پاسخ

پاسخ تشریحی سئوالهای کنترل خطی ارشد برق ۹۵ - براساس دفترچه‌ی A - آرش وحیدی

arashvahidi1985@gmail.com

سئوال ۴۵ این تست را با ۲ روش پاسخ می‌دهیم:

روش اول:

$$GH(s)=\frac{12(s+Z)}{s(s+2)(s+5)} \quad , \quad t_s=\frac{4}{\sigma}=4T=\frac{4}{\xi\omega_n}=2[s]\rightarrow \xi\omega_n=2$$

$$\Delta(s)=s(s+2)(s+5)+12(s+Z)=s^3+7s^2+22s+12Z$$

معادله‌ی مشخصه‌ی سیستم استاندارد درجه‌ی ۲ به صورت $\Delta(s)=s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2$ است ولی ما با یک سیستم درجه‌ی ۳ درست روبرو هستیم بنابراین جمله‌ی $(s+p)$ را در $\Delta(s)$ درجه‌ی ۲ ضرب می‌کنیم تا به درجه‌ی ۳ تبدیل شود و $\xi\omega_n=2$ را نیز اعمال می‌کنیم.

$$\Delta(s)=(s+p)(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)$$

$$\xi\omega_n=2 \quad (s+p)(s^2+4s+\omega_n^2)=s^3+(4+p)s^2+(\omega_n^2+4p)s+\omega_n^2 p$$

$$\begin{cases} 4+p=7 \ (i) \\ \omega_n^2+4p=22 \ (ii) \\ \omega_n^2 p=12Z \ (iii) \end{cases}$$

معادله‌ی مشخصه‌ی سوال: $s^3+7s^2+22s+12Z$

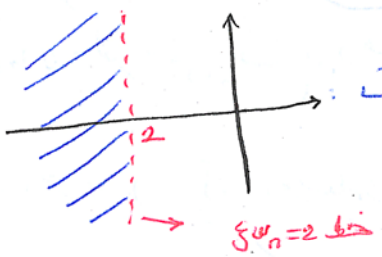
$$(i)\rightarrow p=3 \xrightarrow{(ii)} \omega_n^2+4(3)=22\rightarrow \omega_n^2=10 \xrightarrow{(iii)} 10(3)=12Z\rightarrow \boxed{Z=\frac{5}{2}}\rightarrow GH(s)=\frac{12(s+\frac{5}{2})}{s(s+2)(s+5)}$$

اکنون خطای پایا:

$$K_v=\lim_{s\to 0} sGH(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{12(s+\frac{5}{2})}{s(s+2)(s+5)}=3\rightarrow \boxed{e_{ss}=\frac{1}{K_v}=\frac{1}{3}}$$

گزینه ۳

روش دوم: $t_s=2[s]$ یعنی $\frac{4}{\xi\omega_n}=2\rightarrow \xi\omega_n=2$ و این یعنی همه‌ی ریشه‌ها سمت چپ خط $\sigma=-2$ بیفتد، بنابراین ابتدا معادله‌ی مشخصه‌ی سیستم را به دست می‌آوریم و سپس با تبدیل s به $s-2$ (چون باید ریشه‌ها سمت چپ خط $\xi\omega_n=2$ باشد تا شرط $t_s\le 2$ ارضا شود) Z را پیدا می‌کنیم:



به این صورت:

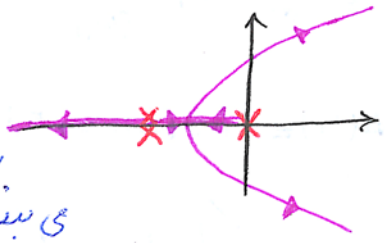
$$\Delta(s)=s(s+2)(s+5)+12(s+Z)$$

$$\rightarrow \Delta(s-2)=(s-2)(s-2+2)(s-2+5)+12(s-2+Z)$$

$$=s^3+s^2+6s+12(Z-2)\rightarrow \text{شرط پایداری}: 1(6)\ge 12(Z-2)(1)\rightarrow \boxed{Z\le\frac{5}{2}}$$

