



۱- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$F_W = \frac{mV^2}{r}$$

$$F_N = mg \quad F_{اصطکاک} = \mu m \left(\frac{V^2}{r} + g \right)$$

$$\Delta K = W = -F_{اصطکاک} \Delta S = -F_{اصطکاک} (r\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta\theta} = -\mu (rK + mgr)$$

۲- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$4\pi r^2 E = \frac{4\pi \rho r^3}{3\epsilon_0} \quad r < R \rightarrow E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}, \Delta V = \frac{-\rho R^2}{6\epsilon_0}$$

$$\text{(به دست آمده)} \quad K = V \quad \rightarrow \quad K_{\min} = -q\Delta V = \frac{-qQ}{4\pi R\epsilon_0}$$

۳- گزینه‌ی ۳ صحیح است. اگر خازن معادل سری C_2 و C_3 را با C_x نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$C_x = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

بار مجهول را با x نمایش می‌دهیم.

بار خازن C_x بعد از تعادل: q_1

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{C_1} = \frac{q_1}{C_x} \\ x + q_1 = C_1 V_0 + q \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{x = \frac{C_1(C_2 + C_3)(C_1 V_0 + q)}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3}}$$

۴- گزینه‌ی ۱ صحیح است. چون شتاب مشتق سرعت است حداکثر سرعت وقتی حاصل می‌شود که شتاب صفر باشد.

$$K\Delta X + T = Mg \sin \theta$$

چون T نمی‌تواند منفی باشد جرم m وقتی بیش‌ترین سرعت را می‌گیرد که $T = 0$ است.

$$\Rightarrow K\Delta X = Mg \sin \theta \rightarrow \boxed{\Delta X = \frac{Mg \sin \theta}{K}}$$

$$\frac{1}{2} K\Delta X^2 + \frac{1}{2} (M+m)V^2 = Mg \sin \theta (h + \Delta X)$$

از معادله انرژی داریم.

$$\Rightarrow Mg \sin \theta \left(h + \frac{Mg \sin \theta}{k} \right) - \frac{1}{2} K \left(\frac{Mg \sin \theta}{K} \right)^2 = \frac{1}{2} (M+m)V^2$$

$$\Rightarrow V = \left[\frac{Mg \sin \theta}{M+m} \left(2h + \frac{Mg \sin \theta}{K} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

۵- گزینه‌ی ۲ صحیح است. یون‌های سدیم و کلر را می‌توان به صورت اتم‌هایی در مراکز مکعب‌های کنار هم تصور کرد. فاصله‌ی نوعی اتم‌ها در

جامدات حدود 10^{-10} است که این را می‌توان از روی چگالی و حجم تقریبی آن‌ها نیز به دست آورد.

$$N(mCl + mNa) = 1 \text{ kg} \quad mCl + mNa = (35 + 23) \times 1/7 \times 10^{-27} \approx 9/8 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow N = \frac{1}{9/8 \times 10^{-26}} \approx 1.25 \times 10^{26}$$

هر اتم به طور متوسط ۶ پیوند با اتم‌های مجاور دارد که انرژی ۳ پیوند به هر کدام می‌رسد.

$$U_{\text{هر پیوند}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{9 \times 10^9 \times (1/6 \times 10^{-19})^2}{10^{-10}} = \boxed{2/3 \times 10^{-18} J}$$

$$\Rightarrow U_{\text{کل}} = 2NU_{\text{هر پیوند}} = 2/3 \times 10^{-18} \times 3 \times 10^{25} = \boxed{7 \times 10^7 J} \approx 10^8 J$$

۶- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$$U = \frac{5}{2} nRT = \frac{5}{2} pV$$

$$p \approx 1 \text{ atm} \approx 10^5 \text{ pa}$$

$$V \approx 4\pi R^2 h \approx 5 \times 10^{18} \text{ m}^3$$

اگر ارتفاع جو مؤثر زمین را 10 Km [ارتفاع قله اورست حدود $(8/5 \text{ Km})$ است] فرض کنیم.

