www.ahmadaliashrafian.ir

حل تشریحی تستهای الکترومغناطیس ارشد ۹۵ توسط احمدعلی اشرفیان

با سلام و خسته نباشید به دانشجویان عزیز

با حل سؤالات الکترومغناطیس ارشد ۹۵ و اشاره به کار کلاسی و کتاب نشان می دهم که اگر نکاتی که در کلاس بدان اشاره شد را بکار می گرفتید بالای ۸۲٪ و اگر نکاتی که در کلاس و کتاب من بدان اشاره شده است، استفاده می کردید بالای ۹۱٪ امکان پاسخ دهی وجود داشت،

آرزوی موفقیت برای همه شما عزیزان را دارم. اشرفیان

حل تستهای ارشد ۹۵ براساس دفترچه A

۱۲۷- گزینه ۱ صحیح است.

سؤال ساده ای است کافی است از میدان الکتریکی بار خطی و بار نقطه ای در نقاط خواسته شده استفاده شود.

$$x=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\rho_0}{2\pi\times\frac{1}{2}}=\frac{q}{4\pi(\frac{1}{2})^2} \Rightarrow q=\rho_0$$

$$x=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\rho_0}{2\pi\times\frac{2}{3}}=\frac{q}{4\pi(\frac{1}{3})^2} \Rightarrow q=\frac{1}{3}\rho_0$$

۱۲۸- گزینه ۲ صحیح است

سوال تکراری سراسری برق - ۷۵ که در صفحهٔ 519 کتاب من حل شده است.

شدت میدان مغناطیسی ناشی از حلقه در مرکز آن برابر است با:

$$\vec{H} = \frac{I}{2R}\hat{a}_z$$

و برای شدت میدان مغناطیسی داخل کره کوچک مغناطیسی می‌توان نوشت:

$$\vec{H}_{in} = \frac{3\vec{H}}{\mu_r+2} = \frac{3I}{2(\mu_r+2)R}\hat{a}_z$$

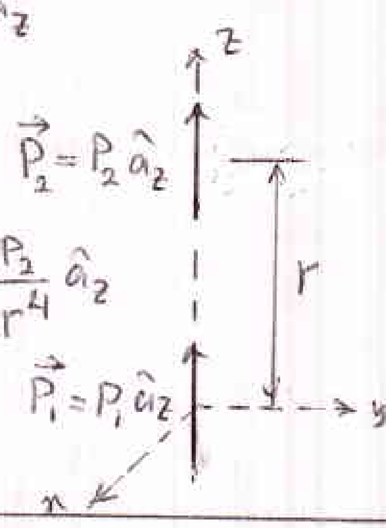
$$\vec{M}_{in} = (\mu_r-1)\vec{H}_{in} = \frac{3(\mu_r-1)I}{2(\mu_r+2)R}\hat{a}_z$$

$$\vec{m} = \int \vec{M}_{in}\,dv = \frac{4}{3}\pi a^3\vec{M}_{in} = \frac{2(\mu_r-1)\pi a^3 I}{(\mu_r+2)R}\hat{a}_z$$

۱۲۹- گزینه ۴ صحیح است.

سوال ساده‌ای است. همان سوال ۴۰ جزوه کلاسی است که در کلاس حل کردم.

$$\vec{E}_1 = \frac{P_1}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\left[2\cos\theta\,\hat{a}_R + \sin\theta\,\hat{a}_\theta\right]\Big|_{\theta=0} = \frac{P_1}{2\pi\varepsilon_0 z^3}\hat{a}_z$$



نیرویی که دیپل پائینی به بالایی وارد می‌کند برابر است با:

$$\vec{F}_{e21} = \vec{\nabla}(\vec{P}_2\cdot\vec{E}_1) = \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{P_1P_2}{2\pi\varepsilon_0 z^3}\right]\Big|_{z=r}\hat{a}_z = \frac{-3P_1P_2}{2\pi\varepsilon_0 r^4}\hat{a}_z$$

www.ahmadaliashrafian.ir

حل تشریحی تست‌های الکترومغناطیس ارشد ۹۵ توسط احمدعلی اشرفیان

۱۳۰- گزینه ۴ صحیح است.

