

پایه ثابت: $l = \text{const}$

$$x_C + 2x_B + 2x_A = l$$

$$\rightarrow \dot{x}_C + 2\dot{x}_B + 2\dot{x}_A = 0$$

$$\rightarrow \ddot{x}_C + 2\ddot{x}_B + 2\ddot{x}_A = 0$$

$$a_C + 2a_B + 2a_A = 0 \rightarrow a_C = -2(a_A + a_B) \quad (6)$$

$$\textcircled{3} \text{ به } A: m_A g - 2T_C = m_A a_A \rightarrow m_A g - 2m_C (g + 2(a_A + a_B)) = m_A a_A$$

$$B: m_B g - 2T_C = m_B a_B \rightarrow m_B g - 2m_C (g + 2(a_A + a_B)) = m_B a_B$$

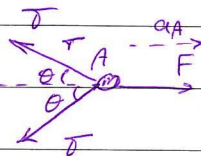
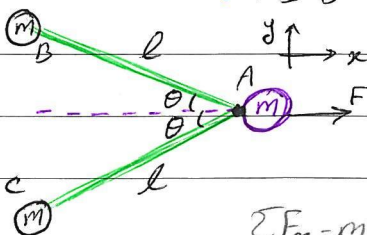
$$C: T_C - m_C g = m_C a_C = m_C (-2(a_A + a_B)) \rightarrow T_C = m_C (g + 2(a_A + a_B))$$

$$\begin{cases} m_A g - 2m_C g = (4m_C + m_A) a_A + 4m_C a_B \\ m_B g - 2m_C g = (4m_C + m_B) a_B + 4m_C a_A \end{cases}$$

نشان بدهد که A و B و C توسط دو سیم مطابق شکل به هم متصل شده اند و سیم به سیم اصطکاک افقی ندارد. نقطه A به صورت افقی

حرکت می کند و نیروی افقی F به جسم A وارد می شود. مطلوب است نشان بدهد که A در مختصات افقی حرکت می کند و

(سیم در افقی افقی است)



محولات T و a_A و a_B

$$\sum F_x = m a_A \rightarrow F - 2T \cos \theta = m a_A \quad (1)$$

$$T = m a_B \quad (2)$$

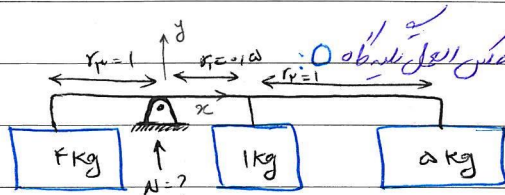
$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \alpha \times \vec{r}_{BA}$$

$$a_A \vec{i} = a_B (\cos\theta \vec{i} - \sin\theta \vec{j}) + \alpha k \times (l \cos\theta \vec{i} - l \sin\theta \vec{j})$$

$$a_A = a_B \cos\theta + l \alpha \sin\theta \quad (3)$$

$$-a_B \sin\theta + \alpha l \cos\theta = 0 \quad (4)$$

تا ۱۲، ۱۳



$$\sum F_y = m \vec{a}_C \rightarrow [N - (5+1+10)g] \vec{j} = (5+1+10) \vec{a}_C$$

$$(N - 10g) \vec{j} = 10 \vec{a}_C \quad (1)$$

$$\vec{R}_C = \frac{\sum_{i=1}^{N=3} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N=3} m_i}$$

$$\vec{a}_C = \alpha \times \vec{R}_C \quad (2)$$

$$\vec{R}_C = \frac{1 \times 0.5 \vec{i} + 5 \times 1 \vec{i} - 1 \times 1 \vec{i}}{5+1+10} = \frac{1.5}{16} \vec{i} \quad (3)$$

$$\vec{a}_C = (-\alpha \vec{k}) \times \left(\frac{1.5}{16} \vec{i} \right) = -\frac{1.5\alpha}{16} \vec{j} \quad (4)$$

$$(N - 10g) \vec{j} = 10 \left(-\frac{1.5\alpha}{16} \right) \vec{j}$$

$$N - 10g = -1.5\alpha \quad (5)$$

$$\sum \vec{M} = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = \frac{d}{dt} (\vec{r}_1 \times m_1 \vec{v}_1 + \vec{r}_2 \times m_2 \vec{v}_2 + \vec{r}_3 \times m_3 \vec{v}_3)$$

