370

E

370E

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح پنج‌شنبه
۹۲/۱۱/۱۷

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل ــ سال ۱۳۹۳

مجموعه علوم کامپیوتر ــ کد ۱۲۰۹

۱ــ علوم کامپیوتر ۲ــ نظریه تصمیم و مهندسی دانش

توجه: داوطلبان گرایش علوم کامپیوتر باید به سؤال‌های ۱ تا ۱۳۵ و گرایش نظریهٔ تصمیم و مهندسی دانش می‌بایست به سؤال‌های ۳۰ـ۱ و ۱۳۶ تا ۲۴۰ پاسخ دهند.

تعداد سؤال: ۲۴۰ — مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

گرایش	ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
مشترک	۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
مختص داوطلبان علوم کامپیوتر	۲	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۵	۳۱	۷۵
	۳	دروس تخصصی (مبانی ترکیبات ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظریه محاسبه، مبانی منطق و نظریهٔ مجموعه‌ها)	۶۰	۷۶	۱۳۵
مختص داوطلبان نظریه تصمیم و دانش	۴	دروس پایه (ریاضیات عمومی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، مبانی کامپیوتر، ریاضیات گسسته)	۴۵	۱۳۶	۱۸۰
	۵	دروس تخصصی (ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها، مبانی نظری محاسبه، تحقیق در عملیات (۱))	۶۰	۱۸۱	۲۴۰

بهمن ماه سال ۱۳۹۲

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

Part A: Vocabulary

Directions: Choose the word or the phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark your answer sheet.

1- Mrs. Harding herself was thin and frail but her son was a _____ sixteen-year-old.
1) unbearable 2) verbose 3) sturdy 4) lethargic

2- Some tribes still _____ the more remote mountains and jungles of the country.
1) forego 2) inhabit 3) ensue 4) aggravate

3- The _____ of coffee brought Christine into the small cafe.
1) aroma 2) fragility 3) whim 4) badge

4- The client _____ our proposal because they found our presentation banal and unimpressive.
1) recognized 2) emulated 3) hailed 4) rejected

5- Immediately overcome by _____ for the wrong he had done, I lowered him to the floor and tried to apologize.
1) remorse 2) charity 3) stubbornness 4) esteem

6- A health inspector gave _____ instructions on how to correct the problem; we all found out how to handle the situation.
1) perpetual 2) rudimentary 3) explicit 4) trivial

7- I _____ the cold I was getting by taking plenty of vitamin C pills and wearing a scarf.
1) vanished 2)squandered 3) forestalled 4) penetrated

8- Why would Ian want to claim his inheritance and then give all his money away? It was a _____ to me.
1) riddle 2) peril 3) glory 4) fragment

9- He was later accused of writing _____ loan and deposit records, found guilty and sentenced to three years of imprisonment.
1) essential 2) fraudulent 3) vulgar 4) witty

10- The question of how the murderer had gained entry to the house _____ the police for several weeks.
1) exhilarated 2) assailed 3) countered 4) perplexed

Part B: Cloze Passage

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark your answer sheet.

Scuba diving is a form of underwater diving in which a diver uses a self-contained underwater breathing apparatus (scuba) to breathe underwater.

Unlike other modes of diving, (11) _____ rely either on breath-hold or on air pumped from the surface, scuba divers carry their own source of breathing gas, (usually compressed air), (12) _____ greater freedom of movement than with an air line or diver's umbilical and longer underwater endurance than breath-hold. Scuba equipment may be open circuit, in which exhaled gas (13)_____ the surroundings, or closed or semi-closed circuit, (14) _____ is scrubbed to remove carbon dioxide, and (15) _____ replenished from a supply of feed gas before being re-breathed.

11- 1) that 2) on which they 3) which 4) they

12- 1) allowing them 2) they allow 3) allowed them 4) to allow

13- 1) exhausts 2) is exhausted to 3) exhausting 4) be exhausted

14- 1) where the gas breathing 2) which breathes the gas
3) the breathing gas which 4) in which the breathing gas

15- 1) the oxygen is used 2) the oxygen used is
3) uses the oxygen to be 4) used is the oxygen

PART C: Reading Comprehension

***Directions**: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.*

Passage 1:

Automata theory is the study of abstract computing devices, or "machines." Before there were computers, in the 1930's, A. Turing studied an abstract machine that had all the capabilities of today's computers, at least as far as in what they could compute. Turing's goal was to describe precisely the boundary between what a computing machine could do and what it could not do: his conclusions apply not only to his abstract Turing machines, but to today's real machines.

In the 1940's and 1950's, simpler kinds of machines, which we today call "finite automata," were studied by a number of researchers. These automata, originally proposed to model brain function, turned out to be extremely useful for a variety of other purposes, which we shall mention in Section 1.1. Also in the late 1950's, the linguist N. Chomsky began the study of formal "grammars". While not strictly machines, these grammars have close relationships to abstract automata and serve today as the basis of some important software components, including parts of compilers.

In 1969, S. Cook extended Turing's study of what could and what could not be computed. Cook was able to separate those problems that can be solved efficiently by computer from those problems that can in principle be solved, but in practice take so much time that computers are useless for all but very small instances of the problem. The latter class of problems is called "intractable," or "NP-hard". It is highly unlikely that even the exponential improvement in computing speed that computer hardware has been following ("Moore's Law") will have significant impact on our ability to solve large instances of intractable problems.

16- Turing ---------- .

1) constructed a universal machine
2) developed the modern automata
3) investigated the limits of computing by computers
4) showed that modern computers are more capable than Turing machines

17- Chomsky ---------

1) laid down some foundations for certain computer programs
2) studied Turing machines to develop formal grammars
3) investigated formal grammars to construct real computers
4) established a link between automata theory and Turing machines

18- Formal grammars studied by Chomsky ---------- .

1) have merely theoretical use for abstract automata
2) have led to the construction of modern computers
3) have led to be useless for real application
4) are useful for modeling the functioning of brain

19- Cook ---------- .

1) showed the computers are useless for solving most meaningful problems
2) proved Turning machines to be efficient
3) established Turing machines to be inefficient
4) contributed to the study of how efficiently computers can solve prolems

20- Intractable problems ------- .

1) are not solvable
2) cannot probably be solved efficiently
3) can have polynomial time algorithms
4) can efficiently be solved as the speed of computing increases

Passage 2

It might be supposed that with the speed of modern computers concern for efficiency is not needed. This is not true for a number of reasons:

First, some of the most straightforward algorithms are so inefficient that even for small problems fast computers require a very long time. The evaluation of a determinant by expansion by minors is an example of such an inefficient algorithm.

Second, it is often the case that numerical methods must be used to solve very large problems. Modern science often produces linear equations in hundreds of unknowns or experimental results consisting of thousands of numbers or models involving hundreds of simultaneous differential equations. The limitation on the complexity of the scientific problems which can be solved is often the efficiency of the computation involved in solving these problems.

Third, many numerical methods are written in the form of subroutines which will be used many times by many users. Though the time saved in one application of the subroutine may be negligible, over millions of applications the timesaving will not be negligible at all.

At the tactical level, improvement in efficiency can be very important when it is in a deeply nested inner loop. Admittedly, there are times when the effort to find a small improvement is not worth the computer time saved. Furthermore, such an improvement is often not worth the decrease in program readability that it may cause. Finally, some of the improvements can be left to optimizing compilers and if done explicitly may even thwart the compiler's optimization.

21- Finding a determinant by the use of minors is ------- .

1) inefficient
2) a tactical improvement
3) a strategic improvement
4) efficiently done on fast computers

22- Large scientific problems --------- .

1) are intractable
2) cannot be solved efficiently
3) demand efficient algorithms
4) are now solved efficiently on modern computers

23- Subroutines for numerical problems ---------- .

1) cannot solve large problems
2) are developed to solve small problems
3) are being developed to solve large instances of the problems
4) are implemented on fast computers to be efficient

24- Choose the correct statement.

1) Any improvement in a program is worth the effort.
2) Some improvements in some programs are not advocated.
3) With modern computers efficient programs are not needed any more.
4) Compilers can now turn the programs into most efficient methods for solving the corresponding problems.

25- Straightforward algorithms ----------.

1) can be inefficient
2) are most efficiently executed on most computers
3) are most efficiently executed on some computers
4) are mostly efficient

Passage 3:

We can illustrate the concepts we need using only approximating function forms which are a linear combination of basic functions, each having no variable other than the independent variable of the function. For example, the polynomials mentioned above are a linear combination of the functions x^j for $0 \le j \le n$; similarly, the Fourier series are linear combinations of the sinusoids indicated above. The rational functions are not of the form indicated. The student should not infer from our choice to treat only linear combinations of functions that there are not cases where an approximating form such as the rational functions can make important contributions. Rather, because of limited space, a choice to deal with only the somewhat simpler form has been made.

The criterion of fit of our approximating function specifies what we mean by the "closeness" with which the approximating function fits the data points. The simplest criterion for approximation is that the approximating function must pass through all of the data points. This criterion, which we will call exact matching, is commonly used, though there are many cases where it is not the best criterion. Other criteria depend upon minimizing some "average" of the differences, $\hat{f}(x_i) - y_i$ over all data points (x_i, y_i), where $\hat{f}$ is the approximating function. In general, one chooses the exact matching criterion if the data points have little or no error, for then the underlying function is known to pass through or very near them, and one chooses an "average" minimizing criterion, which requires the approximating function only to go near the data points, if they have significant error.

26- The approximating models are constructed by linear combinations of functions ---------.

1) having no variables
2) of only the independent variable
3) on no independent variables
4) of potentially having an infinite number of variables

27- The rational function model has not been dealt with, because it ----------.

1) makes use of polynomial functions
2) is a special instance of Fourier series
3) can be found by linear combinations of basic functions readily
4) cannot be expressed as linear combinations of some basic functions

28- Exact matchning is ----------.

1) the best criterion for closeness
2) a naive notion of closeness
3) commonly known not to be a good criterion
4) a fitting property for the approximating function

29- In fitting an approximation function, minimizing some average of distances over the data points is ---------- criterion.

1) the most common
2) an alternative
3) the least common
4) the best

30- The choice of criterion for the approximating function ---------- .

1) is independent of the error in data
2) depends on the type of the basic functions
3) corresponds to the amount of error in data
4) is not an issue for rational functions

۳۱- کدام گزینه در مورد دنبالهٔ $S_n = \frac{1}{n}(1+\sqrt{2}+\sqrt[3]{3}+...+\sqrt[n]{n})$ صحیح است؟

۱) $\lim_{n\to\infty} S_n = 0$ ۲) $\lim_{n\to\infty} S_n$ موجود نیست.

۳) $\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n} = 0$ ۴) $\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n} = 1$

۳۲- اگر تابع حقیقی f روی $[a,b]$ در شرط $|f(x)-f(y)| \le |x-y|$ صدق کند، کدام گزینه درست نیست؟

۱) f روی $[a,b]$ پیوستهٔ یکنواخت است.

۲) f روی (a,b) مشتق‌پذیر است.

۳) $\left|\int_a^b f(x)dx-(b-a)f(a)\right| \le \frac{(b-a)^2}{2}$

۴) برای هر $c\in[a,b]$ داریم $\left|\int_a^b f(x)dx-(b-a)f(c)\right| \le (b-a)^2$

۳۳- تابع $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\in\mathbb{Q} \\ 2^x & x\notin\mathbb{Q}\end{cases}$، دقیقاً در چند نقطه پیوسته است؟

۱) دو نقطه ۲) سه نقطه

۳) چهار نقطه ۴) هیچ نقطه

۳۴- فرض کنید تابع پیوستهٔ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ برای هر $x>1$ در رابطهٔ زیر صدق می‌کند.

$$f(x)=\exp\left(\int_1^x f(t)\sin t\,dt\right)$$

مقدار $f(\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

۱) $1-\cos 1$ ۲) $1+\cos 1$

۳) $\frac{1}{1+\cos 1}$ ۴) $\frac{1}{1-\cos 1}$

۳۵- کدام گزینه معادلهٔ دایرهٔ بوسان (انحناء) منحنی $y=x^2$ در مبدأ است؟

۱) $x^2+y^2=\frac{1}{4}$ ۲) $x^2+(y+\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$

۳) $x^2+(y-\frac{1}{2})^2=4$ ۴) $x^2+(y-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$

۳۶- رویهٔ $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{c}$ مفروض است. مجموع طول و عرض و ارتفاع از مبدأ صفحه مماس بر رویه در هر نقطه آن برابر است با:

۱) c ۲) $\sqrt{c}$

۳) $\frac{\sqrt{c}}{3}$ ۴) $3\sqrt{c}$

۳۷- اگر $\vec{F} = y\vec{i} + 2z\vec{j} + 3x\vec{k}$ مقدار $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ را که در آن C خم فصل مشترک کرهٔ $x^2+y^2+z^2=2$ و سهمی گون $z = x^2+y^2$ کدام است؟

۱) $-\pi$ ۲) $+\pi$

۳) -2π ۴) $+2\pi$

۳۸- مینیمم موضعی تابع f با ضابطه‌ی $f(x,y) = 3x^3 + y^2 - 9x + 4y$ کدام است؟

۱) -14 ۲) -12

۳) -10 ۴) -8

۳۹- مقدار انتگرال $\iint_S \text{curl}\vec{F}\cdot\vec{N}dS$ که در آن $F(x,y,z) = (yz, xz, xy)$ و S بخشی از نیمکرهٔ بالایی $x^2+y^2+z^2=4$ است که درون استوانهٔ $x^2+y^2=1$ واقع می‌شود، برابر است با:

۱) صفر ۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) π ۴) $\frac{3\pi}{2}$

دروس پایه ـ مبانی علوم ریاضی

۴۰- هرگاه A و B دو مجموعه و $f: A \to B$ یک تابع باشد، کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟

۱) اگر A نامتناهی و f پوشا باشد آنگاه B نامتناهی است.

۲) اگر A شمارا و f یک به یک باشد آنگاه B شماراست.

۳) اگر B شمارا و f پوشا باشد آنگاه A شماراست.

۴) اگر A نامتناهی و f یک به یک باشد آنگاه B نامتناهی است.

۴۱- هرگاه $f: X \to Y$، ۱-۱ (یک به یک) نباشد، کدام گزاره درست است ؟

۱) $\exists A \subseteq X, f^{-1}(f(A)) \not\subseteq A$

۲) $\exists A \subseteq X, A \not\subseteq f^{-1}(f(A))$

۳) $\exists A \subseteq X, f(A - f^{-1}(f(A))) \neq \phi$

۴) $\exists x \in X, f(\{x\}) \neq \{f(x)\}$

۴۲- فرض کنیم A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند، کدام گزاره درست است؟

۱) $P(A)\cup\rho(B) = P(A\cup B)$

۲) $P(A\setminus B) = P(A)\setminus P(B)$

۳) $P(A)\cap P(B) = P(A\cap B)$

۴) $P(A\setminus B) = P(A)\setminus P(B)$ اگر و تنها اگر $A=B$

۴۳- زبرینه (سوپرمم)و زیرینه (اینفیمم) مجموعه $\left\{ ۲(-۱)^{n+۱} + (-۱)^{\frac{n(n+۱)}{۲}} (۲+\frac{۳}{n}) : n \in \mathbb{N} \right\}$ به ترتیب کدام است؟

۱) ۳ و $-\frac{۵}{۲}$ ۲) ۵ و $-\frac{۱۱}{۲}$

۳) ۳ و -۷ ۴) ۷ و -۷

۴۴- نقیض گزارهٔ ذیل کدام است؟

اگر عددی نامنفی باشد و از هر عدد مثبت کوچکتر باشد آنگاه آن عدد صفر است.