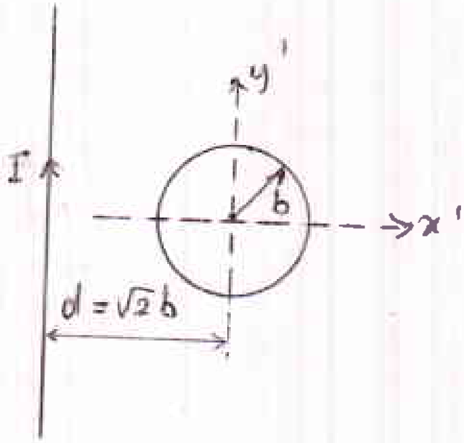
سؤال متوسطی است. همان سؤال ۸۴ جزوه کلاسی است که در کلاس حل کردم.

$$\psi_{m21} = \int \vec{B_1}\cdot\vec{ds} = \mu_0 I\left[d-\sqrt{d^2-b^2}\right]$$

$$= \mu_0(\sqrt{2}-1)bI$$

$$\frac{d\psi_{m21}}{dt} = L\frac{di_2'}{dt} \Rightarrow i_2 = \frac{1}{L}\psi_{m21}$$

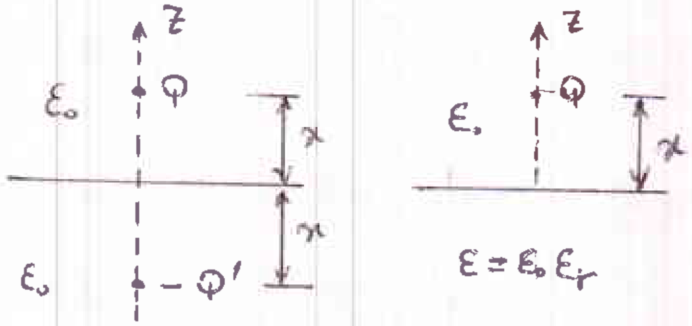
$$= \frac{\mu_0 b}{L}(\sqrt{2}-1)I$$



۱۳۱- گزینه ۲ صحیح است.

سؤال ساده‌ای است. با استفاده از تئوری تصویر برای دو محیط عایق با سطح مشترک مسطح بزرگ که در آخرین جلسه کلاس همین سؤال را حل کردم.

$$Q' = \frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}Q$$



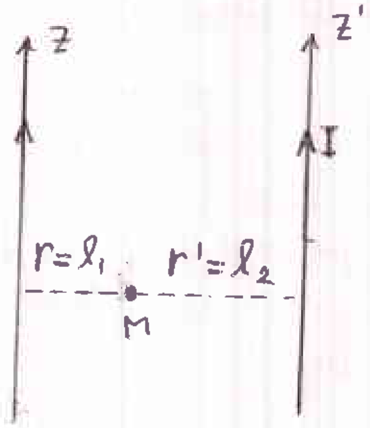
$$\vec{F_e} = Q\vec{E_{Q'}} = Q\,\frac{-\left(\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}\right)Q}{4\pi\varepsilon_0(2x)^2}\hat{a}_z = \frac{(1-\varepsilon_r)Q^2}{16\pi\varepsilon_0(\varepsilon_r+1)x^2}\hat{a}_z$$

www.ahmadaliashrafian.ir

حل تشریحی تستهای الکترومغناطیس ارشد ۹۵ توسط احمدعلی اشرفیان

۱۳۲- گزینه ۴ صحیح است.

سؤال متوسطی است بشرطی که از رابطهٔ $-\vec{\nabla} V_m = \vec{H}$ به صورت زیر استفاده کنید:



$$\vec{H}_1 = \frac{I}{2\pi r}\hat{a}_\phi \quad \text{و} \quad \vec{H}_2 = \frac{I}{2\pi r'}\hat{a}_\phi'$$

$$-\vec{\nabla} V_{m_1} = \vec{H}_1 \Rightarrow -\frac{\partial V_{m_1}}{\partial r}\hat{a}_r - \frac{\partial V_{m_1}}{r\partial\phi}\hat{a}_\phi = \frac{I}{2\pi r}\hat{a}_\phi$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial V_{m_1}}{r\partial\phi} = \frac{I}{2\pi r} \Rightarrow V_{m_1} = -\int_{\underset{\text{مرجع صفر}}{\phi_0}}^{0} \frac{I}{2\pi} d\phi$$

$$V_{m_1} = \frac{I\phi_0}{2\pi}$$

به همین روش برای سیم دوم در دستگاه جدید ($x'y'z'$) می‌توان نوشت:

$$V_{m_2} = -\int_{\phi_0}^{\pi} \frac{I}{2\pi} d\phi = \frac{-I}{2} + \frac{I\phi_0}{2\pi}$$

واختلاف پتانسیل نقطهٔ M حاصل از دو جریان I برابر است با:

$$V_{m_1} - V_{m_2} = \frac{I}{2}$$

نکته جالب: چون شدت میدان مغناطیسی حاصل از جریانهای خطی I (در صفحهٔ $y=0$) فقط در راستای y مولفه دارد بنابراین طبق رابطهٔ $V_m = \int_{x_1}^{x_2} H\hat{a}_y \cdot dx\hat{a}_x = 0$ پتانسیل مغناطیسی هر نقطه از صفحهٔ $y=0$ به فاصله تا سیم حامل جریان I (l_1 و l_2) بستگی ندارد پس گزینه ۱ و ۲ حذف می‌شوند

۱۳۳- گزینه ۱ صحیح است.