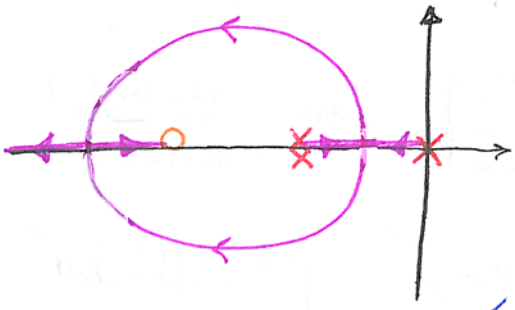
ادامه‌ی حل مانند روش اول خواهد بود.

سؤال ۶) از نمودار اندازه‌ی بد دیده می‌شود که سیستم نوع یک است (به دلیل شیب ۲۰-) و یک قطب در مبدا دارد و در فرکانس ۱۰ شیب از ۲۰- به ۶۰- تبدیل شده که یا نگر ۲ قطب حقیقی منفی (چون تست گفته ستم حداقل ۲ است) یا ۲ قطب مزدوج مختلط سمت چپ است ولی چون نمودار فاز را نداریم نمی‌توانیم تشخیص دهیم، برای راحتی کار حالت ۲ قطب حقیقی منفی را در نظر می‌گیریم و مکان هندسی را رسم می‌کنیم

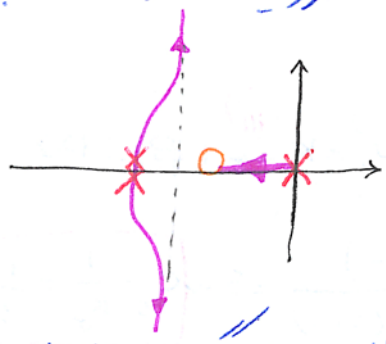


تست گفته که در مقادیر بزرگ K ناپایداری حاصل می‌شود ولی می‌بینیم که در مقادیر بزرگ K دو شاخه‌ی سمت راست داریم و سیستم ناپایدار است

بنابراین باید کنترلری اعمال کنیم که شاخه‌های مکان هندسی را سمت چپ نگه دارد، با چک کردن گزینه‌ها می‌بینیم که گزینه‌ی یک کنترلر PD است و صفر اضافه می‌کند و به ازای مقادیر بزرگ K سیستم پایداری ماند (صفر سمت چپ قطب مکرر یا سمت راست قطب مکرر باشد خوبی ندارد و ناپایدار است)



یا



۲ حالت گزینه ۱ به این صورت است:

پاسخ: گزینه ۱

گزینه ۲ یک قطب اضافه می‌کند که ناپایداری ماند. گزینه‌ی ۳ و ۴ صفر و قطب اضافه می‌کنند که باز هم ناپایدار است.

سؤال ۷) تمارضانه نبده به جواب تست نرسیدم و با توجه به حل آقای دکتر فتحی پاسخ می‌دهم:

متغیرهای حالت این سیستم ناشی از سلف‌ها و لختی‌ها است، چون J_1 و J_2 به وسیله‌ی چرخ دنده‌ها به هم اتصال دارند، رابطه‌ی θ_1 و θ_2 خطی است بنابراین روی هم یک متغیر حالت ایجاد می‌کنند بنابراین ۳ متغیر حالت داریم. گزینه‌ی ۱

arashvahidi1985@gmail.com

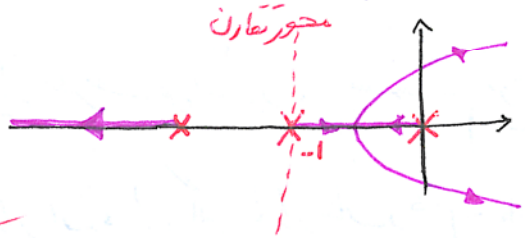
(۳۸) در بحث خطای ماندگار همیشه آن ورودی که قدرت بیشتری دارد ملاک عمل قرار می‌گیرد، در اینجا ورودی پله و شیب داریم و با توجه به نکته‌ی فوق، خطا به ورودی شیب پاسخ تست است.