۱) $\exists a(a > ۰ \;\&\; \forall \varepsilon(\varepsilon > ۰ \Rightarrow \varepsilon < a))$

۲) $\exists a(a > ۰ \;\&\; \forall \varepsilon(\varepsilon > ۰ \Rightarrow a < \varepsilon)$

۳) $\exists a \exists \varepsilon(a > ۰ \;\&\; \varepsilon > ۰ \;\&\; a \leq \varepsilon)$

۴) $\exists \varepsilon \exists a(\varepsilon > ۰ \;\&\; a > ۰ \Rightarrow a \leq \varepsilon)$

۴۵- گوئیم f یک عمل دوتایی روی مجموعه $A \neq \varphi$ است، هرگاه f تابعی:

۱) از A به A باشد. ۲) از $A \times A$ به $A \times A$ باشد.

۳) از A به $A \times A$ باشد. ۴) از $A \times A$ به A باشد.

دروس پایه- مبانی ماتریس‌ها و جبرخطی

۴۶- اگر $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر $A = A^۲$، آنگاه $۳A$ قطری شدنی است.

۲) اگر $A^۲$ قطری شدنی باشد، آنگاه A قطری شدنی است.

۳) اگر B و A قطری شدنی باشند آنگاه A+B قطری شدنی است.

۴) اگر B و A قطری شدنی باشند آنگاه AB قطری شدنی است.

۴۷- اگر $\{\alpha_۱ , \alpha_۲ , ..., \alpha_۸\}$ یک پایه برای فضای برداری V باشد در این صورت کدام یک از مجموعه‌های زیر برای V پایه نمی‌باشد؟

۱) $\{\alpha_۱ , \alpha_۲ - \alpha_۱ , \alpha_۳ - \alpha_۲ , ..., \alpha_۸ - \alpha_۷\}$

۲) $\{\alpha_۱ , \alpha_۱ + \alpha_۲ , ..., \alpha_۱ + \alpha_۲ + ... + \alpha_۸\}$

۳) $\{\alpha_۱ , \alpha_۲ , ..., \alpha_۷ , \alpha_۱ + \alpha_۲ + ... + \alpha_۸\}$

۴) $\{\alpha_۱ + \alpha_۲ , \alpha_۲ + \alpha_۳ , ..., \alpha_۷ + \alpha_۸ , \alpha_۸ + \alpha_۱\}$

۴۸- فرض کنید A یک ماتریس بوده و چند جمله‌ای ویژه آن $f_A(\lambda) = \lambda^۲(\lambda - ۳)(\lambda + ۲)^۳(\lambda - ۴)^۳$ باشد. در این صورت $tr(A)$ برابر است با:

۱) صفر ۲) -۵

۳) ۹ ۴) -۹

۴۹- فرض کنید $A \in M_3(\mathbb{R})$. اگر $\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$ بردار ویژه متناظر با مقدار ویژه ۵ و $\begin{bmatrix}2\\0\\4\end{bmatrix}$ بردار ویژه متناظر با مقدار ویژه ۲ برای ماتریس A باشند، آنگاه حاصل $A^2\begin{bmatrix}3\\-2\\5\end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}-11\\-27\\-55\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}-9\\-50\\-43\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}9\\50\\43\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}11\\27\\55\end{bmatrix}$

۵۰- اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}4&3&2&1\\0&3&2&1\\0&0&x&y\\0&0&0&x\end{bmatrix}$ $(x \neq 3,4)$ قطری شدنی باشد، آنگاه:

۱) $x=0$ ۲) $y=0$

۳) $y=0, x\neq 0$ ۴) $y\neq 0, x=0$

۵۱- معادله $X^2=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix}$ چند جواب در مجموعه ماتریس‌های حقیقی ۲×۲ دارد؟

۱) ۰ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) بی‌نهایت

دروس پایه ـ مبانی آنالیز ریاضی

۵۲- فرض کنید (X,d_1) و (X,d_2) دو فضای متریک باشند به‌طوری که $M>0$ موجود باشد که برای هر $x,y\in X$، $d_1(x,y)\leq Md_2(x,y)$. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱) هر زیر مجموعه فشرده در فضای (X,d_1) در فضای (X,d_2) نیز فشرده است.

۲) هر زیر مجموعه بسته در فضای (X,d_2) در فضای (X,d_1) نیز بسته است.

۳) هر دنباله همگرا در فضای (X,d_1) در فضای (X,d_2) نیز همگرا است.

۴) هر زیر مجموعه بسته در فضای (X,d_1) در فضای (X,d_2) نیز بسته است.

۵۳- فرض کنید تابع $f:[0,1]\to\mathbb{R}-\{1\}$ پیوسته باشد و $f(1)>1$ و نیز $A=\{f(x):x\in[0,1]\}$. در این صورت کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

۱) $\inf(A)>1$

۲) $\inf(A)<1$

۳) $\inf(A)=1$

۴) عددی مانند c در $[0,1]$ وجود دارد که $f(c)<1$

۵۴- اگر (x_n) یک دنباله از اعداد حقیقی مثبت باشد به طوری که $\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{x_{n+1}} > 1$، کدام گزینه صحیح است؟

۱) (x_n) بی‌کران ولی واگرا است.

۲) (x_n) کراندار است ولی ممکن است همگرا نباشد.

۳) (x_n) از مرتبه‌ای به بعد نزولی و همگرا به صفر است.

۴) (x_n) از مرتبه‌ای به بعد نزولی و همگرا به عددی ناصفر است.

۵۵- فرض کنید تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ دارای مشتق مرتبه دوم باشد و $f(0)=f'(0)=0$ ، $f''(1)=2$.

اگر برای هر $x\in\mathbb{R}$، $f''(x)$ گویا باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟

۱) -4 ۲) -2

۳) 2 ۴) 4

۵۶- کدام‌یک از توابع زیر بر $[0,+\infty)$ پیوسته یکنواخت است؟

۱) $f(x)=x\sin x$ ۲) $f(x)=\sin(\sqrt{x})$

۳) $f(x)=\sin(x\sin x)$ ۴) $f(x)=\sin(x^2)$

۵۷- اگر توابع $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ در نقطه a مشتقپذیر باشند و $h(x)=\max\{f(x),g(x)\}$ $(x\in\mathbb{R})$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) h همواره در a مشتقپذیر است.

۲) h در a مشتقپذیر است اگر $f(a)\neq g(a)$

۳) h در a مشتقپذیر است اگر $f(a)\neq 0$ و $g(a)\neq 0$

۴) h در a مشتقپذیر است اگر $f(a)=g(a)$

۵۸- فرض کنید $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد و $A=\{f(x,y): x^2+y^2=1\}$.

در این صورت،

۱) A یک بازه بسته و کراندار است.

۲) A کراندار است ولی لزوماً بسته نیست.

۳) A یک بازه بسته است ولی لزوماً کراندار نیست.

۴) A بسته و کراندار است ولی لزوماً یک بازه نیست.

۵۹- فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ یک تابع پیوسته باشد و برای هر $n\in\mathbb{N}$ تابع $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ با ضابطه $f_n(x)=f(\frac{x}{n})$ تعریف شده باشد. کدام گزینه در مورد دنباله $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ صحیح است؟

۱) به طور یکنواخت همگرا است.

۲) به طور یکنواخت کراندار است.

۳) یک دنباله هم پیوسته از توابع می‌باشد.

۴) به‌طور نقطه‌ای همگراست ولی ممکن است به‌طور یکنواخت همگرا نباشد.

۶۰- دنباله توابع $f_n(x)=\begin{cases} nx & 0\le x\le \frac{1}{n} \\ \frac{n}{n-1}(1-x) & \frac{1}{n}<x\le 1 \end{cases}$ روی $[0,1]$ مفروض است.

کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) این دنباله کراندار یکنواخت است.

۲) این دنباله کراندار نقطه‌وار است.

۳) این دنباله به تابعی پیوسته همگرای نقطه وار است.

۴) این دنباله همگرای یکنواخت نیست.

۶۱- در مورد همگرایی سری $1+\frac{2x}{2!}+\frac{3^2x^2}{3!}+\frac{4^2x^2}{4!}+\frac{5^2x^2}{5!}+\cdots$ چه می‌توان گفت؟

۱) برای $|x|<1$ همگراست.

۲) برای $|x|<\frac{1}{e}$ همگراست.

۳) برای $x<\frac{1}{e}$ همگراست.

۴) برای $x<1$ همگراست.

۶۲- اگر f بر بازه $[-a,a]$ انتگرالپذیر ریمان باشد و $\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر f بر $[-a,a]$ پیوسته باشد آنگاه f تابع فرد است.

۲) f تابع فرد است.

۳) اگر f بر $[-a,a]$ پیوسته باشد آنگاه $c\in(-a,a)$ وجود دارد که $f(c)=0$.

۴) اگر f بر $[-a,a]$ تابع زوج باشد آنگاه $c\in(-a,a)$ وجود دارد که $f(c)=0$.

۶۳- فرض کنید $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد و $\lim_{x\to\infty} f(x)=1$، در این صورت مقدار حد $\lim_{n\to\infty}\int_{1392}^{2014} f(nx)dx$ برابر است با:

۱) ۶۲۲

۲) ۶۲۳

۳) ۶۲۱

۴) ۶۲۰

۶۴- مقدار محاسبه شده برای $T = x - 10^{\circ} y$ در یک ماشین محاسبه با رونـد عـدد یک برابر 10^{-6}، به ازای مقادیر $|y|$ کوچک‌تر یا مساوی با ...، برابر با x است.

۱) $10^{-6}|x|$ ۲) $10^{-7}|x|$

۳) $5\times10^{-7}|x|$ ۴) $10^{-5}|x|$

۶۵- فرض کنید $f: R^2 \to R$، و $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

$$f(X) = 2x_1^2 + x_1 + 4x_2^2 - 3x_2 + 1.$$

مینیمم محلی (موضعی) f کدام است؟

۱) $-\frac{27}{16}$ ۲) $-\frac{5}{16}$

۳) $\frac{5}{16}$ ۴) $\frac{27}{16}$

۶۶- A ماتریس ضرایب یک دستگاه معادلات خطی، $n\times n$، با ساختار اکیـداً قطـری غالب ستونی است. کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\det(A) \neq 0$.

۲) در اجرای روش حذفی گاوس، نیازی به محورگزینی نیست.

۳) تقسیم درایه‌های هر ستون A بر درایه‌ی روی قطر آن ستون، ساختار مـاتریس را تغییر نمی‌دهد.

۴) در حالت کلی، تقسیم درایه‌های هـر سـطر A بـر درایـه‌ی روی قطـر آن سـطر ساختار ماتریس را تغییر نمی‌دهد.

۶۷- روش نیوتن برای پیدا کردن مینیمم کننده و ماکسیمم کننده تابع

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x,$$

به ترتیب دارای نرخ همگرایی مجانبی ... است.

۱) ۱ و ۱ ۲) ۱ و ۲

۳) ۲ و ۱ ۴) ۲ و ۲

۶۸- تقریب $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$ در بازه‌ی $[1,2]$ با درونیابی خطی تکه‌ای با تکه‌هـای برابـر مدنظر است. اگر بخواهیم که کران بالای خطای درونیابی در سرتاسر بازه‌ی $[1,2]$ بیشتر از $\frac{1}{18}\times10^{-6}$ نباشد، آن گاه طول هر تکه کم‌تر یا مساوی است با ... .

۱) 10^{-3} ۲) 10^{-2}

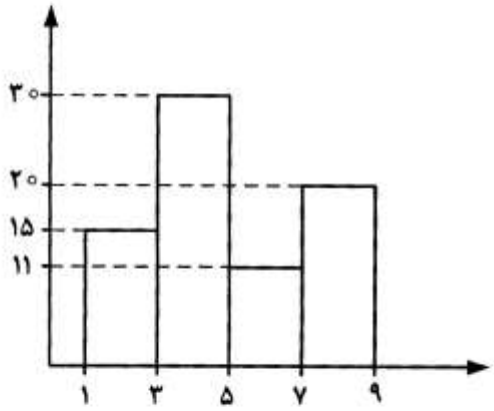
۳) 5×10^{-3} ۴) 18×10^{-3}

۶۹- برای به دست آوردن مقدار تقریبی $\int_0^1 \frac{\cos x}{2\sqrt{x}}dx$ کدام روش مناسب‌تر است؟

۱) رامبرگ ۲) نقطه میانی

۳) ذوزنقه‌ای ۴) سیمسون

۷۰- اگر نمودار هیستو گرام فراوانی داده‌ها به صورت زیر باشد، مقدارمیانه کدام است؟



۱) ۴/۳۵
۲) ۴/۵۳
۳) ۴/۵۶
۴) ۴/۶۵

۷۱- نمودار تنه و شاخه (ساقه و برگ) داده‌ها به‌صورت زیر است، (تنه - مقدار صحیح، شاخه- مقدار اعشاری) منحنی فراوانی داده‌ها در فاصله (Q_1, Q_3) کدام است؟ (Q_1 چارک اول، Q_3 چارک سوم)

0	1 1 2 2
1	2 2 4 4 5 6
2	1 2 3 5 6 6 7 8
3	0 1 1 2 3 3 4 4 6 7
4	0 2 4 5 6
5	1 7 8 9
6	0 1

۱) متقارن است.
۲) چوله به راست است.
۳) چوله به چپ است.
۴) متقارن است ولی برجستگی آن زیاد است.

۷۲- در ظرف A دو مهره سفید و سه مهره سیاه و در ظرف B چهار مهره سفید وجود دارد. یک ظرف را به تصادف بر می‌گزینیم و یک مهره از آن به تصادف بیرون می‌آوریم. احتمال این که مهره سفید باشد کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۰}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۷}{۱۰}$
۴) $\frac{۹}{۱۰}$

۷۳- فرض کنید A و B دو پیشامد از یک فضای احتمال با مقادیر $P(A) = ۰/۶$ و $P(B) = ۰/۷$ است. یک کران پایین برای $P(A \mid B)$ کدام است.

