



نام درس : ریاضی ۱ - فصل دوم

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۰۸/۲۰

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : دهم

نام دبیر : نوردی

عنوان آزمون : کاربرگ ۷ - اتحادهای مثلثاتی

۱ اگر $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ و انتهای کمان مقابل به زاویه α در ناحیه دوم باشد، مقدار $\operatorname{tg} \alpha$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$-2\sqrt{2}$ (۱)

۲ اگر $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ و انتهای کمان مقابل به زاویه α در ناحیه چهارم باشد، مقدار $\operatorname{Cotg} \alpha$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴)

-2 (۳)

$-\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲)

$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۱)

۳ اگر $\cos^2 x + 2 \sin^2 x = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۴ اگر $\cot x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{3 \sin x + 7 \cos x}{2 \cos x - 6 \sin x}$ کدام است؟

2 (۴)

-2 (۳)

1 (۲)

-1 (۱)

۵ اگر $\operatorname{Cotg} \alpha = \frac{3}{4}$ ، آنگاه حاصل عبارت $A = \frac{3 \cos^2 \alpha - \sin \alpha}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha}$ کدام است؟

$-\frac{19}{23}$ (۴)

$-\frac{19}{575}$ (۳)

$-\frac{1}{161}$ (۲)

$-\frac{23}{19}$ (۱)



۶ کدام گزینه در مورد نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی دلخواه θ روی دایره‌ی مثلثاتی صحیح است؟

$$1 - \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (۲)$$

$$\sin^2 \theta = 1 + \cos^2 \theta \quad (۱)$$

$$\tan \theta + \cot \theta = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \quad (۴)$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{-1}{\sin^2 \theta} \quad (۳)$$

۷ عبارت $\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x}{\operatorname{Cotg} x + 1}$ با کدام یک برابر است؟ $(\operatorname{Cotg} x \neq -1)$

$$1 - \operatorname{Cotg} x \quad (۴)$$

$$\operatorname{Cotg} x - 1 \quad (۳)$$

$$1 - \operatorname{tg} x \quad (۲)$$

$$\operatorname{tg} x - 1 \quad (۱)$$

۸ ساده شده‌ی عبارت $\frac{\sin^2 a - \operatorname{tg}^2 a}{\cos^2 a - \operatorname{Cotg}^2 a}$ کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

$$-\operatorname{Cotg}^2 a \quad (۴)$$

$$-\operatorname{tg}^2 a \quad (۳)$$

$$\operatorname{tg}^2 a \quad (۲)$$

$$\operatorname{Cotg}^2 a \quad (۱)$$

۹ ساده شده‌ی عبارت تعریف شده‌ی $A = 1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$ کدام است؟

$$-\cos x \quad (۴)$$

$$\cos x \quad (۳)$$

$$-\sin x \quad (۲)$$

$$\sin x \quad (۱)$$

۱۰ اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت $A = \operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{8}{3} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۱۱ حاصل عبارت $(2 \sin x - 2 \cos x)^2 + \frac{8}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x}$ کدام است؟

$$8 \quad (۴)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

۱۲ اگر $\operatorname{Cotg} \alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$ و $\sqrt{1 + \operatorname{Cotg}^2 \alpha} = -1$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه است؟

$$\text{چهارم} \quad (۴)$$

$$\text{سوم} \quad (۳)$$

$$\text{دوم} \quad (۲)$$

$$\text{اول} \quad (۱)$$



۱۳ بیشترین مقدار $7 + 2\cos^2\theta - 5\sin^2\theta$ را برابر M و کمترین مقدار $6 - 4\cos\theta$ را N در نظر می‌گیریم. حاصل $M - 2N$ کدام است؟

۳۶ (۴)

۳۴ (۳)

۳۲ (۲)

۳۰ (۱)

۱۴ اگر $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{4}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{1 - 2\sin\alpha} \sqrt{1 - \sin^2\alpha} - \cos\alpha$ کدام است؟

$-\cos\alpha$ (۴)

$-\sin\alpha$ (۳)

$\sin\alpha$ (۲)

$\cos\alpha$ (۱)

۱۵ حاصل عبارت $\sin^2 22/5^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 67/5^\circ + \dots + \sin^2 118^\circ$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۶ حاصل عبارت $\frac{\sin\theta + 1}{\cos^2\theta} - \frac{\tan\theta}{\sin\theta - 1} - \frac{2}{\cos\theta(1 - \sin\theta)}$ کدام است؟

$\frac{1}{\cos\theta}$ (۴)

