



زمان آزمون :

نام و نام خانوادگی :

نام درس : تابع - درس اول و دوم

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

نام دبیر : حامد نوردی

تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۱۲/۰۸

عنوان آزمون : کاربرگ ۱۷

۱ اگر دشته باشیم $\frac{f(4) + f(-2)}{f(3)} = 2$ و بدانیم که $f = \{(3, 2a + 1), (4, a - 1), (-2, 5a - 3)\}$ می‌باشد:
الف) a را حساب کنید.
ب) دامنه و برد f را به دست آورید.

۲ در تابع f مقدار $f(2) + f(3)$ را حساب کنید.
 $f = \{(9, 2), (3, 1), (5, 3), (2, 10)\}$

۳ در تابع f مقدار $f(5) + f(1)$ را حساب کنید.
 $f = \{(5, 1), (4, 2), (7, 1), (1, 11)\}$

۴ a را چنان بیابید که f یک تابع باشد. سپس دامنه و برد را حساب کنید.
 $f = \{(5, 2a^2 - 1), (4, 11), (5, 31), (a, 19)\}$

۵ مقادیر a و b را چنان بیابید که رابطه‌ی زیر به یک تابع تبدیل شود.
 $R = \{(a, 2a + b), (b, a - b), (a, a - b + 1), (b, 4)\}$



۶ اگر رابطه‌ی R به صورت زیر باشد، زوج‌مرتب‌های آن را مشخص کنید.

$$R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x, y \in \mathbb{Z}\}$$

۷ مقادیر x و y را چنان بیابید که زوج‌مرتب‌های $(x^2 + xy, y^2 + xy)$ و $(28, -12)$ با هم برابر شوند.

۸ مقادیر x و y را چنان بیابید که زوج‌مرتب‌های $(x^2 - y^2, 8)$ و $(16, x + y)$ با هم برابر شوند.

۹ در تابع $f = \{(2, 3), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$ مقدار $f(2) - 2f(3)$ برابر با چند است؟

۱۰ در تابع $f = \{(3, 4), (1, 7), (2, 9), (-1, 1)\}$ مقدار $f(-1) - 2f(3)$ چه قدر است؟

۱۱ اگر $f(x) = (a - 3)x^2 + (a - 2)x + 2a - 1$ یک تابع خطی باشد $f(2a - 4)$ را حساب کنید.



۱۲ اگر f یک تابع خطی و $f(x+2) + f(x-3) = 4x + 11$ باشد، ضابطه $f(x)$ را حساب کنید.

۱۳ اگر $f(x) = (a+2)x^2 + 4ax - 1$ یک تابع خطی باشد، مقادیر زیر را حساب کنید.
الف) $f(4)$ ب) $f(k)$ پ) $f(t-3)$ ت) $f(-2f(1))$

۱۴ اگر $f(x) = (a-1)x^2 + bx + 7$ یک تابع خطی گذرنده از $A(1, 9)$ باشد a, b را حساب کنید.

۱۵ اگر $f(x) = 5x - 1 - f(1)$ باشد:
الف) $f(1)$ را حساب کنید.
ب) نمایش جبری $f(x)$ را با جاگذاری مقدار $f(1)$ بنویسید.

۱۶ در تابع زیر دامنه و برد را مشخص کنید.

$$f = \{(1, 5), (2, 10), (3, 19)\}$$

۱۷ نمایش جبری تابع خطی را طوری بیابید که: $f(1) = 5, f(-1) = 3$
سپس $f(-3)$ را به دست آورید.



۱۸ در تابع خطی $F(x) = 2/75x + 71/48$ اگر x طول استخوان بازو (از آرنج تا شانه) و $F(x)$ طول قد یک انسان بزرگسال (زن) باشد.

الف) اگر طول استخوان بازوی یک زن ۳۰ سانتی‌متر باشد، طول قد او چه قدر است؟
ب) اگر قد یک زن ۱۶۰ سانتی‌متر باشد، طول استخوان بازوی او چه قدر است؟

۱۹ اگر $2f(x) + f(1) = 5x + 4$ باشد ضابطه‌ی $f(x)$ را حساب کنید.

۲۰ اگر f یک تابع خطی باشد، $f(2x + 3) + f(2) = 6x - 1$ ، آن‌گاه $f(x)$ و $f(3)$ را حساب کنید.

۲۱ اگر f یک تابع خطی باشد و $f(f(x - 1)) = 4x + 4$ ، آن‌گاه $f(x)$ را حساب کنید.



الف ۱

$$\frac{a - 1 + 5a - 3}{2a + 1} = 2 \Rightarrow 6a - 4 = 4a + 2 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

ب

$$f = \{(3, 7), (4, 2), (-2, 12)\}$$

$$\text{دامنه } D_f = \{3, 4, -2\}$$

$$\text{برد } R_f = \{7, 2, 12\}$$

$$f(2) + f(3) = 10 + 1 = 11$$

$$f(5) + f(1) = 1 + 11 = 12$$

۲

۳

برای تابع بودن باید به ازای مؤلفه‌های اول یکسان مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.