$$\Rightarrow U = \frac{5}{2} \times 5 \times 10^{18} \times 10^5 = 1/25 \times 10^{24} J \approx 10^{24} J$$

۷- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \Rightarrow I = \frac{2\pi R B}{\mu_0} = \frac{6/28 \times 6/4 \times 10^6 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7}} = \boxed{3/2 \times 10^9 A}$$

۸- گزینه‌ی ۴ صحیح است. فرض کنیم خورشید و زمین از اتم‌هایی با عدد جرمی ۴۰ تشکیل شده است. پس داریم:

$$N_S = \frac{2 \times 10^{30}}{40 \times 1/7 \times 10^{-27}} \approx 3 \times 10^{55} \Rightarrow q_S = 10^{-2} \times 3 \times 10^{55} \times 1/6 \times 10^{-19} = 4/8 \times 10^{34} C$$

$$N_E = \frac{6 \times 10^{24}}{40 \times 1/7 \times 10^{-27}} = 8/8 \times 10^{49} \Rightarrow q_E = 10^{-2} \times 8/8 \times 10^{49} \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/4 \times 10^{29} C$$

R : فاصله خورشید و زمین

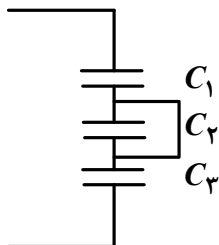
r : فاصله زمین و ماه

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{6GM_E M_m}{r^2}}{\frac{Kq_E q_S}{R^2}} = \frac{10^{-11} \times 6/67 \times 6 \times 10^{24} \times 7 \times 10^{22}}{(3/8 \times 10^8)^2} \times \frac{(1/5 \times 10^{11})^2}{9 \times 10^9 \times 4/8 \times 10^{34} \times 1/4 \times 10^{29}}$$

$$\approx 7/2 \times 10^{-22}$$

$$\eta r \omega^2 = \frac{\eta MG}{r^2} \Rightarrow \boxed{r^3 = \frac{MG}{\omega^2}} \approx 3 \times 10^8$$

فاصله ماه تا زمین با استفاده از رابطه:



۹- گزینه‌ی ج صحیح است. این سه صفحه مانند سه خازن متوالی‌اند. پس در مرحله‌ی اول خازن دو اتصال کوتاه و از

مدار خارج می‌شود و چون C_1 و C_3 مشابه‌اند. اختلاف پتانسیل $V_0/3$ در هر کدام می‌افتد. که بار $q_0 = \frac{CV_0}{3}$ روی هر کدام جمع می‌شود. با برداشتن سیم اتفافی در سیستم نمی‌افتد. و در مرحله نهایی،

$$V_1 + V_2 + V_3 = 0$$

$$V_1 = -V_3$$

$$2V_1 = -V_2$$

$$-q_0 = -q_1 + q_2 \Rightarrow -\frac{1}{3}V_0 = -V_1 + V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = -\frac{V_0}{3}$$

$$, V_1 = \frac{V_0}{6}$$

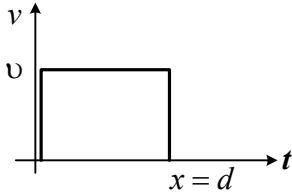
$$, V_3 = \frac{V_0}{6}$$

$$\Rightarrow V_3 - V_2 = V_3 = \frac{V_0}{6}$$



هزینه شتاب: P_a

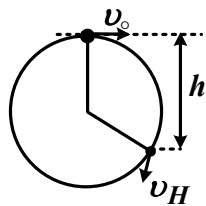
۱۰- گزینه ۳ صحیح است. هزینه شتاب تنها به اختلاف سرعت ربط دارد. $\rightarrow P_a = \beta |\Delta V| \rightarrow \frac{dP_a}{dt} = \beta a = \beta \frac{dv}{dt}$ پس بهتر است اول سریع به سرعت v برسد و وقتی به $x = d$ رسید، سریعاً سرعتش را صفر کند.