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۷}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۷}$

۷۴- با حروف کلمهٔ **STATISTICAL** چند کلمهٔ یازده حرفی می‌توان نوشت که حرف **L** بعد از **C** قرار گیرد (نه الزاماً بلافاصله)؟

۱) $\frac{۱۱!}{۳!(۲!)^۳}$ ۲) $\frac{۱۱!}{(۳!)^۲(۲!)^۳}$

۳) $\frac{۱۱!}{۳!(۲!)^۵}$ ۴) $\frac{۱۱!}{۳!(۲!)^۴}$

۷۵- پیشامدهای E, F, G مستقل‌اند. کدام دو پیشامد همواره مستقل‌اند؟

۱) G و $F-E$ ۲) G و $G-E$

۳) G و $G\Delta E$ ۴) G و $G\cup F$

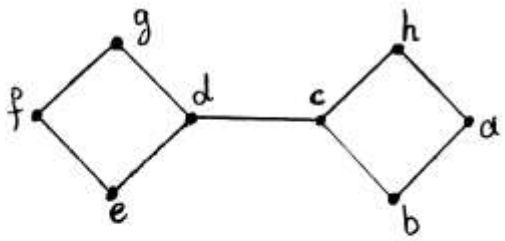
دروس تخصصی ـ مبانی ترکیبات

۷۶- فرض کنید T یک درخت دودویی با k برگ باشد، تعداد رأس‌های درخت حداکثر چندتاست؟

۱) $۲k-۱$ ۲) $k+۱$

۳) $k^۲-۱$ ۴) $۲^k-۱$

۷۷- گراف برچسب‌گذاری شدهٔ زیر چند درخت **DFS** با ریشه **h** دارد؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹

۷۸- فرض کنید A یک مجموعه شامل دو عضو x و y و R یک رابطه هم‌ارزی روی A باشد. کلاس هم‌ارزی هر عضو x را با $[x]$ نشان می‌دهیم. کدام عبارت می‌تواند نادرست باشد؟

۱) $x\in[x]$ و $y\in[y]$

۲) اگر $x\in[y]$ آنگاه $y\in[x]$

۳) اگر xRy و zRy آنگاه $y\in[x]\cap[z]$

۴) اگر $[z]\subseteq[y]$ و $[y]\subseteq[x]$ آنگاه $x\notin[y]\cap[z]$

۷۹- در گراف G، هر سه تایی مرتب مانند (a,b,c) با این شرط که a، b و c اعدادی از مجموعهٔ $\{۰,۱,۲,۳\}$ باشند، یک رأس است و دو رأس (a,b,c) و (a',b',c') مجاورند اگر و تنها اگر: $|a-a'|+|b-b'|+|c-c'|=۱$

این گراف چند یال دارد؟

۱) ۶۴ ۲) ۱۲۸

۳) ۱۴۴ ۴) ۱۹۲

۸۰- پدری ۴۵ سیب یکسان را بین ۱۰ فرزندش توزیع کرده است. (این امکان وجود دارد که به بعضی از فرزندان سیبی نرسد). کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\binom{۵۴}{۹}$ راه برای این توزیع وجود دارد.

۲) الزاماً دو فرزند وجود دارند که به تعداد مساوی سیب گرفته‌اند.

۳) فرزندی که کمترین تعداد سیب را گرفته، حداکثر ۴ سیب دریافت کرده است.

۴) فرزندی که بیشتری تعداد سیب را گرفته، حداقل ۵ سیب دریافت کرده است.

۸۱- ضریب $x^{۱۰}$ در بسط دو جمله‌ای $(x+\frac{۱}{x})^{۱۰۰}$ کدام است؟

۱) $\binom{۱۰۰}{۱۰}$ ۲) $\binom{۱۰۰}{۱۵}$

۳) $\binom{۱۰۰}{۳۵}$ ۴) $\binom{۱۰۰}{۵۵}$

۸۲- مجموعه‌ای از ۱۰ خط در صفحه داریم که هیچ دوتای آن‌ها موازی نیستند و هیچ سه تای آن‌ها در یک نقطه مشترک نیستند. این خط‌ها صفحه را به چند ناحیه تقسیم می‌کنند؟

۱) ۵۴ ۲) ۵۵

۳) ۵۶ ۴) ۱۱۰

۸۳- اگر تابع مولد دنبالهٔ $\{a_n\}_{n\geq ۰}$ برابر $e^{-x}(x+۱)$ باشد، تابع مولد دنبالهٔ $\{n(n+۱)a_n\}_{n\geq ۰}$ کدام است؟

۱) $x^۲e^{-x}(x-۳)$ ۲) $x^۲e^{-x}(-۳x+۱)$

۳) $x^۲e^{-x}(۳x+۱)$ ۴) $x^۲e^{-x}(x+۳)$

۸۴- می‌دانیم دنبالهٔ $\{a_n\}_{n\geq ۰}$ در رابطهٔ بازگشتی

$$a_{n+۲}-۴a_{n+۱}+۴a_n=۱ \quad (n\geq ۰)$$

و شرایط اولیه $a_۱=۳$ و $a_۰=۱$ صدق می‌کند، مقدار $a_{۱۰}$ کدام است؟

۱) ۲۴۳۰ ۲) ۱۰۲۴۱

۳) ۳۴۲۰۴ ۴) ۴۲۱۰۱

۸۵- فرض کنید G یک گراف $n=۱۳۹۲$ رأسی با ماتریس مجاورت

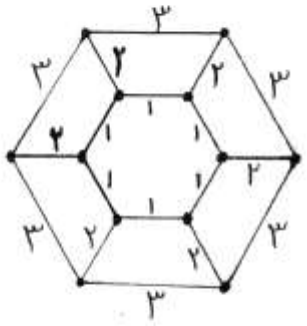
$$A=(a_{ij})_{n\times n}$$

باشد که در آن (پیمانه ۲) $a_{ij}\equiv i-j$. کدام گزاره نادرست است؟

۱) G مسطح است. ۲) G منظم است.

۳) G همبند است. ۴) G دوبخشی است.

۸۶- تعداد کوچکترین درخت‌های فراگیر در گراف زیر چند تاست؟



۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۳۶

۸۷- فرض کنید G گرافی باشد که درجه همه رأس‌های آن زوج است. کدام عبارت درباره G همیشه درست است؟
۱) G دوبخشی است.
۲) هر دو رأس G روی یک دور هستند.
۳) G دوری دارد که از همه رأس‌های آن عبور می‌کند.
۴) مجموعهٔ همه یال‌های G را می‌توان به تعدادی دور افراز کرد.

۸۸- فرض کنید R رابطه‌ای در مجموعه اعداد صحیح باشد. زوج مرتب (x,y) متعلق به R است اگر و تنها اگر $a^3 - b^3$ بر ۲ بخش‌پذیر باشد، رابطهٔ R چند کلاس هم‌ارزی دارد؟
۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

۸۹- با در نظر گرفتن یکریختی، چند گراف همبند از مرتبهٔ ۶ و اندازهٔ ۶ وجود دارد؟
۱) ۹
۲) ۱۳
۳) ۱۵
۴) ۱۷

۹۰- چند رشتهٔ دودویی به طول ۱۰ وجود دارد که در آن حداکثر تعداد صفرهای متوالی یا حداکثر تعداد یک‌های متوالی دقیقاً برابر ۵ باشد؟
۱) ۷۸
۲) ۸۰
۳) ۱۲۶
۴) ۱۲۸

۹۱- فرض کنید یک هرم کمینه شامل **n** عدد متمایز داده شده باشد. پنجمین کوچکترین عدد در کدام یک از درایه‌ها نمی‌تواند قرار بگیرد؟
(عنصر ریشهٔ هرم در درایهٔ شمارهٔ ۱ قرار دارد.)

۱) ۱ تا ۵ ۲) ۸ تا ۱۵
۳) ۱۶ تا ۳۱ ۴) ۳۲ تا ۶۳

۹۲- کدام یک از آرایه‌های زیر تشکیل یک **minmax-heap** را می‌دهد؟

۱) 7,70,40,30,9,10,15,45,50,30,20,12
۲) 7,70,40,15,9,10,30,45,50,30,20,12
۳) 7,70,40,30,15,10,9,45,30,20,12
۴) 7,70,40,30,9,10,15,12,50,30,20,45

۹۳- با چه هزینه زمانی می‌توان تشخیص داد یک درخت جستجوی دو دویی **BST (Binary Search Tree)** با **n** گره، یک درخت **AVL** است یا نه؟
(درخت **AVL** یک **BST** است که در آن فاکتور توازن هر گره برابر، -1، 0 و $+1$ می‌باشد و منظور از فاکتور توازن هر گره، اختلاف سطح (و یا ارتفاع) زیر درخت چپ آن گره با سطح (و یا ارتفاع) زیر درخت راست آن گره می‌باشد.)

۱) $\theta(n)$ ۲) $\theta(n^2)$
۳) $\theta(\log n)$ ۴) $\theta(n \log n)$

۹۴- جواب رابطهٔ بازگشتی زیر کدام است؟

$$T(n) = T(\frac{n}{2}) + T(\frac{n}{3}) + T(\frac{n}{4}) + n^2$$

۱) $T(n) = \theta(n)$ ۲) $T(n) = \theta(n^2)$
۳) $T(n) = \theta(n \log n)$ ۴) $T(n) = \theta(n^2 \log n)$

۹۵- کدام گزینه در مورد رابطهٔ بازگشتی $T(n)$ درست است؟

$$T(n) = \begin{cases} 8T(\frac{n}{2}) + \theta(1) & , n^2 > m \\ m & , n^2 \le m \end{cases}$$

(m یک متغیر مستقل از n است.)

۱) $T(n) \in \theta(\frac{n}{\sqrt{m}})$ ۲) $T(n) \in \theta((\frac{n}{\sqrt{m}})^3)$
۳) $T(n) \in \theta(\frac{n^3}{\sqrt{m}})$ ۴) $T(n) \in \theta(\log \frac{n}{\sqrt{m}})$

۹۶- آرایهٔ نامرتب $B[1...2n+1]$ شامل اعداد حقیقی را در نظر بگیرید. می‌خواهیم آرایهٔ $A[1...2n+1]$ را به صورت جایگشتی از آرایهٔ **B** ایجاد کنیم به طوری که:

$$A[1] \le A[2] \ge A[3] \le A[4] ... \le A[2n] \ge A[2n+1]$$

سریع‌ترین الگوریتم برای انجام این کار چه هزینهٔ زمانی خواهد داشت؟

۱) $\theta(n)$ ۲) $\theta(n^2)$
۳) $\theta(\log n)$ ۴) $\theta(n \log n)$

۹۷- آرایه‌ای شامل n عدد متمایز به صورت نامرتب داده شده است. می‌خواهیم مجموع تعداد $\log n$ عدد از بزرگترین اعداد موجود در این آرایه را محاسبه کنیم. بهترین الگوریتم برای انجام این کار دارای چه مرتبهٔ زمانی است؟

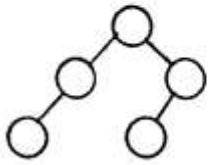
۱) $O(n)$ ۲) $O(\log n)$

۳) $O(\log^2 n)$ ۴) $O(n \log n)$

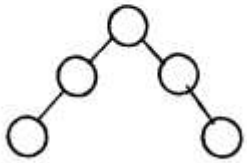
۹۸- با داده‌های زیر می‌خواهیم یک درخت BST بهینه (درخت جستجوی دودویی با کمترین زمان متوسط جستجو) بسازیم. ساختار درخت حاصل کدام است؟

داده‌ها :	A	B	C	D	E
احتمال جستجو :	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۰۵	۰/۱

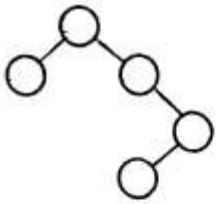
۱)



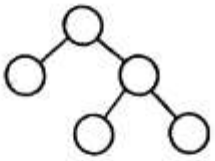
۲)



۳)



۴)



۹۹- فرض کنید n کاراکتر $a_1, a_2, \ldots, a_n$ هریک با فراوانی $f_1, f_2, \ldots, f_n$ در یک فایل متنی ظاهر شده‌اند. مقادیر f_i به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$f_1 = f_2 = 1$$

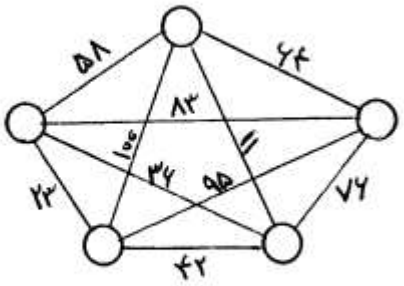
$$f_i = f_{i-1} + f_{i-2} \quad , \quad \forall i > 2$$

کدام یک از روابط زیر مجموع طول کدهافمن n کاراکتر را برحسب بیت به درستی بیان می‌کند؟

۱) $\frac{n(n+1)}{2}$ ۲) $\frac{n(n+1)}{2} - 1$

۳) $\frac{n(n-1)}{2}$ ۴) $\frac{n(n-1)}{2} - 1$

۱۰۰- در الگوریتم Kruskal برای گراف زیر، آخرین یال اضافه شده به درخت دارای چه وزنی است؟



۱) ۳۶

۲) ۵۸

۳) ۶۴

۴) ۷۶

۱۰۱- فرض کنید گراف بدون جهت $G=(V,E)$ وجود داشته باشد. می‌خواهیم بزرگترین زیر گراف در آن را پیدا کنیم به طوری که درجهٔ هر گره در این زیرگراف بزرگتر یا مساوی k باشد. بهترین الگوریتم برای انجام این کار چه هزینه‌ای خواهد داشت؟ (فرض کنید گراف G به صورت ماتریس مجاورت ذخیره شده باشد.)

۱) $O(n)$ ۲) $O(n^2)$

۳) $O(n\log n)$ ۴) $O(n^3)$

۱۰۲- اگر گراف G دارای $O(n)$ یال باشد، آنگاه G می‌تواند با چند رنگ، رنگ‌آمیزی شود؟

۱) $O(n)$ ۲) $O(\sqrt{n})$

۳) $O(n^2)$ ۴) $O(n\log n)$

۱۰۳- در مسئلهٔ کوله‌پشتی، اگر وزن کوله‌پشتی با یک تابع چند جمله‌ای از تعداد اشیاء محدود شود، آنگاه این مسئله متعلق به کدام رده از مسائل است؟

۱) NP ـ Complete ۲) NP ـ Hard

۳) CO ـ NP ۴) P

۱۰۴- فرض کنید $A\leq_p B$ بوده و A یک مسئلهٔ NP ـ کامل باشد. در مورد مسئلهٔ B کدام گزینه صحیح است؟

۱) مسئلهٔ B حتماً یک مسئلهٔ NP ـ کامل است.

۲) مسئلهٔ B نمی‌تواند جزء مسائل NP باشد.

۳) در رابطه با مسئلهٔ B نمی‌توان نظر داد.

۴) اگر $B\in NP$ باشد، آنگاه B یک مسئلهٔ NP ـ کامل است.

۱۰۵- در یک جدول درهم‌سازی با روش زنجیره‌ای، با فرض استفاده از تابع درهم‌سازی ساده‌ی یکنوا، یک جستجوی موفق و یک جستجوی ناموفق به طور میانگین به چه زمانی برحسب ضریب بارگذاری $\alpha=\frac{n}{m}$ نیاز دارد؟ (یک جدول درهم‌ساز به اندازه m در خود n عنصر را ذخیره کرده است).