$$\rightarrow 0.5 \vec{i} \times (-g \vec{j}) + 1 \vec{i} \times (-5g \vec{j}) - 1 \vec{i} \times (-1g \vec{j}) = \vec{r}_1 \times m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + \vec{r}_2 \times m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} + \vec{r}_3 \times m_3 \frac{d\vec{v}_3}{dt} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = (-\omega \cdot \vec{k}) \times 0.15 \vec{i} = -0.15\omega \vec{j} \\ \vec{v}_2 = (-\omega \cdot \vec{k}) \times 1 \vec{i} = -\omega \vec{j} \\ \vec{v}_3 = (-\omega \vec{k}) \times (-\vec{i}) = +\omega \vec{j} \end{cases} \quad (6)$$

با جایگذاری (6) در (4)

$$-0.15\omega g \vec{k} = \Delta g \vec{k} + \epsilon g \vec{k} = 0.15\omega \vec{i} \times 1(-0.15\omega \vec{j}) + \vec{i} \times 2(-\omega \vec{j}) - \vec{i} \times 1(+\omega \vec{j})$$

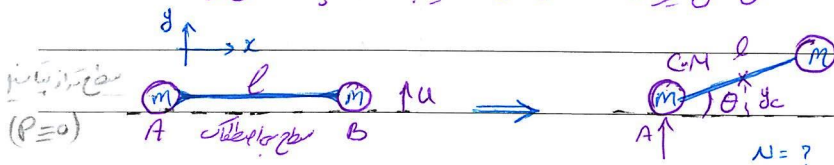
$$-1.5\omega g \vec{k} = -0.15\omega \Delta \vec{k} - \Delta \omega \vec{k} - \omega \Delta \vec{k}$$

$$1.5\omega g = 9.125\omega \Rightarrow |\omega| = \frac{1.5}{9.125} \quad (8)$$

با قرار دادن (8) در (5) داریم سرعت نهایی:

$$v - 10g = -1.5 \left(\frac{1.5g}{9.125} \right) \Rightarrow v = 10g - \frac{2.25g}{9.125}$$

سؤال 2: دو جسم m و M انتهای یک نخ به طول L جوشن شده است، انتهای نخ با سرعت اولیه u به سمت بالا حرکت می‌کند. سیستم در صورتی که نخ کاملاً افقی است، مطلوب است محاسبه نیروی کشش A و زمان t تا نخ به حالت عمودی درآید. θ دوران کرده است.



$$\sum F_y = m \ddot{a}_c \Rightarrow (N - rmg) \vec{j} = rm \ddot{a}_c \quad (1)$$

$$y_c = \frac{L}{r} \sin \theta \Rightarrow \dot{y}_c = v_c - \frac{L}{r} \dot{\theta} \cos \theta \quad (2)$$

$$\ddot{y}_c = a_c = \frac{L}{r} \ddot{\theta} \cos \theta - \frac{L}{r} \dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (3)$$

جایگذاری (3) در (1):

$$(N - rmg) \vec{j} = rm \left(\frac{L}{r} \ddot{\theta} \cos \theta - \frac{L}{r} \dot{\theta}^2 \sin \theta \right) \vec{j} \quad (4)$$

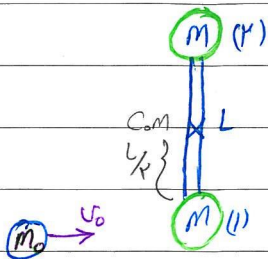
مختصات: $N, \theta, \dot{\theta}$

$$W_{n.c} = 0 \Rightarrow \Delta E = 0 \rightarrow E_f = E_i$$

$$K_i + P_i = K_f + P_f$$

$$\frac{1}{2} m u^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} m v_B^2 + mgL \sin \theta \quad (5)$$

اینکه سیستم نشان داده شده در تصویر افق به اصطلاحات است. مطلوب است حرکت آزاد این سیله در خطی وجود دارد است. (سیله در آن به حرکت آزاد است.)



