

$$1) (x+y)^2 - 4y = C \rightarrow x^2 + 2xy + y^2 - 4y = C$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} 2x + 2xy' + 2y + 2yy' - 4y' = 0 \rightarrow 2(x+y) = -2(x+y-2)y'$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } (x+y)} (x+y) = (x+y-2) \times \frac{1}{y'} \rightarrow y' = \frac{x+y-2}{x+y} \rightarrow \text{تعیین تکلیف نیز کرده از تغییر مقدر استفاده می‌کردیم}$$

$$\begin{cases} x+y = u \\ 1+y' = u' \end{cases} \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} u' - 1 = \frac{u-2}{u} \rightarrow u' = \frac{2u-2}{u}$$

تکلیف نیز کرده

$$\frac{u du}{2u-2} = dx \xrightarrow{\int} \frac{1}{2} (u + \ln(u-1)) = \ln Cx$$

$$\rightarrow \boxed{(x+y) + \ln(x+y-1) = \ln \sqrt{Cx^2}}$$

اراهتم شاه ابراهیمی - TA

نحوه استرال گیری

$$\xrightarrow{\text{نحوه استرال گیری}} \frac{1}{2} \int \frac{u-1+1}{u-1} = \frac{1}{2} \left[\int \frac{u-1}{u-1} + \int \frac{1}{u-1} \right] = \frac{1}{2} [u + \ln(u-1)]$$

$$2) 2y' - \frac{3}{x} = \frac{e^{-y}}{x^2} \rightarrow \text{استرال از شرط } e^{-y} \text{ حاصل می‌شود} \rightarrow 2e^y y' - \frac{3}{x} e^y = \frac{1}{x^2}$$

$$\left. \begin{matrix} e^y = u \\ y'e^y = u' \end{matrix} \right\} \text{علاقمند به درجه خطی تبدیل می‌شود از یک تغییر مقدر استفاده کنیم}$$

$$2u' - \frac{3}{x}u = \frac{1}{x^2} \rightarrow u' - \frac{3}{2x}u = \frac{1}{2x^2}$$

$$\int \frac{3}{2x} = \frac{3}{2} \ln x = e^{-3/2} = x^{-3/2} \quad \left| \begin{matrix} \text{ضرب بر عامل از طرفین} \\ x^{-3/2} \end{matrix} \right. \quad x^{-3/2} u' - \frac{3}{2} x^{-5/2} u = \frac{1}{2} x^{-7/2}$$

$$\rightarrow (x^{-3/2} \cdot u)' = \frac{1}{2} x^{-7/2} \xrightarrow{\int} x^{-3/2} \cdot u = \frac{1}{2} \times \frac{2}{-5/2} x^{-5/2} + C \rightarrow u = -\frac{1}{5} x^{-1} + Cx^{3/2}$$

$$\rightarrow \boxed{e^y = \frac{-x^{-1}}{5} + Cx^{3/2}}$$

$$\xrightarrow{\text{حل نهایی}} y = \ln \left(-\frac{1}{5x} + Cx\sqrt{x} \right)$$

تمرین سری ۳

سوال ۳ $xy'' - y' + 4x^3y = 0$

مقدار غیر از نوشتن
خطی با ضرب آسودگی

$$\begin{cases} y = \sin x^2 \\ y' = 2x \cos x^2 \\ y'' = 2 \cos x^2 - 4x^2 \sin x^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگزینی}} x(2 \cos x^2 - 4x^2 \sin x^2) - 2x \cos x^2 + 4x^3 \sin x^2 = 0$$

$$\rightarrow \underline{2x \cos x^2} - \underline{4x^3 \sin x^2} - \underline{2x \cos x^2} + \underline{4x^3 \sin x^2} = 0 \rightarrow y = \sin x^2 \text{ یک جواب است}$$

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)' = \frac{-\frac{p}{x} dx}{y_1^2} \rightarrow \left(\frac{y_2}{\sin x^2}\right)' = \frac{e^{-\int \frac{1}{x} dx}}{\sin^2 x^2} = \frac{e^{-\ln x}}{\sin^2 x^2} = \frac{x}{\sin^2 x^2}$$

$$\int \frac{y_2}{\sin x^2} = \int \frac{x}{\sin^2 x^2} \rightarrow \frac{y_2}{\sin x^2} = -\frac{1}{2} \cot x^2 \rightarrow \boxed{y_2 = -\frac{1}{2} \cos x^2}$$

ابراهیم شاه ابراهیم - TA

از این آیه ترسید!