نکته دوم در بحث خطا این است که اگر در گزینه‌ها ∞ دیدید باید ابتدا پایداری را چک کنید چون خطا برای سیستم ناپایدار تعریف نمی‌شود. سیستم نوع صفر است و خطا به ورودی شیب ∞ خواهد بود اگر سیستم پایدار باشد ولی اگر پایدار نباشد هم خطا ∞ می‌شود بنابراین گزینه ۴ جواب است. نکته‌ی دیگری که در این تست هست این است که اگر a=0 باشد خطا نوسانی می‌شود و ما خطای نوسانی را محدود در نظر می‌گیریم و با توجه اینکه این مورد در گزینه‌ها ذکر نشده بنابراین همان گزینه ۴ جواب خواهد بود. گزینه ۴

(۳۹) نکته: سیستمی که دیاگرام اندازه و فاز آن اکیدا نزولی باشد و ω_{pc} (فرکانس قطع بهره) بزرگتر از ω_{pc} (فرکانس قطع فاز) باشد ناپایدار است و PM منفی خواهد بود، تست خواسته PM مثبت شود بنابراین باید کنترلری اضافه کنیم که فاز را جبران کند یعنی lead باشد در گزینه یک چون قطب $s=\frac{-1}{500}$ نزدیکتر به محور است زودتر اثر می‌کند و فاز را کم می‌کند و پاسخ تست است به دلیل مشابه گزینه‌ی ۳ هم پاسخ تست است چون کنترلر PI فاز است که فاز را کم می‌کند و ناپایدارتری می‌شود و گزینه ۲ و ۳ کنترلرشان فاز نزن که سیستم را پایداری کنند. به نظر می‌رسد گزینه‌های ۱ و ۳ تا در حد جبران سازی نیستند و جواب تست هستند اکنون که بنده در حال نوشتن این تحریر هستم هنوز کلید سازمان سنجش منتشر نشده و چون در جبران سازها نظر شخصی طراح مهم است گزینه‌ی ۱ یا ۳ را می‌تواند اعلام کند ولی به نظر بنده گزینه ۱ محتمل‌تر است.

arashvahidi1985@gmail.com

۶۰) طبق فرمول محل تلاقی مجانبها به جایگاه قطبها و صفرها بستگی دارد، سیستم فاقد صفر است پس فقط به مقدار حقیقی قطبها وابسته است و چون جایگاه قطبها مشخص نیست نمی‌توان در مورد محل تلاقی مجانبها بحث کرد و گزینه‌های ۱ و ۲ غلط هستند. واضح است که می‌توان قطبها را به گونه‌ای قرار داد تا شکل مکان نسبت به محور نشان داده شده متقارن نباشد مثل شکل روبرو:



گزینه ۴

می‌بینیم که شکل مکان متقارن نیست پس گزینه‌ی ۴ جواب است.

۶۱) چون دیاگرام قطبی از سمت چپ شروع شده و مقدار آن محدود است بنابراین سیستم نوع صفر و غیر حداقل فاز است پس گزینه‌ی ۴ که حداقل فاز است حذف خواهد شد. ضمنا با توجه به نکته‌ی فوق تعداد غیر حداقل فازی صفرها یعنی تعداد صفرها و قطبهای سمت راست و K ی منفی، صفر است که در ۳ تا گزینه‌ی باقیمانده تعداد صفر است و گزینه‌ای رد نمی‌شود، با توجه اینکه صفر سمت چپ مانند قطب سمت راست فاز مثبت می‌دهد و صفر سمت راست مثل قطب سمت چپ فاز منفی می‌دهد گزینه‌ی ۱ درست است.

گزینه‌ی ۱

۶۲) ابتدا با روش گین میسون تابع تبدیل را می‌یابیم:

$$T(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{s^3+(a+7+KK_3)s^2+(7a+KK_3a+KK_2)s+KK_1}$$

می‌دانیم که اگر سیستم پایدار باشد و ورودی پله باشد خطا به این صورت است:

$$e_{ss}=1-T(0)=1-\frac{K}{0+0+0+KK_1}=1-\frac{1}{K_1}\xrightarrow{\text{باید}}0\rightarrow K_1=1$$

گزینه‌های ۱ و ۲ رد می‌شود.