۱) جستجو موفق به زمان $O(1)$ و جستجوی ناموفق به زمان $O(\alpha)$ نیاز دارد.

۲) جستجو موفق به زمان $O(1+\alpha)$ و جستجوی ناموفق به زمان $O(1)$ نیاز دارد.

۳) هر دو به زمان $O(1+\alpha)$ نیاز دارند.

۴) هر دو به زمان $O(1)$ نیاز دارند.

در سؤال‌های ۱۰۶ تا ۱۲۰ نماد λ نشان‌دهنده کلمه پوچ به طول صفر است.

۱۰۶- زبان $\{\circ\circ 1^{3+1393n} / n\in N\}\subseteq\{\circ,1\}^*$؟

۱) منظم است.

۲) مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۳) مستقل از متن قطعی (DCF) است ولی منظم نیست.

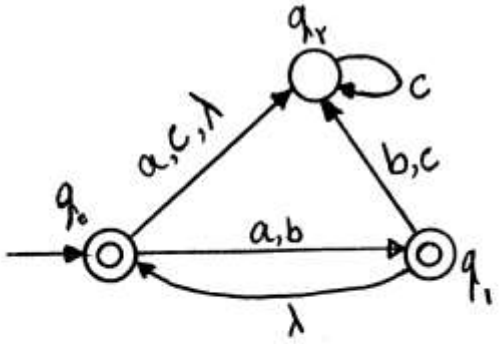
۴) مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی (DCF) نیست.

۱۰۷- **زبان $L\subseteq\{\circ,1\}^*$ دقیقاً شامل تمام کلماتی از $\{\circ,1\}^*$ است که تعداد زوجی صفر در آن‌ها ظاهر می‌شود. کدام یک از عبارات زیر L را توصیف می‌کند؟**

۱) $1^*(\circ 1^*\circ)^*1^*$ ۲) $(1^*\circ 1^*\circ 1^*)^*$

۳) $1^*(\circ 1^*\circ 1^*)^*$ ۴) هر سه مورد

۱۰۸- **گراف اتوماتون متناهی زیر را در نظر بگیرید و فرض کنید که L_i $(i\in\{\circ,1,2\})$ زبان اتوماتون متناهی با گراف زیر باشد که حالت شروع آن q_i است. مجموعه $L_\circ\cap L_1\cap L_2$ کدام است؟**



۱) ϕ

۲) $\{\lambda\}$

۳) $\{a,b\}^*$

۴) a^*+b^*

۱۰۹- **زبان L از کلیه کلمات $w\in\Sigma^*$ تشکیل شده است که w زیر رشته ثابت و مشخص x به طول n که دارای k حرف متمایز است را دارا است. حداقل تعداد حالات یک اتوماتون قطعی برای توصیف L کدام است؟**

۱) $n+2$ ۲) $n+1$

۳) $k+1$ ۴) $n+k$

۱۱۰- **کدام گزینه صحیح است؟**

۱) زبان $L=\{\omega\omega/\omega\in\Sigma^*\}$ برای هر مجموعه الفبای متناهی Σ نامنظم است.

۲) مجموعه تمام زبان‌های منظم روی الفبای $\{\circ,1\}$ ناشمارا است.

۳) هر زبان منظم نامتناهی فقط شامل متناهی زیر مجموعه نامتناهی منظم است.

۴) اگر یک DFA با n حالت تمام کلمات با طول کوچکتر از n در Σ^* را بپذیرد، آنگاه زبان آن برابر Σ^* خواهد بود.

۱۱۱- گرامر زیر کدام یک از زبان‌های داده شده را توصیف می‌کند؟

$$G:\begin{cases} S \to aSb \mid bY \mid Ya \\ Y \to bY \mid aY \mid \lambda \end{cases}$$

۱) $\{a^n b^m \mid n \neq m\}$

۲) $\{a,b\}^* - \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

۳) $\{a^m b^n \mid m,n > 0\} \cup \{b^n a^m \mid m,n > 0\}$

۴) $\{a^n b^m \mid n \neq m\} \cup \{b^n a^m \mid n,m > 0\}$

۱۱۲- زبان ناتهی و مستقل از متن L با گرامر $G = (V, \Sigma, S, P)$ به فرم نرمال چامسکی توصیف می‌شود که در آن V مجموعه متغیرها (سمبل‌های غیرپایانی) و P مجموعه قوانین است. آنگاه بهترین کران بالا برای طول کوتاهترین عضو L کدام است؟

۱) $2^{|P|-1}$ ۲) $2^{|P|+1}$

۳) $2^{|V|+1}$ ۴) $2^{|P|+|V|}$

۱۱۳- کدام یک از گرامرهای داده شده زبان $L = \{0^i 1^j 0^k \mid j > i+k\}$ را توصیف می‌کنند؟

۱) $S \to ABC, A \to 0A1 \mid \lambda, B \to 1B0 \mid \lambda$
$C \to 1C \mid 1$

۲) $S \to ABC, A \to 1A0 \mid \lambda, B \to 1B \mid 1$
$C \to 0A1 \mid \lambda$

۳) $S \to ABC, A \to 1A \mid 1, B \to 0B1 \mid \lambda$
$C \to 1C0 \mid \lambda$

۴) $S \to ABC, A \to 0A1 \mid \lambda, B \to 1B \mid 1$
$C \to 1C0 \mid \lambda$

۱۱۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱) هر ماشین PDA قطعی حتماً λ – transition ندارد.

۲) هر ماشین PDA که λ – transition نداشته باشد یک ماشین قطعی (DPDA) است.

۳) هر زبان مستقل از متن می‌تواند با یک PDA با حداکثر دو حالت توصیف شود.

۴) هر PDA قطعی برای هر ورودی حتماً از مقدار متناهی از پشته (stack) خود استفاده می‌کند.

۱۱۵- گرامر زیر را در نظر بگیرید،

$$G: \begin{cases} S \to \lambda \\ S \to \circ S 11 \circ \\ S \to SX \\ X \to \circ 11 X \\ X \to \lambda \end{cases}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) در هر گرامر G' معادل G متغیر Y که متغیر شروع نیست وجود دارد به طوریکه $Y \to \lambda$.

۲) در هر گرامر G' معادل G با متغیر شروع S' باید یک قانون به صورت $S' \to \lambda$ موجود باشد.

۳) گرامر $G' = (V, \{\circ, 1\}, S', P)$ معادل G وجود دارد که در آن برای هیچ متغیری مثل X، نمی‌توان داشت $X \Rightarrow^* X\alpha$ که $\alpha \in (V \cup \{\circ, 1\})$

۴) در هر گرامر G' معادل G با متغیر شروع S' حتماً می‌توان داشت $S' \Rightarrow^* S'\alpha$ که α شامل سمبل‌های پایانی و غیرپایانی است.

۱۱۶- **کدام گزینه نادرست است؟**

«برای هر PDA داده شده P با زبان حالات پایانی $L \subseteq \Sigma^*$، ماشین تورینگ قطعی (deterministic) T وجود دارد که یک کودینگ از توصیف P را به عنوان ورودی گرفته و در زمان متناهی .....»

۱) کودینگ یک PDA را ارائه می‌دهد که زبان حالات پایانی آن L است و تعداد حالات آن اکیداً کمتر از ۱۳۹۳ است.

۲) توصیف یک PDA قطعی (deterministic) با زبان L را ارائه می‌دهد.

۳) کدینگ یک گرامر را ارائه می‌دهد که زبان آن L است و همه قوانین آن به صورت $X \to \alpha$ است که X متغیر (غیرپایانی) و α یک رشته از متغیرها و سمبل‌های Σ است.

۴) کدینگ یک گرامر را ارائه می‌دهد که زبان آن L است و هیچ قانونی به صورت $X \to Y$ که در آن X و Y متغیر (غیرپایانی) هستند، ندارد.

۱۱۷- **برای زبان داده شده $L \subseteq \{\circ, 1\}^*$،**

۱) فقط تعداد متناهی ماشین تورینگ با زبان L وجود دارد.

۲) مجموعهٔ ماشین‌های تورینگ با زبان L حتماً نامتناهی عضو متمایز دارد.

۳) تعداد ماشین‌های تورینگ با زبان L وابسته به طول کوچکترین کلمه در L است.

۴) تعداد ماشین‌های تورینگ با زبان L وابسته به نوع انتخاب کودینگ برای ماشین‌های تورینگ است.

۱۱۸- کدام گزینه نادرست است؟

«برای هر PDA داده شده P با q حالت، ماشین تورینگ قطعی T وجود دارد به طوری که $L(T) = L(P)$ و ...»

۱) تعداد حالات ماشین T کمتر یا مساوی $4q$ است.

۲) هد ماشین تورینگ T فقط می‌تواند به سمت راست حرکت کند.

۳) تعداد سمبل‌های ماشین T دقیقاً با تعداد سمبل‌های P برابر است.

۴) T فقط یک نوار یک طرفه دارد که از سمت چپ محدود است.

۱۱۹- **ماشین تورینگ قطعی دو نواره T با زبان $L \subseteq \Sigma^*$ داده شده است. آنگاه ....**

۱) می‌توان ماشین تورینگ T' را در زمان متناهی ساخت که برای هر ورودی که T پاسخ yes بدهد T' پاسخ no بدهد.

۲) می‌توان ماشین تورینگ قطعی T' با زبان L^c (متمم L) را در زمان متناهی ساخت.

۳) ماشین تورینگ T' با زبان L^c همواره وجود دارد ولی توصیف آن همواره محاسبه‌پذیر نیست.

۴) می‌توان ماشین تورینگ غیرقطعی T' با زبان L^c را در زمان متناهی ساخت.

۱۲۰- **فرض کنید زبان $R = \{0, 111 0, 000\}$ داده شده باشد. آنگاه برای هر PDA داده شده P که 0 و 1 در الفبای پشته آن باشد زبان L_P شامل تمام ورودی‌هایی است که P کل ورودی را خوانده و می‌تواند در حالتی قرار بگیرد که در آن لحظه محتوی پشته دقیقاً یکی از کلمات R (از بالا به پایین) است. آنگاه ....**

۱) زبان L_P لزوماً مستقل از متن نیست.

۲) زبان L_P لزوماً منظم است.

۳) زبان L_P همواره مستقل از متن است ولی لزوماً قطعی نیست.

۴) زبان L_P لزوماً مستقل از متن قطعی است ولی لزوماً منظم نیست.

۱۲۱- اگر نظریه $\Gamma \cup \{\sim (A \wedge B)\}$ سازگار باشد، آنگاه .....

۱) هم $\Gamma \cup \{A \wedge B\}$ و هم $\Gamma \cup \{A \vee B\}$ هر دو سازگارند.

۲) حداقل یکی از $\Gamma \cup \{\sim B\}$ یا $\Gamma \cup \{\sim A\}$ سازگار است.

۳) حداقل یکی از $\Gamma \cup \{A \wedge B\}$ یا $\Gamma \cup \{\sim A, \sim B\}$ سازگار است.

۴) حداکثر یکی از $\Gamma \cup \{A \wedge B\}$ و یا $\Gamma \cup \{A \vee B\}$ می‌تواند سازگار باشد.

۱۲۲- کدام یک از گزینه‌ها معادل اصل انتخاب نیست؟

۱) هر مجموعه مرتب جزئی حداقل یک زنجیر ماکسیمال دارد.

۲) به ازای هر دو عدد اصلی α و β داریم $\alpha \leq \beta$ یا $\beta \leq \alpha$.

۳) برای هر گردایهٔ ناتهی $\{A_k\}_{k \in I}$ از مجموعه‌های ناتهی، حاصلضرب $\prod_{k \in I} A_k$ ناتهی است.

۴) اگر S مجموعه‌ای از مجموعه‌های ناتهی باشد، مجموعه‌ای چون A وجود دارد که با هر عضو S اشتراک ناتهی دارد.

۱۲۳- اگر α و β و γ کاردینال‌های نامتناهی باشند کدام گزینه درست است؟

۱) $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha + \gamma < \beta + \gamma$ ۲) $\alpha < \beta \Rightarrow 2^{\alpha} < 2^{\beta}$

۳) $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha^{\gamma} < \beta^{\gamma}$ ۴) $\alpha < \beta < \gamma \Rightarrow \alpha + \gamma = \beta + \gamma$

۱۲۴- کدام گزینه صحیح است؟ (U مجموعهٔ مرجع و ϕ مجموعهٔ تهی است.)

۱) $\bigcap_{\alpha \in \phi} A_{\alpha} = U$ ۲) $\bigcap_{\alpha \in \phi} A_{\alpha} = \phi$

۳) $\bigcup_{\alpha \in \phi} A_{\alpha} = U$ ۴) $\bigcap_{\alpha \in \phi} A_{\alpha} \subset \bigcup_{\alpha \in \phi} A_{\alpha}$

۱۲۵- اردینال $(\omega + 1)^2$ برابر با کدام یک از اردینال‌های زیر است؟ (ω اولین اوردینال نامتناهی است.)

۱) $\omega^2 + 1$ ۲) $\omega^2 + \omega + 1$

۳) $\omega^2 + \omega \cdot 2 + 1$ ۴) $\omega^2 + \omega + \omega + 1$

۱۲۶- کدام یک از زوج فرمول‌های زیر با هم معادل نیستند؟

۱) $\langle \exists x A(x) \vee \exists y B(y),\ \exists z (A(z) \vee B(z)) \rangle$

۲) $\langle \exists x A(x) \vee \forall y B(y),\ \forall u \exists v (A(v) \vee B(u)) \rangle$

۳) $\langle \exists x A(x) \wedge \exists y B(y),\ \exists z (A(z) \wedge B(z)) \rangle$

۴) $\langle \exists x A(x) \wedge \forall y B(y),\ \forall u \exists v (A(v) \wedge B(u)) \rangle$

۱۲۷- کدام یک از استنتاج‌های زیر درست نیست؟

۱) $\forall x\exists yR(x,y) \vdash \exists y\forall xR(x,y)$

۲) $\exists y\forall xR(x,y) \vdash \forall x\exists yR(x,y)$

۳) $\forall x(S(x)\to\exists yR(x,y)) \vdash \forall x\exists y(S(x)\to R(x,y))$

۴) $\forall x\exists y(S(x)\to R(x,y)) \vdash \forall x(S(x)\to\exists yR(x,y))$

۱۲۸- کدام یک از فرمول‌های زیر راستگو (همیشه درست) است؟

۱) $((A\to B)\to B)\to B$ ۲) $((A\to B)\to B)\to A$

۳) $((A\to B)\to A)\to A$ ۴) $((A\to B)\to A)\to B$

۱۲۹- گزاره $(p\to q)\to r$ را به شکل نرمال عطفی (CNF) در آورده‌ایم. حاصل کار کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) $(p\vee r)\wedge(\neg q\vee r)$ ۲) $(\neg p\vee r)\wedge(q\vee r)$

۳) $(p\wedge r)\vee(\neg q\wedge r)$ ۴) هیچکدام

۱۳۰- جملهٔ مرتبهٔ اول $\forall x\exists yA(x,y)$ را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این جمله صحیح است؟

۱) همهٔ مدل‌های آن نامتناهی‌اند. ۲) همهٔ مدل های آن متناهی‌اند.