$$P_t \text{ هزینه دیرکرد: } P_t = \alpha t = \frac{\alpha d}{v}$$

$$P_a = 2 \times \beta v$$

$$P_{\text{کل}} = P_t + P_a = 2\beta v + \frac{\alpha d}{v} \rightarrow \frac{dP}{dv} = 0 \rightarrow v = \sqrt{\frac{\alpha d}{2\beta}} \rightarrow P_{\text{کل}} = \sqrt{2\alpha\beta d}$$



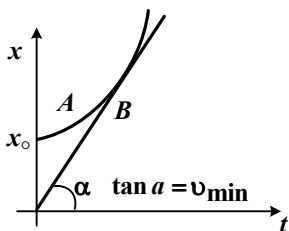
۱۱- گزینه ۳ صحیح است. می خواهیم در حالت اول متوسط اندازه سرعت را به دست آوریم، فرض کنیم

$$\text{در } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ سرعت } v^* \text{ بوده، می دانیم } v_H = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

فرض کنیم زمان سپری شده از $\theta = 0$ تا $\theta = \frac{\pi}{4}$ و از $\theta = 0$ تا $\theta = \pi$ T بود.

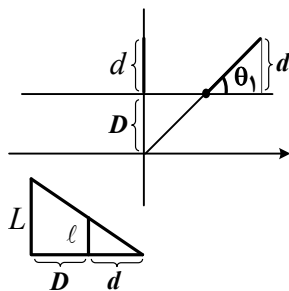
$$\bar{v} = \frac{\int_0^T v(h) dt}{T} = \frac{\int_0^{\tau} (v^* - \Delta v) dt + \int_{\tau}^T (v^* + \Delta v) dt}{T} = v^* + \frac{-\int_0^{\tau} \Delta v dt + \int_{\tau}^T \Delta v dt}{T}$$

اولاً $\tau > T - \tau$ و ثانیاً به خاطر رفتار تابع $v_H = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ به طور متوسط در بازه $0 - \tau$ ، بیش تر از $T - \tau$ است، در نتیجه انتگرال اول بزرگ تر از دومی است، پس $\bar{v} < v^*$ ، وقتی دستگاه را رها می کنیم، متحرک، سرعت ثابت v^* شروع به دور زدن می کند و چون $\bar{v} < v^*$ ، پس $T' < T$



۱۲- گزینه ۴ صحیح است. حرکت رودخانه که در حرکت نسبی A و B تأثیری ندارد. با توجه به نمودار $x - t$ متحرک برای کم ترین سرعت، در لحظه برخورد A و B ، سرعت A با سرعت B برابر است:

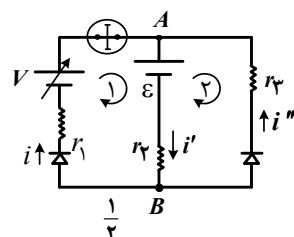
$$\left. \begin{aligned} \text{برابری مکان: } \frac{jt^2}{2} &= v_0 t - D \\ \text{برابری سرعتها: } \frac{jt^2}{2} &= v_0 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2v_0}{j}} \end{aligned} \right\} \rightarrow v_0 = \sqrt[3]{\frac{9jD^2}{8}}$$



۱۳- گزینه ۱ صحیح است. چون نسبت طول سایه به فاصله ی مرد از مبدأ تابعی از قد مرد و طول تیر چراغ برق است، این نسبت در طول حرکت ثابت است در نتیجه سه مرد در مسیری موازی محور x ها حرکت خواهد کرد:

$$\frac{d}{l} = \frac{d + D}{L} \rightarrow d = \frac{lD}{L - l}$$

$$r = \frac{lD}{(L - l) \sin \theta} \leftarrow r \sin \theta = d \quad \text{دستگاه مختصات مرد نیز همواره}$$