شرط سوم $t_s\le 4[s]$ است:

$$t_s=\frac{4}{\zeta\omega_n}\le 4\rightarrow \zeta\omega_n\ge 1$$

مثل روش دوم سوال ۵۵ عمل می‌کنیم (با تبدیل $s\rightarrow s-1$):

$$\Delta(s-1)=s^3+(5+a-1+KK_3)s^2+[5(a-1)-6+KK_3(a-2)+KK_2]s+[K-6(a-1)-KK_3(a-1)-KK_2]$$

شرط $1<a<3$ را داده است بنابراین اگر $a=1$ در نظر بگیریم داریم:

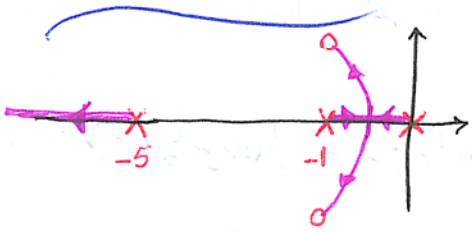
ابتدا گزینه ۳ را بررسی می‌کنیم یعنی $a=1$ و $k_3=0.16$ و $k_2=-0.25$ و $k_1=1$ و $K=10$:

$\Delta(s) = s^3 + 6s^2 - 9.5s + 12.5$ → به‌وضوح ناپایدار است

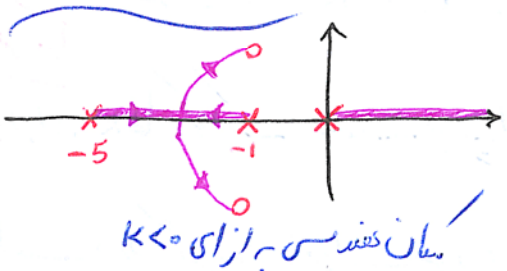
گزینه ۳

بنابراین دیگر نیازی به چک کردن گزینه ۴ نیست و پاسخ گزینه ۳ است.

(۶۳) مکان هندسی به ازای $K>0$:



مکان هندسی به ازای $K<0$



باز هم به دانشجویان نکته‌ای را گوشزد کنم به این صورت است: حساسیت ریشه‌ها در نقاط شکست مکان هندسی بی‌نهایت است بنابراین نقطه‌ای که دورتر از نقطه‌ی شکست باشد حساسیت کمتری دارد نقطه‌ی $s=-6$ در حالت $K>0$ و نیز حالت $K<0$ بیشترین فاصله را تا نقطه‌ی شکست دارد بنابراین حساسیت نقطه‌ی $s=-6$ از ۳ نقطه‌ی دیگر که نزدیک‌تر به نقطه شکست هستند کمتر است. گزینه‌ی ۲

(۶۴) اگر ناپایداری از نقطه‌ی ۱- بگذرد روی محور موهومی قطب داریم و حتما برخورد با محور موهومی خواهیم داشت ولی به طور قطع نمی‌توان گفت که پایدار مرزی است چون شاید سیستم ناپایدار باشد و گزینه ۲ غلط است

در مورد گزینه ۳) در سوال ۵۹ ذکر کردیم که اگر دیاگرام فاز در اندازه نزدیکی ۱ باشد و ω_{180} بزرگتر از ω_{0dB} باشد PM منفی و سیستم ناپایدار است ولی در اینجا از نزدیکی ۱ بودن حرفی زده نشده پس غلط است البته جور دیگری نیز می‌توان این گزینه را رد کرد چون اگر صفر سمت راست داشته باشیم باز هم گزینه ۲ غلط است.

در مورد گزینه ۴) اگر نقطه شکست روی محور حقیقی باشد گزینه ۴ کاملا صحیح است ولی اگر نقطه‌ی شکست مزدوج مختلط داشته باشیم غلط است پس در حالت کلی گزینه ۴ غلطی باشد.