$\frac{1}{\sin\theta}$ (۳)

$-\frac{1}{\sin\theta}$ (۲)

$-\frac{1}{\cos\theta}$ (۱)

۱۷ حاصل $\frac{\operatorname{tg} 118^\circ - \sin 118^\circ}{\operatorname{tg} 118^\circ \times \sin 118^\circ}$ چه قدر است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

$\cos 118^\circ$ (۲)

$\sin 118^\circ$ (۱)

۱۸ حاصل عبارت $A = \frac{(\tan\alpha - \cot\alpha)(\tan\alpha + \cot\alpha)}{(1 + \tan^2\alpha)(1 + \cot^2\alpha)}$ کدام است؟

$(\cot\alpha + \tan\alpha)(\cot\alpha - \tan\alpha)$ (۲)

$(\tan\alpha + \cot\alpha)(\tan\alpha - \cot\alpha)$ (۱)

$(\sin\alpha + \cos\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)$ (۴)

$(\sin\alpha + \cos\alpha)(\sin\alpha - \cos\alpha)$ (۳)

۱۹ اگر $\tan\alpha = -\sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{4\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\sin^2\alpha \cos^2\alpha}$ کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)



۲۰ اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ ، حاصل $\sin^2 x - \cos^2 x$ کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{\sqrt{17}}{27}$ (۴)

$\frac{17}{27}$ (۳)

$\frac{\sqrt{17}}{9}$ (۲)

$\frac{\sqrt{17}}{3}$ (۱)

۲۱ اگر α در ربع دوم دایرهی مثلثاتی باشد، حاصل $\operatorname{tg} \alpha - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1}$ کدام است؟

$-\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$ (۴)

$\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$ (۳)

صفر (۲)

$2 \operatorname{tg} \alpha$ (۱)

۲۲ حاصل $\left(\tan \theta + \frac{1}{\cos \theta} \right) \left(\frac{1 - \sin \theta}{1 + \tan^2 \theta} \right)$ کدام است؟

۱ (۴)

$\sin^2 \theta$ (۳)

$\cos^2 \theta$ (۲)

$\cos \theta$ (۱)

۲۳ با فرض $\sin x \cos x = \frac{1}{3}$ ، حاصل $A = \frac{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{Cotg}^2 x}{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{Cotg}^2 x}$ کدام است؟

$\frac{5}{18}$ (۴)

$\frac{5}{16}$ (۳)

$\frac{7}{18}$ (۲)

$\frac{7}{16}$ (۱)

۲۴ اگر انتهای کمان α در ناحیه اول باشد، حاصل عبارت $\cos \alpha \left(\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} \right)$ کدام است؟

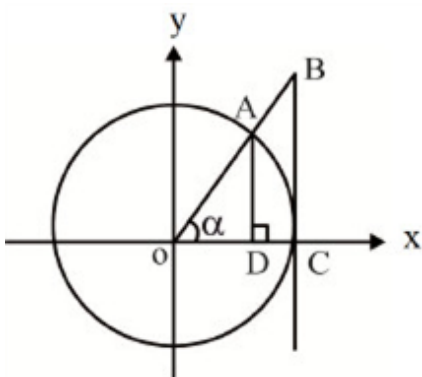
$2 \cos \alpha$ (۴)

$2 \sin \alpha$ (۳)

$\cos \alpha$ (۲)

$\sin \alpha$ (۱)

۲۵ در دایرهی مثلثاتی شکل مقابل، مساحت ذوزنقهی ABCD کدام است؟



$\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha + 1}$ (۲)

$\sin 2\alpha$ (۱)

$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos 2\alpha}$ (۴)

$\frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$ (۳)



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 4 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 3$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = -\sqrt{3} = -2\sqrt{2} \text{ (ناحیه دوم)} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{9}{4} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{5}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{ناحیه چهارم}} \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cot \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تمام جملات را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$2 \tan^2 x + 1 = \frac{4}{3}(1 + \tan^2 x) \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