۳) ناسازگار است. ۴) هیچکدام

۱۳۱- زبان مرتبه اولی وجود دارد که:

۱) فرمول بسته ندارد. ۲) ترم بسته ندارد.

۳) هر ترم آن بسته است. ۴) هر فرمول آن بسته است.

۱۳۲- تعریف می‌کنیم $\varphi R\psi$ اگر و تنها اگر $\psi \models \varphi\vee\neg\psi$ ، کدام گزینه درست است؟

۱) R رابطه تساوی است.

۲) R یک رابطه ترتیب اکید است.

۳) R یک رابطه ترتیب جزئی است.

۴) R یک رابطه هم‌ارزی است اما تساوی نیست.

۱۳۳- فرمول مرتبهٔ اول زیر با کدام یک ازگزینه‌های داده شده، هم ارز منطقی نیست؟

$$\forall x\ A(x)\to\exists y\forall z\ B(x,y,z)$$

۱) $\exists x\exists y\forall z\neg(A(x)\wedge\neg B(x,y,z))$

۲) $\exists t\exists u\forall v\neg(A(t)\wedge\neg B(x,u,v))$

۳) $\exists y(\exists t\neg\ A(t)\vee\forall z\ B(x,y,z))$

۴) $\forall y\exists z\neg B(x,y,z)\to\exists t\neg A(t)$

۱۳۴- چند فرمول گزاره‌ای ناهم ارز با $(p\to q)\wedge\neg r$ وجود دارد که تنها از متغیرهای p,q,r تشکیل شده باشند؟

۱) ۸ ۲) ۲۵۴

۳) ۲۵۵ ۴) ۲۵۶

۱۳۵- فرض کنید Γ یک مجموعه سازگار ماکسیمال باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر غلط است؟

۱) $\{\sigma \mid \Gamma \vdash \sigma\} \subseteq \Gamma$

۲) برای هر گزاره σ داریم: $\Gamma \vdash \sigma$ یا $\Gamma \vdash \neg\sigma$

۳) تنها یک ارزش دهی وجود دارد که به هر $\sigma \in \Gamma$ ارزش T می‌دهد.

۴) مجموعه‌ی نامتناهی از گزاره‌ها موجود است که هر عضو آن مستقل از Γ است.

دروس پایه ـ ریاضیات عمومی

۱۳۶- کدام گزینه در مورد تابع $f(x,y)=\begin{cases}0 & y \le 0\\ 0 & y \ge x^2\\ 1 & 0 < y < x^2\end{cases}$ نادرست است؟

۱) حد تابع f در مبدأ روی هر خط که از مبدأ بگذرد برابر صفر است.

۲) حد تابع f در مبدأ روی منحنی $y=\frac{1}{2}x^3$ برابر صفر است.

۳) حد تابع f در مبدأ روی منحنی $y=2x^3$ برابر صفر است.

۴) تابع f در مبدأ پیوسته نیست.

۱۳۷- مقدار $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ برابر است با:

۱) $\sqrt[5]{e}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt[8]{e}}$

۳) $\sqrt[8]{e}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[6]{e}}$

۱۳۸- فرض کنید $0 < r < a$، حجم جسم حاصل از دوران قرص $(x-a)^2+y^2 \le r^2$ حول محور yها برابر است با:

۱) $\pi^2 ar^2$ ۲) $\pi^2 a^2 r^2$

۳) $2\pi^2 ar^2$ ۴) $2\pi^2 a^2 r^2$

۱۳۹- حد دنبالهٔ $\left\{\frac{3^{n+1}}{(n+2)!}\right\}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) یک

۳) سه ۴) ∞

۱۴۰- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \log(\cos\frac{1}{2^n})$ کدام است؟

۱) $\log(\cos 1)$ ۲) $\log(\sin 1)$

۳) $\log(\sin\frac{1}{2})$ ۴) $\log(\cos\frac{1}{2})$

۱۴۱- کدام گزینه در مورد دنبالهٔ $S_n = \frac{1}{n}(1+\sqrt{2}+\sqrt[3]{3}+...+\sqrt[n]{n})$ صحیح است؟

۱) $\lim_{n\to\infty} S_n = 0$ ۲) $\lim_{n\to\infty} S_n$ موجود نیست.

۳) $\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n} = 0$ ۴) $\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n} = 1$

۱۴۲- اگر تابع حقیقی f روی $[a,b]$ در شرط $|f(x)-f(y)| \le |x-y|$ صدق کند، کدام گزینه درست نیست؟

۱) f روی $[a,b]$ پیوستهٔ یکنواخت است.

۲) f روی (a,b) مشتق‌پذیر است.

۳) $\left|\int_a^b f(x)dx-(b-a)f(a)\right| \le \frac{(b-a)^2}{2}$

۴) برای هر $c\in[a,b]$ داریم $\left|\int_a^b f(x)dx-(b-a)f(c)\right| \le (b-a)^2$

۱۴۳- تابع $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\in\mathbb{Q} \\ 2^x & x\notin\mathbb{Q}\end{cases}$، دقیقاً در چند نقطه پیوسته است؟

۱) دو نقطه ۲) سه نقطه

۳) چهار نقطه ۴) هیچ نقطه

۱۴۴- فرض کنید تابع پیوستهٔ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ برای هر $x>1$ در رابطهٔ زیر صدق می‌کند.

$$f(x)=\exp\left(\int_1^x f(t)\sin t\,dt\right)$$

مقدار $f(\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

۱) $1-\cos 1$ ۲) $1+\cos 1$

۳) $\frac{1}{1+\cos 1}$ ۴) $\frac{1}{1-\cos 1}$

۱۴۵- کدام گزینه معادلهٔ دایرهٔ بوسان (انحناء) منحنی $y = x^2$ در مبدأ است؟

۱) $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ ۲) $x^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

۳) $x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 4$ ۴) $x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

۱۴۶- رویهٔ $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{c}$ مفروض است. مجموع طول و عرض و ارتفاع از مبدأ صفحه مماس بر رویه در هر نقطه آن برابر است با:

۱) c ۲) $\sqrt{c}$

۳) $\frac{\sqrt{c}}{3}$ ۴) $3\sqrt{c}$

۱۴۷- اگر $\vec{F} = y\vec{i} + 2z\vec{j} + 3x\vec{k}$ مقدار $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را که در آن C خم فصل مشترک کرهٔ $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ و سهمی گون $z = x^2 + y^2$ کدام است؟

۱) $-\pi$ ۲) $+\pi$

۳) -2π ۴) $+2\pi$

۱۴۸- مینیمم موضعی تابع f با ضابطه‌ی $f(x, y) = 3x^3 + y^2 - 9x + 4y$ کدام است؟

۱) -14 ۲) -12

۳) -10 ۴) -8

۱۴۹- مقدار انتگرال $\iint_S \text{curl}\vec{F} \cdot \vec{N} dS$ که در آن $F(x, y, z) = (yz, xz, xy)$ و S بخشی از نیمکرهٔ بالایی $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ است که درون استوانه $x^2 + y^2 = 1$ واقع می‌شود، برابر است با:

۱) صفر ۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) π ۴) $\frac{3\pi}{2}$

۱۵۰- مقدار محاسبه شده برای $T = x - 10y$ در یک ماشین محاسبه با روند عدد یک برابر 10^{-6}، به ازای مقادیر $|y|$ کوچک‌تر یا مساوی با ...، برابر با x است.

۱) $10^{-6}|x|$ ۲) $10^{-7}|x|$

۳) $5\times10^{-7}|x|$ ۴) $10^{-5}|x|$

۱۵۱- فرض کنید

$$f: R^2 \to R, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad f(X) = 2x_1^2 + x_1 + 4x_2^2 - 3x_2 + 1.$$

مینیمم محلی (موضعی) f کدام است؟

۱) $-\frac{27}{16}$ ۲) $-\frac{5}{16}$

۳) $\frac{5}{16}$ ۴) $\frac{27}{16}$

۱۵۲- A ماتریس ضرایب یک دستگاه معادلات خطی، $n\times n$، با ساختار اکیداً قطری غالب ستونی است. کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\det(A) \neq 0$.

۲) در اجرای روش حذفی گاوس، نیازی به محورگزینی نیست.

۳) تقسیم درایه‌های هر ستون A بر درایه‌ی روی قطر آن ستون، ساختار ماتریس را تغییر نمی‌دهد.

۴) در حالت کلی، تقسیم درایه‌های هر سطر A بر درایه‌ی روی قطر آن سطر ساختار ماتریس را تغییر نمی‌دهد.

۱۵۳- روش نیوتن برای پیدا کردن مینیمم کننده و ماکسیمم کننده تابع

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x,$$

به ترتیب دارای نرخ همگرایی مجانبی ... است.

۱) ۱ و ۱ ۲) ۱ و ۲

۳) ۲ و ۱ ۴) ۲ و ۲

۱۵۴- تقریب $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$ در بازه‌ی $[1,2]$ با درونیابی خطی تکه‌ای با تکه‌های برابر مدنظر است. اگر بخواهیم که کران بالای خطای درونیابی در سرتاسر بازه‌ی $[1,2]$ بیشتر از $\frac{1}{18}\times10^{-6}$ نباشد، آن گاه طول هر تکه کم‌تر یا مساوی است با ... .

۱) 10^{-3} ۲) 10^{-2}

۳) 5×10^{-3} ۴) 18×10^{-3}

۱۵۵- برای به دست آوردن مقدار تقریبی $\int_0^1 \frac{\cos x}{2\sqrt{x}}\,dx$ کدام روش مناسب‌تر است؟

۱) رامبرگ ۲) نقطه میانی

۳) ذوزنقه‌ای ۴) سیمسون

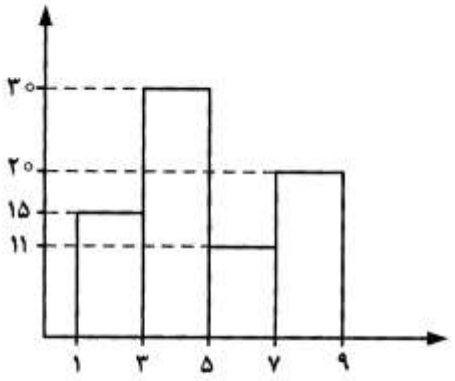
۱۵۶- مقادیر α و β چه باشند تا فرمول انتگرال‌گیری زیر به ازای fهای چند جمله‌ای تا درجه یک دقیق باشد؟

$$\int_0^1 \sqrt{x} f(x)dx \approx \alpha \int_0^1 f(x)dx + \beta \int_0^1 xf(x)dx$$

۱) $\alpha = \frac{۴}{۱۵}$ و $\beta = \frac{۴}{۵}$
۲) $\alpha = \frac{۴}{۵}$ و $\beta = \frac{۱}{۵}$
۳) $\alpha = \frac{۱}{۵}$ و $\beta = \frac{۴}{۵}$
۴) $\alpha = \frac{۱}{۳}$ و $\beta = \frac{۱}{۳}$

دروس پایه ـ مبانی احتمال

۱۵۷- اگر نمودار هیستو گرام فراوانی داده‌ها به صورت زیر باشد، مقدارمیانه کدام است؟



۱) ۴/۳۵
۲) ۴/۵۳
۳) ۴/۵۶
۴) ۴/۶۵

۱۵۸- نمودار تنه و شاخه (ساقه و برگ) داده‌ها به‌صورت زیر است، (تنه = مقدار صحیح، شاخه= مقدار اعشاری) منحنی فراوانی داده‌ها در فاصله (Q_1, Q_3) کدام است؟ (چارک اول = Q_1، چارک سوم = Q_3)

0	1	1	2	2						
1	2	2	4	4	5	6				
2	1	2	3	5	6	6	7	8		
3	0	1	1	2	3	3	4	4	6	7
4	0	2	4	5	6					
5	1	7	8	9						
6	0	1								

۱) متقارن است.
۲) چوله به راست است.
۳) چوله به چپ است.
۴) متقارن است ولی برجستگی آن زیاد است.

۱۵۹- در ظرف A دو مهره سفید و سه مهره سیاه و در ظرف B چهار مهره سفید وجود دارد. یک ظرف را به تصادف بر می‌گزینیم و یک مهره از آن به تصادف بیرون می‌آوریم. احتمال این که مهره سفید باشد کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۰}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۷}{۱۰}$
۴) $\frac{۹}{۱۰}$

۱۶۰- فرض کنید A و B دو پیشامد از یک فضای احتمال با مقادیر $P(A) = ۰/۶$ و $P(B) = ۰/۷$ است. یک کران پایین برای $P(A \mid B)$ کدام است.

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

۱۶۱- با حروف کلمهٔ STATISTICAL چند کلمهٔ یازده حرفی می‌توان نوشت که حرف L بعد از C قرار گیرد (نه الزاماً بلافاصله)؟

۱) $\frac{۱۱!}{۳!(۲!)^۳}$ ۲) $\frac{۱۱!}{(۳!)^۲(۲!)^۳}$

۳) $\frac{۱۱!}{۳!(۲!)^۵}$ ۴) $\frac{۱۱!}{۳!(۲!)^۴}$

۱۶۲- پیشامدهای E, F, G مستقل‌اند. کدام دو پیشامد همواره مستقل‌اند؟

۱) G و $F-E$ ۲) G و $G-E$

۳) G و $G\Delta E$ ۴) G و $G\cup F$

۱۶۳- برای دو پیشامد A و B، مقدار $Pr(A-B \mid A)$ کدام است؟

۱) $P(\overline{B})$ ۲) $P(B \mid A)$

۳) $P(\overline{B} \mid A)$ ۴) $P(A)-P(B)$

۱۶۴- در یک کارگاه چهار ماشین A، B، C و D مستقل از یکدیگر کار می‌کنند. احتمال متوقف شدن هر کدام از این ماشین‌ها به‌علت نقص فنی در یک روزگاری بترتیب $\frac{۱}{۴}$، $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۸}$ می‌باشند. احتمال اینکه در یک روز کاری حداقل یک ماشین به علت نقص فنی متوقف شود کدام است؟

۱) $\frac{۳۱}{۳۲}$ ۲) $\frac{۲۵}{۳۲}$

۳) $\frac{۹}{۳۲}$ ۴) $\frac{۷}{۳۲}$

۱۶۵- فرض کنید تابع **CHOP**، قسمت اعشاری یک عدد حقیقی را حذف می‌کند. آنگاه کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟

۱) اگر x صحیح باشد آنگاه x=CHOP(x) خواهد بود.

۲) اگر x عدد حقیقی منفی باشد آنگاه $CHOP(x-0.5)$ عمل گرد کردن عدد x را انجام می‌دهد.

۳) اگر x عدد حقیقی نامنفی باشد آنگاه $CHOP(100*x+0.5)/100$ عدد x را تا دو رقم اعشار با قطع کردن گرد می‌کند.