۱۴- گزینه ۲ صحیح است. چون مدار به حالت پایا می رسد می توان خازن را برداشت. جریان ها همیشه یا باید صفر باشند یا در جهت نشان داده شده شاخه های اول و سوم که دیود دارند و شاخه سوم هم چون ۲ شاخه دیگر جریانشان به جهت بالاست باید جریانش به سمت پایین باشد.

$$VBL \text{ (حلقه ۱)} \quad V - \epsilon - r_1 i' - r_2 i = 0$$

اگر $V < \epsilon$ سمت چپ همواره منفی است و هیچ گاه صفر نمی شود برای $V \geq \epsilon$ که جریان برقرار می شود، با زیاد کردن V ولتاژ A زیاد تر می شود در نتیجه همیشه i'' مساوی صفر باقی خواهد ماند و نمودار شکستگی دیگری نخواهد داشت.

۱۵- گزینه‌ی ۴ صحیح است. چون ۲ کره مقاومت ویژه ندارند و برخورد کشسان است، انرژی پایسته است.

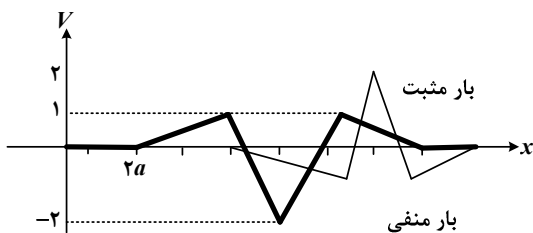
$$mV = m\upsilon + mu \rightarrow V = \upsilon + u$$

$$\text{پایستگی انرژی: } \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\frac{KQ^2}{R} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}K\frac{(\frac{Q}{2})^2}{R} + \frac{1}{2}k\frac{(\frac{Q}{2})^2}{R}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{4}K\frac{Q^2}{R} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m(V-\upsilon)^2$$

$$\rightarrow \upsilon^2 - V\upsilon - \frac{KQ^2}{4mR} = 0 \rightarrow \upsilon = \frac{V \pm \sqrt{V^2 + \frac{KQ^2}{mR}}}{2}$$

- چون یکی از جواب‌ها مثبت و دیگری منفی است، سرعت B باید منفی باشد.



۱۶- گزینه‌ی ۱ صحیح است. اگر انرژی پتانسیل بار منفی تقسیم بر اندازه‌ی بارش را بر اساس مکان بار مثبت روی نمودار قبلی رسم کنیم، طبیعی است که انرژی جنبشی این ۲ باید از ماکزیمم جمع این ۲ نمودار ضرب در اندازه‌ی بارها بیشتر باشد تا بارها از این بازه بگذرند. از طرفی چون مبدأ پتانسیل مهم نیست، $V = 1$ را مبدأ می‌گیریم. پیداست که ماکزیمم جمع در $x = Va$ اتفاق می‌افتد.

$$x = a: E_e^{\max} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + 2 \times 4 = \frac{5}{2} \times 4 = 10 \text{ MJ}$$

$$k_0 = E_e^{\min} = 2 \times \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times \upsilon_0^2 = 100 \times 10^{-6} \rightarrow \upsilon_0 = 10^{-1} = 10 \text{ cm/s}$$

۱۷- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$PV = nRT \left(1 + \frac{a}{V}\right) \rightarrow \frac{d}{dn}$$

به خاطر وجود پیوستن فشار گاز ثابت است.