صورت و مخرج کسر را بر $\sin x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{2 \sin x}{\sin x} + \frac{3 \cos x}{\sin x}}{\frac{2 \cos x}{\sin x} - \frac{6 \sin x}{\sin x}} = \frac{2 + 3 \cot x}{2 \cot x - 6} = \frac{2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)}{2\left(\frac{1}{2}\right) - 6} = \frac{\frac{16}{2}}{\frac{-16}{2}} = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج را بر $\cos \alpha$ تقسیم می‌کنیم:

$$A = \frac{2 \cos^2 \alpha - \tan \alpha}{2 \tan \alpha + 5} = \frac{2 \times \frac{9}{25} - \frac{2}{3}}{\frac{4}{3} + 5} = \frac{-19}{57.5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \times$$

$$۲) 1 - \tan^2 \theta = 1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \neq \frac{1}{\cos^2 \theta} \times$$

$$\text{(در واقع } 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \text{ می‌باشد.)}$$

$$۳) 1 + \cot^2 \theta = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \times$$

$$۴) \tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \checkmark$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{عبارت} = \frac{\tan x - \frac{1}{\tan x}}{\frac{1}{\tan x} + 1} = \frac{\frac{\tan^2 x - 1}{\tan x}}{\frac{1 + \tan x}{\tan x}} = \frac{(\tan x - 1)(\tan x + 1)}{(1 + \tan x)} = \tan x - 1$$

$$\frac{\sin^r a - \frac{\sin^r a}{\cos^r a}}{\cos^r a - \frac{\cos^r a}{\sin^r a}} = \frac{\sin^r a \left(1 - \frac{1}{\cos^r a}\right)}{\cos^r a \left(1 - \frac{1}{\sin^r a}\right)} = \frac{\sin^r a \left(\frac{\cos^r a - 1}{\cos^r a}\right)}{\cos^r a \left(\frac{\sin^r a - 1}{\sin^r a}\right)}$$

$$= \frac{\sin^r a \left(\frac{-\sin^r a}{\cos^r a}\right)}{\cos^r a \left(\frac{-\cos^r a}{\sin^r a}\right)} = \frac{-\frac{\sin^r a}{\cos^r a}}{-\frac{\cos^r a}{\sin^r a}} = \frac{\sin^r a}{\cos^r a} = \operatorname{tg}^r a$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با جای‌گذاری $\sin^r x = 1 - \cos^r x$ عبارت را ساده می‌کنیم. ۹

$$A = 1 - \frac{1 - \cos^r x}{1 + \cos x} \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} A = 1 - \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 + \cos x} = 1 - 1 + \cos x = \cos x$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت A را ساده می‌کنیم: ۱۰

$$A = \operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^r x + \cos^r x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x} \quad (1)$$

حال باید حاصل $\sin x \cos x$ را به دست آوریم:

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{r} \xrightarrow{\text{طرفین به توان } r} (\sin x - \cos x)^r = \frac{1}{r^r}$$

$$\Rightarrow \sin^r x - r \sin x \cos x + \cos^r x = \frac{1}{r^r}$$

$$1 - r \sin x \cos x = \frac{1}{r^r} \Rightarrow r \sin x \cos x = \frac{r^r}{r^r} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{r^r}{r^r} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{\frac{r^r}{r^r}} = \frac{r^r}{r^r}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$(\sin x - \cos x)^r + \frac{1}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x}$$

$$= \sin^r x + \cos^r x - r \sin x \cos x + \frac{1}{\frac{1}{\sin x \cos x}}$$

$$= \sin^r x + \cos^r x - r \sin x \cos x + \sin x \cos x = \sin^r x + \cos^r x - (r-1) \sin x \cos x$$

$$\operatorname{Cotg} \alpha = \frac{|\cos \alpha|}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha > 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{1}{\sin^r \alpha}} = \sin \alpha \cdot \frac{1}{|\sin \alpha|} = -1 \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

انتهای کمان α در ناحیه‌ی چهارم است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\text{عبارت} = 5 \sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta + v = 5 \sin^2 \theta - 2(1 - \sin^2 \theta) + v$$

$$\text{عبارت} = v \sin^2 \theta + 5; \cdot \leq \sin^2 \theta \leq 1 \xrightarrow{\times v} \cdot \leq v \sin^2 \theta \leq v \xrightarrow{+5} 5 \leq \text{عبارت} \leq 12 \rightarrow \boxed{M=12}$$

$$\text{عبارت} \leq -2 \rightarrow -10 \leq 4 \cos^2 \theta \leq 4 \xrightarrow{-4} -4 \leq \cos^2 \theta \leq 1 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq \cos \theta \leq 1 \text{ از طرف دیگر}$$

$$M - 2N = 12 + 20 = 32$$

$$\downarrow \\ N = -10$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - 2 \sin \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha} - \cos \alpha &= \sqrt{1 - 2 \sin \alpha (-\cos \alpha)} - \cos \alpha \\ &= \sqrt{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha} - \cos \alpha = \sqrt{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} - \cos \alpha \\ &= |\sin \alpha + \cos \alpha| - \cos \alpha \end{aligned}$$