۴) اگر x عدد حقیقی باشد آنگاه $CHOP(100*x)/100$ عدد x را تا دو رقم اعشار با قطع کردن گرد می‌کند.

۱۶۶- مقدار تابع **f** به ازای $n=10$ چقدر است؟

```
function f(n)
begin
i ← 1; j ← 0; k ← 0 ;h ← 1;
while n > 0 do
begin
 if n mod 2 = 1 then
      begin
          t ← j * h; j ← i * h + j * k + t; i ← i * k + t;
      end
t ← h * h; h ← 2 * k * h + t; k ← k * k + t;
n ← n div 2;
end
return j;
end
```

۱) 10

۲) 21

۳) 34

۴) 55

۱۶۷- می‌خواهیم عناصر آرایه **N** عنصری **a** را ، یکی در میان (از هر دو عنصر یکی) و از آخر به اول به ترتیب در آرایه **b** از ابتدا به انتها ذخیره کنیم. کدام گزینه این را به درستی انجام می‌دهد؟ (**a** و **b** سراسری هستند). فراخوانی تابع از بیرون را store(N−1,0) در نظر بگیرید.

۱)
```
void store(n,i){
if(n<0)return;
b[i]=a[n];
store(n-2,i+1);}
```

۲)
```
void store(n,i){
if(n<0)return;
b[i+1]=a[n];
store(n-2,i+1);}
```

۳)
```
void store(n,i){
if(n<0)return;
b[i]=a[n];
store(n-2,i+2);}
```

۴)
```
void store(n,i){
if(n<0)return;
b[i+1]=a[n];
store(n-2,i+2);}
```

۱۶۸- کدام گزینه در مورد الگوریتم زیر نادرست است؟
(فرض کنید **x** آرایه‌ای **n** عضوی از مقادیر حقیقی است.)

```
g←0;s←0;
for i←1 to n do
  if x[i]+s>g then
   begin
     s←s+x[i]; g←s;
   end
  else if x[i]+s>0 then
   s←x[i]+s;
   else
   s←0;
return(g);
```

۱) مقدار g همیشه نامنفی است.
۲) مقدار s همیشه نامنفی است.
۳) مقدار g برای آرایهٔ x : ۲ ,−۳, ۱/۵ , −۱, ۳, −۲, −۳/۳ برابر ۲/۵ است.
۴) g، مجموع زیر دنباله پیوسته بیشینه در آرایهٔ x را حساب می‌کند و برای داده‌های تماماً منفی، صفر است.

۱۶۹- اگر $x='A'$ ، $y=2$ ، $z=5$ باشند، آنگاه مقدار عبارت زیر چند است؟

```
x!='a' || z+y<7 ? 10 : 7
```

۱) ۰
۲) ۱
۳) ۷
۴) ۱۰

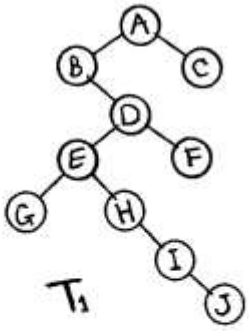
۱۷۰- دو رشته عبارت میانوندی E_1 و E_2 را داریم . در آنها غیر از چهار عمل اصلی، توان و پرانتز، از عملگر دیگری استفاده نشده است. اگر برای تبدیل عبارت E_1 از میانوندی به پسوندی به پشته‌ای به طول L_1 و برای تبدیل E_2 به پسوندی به پشته‌ای به طول L_2 نیاز باشد، برای تبدیل عبارت میانوندی $E_1 + (E_2)$ (اضافه کردن پرانتز به E_2 و الحاق آنها با اضافه کردن +)، طول پشته مورد نیاز چقدر است؟

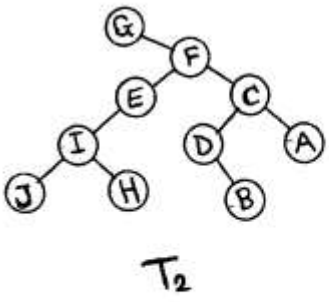
۱) $L_1 + L_2 + 2$
۲) $\max(L_1, L_2 + 2)$
۳) $\max(L_1, L_2 + 1) + 1$
۴) $\max(L_1, L_2) + 2$

۱۷۱- n داده از اعداد **floating point** داده‌شده است. می‌خواهیم دو عدد را پیدا کنیم که اختلاف آنها از همه کمتر باشد. زمان بهترین الگوریتم ممکن کدام است؟

۱) $O(n \log n)$
۲) $O(\log n)$
۳) $O(n^2)$
۴) $O(n)$

۱۷۲- دو درخت T_1 و T_2 را در نظر بگیرید. کدام دو پیمایش T_1 و T_2 دنباله‌های مشابه از گره‌ها تولید می‌کنند؟





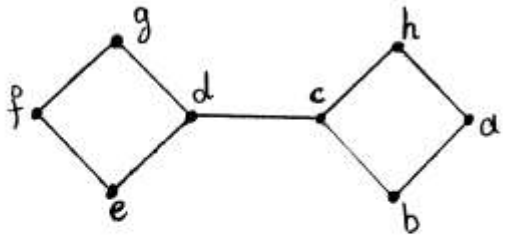
۱) پیش ترتیب T_1 و پس ترتیب T_2
۲) پس ترتیب T_1 و میان ترتیب T_2
۳) پس ترتیب T_1 و پیش ترتیب T_2
۴) پس ترتیب T_1 و پس ترتیب T_2

۱۷۳- فرض کنید **T** یک درخت دودویی با **k** برگ باشد، تعداد رأس‌های درخت حداکثر چندتاست؟

۱) $2k-1$ ۲) $k+1$

۳) k^2-1 ۴) 2^k-1

۱۷۴- گراف برچسب‌گذاری شدهٔ زیر چند درخت **DFS** با ریشه **h** دارد؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹

۱۷۵- فرض کنید **A** یک مجموعه شامل دو عضو **x** و **y** و **R** یک رابطه هم‌ارزی روی **A** باشد. کلاس هم‌ارزی هر عضو **x** را با $[x]$ نشان می‌دهیم. کدام عبارت می‌تواند نادرست باشد؟

۱) $x\in[x]$ و $y\in[y]$

۲) اگر $x\in[y]$ آنگاه $y\in[x]$

۳) اگر xRy و zRy آنگاه $y\in[x]\cap[z]$

۴) اگر $[x]\subseteq[y]$ و $[z]\subseteq[y]$ آنگاه $x\notin[y]\cap[z]$

۱۷۶- در گراف **G**، هر سه تایی مرتب مانند (a,b,c) با این شرط که **a**، **b** و **c** اعدادی از مجموعهٔ $\{0,1,2,3\}$ باشند، یک رأس است و دو رأس (a,b,c) و (a',b',c') مجاورند اگر و تنها اگر: $|a-a'|+|b-b'|+|c-c'|=1$

این گراف چند یال دارد؟

۱) ۶۴ ۲) ۱۲۸

۳) ۱۴۴ ۴) ۱۹۲

۱۷۷- پدری ۴۵ سیب یکسان را بین ۱۰ فرزندش توزیع کرده است. (این امکان وجود دارد که به بعضی از فرزندان سیبی نرسد). کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\binom{54}{9}$ راه برای این توزیع وجود دارد.

۲) الزاماً دو فرزند وجود دارند که به تعداد مساوی سیب گرفته‌اند.

۳) فرزندی که کمترین تعداد سیب را گرفته، حداکثر ۴ سیب دریافت کرده است.

۴) فرزندی که بیشتری تعداد سیب را گرفته، حداقل ۵ سیب دریافت کرده است.

۱۷۸- ضریب x^{10} در بسط دو جمله‌ای $(x+\frac{1}{x})^{100}$ کدام است؟

۱) $\binom{100}{10}$ ۲) $\binom{100}{15}$

۳) $\binom{100}{35}$ ۴) $\binom{100}{55}$

۱۷۹- مجموعه‌ای از ۱۰ خط در صفحه داریم که هیچ دوتای آن‌ها موازی نیستند و هیچ سه تای آن‌ها در یک نقطه مشترک نیستند. این خط‌ها صفحه را به چند ناحیه تقسیم می‌کنند؟

۱) ۵۴ ۲) ۵۵

۳) ۵۶ ۴) ۱۱۰

۱۸۰- اگر تابع مولد دنبالهٔ $\{a_n\}_{n\geq 0}$ برابر $e^{-x}(x+1)$ باشد، تابع مولد دنبالهٔ $\{n(n+1)a_n\}_{n\geq 0}$ کدام است؟

۱) $x^2e^{-x}(x-3)$ ۲) $x^2e^{-x}(-3x+1)$

۳) $x^2e^{-x}(3x+1)$ ۴) $x^2e^{-x}(x+3)$

دروس تخصصی ـ ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

۱۸۱- فرض کنید یک هرم کمینه شامل n عدد متمایز داده شده باشد. پنجمین کوچکترین عدد در کدام یک از درایه‌ها نمی‌تواند قرار بگیرد؟
(عنصر ریشهٔ هرم در درایهٔ شمارهٔ ۱ قرار دارد.)

۱) ۱ تا ۵ ۲) ۸ تا ۱۵

۳) ۱۶ تا ۳۱ ۴) ۳۲ تا ۶۳

۱۸۲- کدام یک از آرایه‌های زیر تشکیل یک minmax-heap را می‌دهد؟

۱) 7,70,40,30,9,10,15,45,50,30,20,12

۲) 7,70,40,15,9,10,30,45,50,30,20,12

۳) 7,70,40,30,15,10,9,45,30,20,12

۴) 7,70,40,30,9,10,15,12,50,30,20,45

۱۸۳- با چه هزینه زمانی می‌توان تشخیص داد یک درخت جستجوی دو دویی BST (Binary Search Tree) با n گره، یک درخت AVL است یا نه؟
(درخت AVL یک BST است که در آن فاکتور توازن هر گره برابر، -1، 0 و $+1$ می‌باشد و منظور از فاکتور توازن هر گره، اختلاف سطح (و یا ارتفاع) زیر درخت چپ آن گره با سطح (و یا ارتفاع) زیر درخت راست آن گره می‌باشد.)

۱) $\theta(n)$ ۲) $\theta(n^2)$

۳) $\theta(\log n)$ ۴) $\theta(n\log n)$

۱۸۴- جواب رابطهٔ بازگشتی زیر کدام است؟

$$T(n) = T(\frac{n}{2}) + T(\frac{n}{3}) + T(\frac{n}{4}) + n^2$$

۱) $T(n) = \theta(n)$ ۲) $T(n) = \theta(n^2)$

۳) $T(n) = \theta(n \log n)$ ۴) $T(n) = \theta(n^2 \log n)$

۱۸۵- کدام گزینه در مورد رابطهٔ بازگشتی $T(n)$ درست است؟

$$T(n) = \begin{cases} 8T(\frac{n}{2}) + \theta(1) & , n^2 > m \\ m & , n^2 \le m \end{cases}$$

(m یک متغیر مستقل از n است.)

۱) $T(n) \in \theta(\frac{n}{\sqrt{m}})$ ۲) $T(n) \in \theta((\frac{n}{\sqrt{m}})^3)$

۳) $T(n) \in \theta(\frac{n^3}{\sqrt{m}})$ ۴) $T(n) \in \theta(\log \frac{n}{\sqrt{m}})$

۱۸۶- آرایهٔ نامرتب $B[1...2n+1]$ شامل اعداد حقیقی را در نظر بگیرید. می‌خواهیم آرایهٔ $A[1...2n+1]$ را به صورت جایگشتی از آرایهٔ B ایجاد کنیم به طوری که:

$$A[1] \le A[2] \ge A[3] \le A[4] ... \le A[2n] \ge A[2n+1]$$

سریع‌ترین الگوریتم برای انجام این کار چه هزینهٔ زمانی خواهد داشت؟

۱) $\theta(n)$ ۲) $\theta(n^2)$

۳) $\theta(\log n)$ ۴) $\theta(n \log n)$

۱۸۷- آرایه‌ای شامل n عدد متمایز به صورت نامرتب داده شده است. می‌خواهیم مجموع تعداد $\log n$ عدد از بزرگترین اعداد موجود در این آرایه را محاسبه کنیم. بهترین الگوریتم برای انجام این کار دارای چه مرتبهٔ زمانی است؟

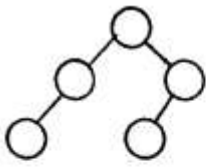
۱) $O(n)$ ۲) $O(\log n)$

۳) $O(\log^2 n)$ ۴) $O(n \log n)$

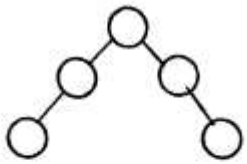
۱۸۸- با داده‌های زیر می‌خواهیم یک درخت BST بهینه (درخت جستجوی دودویی با کمترین زمان متوسط جستجو) بسازیم. ساختار درخت حاصل کدام است؟

داده‌ها :	A	B	C	D	E
احتمال جستجو :	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۰۵	۰/۱

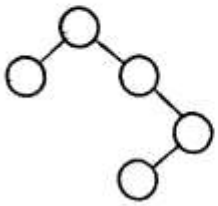
۱)



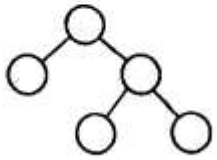
۲)



۳)



۴)



۱۸۹- فرض کنید n کاراکتر $a_1, a_2, \ldots, a_n$ هریک با فراوانی $f_1, f_2, \ldots, f_n$ در یک فایل متنی ظاهر شده‌اند. مقادیر f_i به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$f_1 = f_2 = 1$$

$$f_i = f_{i-1} + f_{i-2} \quad , \quad \forall i > 2$$

کدام یک از روابط زیر مجموع طول کدهافمن n کاراکتر را برحسب بیت به درستی بیان می‌کند؟

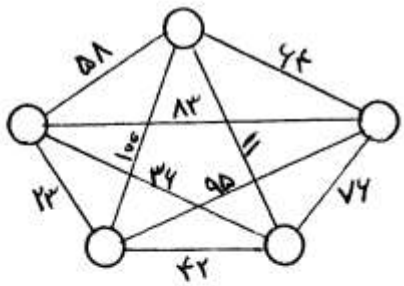
۱) $\frac{n(n+1)}{2}$

۲) $\frac{n(n+1)}{2} - 1$

۳) $\frac{n(n-1)}{2}$

۴) $\frac{n(n-1)}{2} - 1$

۱۹۰- در الگوریتم Kruskal برای گراف زیر، آخرین یال اضافه شده به درخت دارای چه وزنی است؟



۱) ۳۶

۲) ۵۸

۳) ۶۴

۴) ۷۶

۱۹۱- فرض کنید گراف بدون جهت $G=(V,E)$ وجود داشته باشد. می‌خواهیم بزرگترین زیر گراف در آن را پیدا کنیم به طوری که درجهٔ هر گره در این زیرگراف بزرگتر یا مساوی k باشد. بهترین الگوریتم برای انجام این کار چه هزینه‌ای خواهد داشت؟ (فرض کنید گراف G به صورت ماتریس مجاورت ذخیره شده باشد.)