$$\int F dt = m v'_0 - m v_0 \quad (1)$$

$$\int F dt = r m v_c = 0 \quad (2)$$

$$r m v_c - m v_0 = m v'_0 \quad (3) \quad \leftarrow \text{از 1 و 2}$$

$$\omega_{A.C} = 0 \rightarrow \Delta E = 0 \rightarrow E_i = E_f$$

$$\frac{1}{2} m_0 v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} (r m) v_c^2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{1}{2} m_i \dot{\rho}_i^2 \right) + \frac{1}{2} m_0 v_0'^2 \quad (4)$$

$$M_c = \frac{dH_c}{dt} \Rightarrow \int_0^t M_c dt = \int dH_c$$

$$\int_0^t M_c dt = H_c = 0$$

$$\left[\frac{L}{r} \int_0^t F dt \right] e_z - \rho_1 \times m_1 \rho_1^o + \rho_r \times m_r \rho_r^o$$

$$r m v_c \leftarrow \text{از 3 و 4}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{r} (r m v_c) e_z = r \left(\frac{L}{r} \vec{e}_\phi \times m \omega \frac{L}{r} \vec{e}_\phi \right) = \frac{r m L^2}{r} \omega e_z \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} m_0 v_0^2 + 0 = \frac{1}{2} (r m) v_c^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{L}{r} \omega \right)^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{L}{r} \omega \right)^2 \quad (6)$$

معادلات (4) و (5) و (6) را با هم حل می‌کنیم. ω, v_c و v'_0

$$\text{از (5)} \quad \frac{L}{r} (r m v_c) = \frac{m L^2}{r} \omega \rightarrow v_c = \frac{\omega L}{r}$$

$$2m \left(\frac{\omega L}{r} \right) = m_0 v_0 - m_1 v_1'$$

$$v_1' = m_1 v_0 - m \omega L$$

در (۳) تدارک می دهیم

چون با (۴) تدارک می دهیم (۵) بدست می آید

$$\frac{1}{r} m_0 v_0^2 = m \left(\frac{\omega L}{r} \right)^2 + \frac{m L^2}{K} \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m_0 v_0^2}{m L^2}}$$

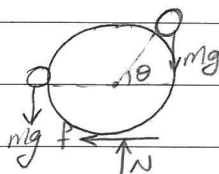
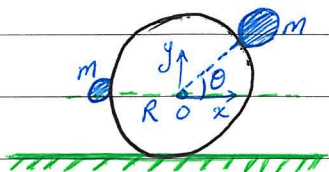
توجه! اگر چرخه طاقلاً پلاستیک باشد، رابطه (۴) حذف می شود و جای آن یک رابطه سینوسی می دهیم صواب بین

و و پ و چ نوشته می شود

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_{CA}$$

این رابطه برای رابطه (۴) نوشته می شود

مسئله سیستم نشان داده شده در شکل زیر با ارتعاشات سهولت رها می کنیم با فرض غلظش یعنی لغزش در شروع حرکت و با فرض بدون چرخ در نقطه شروع طومر مطلوب است شتاب زاویه ای سیستم رها شدن و



$$\sum \vec{F} = m \vec{a}_C \rightarrow -F \vec{i} + (N - rmg) \vec{j} = r m \vec{a}_C \quad (1)$$

$$\vec{R}_C = \frac{\sum_{i=1}^r m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^r m_i} = \frac{-mR \vec{i} + mR(\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j})}{rm}$$

$$\vec{a}_C = \vec{R}_C'' = \frac{mR(-\theta'' \sin \theta \vec{i} + \theta'' \cos \theta \vec{j})}{rm}$$

$$\vec{a}_C = \vec{R}_C'' = \frac{mR[(1-\theta'' \sin \theta + \theta'' \cos \theta) \vec{i} + (\theta'' \cos \theta - \theta'' \sin \theta) \vec{j}]}{rm} \quad (2)$$

$$\vec{M}_C = \frac{d\vec{H}_C}{dt} \rightarrow \vec{p}_I \times \vec{F}_I + \vec{p}_r \times \vec{F}_r + \vec{p}_r \times \vec{F}_C + \vec{p}_F \times \vec{F}_F \quad (3)$$

