$

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$$

ماتریس ژاکوبین (J) در هر تکرار باید محاسبه شود.

در سیستم قدرت مجهول ها $|V|$ و δ ها هستند و معلوم ها P و Q بنابراین

$$x = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ |V_2| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix} \qquad y = \begin{bmatrix} P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix}$$

نکته مهم: اگر شین PV باشد اندازه ولتاژ $|V|$ ثابت است بنابراین یک سطر ستون هم از آن حذف می شود.

نکته مهم: مقادیر شین اسلک هم حذف شده اند

• در ابتدا ماتریس Y_{bus} باید به صورت قطبی نوشته شود

$$\left.\begin{aligned} P_i &= P_G - P_D \\ Q_i &= Q_G - Q_D \end{aligned}\right\} \text{ مقادیر توان خالص تزریقی}$$

شروع محاسبات:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

محاسبه ی ماتریس ژاکوبین

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & J_1 & \vdots & \vdots & J_2 & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} & \cdots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & J_3 & \vdots & \vdots & J_4 & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

برای محاسبه زیر ماتریس های J_1 تا J_4 می توان از فرمول های زیر استفاده کرد

$$J_1 \begin{cases} \dfrac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i| \sum\limits_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} |Y_{ij}||V_j| \sin(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) & \text{قطری} \\ \dfrac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i||Y_{ij}||V_j| \sin(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) \quad (i\neq j) & \text{غیرقطری} \end{cases}$$

$$J_2 \begin{cases} \dfrac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = |V_i||Y_{ij}| \cos\theta_{ij} + \sum\limits_{j=1}^{n} |Y_{ij}||V_j| \cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) \\ \dfrac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i||Y_{ij}| \cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) & \text{غیرقطری} \end{cases}$$

۷۰

$$J_3 \begin{cases} \dfrac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = |V_i| \sum\limits_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} |Y_{ij}||V_j| \cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) \\ \dfrac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -|V_i||Y_{ij}||V_j| \cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) \end{cases}$$

$$J_4 \begin{cases} \dfrac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i||Y_{ij}| + \sum\limits_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{n} |Y_{ij}||V_j| \cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) \\ \dfrac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |V_i||Y_{ij}| \sin(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij}) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad \text{یا} \quad \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta^{K+1} \\ |V|^{K+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{K} \\ |V|^{K} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\delta^{K} \\ \Delta|V|^{K} \end{bmatrix}$$

نکته: با داشتن n شین و m شین کنترل ولتاژ و یک شین مرجع

$$\begin{bmatrix} [J_1]_{(n-1)(n-1)} & [J_2]_{(n-1)(n-m-1)} \\ [J_3]_{(n-m-1)(n-1)} & [J_4]_{(n-m-1)(n-m-1)} \end{bmatrix}_{(2n-m-2)(2n-m-2)}$$

- روش پخش بار مجزا

چون وابستگی P به |V| و Q به δ کم است می توان J_2 و J_3 را صفر در نظر گرفت

- روش پخش بار مجزا سریع

برای ثابت کردن ماتریس ژاکوبین و عدم محاسبه آن در هر تکرار فرض $\delta_i=\delta_j$

$J_1 = -|V_i||V_j| B_{ij}$ $\qquad$ $J_4 = -|V_i| B_{ij}$

• پخش بار DC

با ساده سازی بیشتر معادلات و حذف تعدادی از معادلات Q-V می توان پخش بار را سریعتر اما تقریبی اجرا کرد

فرض های پخش بار DC:

۱- امپدانس خطوط سلفی خالص

۲- $\delta_i-\delta_j$ کوچک $\quad \sin(\delta_i-\delta_j) \simeq \delta_i-\delta_j$

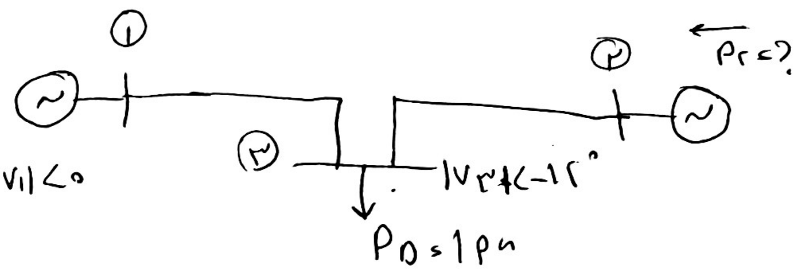
۳- $|V_i|=1$

بنابراین

$$P_{ij} = \frac{\delta_i-\delta_j}{X_{ij}} = B_{ij}(\delta_i-\delta_j)$$

⇒ فرم ماتریسی بعد از حذف مقادیر اسلک $\quad B\delta = P$

مثال ۲- در سیستم قدرت شکل زیر، راکتانس هر یک از خطوط انتقال اماره‌ها برابر $0.15pu$ است توان تولیدی ژنراتور موجود در شین ۲ برحسب pu چقدر است؟ از پخش بار DC استفاده شود و عدد π برابر ۳ در نظر بگیرید.



۱- ۰٫۲

۲- ۰٫۲۵

۳- ۰٫۶

۴- ۰٫۷۵

$$P_1 = P_{13} = \frac{\delta_1-\delta_3}{X_{13}} = \frac{1}{0.15}\left(0-(-12)\right)\times\frac{\pi}{180} = 0.4$$

در پخش بار DC $\quad P_{loss}=0 \Leftarrow$

$$P_1+P_2 = P_D$$

$$\Rightarrow 0.4+P_2 = 1 \Rightarrow P_2 = 0.6 \ pu$$