$$P \frac{dV}{dn} = RT \left(1 + \frac{a}{V}\right) + nRT \left(1 - \frac{a}{V^2}\right) \frac{dV}{dn} \rightarrow \frac{dV}{dn} = \frac{RT \left(1 + \frac{a}{V}\right)}{P + n \frac{RTa}{V^2}} = \frac{RT \left(1 + \frac{a}{V}\right)}{P \left(1 + \frac{a}{V} \left(1 - \frac{a}{V}\right)\right)}$$

$$= \frac{RT}{P} \left(1 + \frac{a}{V}\right) \left(1 - \frac{a}{V} + \frac{a^2}{V^2} + \frac{a^2}{V^2}\right) = \frac{nR}{T} \left(1 - \frac{a^2}{V^2} + 2 \frac{a^2}{V^2}\right) = \frac{nR}{T} \left(1 + \frac{a^2}{V^2}\right)$$

پس هر چه V زیاد می‌شود، $\frac{dV}{dn}$ کم می‌شود. همانند نمودار ۳

۱۸- گزینه‌ی ۴ صحیح است. فرض کنید: $\frac{QR}{W} = K$

$$W_t = \frac{QH}{3} + \frac{k \times (\frac{QH}{3})}{3} + \frac{k \times (k \times \frac{QH}{3})}{3} + \dots$$

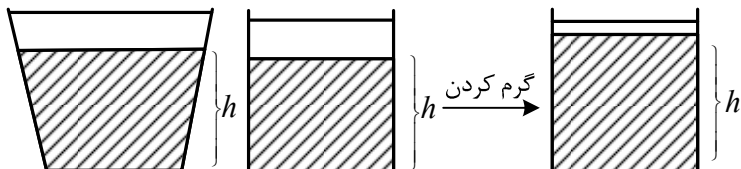
$$= \frac{QH}{3} \left(1 + \frac{k}{3} + \left(\frac{k}{3}\right)^2 + \dots\right) = \frac{QH}{3} \frac{1}{1 - \frac{k}{3}}$$

$$\rightarrow 600 = \frac{900}{3} \times \frac{1}{1 - \frac{k}{3}} \rightarrow 1 - \frac{k}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow k = \frac{3}{2}$$



۱۹- گزینه ۱ صحیح است. چون حجم‌های اولیه و تغییر حجم‌ها برابر است پس $|\alpha_A| + |\alpha_B|$

فرض کنید یک ظرف استوانه‌ای داریم و هم ارتفاع با ظرف اصلی مایع B و A را می‌ریزیم. فرض کنید پس از گرم کردن ارتفاع مایع B در ظرف استوانه‌ای به h' برسد. پس اگر از مایع B به ارتفاع h' و از مایع A به ضخامت $H - h'$ ، هر دو در دمای جدید داشته باشیم فشار تغییر نمی‌کند. به خاطر شکل ظرف اصلی، پس از گرم کردن مایع، ارتفاع مایع B از h' کم‌تر خواهد شد و ضخامت مایع A از $H - h'$ بیش‌تر. مثل آن است که مقداری از مایع با چگالی کم‌تر (مایع A) را جایگزین مایع با چگالی بیش‌تر (مایع B) کرده‌ایم. در نتیجه فشار کف ظرف کم‌تر می‌شود.



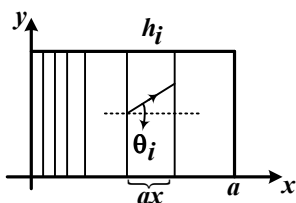
۲۰- گزینه ۳ صحیح است.

$$f = -\left(\mu\left(mg + \frac{dm}{dt}v\right) + \frac{dm}{dt}u\right), \quad m = m_0 + \int \alpha t \times dt = \frac{\alpha t^2}{2} + m_0$$

$$f = -\mu\left(mg + \frac{dm}{dt}v\right) \rightarrow |a| = \mu\left(g + \frac{\frac{dm}{dt}v}{m}\right) = \mu\left(g + \frac{\alpha tv}{\frac{\alpha t^2}{2} + m_0}\right)$$

واضح است که تابع بالا t های به اندازه کافی کوچک $\mu\left(g + \frac{\alpha v}{m_0}t\right)$ خواهد بود برای $t \rightarrow \infty$ ، Mg خواهد بود هر چند قبل از آن ظرف می‌ایستد!