$\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{4}$
 $\sin \alpha > \cos \alpha$

$$\sin \alpha + \cos \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\sin^2 22/5 + \sin^2 45 + \cos^2 22/5 + \sin^2 90 + \cos^2 22/5 + \cos^2 45 + \sin^2 22/5 + \sin^2 180$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + 1 + 1 + \frac{1}{2} + 0 = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\begin{aligned} \frac{\sin \theta + 1}{\cos^2 \theta} - \frac{\tan \theta}{\sin \theta - 1} - \frac{2}{\cos \theta(1 - \sin \theta)} \\ = \frac{\tan}{1 - \sin \theta} - \frac{1}{\cos(1 - \sin \theta)} = \frac{\sin \theta - 1}{\cos \theta(1 - \sin \theta)} = -\frac{1}{\cos \theta} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x &= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \sin^2 x \left(\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \right) \\ &= \operatorname{tg}^2 x \sin^2 x \\ \frac{\operatorname{tg}^2 18 - \sin^2 18}{\operatorname{tg}^2 18 \cdot \sin^2 18} &= 1 \end{aligned}$$

پس:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha)}{(1 + \tan^2 \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)} = \frac{(1 + \tan^2 \alpha) - (1 + \cot^2 \alpha)}{(1 + \tan^2 \alpha)(1 + \cot^2 \alpha)} \\ &= \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha) \end{aligned}$$



$$\tan \alpha = -\sqrt{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 3 \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\frac{3 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{3 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{3 - \tan^2 \alpha}{3 \sin^2 \alpha} = \frac{3 - 3}{3 \sin^2 \alpha} \times \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{1}{3} (1 + \cot^2 \alpha) = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$(\sin x - \cos x)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{4}{9}$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$= (\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x) = \frac{1}{3}(\sin x + \cos x)$$

باید حاصل $A = \sin x + \cos x$ را بیابیم:

$$A^2 = (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x = 1 + \frac{8}{9} = \frac{17}{9} \Rightarrow A = \frac{\pm \sqrt{17}}{3}$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{3} A = \frac{\pm \sqrt{17}}{9}$$

بنابراین:

$$\tan \alpha - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \tan \alpha - \sqrt{1 + \tan^2 \alpha - 1}$$

$$\tan \alpha - |\tan \alpha| = \tan \alpha - (-\tan \alpha) = 2 \tan \alpha$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \cos^2 \theta$$

$$\left(\tan \theta + \frac{1}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta) (\cos^2 \theta) = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} (1 - \sin \theta) \cos^2 \theta$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)(\cancel{\cos^2 \theta})}{\cancel{\cos \theta}} = (1 - \sin^2 \theta) \cos \theta = \cos^2 \theta \times \cos \theta = \cos^3 \theta$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$A = \frac{\tan^2 x + \cot^2 x}{\tan^2 x + \cot^2 x} = \frac{(\tan x + \cot x)^2 - 2 \tan x \cot x}{(\tan x + \cot x)^2 - 2 \tan x \cot x} = \frac{2^2 - 2}{2^2 - 2(2)} = \frac{2}{0}$$



$$\left(\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \times \frac{1 + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \times \frac{1 - \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} \right) \cdot \cos \alpha$$

انتهای کمان در ناحیه اول است. بنابراین:

$$\begin{aligned} &= \left(\sqrt{\frac{(1 + \sin \alpha)^2}{\cos^2 \alpha}} - \sqrt{\frac{(1 - \sin \alpha)^2}{\cos^2 \alpha}} \right) \cdot \cos \alpha = \left(\frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{(1 + \sin \alpha - 1 + \sin \alpha) \cdot \cancel{\cos \alpha}}{\cancel{\cos \alpha}} = 2 \sin \alpha \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در ذوزنقهی ABCD، $AD = \sin \alpha$ ، $BC = \tan \alpha$ و $CD = 1 - \cos \alpha$ است. پس: ۲۵

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} (\sin \alpha + \tan \alpha) \times (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} (\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \tan \alpha - \tan \alpha \cos \alpha) \\ \Rightarrow S &= \frac{1}{2} (\tan \alpha - \sin \alpha \cos \alpha) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \sin \alpha \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \cos \alpha \right) = \frac{1}{2} \sin \alpha \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) \\ \Rightarrow S &= \frac{\sin^3 \alpha}{2 \cos \alpha} \end{aligned}$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