سؤال متوسطی است که نظیر آن را در کلاس در فصل خازن‌ها حل کردم،
در کلاس اشاره کردیم هرگاه محیط عایق غیرهمگن بصورت موازی بین
صفحات هادی خازن قرار بگیرند می‌توان محیط عایق را همگن فرض کرد،
سؤال را به صورتی ساده‌تر حل کرد و سپس اثر ع‌ ناهمگنی را وارد نمود:

ادامه حل تست ۱۳۳-

$$q = 4\pi\varepsilon_1 R V_0 \Rightarrow \rho_s = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon_1 V_0}{R}$$

از تست ۱۳ جزوه داریم:

$$\vec{E}_1\Big|_{R=R} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_1}\hat{a}_R = \frac{V_0}{2R}\hat{a}_R$$

نیروی وارد بر نیم کره فوقانی برابر است با:

$$\vec{F}_1 = \int \rho_s \vec{E}\, ds = \int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\varepsilon_1 V_0}{R}\frac{V_0}{2R}\cos\theta\,\hat{a}_z\, R^2\sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$

$$= \frac{\pi\varepsilon_1 V_0^2}{2}\hat{a}_z$$

به همین روش فقط با $\varepsilon = \varepsilon_2$ نیروی وارد به نیم کره پائینی بدست می آید:

$$\vec{F}_2 = \frac{\pi\varepsilon_2 V_0^2}{2}(-\hat{a}_z)$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \frac{\pi}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)V_0^2\,\hat{a}_z$$

۱۳۴- گزینه ۲ صحیح است. سوال ساده ای است.

در کلاس تست نظیرش را در میدانهای الکتریکی با استفاده از رابطه $W_e = -\vec{P}\cdot\vec{E}$ حل کردم و اشاره شد دوآل آن در میدانهای مغناطیسی با استفاده از رابطه $W_m = -\vec{m}\cdot\vec{B}$ حل می شود و چون روش حل دقیقا مانند میدانهای الکتریکی است کافی است: $\vec{m}$ به $\vec{P}$ و $\vec{B}$ به $\vec{E}$ تبدیل شود.

$$W_m = -\vec{m}\cdot\vec{B} = -\int d\vec{m}\cdot\vec{B} = -\int_a^b \pi r^2 (r\,dr)\,\hat{a}_z \cdot B_0(\hat{a}_x + 2\hat{a}_z)$$

$$= \frac{-\pi}{2}(b^4 - a^4)B_0$$

www.ahmadaliashrafian.ir

حل تشریحی تست‌های الکترومغناطیس ارشد ۹۵ توسط احمدعلی اشرفیان

۱۳۵- گزینه ۲ صحیح است.

روش اول: این سوال دارای نکته ساده‌ای است که در کلاس بارها و بارها اشاره شد

چون اطراف بار نقطه‌ای لایه‌های عایقی به صورت موازی با هم قرار دارند

و میدان از بار نقطه‌ای به صورت شعاعی خارج می‌شود پس در سطح مشترک

لایه‌های عایقی، فقط مولفه مماسی دارد با استفاده از رابطه $E_{1t}=E_{2t}$ می‌توان

نتیجه گرفت که: $\vec{E}_1=\vec{E}_2=\dfrac{k_0}{R^2}\hat{a}_R$

حال کافی است از قانون گوس استفاده کرده و k_0 را حساب کرد:

$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{s}=Q \Rightarrow \int \vec{D}_1\cdot d\vec{s}+\int \vec{D}_2\cdot d\vec{s}=Q$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0}\frac{\varepsilon_1 k_0}{R^2}\hat{a}_R\cdot R^2\sin\theta\, d\theta\, d\phi\, \hat{a}_R+\int_0^{2\pi}\int_{\theta_0}^{\pi}\frac{\varepsilon_2 k_0}{R^2}\hat{a}_R\cdot R^2\sin\theta\, d\theta\, d\phi\, \hat{a}_R=Q$$

$$2\pi k_0\varepsilon_1(1-\cos\theta_0)+2\pi k_0\varepsilon_2(1+\cos\theta_0)=Q \Rightarrow k_0=\frac{Q}{2\pi[(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\cos\theta_0]}$$

$$\vec{E}=\frac{k_0}{R^2}\hat{a}_R=\frac{Q}{2\pi R^2[(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\cos\theta_0]}\hat{a}_R$$

روش دوم: با قرار دادن $\theta_0=0$ و $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ از طریق حذف گزینه می‌توان به راحتی به گزینه صحیح رسید.