۲۱- گزینه ۴ صحیح است. چون به لحظه‌ی برخورد خط واصل مراکز کره‌ها به صفحه‌ی افقی عمود است، تنها مؤلفه‌ی قائم سرعت‌ها در برخورد شرکت دارند و چون برخورد کشسان است تنها سرعت‌های قائم با هم عوض می‌شوند، پس گلوله‌ی B به ارتفاع A می‌رسد و برمی‌گردد.



۲۲- گزینه ۴ صحیح است. این تیغه را می‌توان با تعداد زیادی تیغه متوازی‌السطوح تقریب زد. طبق تعمیم رابطه‌ی اسنل دکارت ($n_0 \sin \theta_0 = n_i \sin \theta_i$) زاویه‌ی ورود نور به هر قسمت مستقل از قسمت‌های قبل است، پس زمانی که نور برای طی هر قسمت لازم دارد، مستقل از مکان آن است. در هر سه گزینه داده شده، تنها جای این بی‌شمار تیغه با هم عوض شده.

۲۳- گزینه ۱ صحیح است.

$$M \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = \Delta P A$$

$$\begin{cases} n_1 R T_1 = P_0 V_1 \\ n_2 R T_2 = P_0 V_2 \end{cases} \text{ طبق فرض}$$

$$\Rightarrow M \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = R A \left(\frac{n_1 T_1}{V_1 \left(1 + \frac{A \Delta X}{V_1}\right)} - \frac{n_2 T_2}{V_2 \left(1 - \frac{A \Delta X}{V_2}\right)} \right) \Rightarrow M \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = \left(\frac{n_1 R T_1}{V_1 + A \Delta X} - \frac{n_2 R T_2}{V_2 - A \Delta X} \right) A$$

$$\Rightarrow M \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = A P_0 \left(1 - \frac{A \Delta X}{V_1} - 1 - \frac{A \Delta X}{V_2} \right) = -A^2 P_0 \Delta X \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)$$

$$m \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = - \frac{A^2 P_0 \Delta X \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2} \right)}{K}$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{m V_1 V_2}{P_0 A^2 (V_1 + V_2)}}$$

۲۴- گزینه‌ی ۲ صحیح است. با توجه به شکل چرخه داریم:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2, P_1 = P_4, V_1 = V_2, V_3 = V_4 \\ P_1 V_1 &= RT_1 \quad \textcircled{3} \\ P_3 V_3 &= RT_3 \quad \textcircled{4} \end{aligned}$$

چون دمای نقاط ۲ و ۴ با هم برابر است.
داریم: $T_2 = T_4 \Rightarrow P_2 V_2 = P_4 V_4 \quad \textcircled{1}$

$$|W| = (P_2 - P_1)(V_3 - V_2) = (P_2 - P_1)(V_3 - V_1) = RT_3 + RT_1 - 2P_2 V_2 \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \Rightarrow P_2 V_1 &= P_1 V_2 \xrightarrow{\times} P_1 P_2 V_1 V_2 \xrightarrow{\text{از 3, 4}} P_1 P_2 V_1 V_2 = R^2 T_1 T_2 \Rightarrow R \sqrt{T_1 T_2} = P_2 V_2 \\ \textcircled{2} \text{ و } \textcircled{1} \Rightarrow |W| &= R(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2})^2 \end{aligned}$$

۲۵- گزینه‌ی ۱ صحیح است.