۴

$$2a^2 - 1 = 31 \Rightarrow 2a^2 = 32 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 & \text{ق ق} \\ a = 4 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$f = \{(5, 31), (4, 11), (5, 31), (-4, 19)\}$$

$$\begin{cases} D_f = \{5, 4, -4\} \\ R_f = \{31, 11, 19\} \end{cases}$$

$$2a + b = a - b + 1 \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 1 \\ a - b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3b = -1 \\ 3b = 5 \end{cases} \quad \text{لا}$$

۵

$$-3b = 3 \Rightarrow b = -1$$

$$a = 3$$

$$R = \{(-2, 0), (-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -2), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, 0)\}$$

۶

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{جمع}} x^2 + xy + y^2 + xy = 16 \Rightarrow (x+y)^2 = 16 \Rightarrow x+y = \pm 4 \\ \xrightarrow{\text{تفریق}} x^2 + xy - y^2 - xy = 40 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 40 \end{array}$$

۷

$$\text{حالت اول} \begin{cases} x+y = +4 \\ (x-y)(x+y)^2 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 10 \end{cases} \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow y = -3$$

$$\text{حالت دوم} \begin{cases} x+y = -4 \\ (x-y)(x+y)^2 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = -4 \\ x-y = -10 \end{cases} \Rightarrow x = -7 \Rightarrow y = 3$$

$$x^2 - y^2 = 16 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 16 \Rightarrow x-y = 2$$

$$\begin{cases} x-y = 2 \\ x+y = 8 \end{cases} \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow y = 3$$

۸

$$2f(2) - f(4) = 4$$

۹

$$2f(3) - f(-1) = 2(4) - 1 = 8 - 1 = 7$$

۱۰

۱۱ $f(x)$ یک تابع خطی است بنابراین باید ضریب x^2 صفر شود.

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = x + 5$$

$$f(2a - 4) \xrightarrow{a=3} f(6 - 4) = f(2) = 2 + 5 = 7$$

۱۲ f یک تابع خطی است بنابراین $f(x) = ax + b$

$$\begin{aligned} f(x+2) + f(x-3) &= a(x+2) + b + a(x-3) + b = ax + 2a + b + ax - 3a + b \\ &= 2x + 11 \end{aligned}$$

$$2ax - a + 2b = 2x + 11 \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ -a + 2b = 11 \Rightarrow 2b = 12 \Rightarrow b = 6 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 2x + 6/5$$

۱۳ $f(x)$ یک تابع خطی است بنابراین باید ضریب x^2 صفر باشد.

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -8x - 1$$

الف) $f(4) = -8(4) - 1 = -33$

ب) $f(k) = -8k - 1$

پ) $f(t-3) = -8(t-3) - 1 = -8t + 23$

ت) $f(-2f(1)) = f(-2(-8-1)) = f(18) = -8(18) - 1 = -145$

۱۴ $f(x)$ یک تابع خطی است بنابراین باید ضریب x^2 صفر شود.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = bx + 7$$

تابع گذرنده از $A(1, 9)$ است، بنابراین در ضابطه آن قرار می‌دهیم.

$$A(1, 9) \Rightarrow 9 = b(1) + 7 \Rightarrow b = 2$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 5 - 1 - f(1) \Rightarrow f(1) = 2$$

۱۵ الف)

$$\xrightarrow{f(1)=2} f(x) = 5x - 1 - 2 \Rightarrow f(x) = 5x - 3$$

ب)

$$\text{دامنه } D_f = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{برد } R_f = \{5, 10, 19\}$$

۱۶

۱۷ ضابطه تابع خطی $f(x) = ax + b$ است.

$$f(1) = 5, f(-1) = 3 \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 3 \\ a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 4 \Rightarrow f(x) = x + 4 \Rightarrow f(-3) = 1$$

۱۸ الف)

$$x = 30 \Rightarrow F(30) = 2/75(30) + 71/48 = 153/96 \text{ cm}$$

ب)

$$F(x) = 160 \Rightarrow 2/75x + 71/48 = 160 \Rightarrow 2/75x = 160 - 71/48 \Rightarrow x = 32/18 \text{ cm}$$



$$\xrightarrow{x=1} 2f(1) + f(1) = 5 + 2 \Rightarrow 3f(1) = 7 \Rightarrow f(1) = \frac{7}{3}$$

$$2f(x) + 3 = 5x + 2 \Rightarrow 2f(x) = 5x - 1 \Rightarrow f(x) = \frac{5x - 1}{2}$$

۲۰ f یک تابع خطی است بنابراین به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم.

$$f(2x + 3) + f(2) = 6x - 1 \Rightarrow a(2x + 3) + b + 2a + b = 6x - 1$$

$$2ax + 3a + b + 2a + b = 6x - 1 \Rightarrow 2ax + 5a + 2b = 6x - 1$$

$$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 5a + 2b = -1 \xrightarrow{a=3} 15 + 2b = -1 \Rightarrow 2b = -16 \Rightarrow b = -8 \end{cases}$$

$$f(x) = 3x - 8 \Rightarrow f(2) = 6 - 8 = -2$$

۲۱ f یک تابع خطی است بنابراین به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم.

$$f(f(x - 1)) = 2x + 3$$

$$f(x - 1) = a(x - 1) + b = ax - a + b \Rightarrow f(ax - a + b) = a(ax - a + b) + b = 2x + 3$$

$$a^2x - a^2 + ab + b = 2x + 3$$

$$\begin{cases} a^2 = 2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{2} \\ -a^2 + ab + b = 3 \begin{cases} a = \sqrt{2} \Rightarrow -2 + 2b + b = 3 \Rightarrow b = \frac{5}{3} \Rightarrow f(x) = \sqrt{2}x + \frac{5}{3} \\ a = -\sqrt{2} \Rightarrow -2 - 2b + b = 3 \Rightarrow b = -5 \Rightarrow f(x) = -\sqrt{2}x - 5 \end{cases} \end{cases}$$