در مورد گزینه ۱) گزینه‌ی جالب و جدیدی است. اگر در نمودار اندازه دیاگرام بد، گذر بهره باشیم

خیلی زیاد (توجه کنید شیب خیلی زیاد) داشته باشیم و تغییر اندکی (البته هم‌زمان) ناپایداری شود پس مناسب‌ترین گزینه، گزینه یک است.

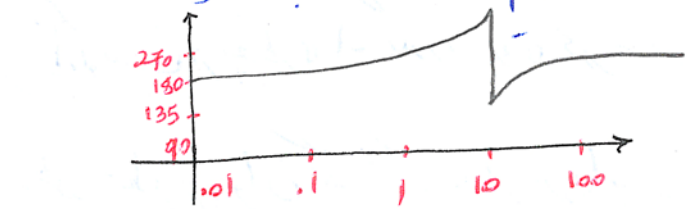
گزینه ۱

(۶۵) توجه کنید که $K>0$ است بنابراین دور زدن‌های ۱- تبدیل به دور زدن‌های ۱+ می‌شود. نمودار نیکولز هندسی برای K‌های کوچک سمت چپ است بنابراین پایداری باشد و برای K‌های بزرگ که قطب سمت راست دارد. گزینه ۳ غلط است چون ۱+ را ۲ دور نمی‌زند گزینه ۲ هم مشابه ۳ غلط است ولی گزینه ۱ درست است.

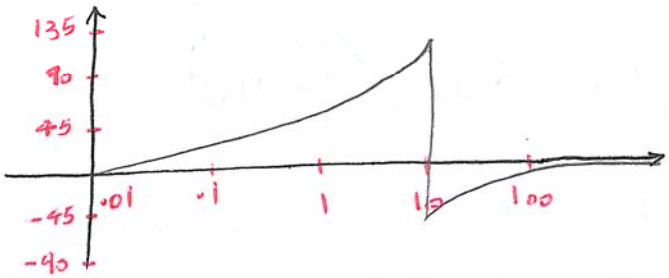
گزینه ۱

(۶۶) نمودار فاز می‌گوید که باید ابتدا فاز زیاد شود و در انتها کم شود ولی گزینه ۱ صفرهای سمت چپ و قطب‌های سمت راست دارد که همواره فاز منفی می‌دهد و غلط است. قطب $-0.01\ s^{-2}$ در گزینه‌های ۲ و ۳ ایجاب می‌کند که غلط باشند چون فاز شان صفر فاز سوال را ندارد بنابراین به اجبار گزینه‌ی ۴ درست خواهد بود البته ظاهرا این تست غلط است چون یک قطب در مبدا اضافی دارد حال باید ببینیم سازمان سنجش چگونه عمل می‌کند.

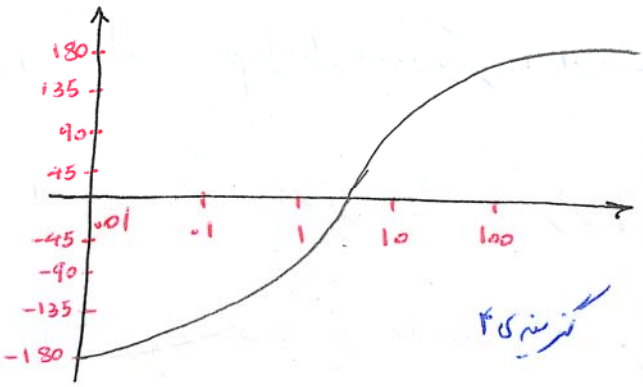
برای درک بهتر نمودار فاز را رسم کرده‌ام.



گزینه‌ی ۲



گزینه‌ی ۳



گزینه‌ی ۴

کنکور ۹۵ کمی آسان‌تر از ۹۴ بود و درصد حدود ۵۰ دور از انتظار نیست. عزیزانی که سوالی در مورد ریاضی مهندسی، کنترل خطی و بررسی سیستم‌های قدرت دارند می‌توانند با بنده در تماس باشند و طرح سوال کنند و بنده با خوشحالی جواب خواهم داد.

arashvahidi1985@gmail.com

آرش وحیدی

با تشکر از آقای دکتر فتحی.