دو معادله می‌نویسیم: قانون پایستگی اندازه حرکت $\frac{MV}{N} + MV_1 = 0 \rightarrow$

$$\begin{aligned} \text{قانون پایستگی انرژی} \quad \frac{M}{N} g(\alpha H) &= \frac{M}{N} gH + \frac{1}{2} \frac{M}{N} V^2 + \frac{1}{2} M V_1^2 \\ \rightarrow \frac{2gH(\alpha - 1)}{N} &= \frac{N^2 V_1^2}{N} + V_1^2 \rightarrow V_1^2 = \frac{2gH(\alpha - 1)}{N(N+1)} \end{aligned}$$

۲۶- گزینه‌ی ۳ صحیح است. با وارد دی الکتریک ظرفیت خازن k برابر می‌شود بنابراین بار جمع شده روی صفحات نیز k برابر می‌شود. چون ار دو برابر شده میدان نزدیک صفحات نیز k برابر می‌شود. ولی وقتی بار k برابر شده و میدان نیز k برابر شده نیروی وارد به صفحات k^2 برابر می‌شود.

۲۷- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} P_o &= \frac{P}{4\pi r^2} (\pi R^2) = \frac{pR^2}{4r^2} \quad P: \text{توان خورشید} \\ \frac{99P_o}{100} &= \frac{pR^2}{4\alpha^2 r^2} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{100}{99} \Rightarrow \alpha = 1/0.5 \\ r &\text{ قدیم} \approx 1/0.5 r \quad R: \text{فاصله زمین تا خورشید} \\ P_o &: \text{توان دریافتی زمین از خورشید} \\ R &: \text{شعاع زمین} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{\alpha r} = \frac{GMm}{r} \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \approx \frac{1}{200} \frac{GMm}{r} \\ \Delta E &= \frac{6/67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30} \times 6 \times 10^{24}}{2 \times 10^2 (1/5 \times 10^{11})} \approx 2/7 \times 10^{31} \text{ J} \end{aligned}$$

۲۸- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{\rho \beta^n h}{\pi \alpha^n r^2} = \frac{\rho h}{\pi r^2} = \frac{\beta^n}{\alpha^n} \\ R &= \sum_{n=1}^N \frac{\rho h}{\pi r^2} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) = \frac{\rho h}{\pi r^2} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \frac{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{N+1} - 1}{\frac{\beta}{\alpha} - 1} \end{aligned}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} < 1 \Rightarrow \beta < \alpha$$

برای این که به ازای $R \rightarrow \infty$ تعداد محدود داشته باشد باید:



۲۹- گزینه ی ۴ صحیح است. اگر پرتو m بار با سطح برخورد کند و سپس بعد از k بار چرخش از آینه خارج شود. داریم:

$$m(\pi - 2\alpha) = 2\pi k \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{2\pi}{\pi - 2\alpha} = \text{عدد گویا}$$

$$T = \left(\frac{2R \cos \alpha}{c}\right) m$$

پس ممکن است بین α_1 ، α_2 و α_3 را یافت که دارای زمان بی نهایت باشد و یا این که کم تر از t_1 و t_2 باشد. ضمن این که می توان t_3 را طوری یافت که t_4 نامحدود شود.

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{13} \Rightarrow t_1 = \frac{26 R \cos \frac{\pi}{13}}{c}$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{15} \Rightarrow t_2 = \frac{30 R \cos \left(\frac{\pi}{15}\right)}{c}$$

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{14} \Rightarrow t_3 = \frac{14 R \cos \frac{\pi}{14}}{c}$$

۳۰- گزینه ی ۳ صحیح است.

$$\frac{m d^2 x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{k}{m}$$

در حالت ۱:

در حالت ۲: از روی دستگاه ساکن: اگر مکان M را با y و مکان m را با x نشان دهیم:

$$\begin{aligned} -k(x-y) &= m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ k(x-y) &= M \frac{d^2 y}{dt^2} \end{aligned} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} + M \frac{dy}{dt} \right) = 0$$

$$y = -\frac{m}{M}x + \text{مقدار ثابت}$$

مقدار ثابت را صفر می گیریم که اگر این طور نیز نباشد می توان با تغییر متغیر به مقدار ثابت صفر رسید.

$$\Rightarrow -k \left(x + \frac{m}{M}x \right) = m \frac{d^2 x}{dt^2} \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{k \left(1 + \frac{m}{M} \right)}{m}$$