$$= \frac{d}{dt} (\vec{p}_I \times m \vec{p}_I + \vec{p}_r \times m_r \vec{p}_r)$$

$$\vec{p}_i = \vec{r}_i - \vec{R}_C$$

$$\vec{p}_1 = -\vec{R}_i - \vec{R}_C$$

$$\vec{p}_r = R \cos \theta \vec{i} + R \sin \theta \vec{j} - \vec{R}_C$$

$$\vec{p}_r = -R \vec{j} - \vec{R}_C$$

$$\vec{p}_r = -R \vec{j} - \vec{R}_C$$

$$\vec{F}_1 = -mg \vec{j}$$

$$\vec{F}_r = -mg \vec{j}$$

$$\vec{F}_r = -\vec{p}_i = -\mu N \vec{i}$$

$$\vec{F}_r = N \vec{j}$$

$$\vec{p}_1^{\cdot} = \vec{\omega} \times \vec{p}_1 = \theta^{\cdot} \vec{k} \times \vec{p}_1$$

$$\vec{p}_r^{\cdot} = \vec{\omega} \times \vec{p}_r = -\theta^{\cdot} \vec{k} \times \vec{p}_r$$

محیطات $\theta^{\cdot} / N / \theta$

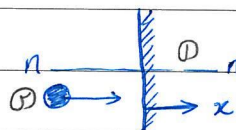
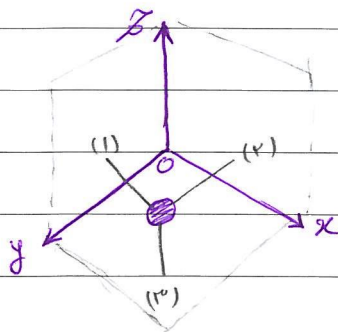
شرایطی (۲) که در (۱) قرار داده و نهایتاً دوباره از (۱) بدست می آید و دوباره از شرط (۳) بدست می آید و در مجموع با ۴

معادله ۴ مجهول بدست می آید

مسئله و تغییرات حرکت اولیه $\vec{v} = \alpha_1 \vec{i} + \beta_1 \vec{j} + \gamma_1 \vec{k}$ ابتدا به معنی γ_1 و سپس به معنی α_1 و نهایتاً به معنی β_1 γ_1 برخورد می کند و پس از آن به معنی α_1 برخورد می کند و در کل برخوردهای انجام شده ۵ در تقابل با یکدیگر است

است حرکت نهایی و بی نهایتی و بی نهایتی

در برخورد با معنی γ_1 از آنجایی که حفظ انرژی در این برخورد می باشد، نقطه مؤلفی حرکت تغییر می کند یعنی:



برخورد ۱:

$$\epsilon = \frac{v'_{1n} - v'_{1n}}{v_{1n} - v_{1n}} = \frac{\alpha'_1 - 0}{0 - \alpha_1} \rightarrow \alpha'_1 = -\alpha_1 \epsilon$$

$$\vec{v}_1 = \alpha'_1 \vec{i} + \beta_1 \vec{j} + \gamma_1 \vec{k} = -\epsilon \alpha_1 \vec{i} + \beta_1 \vec{j} + \gamma_1 \vec{k}$$

حال می توانیم تغییرات حرکت γ_1 به معنی α_1 برخورد می کند که در این برخورد نقطه مؤلفی حرکت تغییر می کند

$$\epsilon = \frac{v'_{1n} - v'_{1n}}{v_{1n} - v_{1n}} = \frac{\beta'_1 - 0}{0 - \beta_1} \rightarrow \beta'_1 = -\epsilon \beta_1$$

$$\vec{v}_r = -\epsilon \alpha_1 \vec{i} - \epsilon \beta_1 \vec{j} + \gamma_1 \vec{k}$$

موجودہ : $\epsilon = \frac{v_{rn}' - v_{in}'}{v_{in} - v_{rn}} = \frac{8_1 - 0}{0 - 8} \Rightarrow 8_1 = -\epsilon 8_1$

$$\vec{U}_p = -\alpha \epsilon \vec{U} - \beta_1 \epsilon \vec{J} - \epsilon 8_1 \vec{K}$$

رابطہ حرکت بنائی $\vec{U}_p = -\epsilon \vec{U}$