۱) $O(n)$ ۲) $O(n^2)$

۳) $O(n\log n)$ ۴) $O(n^3)$

۱۹۲- اگر گراف G دارای $O(n)$ یال باشد، آنگاه G می‌تواند با چند رنگ، رنگ‌آمیزی شود؟

۱) $O(n)$ ۲) $O(\sqrt{n})$

۳) $O(n^2)$ ۴) $O(n\log n)$

۱۹۳- در مسئلهٔ کوله‌پشتی، اگر وزن کوله‌پشتی با یک تابع چند جمله‌ای از تعداد اشیاء محدود شود، آنگاه این مسئله متعلق به کدام رده از مسائل است؟

۱) NP ـ Complete ۲) NP ـ Hard

۳) CO ـ NP ۴) P

۱۹۴- فرض کنید $A\leq_p B$ بوده و A یک مسئلهٔ NP ـ کامل باشد. در مورد مسئلهٔ B کدام گزینه صحیح است؟

۱) مسئلهٔ B حتماً یک مسئلهٔ NP ـ کامل است.

۲) مسئلهٔ B نمی‌تواند جزء مسائل NP باشد.

۳) در رابطه با مسئلهٔ B نمی‌توان نظر داد.

۴) اگر $B\in NP$ باشد، آنگاه B یک مسئلهٔ NP ـ کامل است.

۱۹۵- در یک جدول درهم‌سازی با روش زنجیره‌ای، با فرض استفاده از تابع درهم‌سازی ساده‌ی یکنوا، یک جستجوی موفق و یک جستجوی ناموفق به طور میانگین به چه زمانی برحسب ضریب بارگذاری $\alpha=\frac{n}{m}$ نیاز دارد؟ (یک جدول درهم‌ساز به اندازه m در خود n عنصر را ذخیره کرده است).

۱) جستجو موفق به زمان $O(1)$ و جستجوی ناموفق به زمان $O(\alpha)$ نیاز دارد.

۲) جستجو موفق به زمان $O(1+\alpha)$ و جستجوی ناموفق به زمان $O(1)$ نیاز دارد.

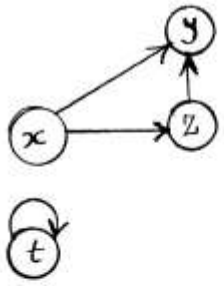
۳) هر دو به زمان $O(1+\alpha)$ نیاز دارند.

۴) هر دو به زمان $O(1)$ نیاز دارند.

۱۹۶- برای نمایش یک گراف جهت‌دار می‌توان از رشته یا رشته‌هایی موسوم بـه **k-formula** استفاده کرد. به عنوان مثال برای گراف زیر **k-formula** به صورت زیر است:

$\{**xyz, *zy, *tt\}$ -

$\{**xy*zy, *tt\}$



کدام‌یک از موارد زیـر در مـورد **k-formula** گـراف $G=(V,E)$ کـه در آن $|V|=n$ و $|E|=e$ است، نادرست می‌باشد؟

۱) تعداد *ها در یک k-formula برابر e است.

۲) اگر تعداد رشته‌های موجود در مجموعهٔ k-formula برای یک گـراف بـیش از یک رشته باشد، آنگاه گراف متصل نیست.

۳) حداقل تعداد رشته‌های k-formula برای یک گراف برابر است با تعداد گره‌های بـا درجه ورودی صفر.

۴) در صورتی که k-formula به صورت یک رشته باشد، آنگاه طول k-formula برابر $2e+1$ خواهد بود.

۱۹۷- حداقل باید چند سؤال در بدترین حالت از یک جمعیت ۱۰۰۰ نفری پرسید تـا فـرد مشهور را در صورت وجود در آن جمعیت یافت؟ (فرض بر این است که می‌توان از فرد x، سؤالی به صورت «آیا y را می‌شناسی؟» پرسید و منظور از فرد مشهور فردی است که همه او را می‌شناسند ولی او کسی را نمی‌شناسد.)

۱) 1998 ۲) 1999

۳) 2996 ۴) 2997

۱۹۸- فرض کنید **Fib(n)** نشان‌دهندهٔ جملهٔ nام دنباله فیبوناچی باشد، آنگاه سریع‌تـرین الگوریتم برای محاسبهٔ $Fib(n^2)$ دارای چه هزینهٔ زمانی خواهد بود؟

$(Fib(0)=0, Fib(1)=1)$

۱) $O(n)$ ۲) $O(\sqrt{n})$

۳) $O(n^2)$ ۴) $O(\log n)$

۱۹۹- تعداد درختان برچسب‌دار متفاوت با n گره با برچسب‌های ۱ تا n چند تا است؟

۱) n^{n-2} ۲) n^n

۳) $n!$ ۴) $\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$

۲۰۰- **برای پیدا کردن رأس برشی در یک گراف مرتبط به کمک جستجوی DFS باید الگوریتم DFS را از یک رأس دلخواه r شروع کنیم. حال اگر:**

۱) درخت فراگیر حاصل جستجو جنگل باشد در آن صورت رأس r برشی است.

۲) درخت فراگیر حاصل از جستجو دارای درجهٔ حداقل ۲ باشد، در آن صورت رأس r برشی است.

۳) درخت فراگیر حاصل از جستجو دارای درجهٔ حداقل ۱ باشد، در آن صورت رأس r برشی است.

۴) درخت فراگیر حاصل از جستجو یک جنگل با حداقل ۳ درخت باشد، در آن صورت رأس r برشی است.

دروس تخصصی- مبانی نظریه محاسبه

در سؤال‌های ۲۰۱ تا ۲۲۰ نماد λ نشان‌دهنده کلمه پوچ به طول صفر است.

۲۰۱- زبان $\left\{\circ\circ 1^{3+1393n} / n\in N\right\}\subseteq\{\circ,1\}^*$ ؟

۱) منظم است.

۲) مستقل از متن است ولی منظم نیست.

۳) مستقل از متن قطعی (DCF) است ولی منظم نیست.

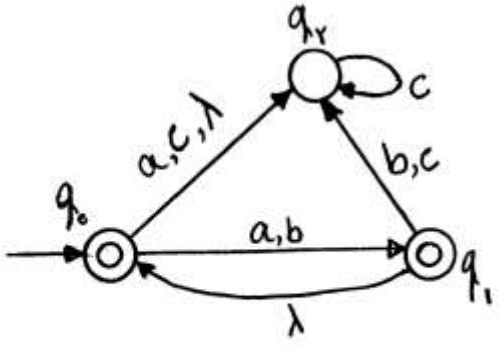
۴) مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی (DCF) نیست.

۲۰۲- **زبان $L\subseteq\{\circ,1\}^*$ دقیقاً شامل تمام کلماتی از $\{\circ,1\}^*$ است که تعداد زوجی صفر در آن‌ها ظاهر می‌شود. کدام یک از عبارات زیر L را توصیف می‌کند؟**

۱) $1^*(\circ 1^*\circ)^*1^*$ ۲) $(1^*\circ 1^*\circ 1^*)^*$

۳) $1^*(\circ 1^*\circ 1^*)^*$ ۴) هر سه مورد

۲۰۳- **گراف اتوماتون متناهی زیر را در نظر بگیرید و فرض کنید که L_i $(i\in\{\circ,1,2\})$ زبان اتوماتون متناهی با گراف زیر باشد که حالت شروع آن q_i است. مجموعه $L_\circ\cap L_1\cap L_2$ کدام است؟**



۱) ϕ

۲) $\{\lambda\}$

۳) $\{a,b\}^*$

۴) a^*+b^*

۲۰۴- زبان L از کلیه کلمات $w \in \Sigma^*$ تشکیل شده است که w زیر رشته ثابت و مشخص x به طول n که دارای k حرف متمایز است را دارا است. حداقل تعداد حالات یک اتوماتون قطعی برای توصیف L کدام است؟

۱) $n+2$ ۲) $n+1$

۳) $k+1$ ۴) $n+k$

۲۰۵- کدام گزینه صحیح است؟

۱) زبان $L = \{\omega\omega / \omega \in \Sigma^*\}$ برای هر مجموعه الفبای متناهی Σ نامنظم است.

۲) مجموعه تمام زبان‌های منظم روی الفبای $\{0,1\}$ ناشمارا است.

۳) هر زبان منظم نامتناهی فقط شامل متناهی زیر مجموعه نامتناهی منظم است.

۴) اگر یک DFA با n حالت تمام کلمات با طول کوچکتر از n در Σ^* را بپذیرد، آنگاه زبان آن برابر Σ^* خواهد بود.

۲۰۶- گرامر زیر کدام یک از زبان‌های داده شده را توصیف می‌کند؟

$$G: \begin{cases} S \to aSb \mid bY \mid Ya \\ Y \to bY \mid aY \mid \lambda \end{cases}$$

۱) $\{a^n b^m \mid n \neq m\}$

۲) $\{a,b\}^* - \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

۳) $\{a^m b^n \mid m,n > 0\} \cup \{b^n a^m \mid m,n > 0\}$

۴) $\{a^n b^m \mid n \neq m\} \cup \{b^n a^m \mid n,m > 0\}$

۲۰۷- زبان ناتهی و مستقل از متن L با گرامر $G = (V, \Sigma, S, P)$ به فرم نرمال چامسکی توصیف می‌شود که در آن V مجموعه متغیرها (سمبل‌های غیرپایانی) و P مجموعه قوانین است. آنگاه بهترین کران بالا برای طول کوتاهترین عضو L کدام است؟

۱) $2^{|P|-1}$ ۲) $2^{|P|+1}$

۳) $2^{|V|+1}$ ۴) $2^{|P|+|V|}$

۲۰۸- کدام یک از گرامرهای داده شده زبان $L=\{\circ^i 1 \circ^j 1 \circ^k \mid j>i+k\}$ را توصیف می‌کنند؟

۱) $S\to ABC, A\to \circ A1\mid \lambda, B\to 1B\circ\mid \lambda$
$C\to 1C\mid 1$

۲) $S\to ABC, A\to 1A\circ\mid \lambda, B\to 1B\mid 1$
$C\to \circ A1\mid \lambda$

۳) $S\to ABC, A\to 1A\mid 1, B\to \circ B1\mid \lambda$
$C\to 1C\circ\mid \lambda$

۴) $S\to ABC, A\to \circ A1\mid \lambda, B\to 1B\mid 1$
$C\to 1C\circ\mid \lambda$

۲۰۹- کدام گزینه صحیح است؟

۱) هر ماشین PDA قطعی حتماً λ – transition ندارد.

۲) هر ماشین PDA که λ – transition نداشته باشد یک ماشین قطعی (DPDA) است.

۳) هر زبان مستقل از متن می‌تواند با یک PDA با حداکثر دو حالت توصیف شود.

۴) هر PDA قطعی برای هر ورودی حتماً از مقدار متناهی از پشته (stack) خود استفاده می‌کند.

۲۱۰- گرامر زیر را در نظر بگیرید،

$$G:\begin{cases} S\to \lambda \\ S\to \circ S11\circ \\ S\to SX \\ X\to \circ 11X \\ X\to \lambda \end{cases}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱) در هر گرامر G' معادل G متغیر Y که متغیر شروع نیست وجود دارد به طوریکه $Y\to \lambda$.

۲) در هر گرامر G' معادل G با متغیر شروع S' باید یک قانون به صورت $S'\to \lambda$ موجود باشد.

۳) گرامر $G'=(V,\{\circ,1\},S',P)$ معادل G وجود دارد که در آن برای هیچ متغیری مثل X، نمی‌توان داشت $X\Rightarrow^* X\alpha$ که $\alpha\in (V\cup\{\circ,1\})$

۴) در هر گرامر G' معادل G با متغیر شروع S' حتماً می‌توان داشت $S'\Rightarrow^* S'\alpha$ که α شامل سمبل‌های پایانی و غیرپایانی است.

۲۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

«برای هر PDA داده شده P با زبان حالات پایانی $L \subseteq \Sigma^*$، ماشین تورینگ قطعی (deterministic) T وجود دارد که یک کودینگ از توصیف P را به عنوان ورودی گرفته و در زمان متناهی .....»

۱) کودینگ یک PDA را ارائه می‌دهد که زبان حالات پایانی آن L است و تعداد حالات آن اکیداً کمتر از ۱۳۹۳ است.

۲) توصیف یک PDA قطعی (deterministic) با زبان L را ارائه می‌دهد.

۳) کدینگ یک گرامر را ارائه می‌دهد که زبان آن L است و همه قوانین آن به صورت $X \to \alpha$ است که X متغیر (غیرپایانی) و α یک رشته از متغیرها و سمبل‌های Σ است.

۴) کدینگ یک گرامر را ارائه می‌دهد که زبان آن L است و هیچ قانونی به صورت $X \to Y$ که در آن X و Y متغیر (غیرپایانی) هستند، ندارد.

۲۱۲- **برای زبان داده شده $L \subseteq \{0,1\}^*$،**

۱) فقط تعداد متناهی ماشین تورینگ با زبان L وجود دارد.

۲) مجموعهٔ ماشین‌های تورینگ با زبان L حتماً نامتناهی عضو متمایز دارد.

۳) تعداد ماشین‌های تورینگ با زبان L وابسته به طول کوچکترین کلمه در L است.

۴) تعداد ماشین‌های تورینگ با زبان L وابسته به نوع انتخاب کودینگ برای ماشین‌های تورینگ است.

۲۱۳- کدام گزینه نادرست است؟

«برای هر PDA داده شده P با q حالت، ماشین تورینگ قطعی T وجود دارد به طوری که $L(T) = L(P)$ و ...»

۱) تعداد حالات ماشین T کمتر یا مساوی 4^q است.

۲) هد ماشین تورینگ T فقط می‌تواند به سمت راست حرکت کند.

۳) تعداد سمبل‌های ماشین T دقیقاً با تعداد سمبل‌های P برابر است.

۴) T فقط یک نوار یک طرفه دارد که از سمت چپ محدود است.

۲۱۴- **ماشین تورینگ قطعی دو نواره T با زبان $L \subseteq \Sigma^*$ داده شده است. آنگاه ....**

۱) می‌توان ماشین تورینگ T' را در زمان متناهی ساخت که برای هر ورودی که T پاسخ yes بدهد T' پاسخ no بدهد.

۲) می‌توان ماشین تورینگ قطعی T' با زبان L^c (متمم L) را در زمان متناهی ساخت.

۳) ماشین تورینگ T' با زبان L^c همواره وجود دارد ولی توصیف آن همواره محاسبه‌پذیر نیست.

۴) می‌توان ماشین تورینگ غیرقطعی T' با زبان L^c را در زمان متناهی ساخت.

۲۱۵- فرض کنید زبان $R = \{0, 110, 000\}$ داده شده باشد. آنگاه برای هر PDA داده شده P که 0 و 1 در الفبای پشته آن باشد زبان L_P شامل تمام ورودی‌هایی است که P کل ورودی را خوانده و می‌تواند در حالتی قرار بگیرد که در آن لحظه محتوی پشته دقیقاً یکی از کلمات R (از بالا به پایین) است. آنگاه .....