۱۳۶- گزینه ۳ صحیح است.

سوال ساده‌ای است. نظیر آن را در تست‌های ۲۱ و ۲۲ قسمت مغناطیس در کلاس حل کردم

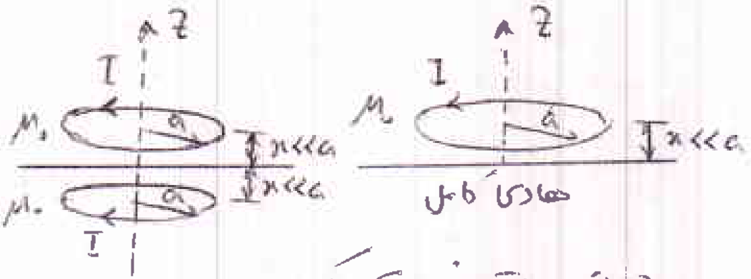
$$\vec{J}_s=\rho_s\vec{v}=\sigma_0\left(\frac{a}{r}\right)^2 r\omega\,\hat{a}_\phi$$

$$\vec{B}=\int\frac{\mu_0 J_s}{2r}dr\,\hat{a}_z=\int_a^b\frac{\mu_0\sigma_0 a^2\omega}{2r^2}dr\,\hat{a}_z=\frac{\mu_0\sigma_0 a^2\omega}{2}\left[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right]\hat{a}_z$$

۱۳۷ - گزینه ۱ صحیح است.

سوال ساده با نکته ای خارج از سیلابس درس الکترومغناطیس می باشد.

با استفاده از تئوری تصویر (در درس آنتن برای $\lim_{f\to 0}$) می توان هادی کامل را حذف کرد و در تصویر آینه ای آن حلقه جریانی به شعاع a و جریان مخالف به صورت زیر در نظر گرفت:



چون حلقه خیلی نزدیک به هادی ذکر شده ($x<<a$) می توان مانند دو سیم موازی طویلی که به هم نیرو وارد می کنند تصور کرد و نیرو را براحتی محاسبه کرد:

$$\vec F_m = \int_0^{2\pi} I a\, d\phi\, \hat a_\phi \times \frac{\mu_0 I}{2\pi(2x)}(-\hat a_r) = \frac{\mu_0 I^2 a}{2x}\hat a_z$$

$$|f_m| = mg \Rightarrow \frac{\mu_0 I^2 a}{2x} = mg \Rightarrow x = \frac{\mu_0 I^2 a}{2mg}$$

---

۱۳۸ - گزینه ۳ صحیح است.

سوال ساده ای است، مثل این سوال را در تست ۸۱ جزوه کلاس در کلاس حل کردم.

چون محیط عایقی غیرکامل و غیرهمگن و سری با هم بین صفحات هادی قرار گرفته اند باید با $\vec J = K_0(-\hat a_z)$ شروع کنیم:

$$\vec E = \frac{\vec J}{\sigma} = \frac{K_0}{\sigma_0/(1+\frac{z}{d})}(-\hat a_z) = \frac{(z+d)K_0}{\sigma_0 d}(-\hat a_z) \qquad (1)$$

$$V_0 = \int_+^- \vec E\cdot d\vec l = \int_d^0 \frac{(z+d)K_0}{\sigma_0 d}(-\hat a_z)\cdot dz\,\hat a_z \Rightarrow K_0 = \frac{2\sigma_0 V_0}{3d}$$

با جاگذاری K_0 در رابطه (1) $\vec E$ محاسبه می شود و برای $\vec P$ می توان نوشت:

$$\vec P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec E = \frac{\varepsilon_0 z}{d}\vec E = \frac{2\varepsilon_0 z(z+d)V_0}{3d^3}(-\hat a_z)$$

$$\rho_{sb}\big|_{z=d} = -\vec P\big|_{z=d}\cdot(-\hat a_z) = -\frac{4\varepsilon_0 V_0}{3d}$$