۱) زبان L_P لزوماً مستقل از متن نیست.

۲) زبان L_P لزوماً منظم است.

۳) زبان L_P همواره مستقل از متن است ولی لزوماً قطعی نیست.

۴) زبان L_P لزوماً مستقل از متن قطعی است ولی لزوماً منظم نیست.

۲۱۶- اگر $L \subseteq \Sigma^*$ یک زبان منظم باشد .....

۱) تعداد زبان‌های متمایز و مستقل از متن زیرمجموعهٔ متمم L لزوماً متناهی است.

۲) همواره تعداد کافی (احتمالاً نامتناهی) زبان منظم A_i وجود دارند به طوری که $L - \bigcup_{i \in I} A_i = \phi$

۳) تعداد زبان‌های متمایز و مستقل از متن زیرمجموعهٔ متمم L لزوماً نامتناهی است.

۴) $\Sigma^* - L^*$ لزوماً متناهی است.

۲۱۷- کدام گزاره درست است؟

۱) اگر $L \subseteq \{0\}^*$ آنگاه L مستقل از متن است.

۲) اگر L_1 مستقل از متن و L_2 چنین نباشد آنگاه $L_1 \cap L_2$ مستقل از متن نیست.

۳) $L = \{a^i b^j c^k d^l a^l b^k c^j d^i \mid i, j, k, L \geq 0\}$ مستقل از متن نیست.

۴) اگر L زبان مستقل از متن باشد آنگاه $\text{reverse}(L) = \{w^R \mid w \in L\}$ نیز مستقل از متن است.

۲۱۸- عدد ثابت $k \in \mathbb{N} > 0$ و زبان $L \subseteq \{0,1\}^*$ مفروضند. اگر بدانیم $L.\{@\}^k$ یک زبان منظم است، آنگاه

۱) L لزوماً منظم است.

۲) فقط در صورتی که L زبانی نامتناهی باشد می‌توان نتیجه گرفت که L منظم است.

۳) فقط در صورتی که L زبانی متناهی باشد می‌توان نتیجه گرفت که L منظم است.

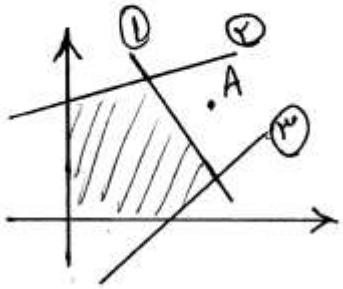
۴) فقط برای $k = 1$ می‌توان نتیجه گرفت L منظم است.

۲۱۹- کدام گزینه نادرست است؟
« برای PDA داده شده P با حروف ورودی Σ »
۱) الگوریتمی وجود دارد که در زمان متناهی پاسخ سؤال $L(P)\overset{?}{=}\phi$ را مشخص می‌کند.
۲) الگوریتمی وجود دارد که برای هر $w\in\Sigma^*$ در زمان متناهی پاسخ $w\overset{?}{\in}L(P)$ را مشخص می‌کند.
۳) الگوریتمی وجود دارد که در زمان متناهی پاسخ سؤال $L(P)\overset{?}{=}\Sigma^*$ را مشخص می‌کند.
۴) در زمان متناهی می‌توان الگوریتمی را ارائه کرد که برای هر $w\in\Sigma^*$ در زمان متناهی پاسخ $w\overset{?}{\in}L(P)$ را مشخص کند.

۲۲۰- اگر L_1 و L_2 دو زبان با الفبای تک عضوی $\Sigma=\{1\}$ باشند، آنگاه:
۱) $L_1\cap L_2$ همواره r.e. است. ۲) $L_1\cup L_2$ همواره r.e. است.
۳) $L_1.L_2$ همواره r.e. است. ۴) هیچکدام

دروس تخصصی- تحقیق در عملیات ۱

۲۲۱- ناحیه شدنی یک مساله برنامه‌ریزی خطی با قیود $\leq$ به صورت زیر است (s_1، s_2 و s_3 به ترتیب متغیرهای لنگی (کمکی) برای قیود ۱، ۲، ۳ هستند.) در نقطه‌ی A، عبارت $s_1s_2+s_1s_3...$.



۱) منفی است ۲) صفر است
۳) مثبت است ۴) می‌تواند مثبت یا منفی باشد

۲۲۲- اگر به یک مساله برنامه‌ریزی خطی که جواب بهینه دارد، یک ستون جدید همراه با یک متغیر جدید با ضریب ناصفر در تابع هدف اضافه کنیم، آن گاه دوگان مساله‌ی جدید .... .
۱) همواره شدنی است ۲) می‌تواند نامتناهی باشد
۳) یا ناشدنی است یا نامتناهی ۴) یا جواب بهینه دارد یا ناشدنی است

۲۲۳- مسأله‌ی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max Z = ۲x_۱ + ۲x_۲$$
$$\text{s.t.}$$
$$x_۱ + x_۲ = ۲$$
$$x_۱ - x_۲ = ۰$$
$$x_۱ \ , \ x_۲ \geq ۰$$

$u_۱$ و $u_۲$ را به ترتیب متغیرهای دوگان مربوط به این مساله بگیرید. به ازای هر جواب بهینه برای دوگان این مسأله، داریم: ... .

۱) $u_۱ = ۱ ، u_۲ = ۰$ ۲) $u_۲ = ۰ ، u_۱ = ۲$

۳) $u_۱ = u_۲ = ۰$ ۴) $u_۱ + u_۲ = ۲$

۲۲۴- فرض کنید متغیر x_j نشان دهنده میزان خرید کالای j-ام است. استراتژی تصمیم گیرنده بر آن است که از این کالا، یا اصلاً خرید نکند یا دست کم l_j واحد خریداری کند. کدام دسته از قیود زیر، این وضعیت را مدل سازی می‌کند؟ (فرض کنید m یک عدد به اندازه کافی بزرگ است.)

۱) $y_j \in \{۰,۱\} \ ، \ l_j m \leq x_j \leq y_j$

۲) $y_j \in \{۰,۱\} \ ، \ l_j y_j \leq x_j \leq y_j$

۳) $y_j \in \{۰,۱\} \ ، \ l_j y_j \leq x_j \leq m y_j$

۴) $y_j \in \{۰,۱\} \ ، \ l_j \leq x_j \leq m y_j$

۲۲۵- مساله اولیه (P) را به صورت

$$\max u = v_۱ - v_۲$$
$$\text{s.t.}$$
$$v_۱ + v_۲ = ۱ \qquad (P)$$
$$-v_۱ - v_۲ = -۱$$

در نظر بگیرید دوگان مساله (P) را (D) بنامید. در این صورت، ... .

۱) (P) نامتناهی و (D) ناشدنی است ۲) (P) و (D) هر دو جواب بهینه دارند

۳) (P) ناشدنی و (D) نامتناهی است ۴) (P) و (D) هر دو ناشدنی‌اند

۲۲۶- مساله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \ z = -۳x_۱ + x_۲$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_۱ + x_۲ \leq ۶ \\ -x_۱ + x_۲ \leq ۳ \\ -۳x_۱ + x_۲ \leq ۳ \\ x_۱ \ , \ x_۲ \geq ۰ \end{cases}$$

در این صورت، مساله ... .

۱) بی‌کران است ۲) جواب بهینه تباهیده دارد

۳) جواب بهینه چندگانه دارد ۴) جواب بهینه ناتباهیده دارد

۲۲۷- اگر دستگاه $Ax = 0$، $x \geq 0$، $c^T x > 0$ جواب نداشته باشد، آن‌گاه دستگاه ... جواب دارد.

۱) $A^T u \leq c$ ۲) $A^T u \geq c$

۳) $u \geq 0, A^T u \geq c$ ۴) $u \leq 0, A^T u \leq c$

۲۲۸- مساله برنامه‌ریزی خطی را به صورت

$$\begin{aligned} &\min z = c^T x \\ &\text{s.t.} \\ &\quad Ax = 0 \\ &\quad 0 \leq x \leq u \end{aligned} \qquad (P)$$

و دوگان آن (D) را در نظر بگیرید. کدام گزینه صحیح است؟

۱) (D) نامتناهی نیست.

۲) (P) و (D) هر دو می‌توانند ناشدنی باشند.

۳) (P) و (D) هر دو جواب بهینه دارند.

۴) (D) شدنی است ولی (P) می‌تواند ناشدنی باشد.

۲۲۹- فرض کنید که دستگاه:

$$\begin{aligned} &A^T v = c \\ &v \geq 0 \end{aligned}$$

جواب دارد. در این صورت، به ازای هر x، جواب دستگاه $Ax \leq 0$، مقدار $c^T x$ ... .

۱) نامثبت است ۲) نامنفی است

۳) می‌تواند مثبت، صفر یا منفی باشد ۴) همواره برابر با صفر است

۲۳۰- مساله‌ی (P) را به صورت

$$\begin{aligned} &\min w = \sum_{i=1}^{m} y_i \\ &\text{s.t.} \quad Ax + y = b \\ &\quad x \geq 0 \\ &\quad y \geq 0 \end{aligned} \qquad (P)$$

به عنوان مساله مرحله یک برای تعیین شدنی بودن دستگاه (Q) به صورت $Ax = b$ ، $x \geq 0$، در نظر بگیرید. فرض کنید که در یک جدول سیمپلکس اولیه برای (P)، متغیر پایه‌ای y_i نامزد خروج از پایه شده است. در این صورت، ... .

۱) (Q) نمی‌تواند نامتناهی باشد

۲) y_i را نمی‌توان از مساله (P) حذف کرد

۳) y_i و ستون وابسته به آن را می‌توان از جدول حذف کرد

۴) (P) و (Q) هر دو شدنی‌اند

۲۳۱- مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی (P) را به صورت

$$\min z = c^T x$$
$$\text{s.t.} \quad Ax \le 0 \qquad (P)$$
$$x \ge 0$$

در نظر بگیرید. اگر دستگاه $Ax \le 0$ ، $x \ge 0$ ، $c^T x < 0$ جوابی نداشته باشد، آن گاه مساله‌ی (P) ... .

۱) می‌تواند ناشدنی باشد ۲) می‌تواند نامتناهی باشد

۳) جواب بهینه دارد ۴) و دوگان آن هر دو ناشدنی‌اند

۲۳۲- مساله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max z = c^T x$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} Ax \le b \\ x \ge 0 \end{cases}$$

اگر x^* یک جواب شدنی برای مساله باشد به طوری که $\begin{cases} Ax^* < b \\ x^* > 0 \end{cases}$ ، آن گاه x^* ... .

۱) یک نقطه رأسی بهینه است ۲) یک جواب پایه‌ای شدنی غیر بهینه است

۳) یک نقطه غیر رأسی بهینه است ۴) نمی‌تواند یک جواب بهینه باشد

۲۳۳- یک جواب شدنی برای مساله حمل و نقل در جدول زیر نشان داده شده است. اگر x_{11} تنها متغیر ورودی به پایه باشد، گزینه درست را انتخاب کنید.

مقصد / مبدا	۱	۲	۳	عرضه
۱	a	۱۰۰	۵۰	
۲	۴ ۲۰۰	b	۵ ۱۵۰	
تقاضا				

۱) $a > ۶$ و $b < ۱$ ۲) $a < ۶$ و $b > ۱$

۳) $a < ۶$ و $b < ۱$ ۴) $a > ۶$ و $b > ۱$

۲۳۴- با فرض $0 < \alpha < 2$ ، هزینه بهینه در جدول تخصیص زیر برابر کدام است؟

α	۴	۳	۲
۵	α	۳	۷
۴	۵	۱	۳
۲	۳	۱	۶

۱) $2 - 2\alpha$ ۲) $2 + 2\alpha$

۳) $4 - 2\alpha$ ۴) $4 + 2\alpha$

۲۳۵- جدول زیر، یک جدول روش M- بزرگ برای یک مسأله مینیمم‌سازی خطی با قیود بزرگ‌تر یا مساوی است. s_i و R_i به ترتیب متغیرهای کمکی و مصنوعی (تصنعی) متناظر با قید i-ام هستند. مقدار $\alpha+\beta+\theta$ برابر است با ... .

	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R_1	R_2	R_3	RHS
Z	۱	۱+۲M	۰	−M	۲+M	۰	۰	t	−M	−۲+M
	۰	۲	۰	−۱	۱	۰	۱	α	۰	۱
	۰	−۱	۱	۰	−۱	۰	۰	θ	۰	۱
	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۰	β	−۱	۲

۱) −۱ ۲) ۰
۳) +۱ ۴) M

۲۳۶- در جدول سوال ۲۳۵، اگر x_1 وارد شونده باشد، به جای β در جدول جدید چه مقدار قرار می‌گیرد؟

۱) $\frac{\beta}{۲}-\alpha$ ۲) $\frac{\beta}{۲}+\alpha$
۳) $\beta-\frac{\alpha}{۲}$ ۴) $\beta+\frac{\alpha}{۲}$

۲۳۷- اگر $\bar{x}$ یک نقطه رأسی ناحیه شدنی مساله برنامه‌ریزی خطی استاندارد با ماتریس ضرایب A باشد، آن‌گاه .... .
۱) متناظر با $\bar{x}$ بیش از یک پایه شدنی وجود دارد
۲) $\bar{x}$ یک جواب پایه‌ای شدنی تباهیده است
۳) متناظر با $\bar{x}$ تنها یک پایه شدنی وجود دارد
۴) ستون‌های متناظر با مؤلفه‌های مثبت $\bar{x}$ در ماتریس A مستقل خطی هستند

۲۳۸- اگر ناحیه شدنی یک مساله برنامه‌ریزی خطی مینیمم‌سازی بی‌کران باشد، آن‌گاه مساله ... .
۱) می‌تواند مقدار بهینه مثبت داشته باشد
۲) نامتناهی است
۳) مقدار بهینه‌ی منفی دارد
۴) جواب‌های چندگانه دارد

۲۳۹- فرض کنید برای یک مساله برنامه‌ریزی خطی استاندارد، یک جدول سیمپلکس مربوط به یک پایه‌ی B، $m \times m$، در دست است، و با استفاده از یک قاعده‌ی محورگزینی مشخص شده است که ستون مربوط به متغیر غیر پایه‌ای x_k به جای ستون مربوط به متغیر پایه‌ای x_{Br} در پایه‌ی جدید قرار می‌گیرد. در این صورت، $\hat{B}^{-1}$، وارون پایه‌ی جدید، به صورت $\hat{B}^{-1} = EB^{-1}$ محاسبه می‌شود که در آن، E در ... ستون با ماتریس همانی متفاوت است.

۱) r ۲) یک

۳) m ۴) $\min(m, r)$

۲۴۰- برای یک مساله برنامه‌ریزی خطی، گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.

۱) بین نقاط رأسی و جواب‌های پایه‌ای شدنی تناظر یک به یک وجود دارد.

۲) متناظر با هر نقطه رأسی تنها یک پایه شدنی وجود دارد.

۳) متناظر با هر پایه شدنی تنها یک نقطه رأسی وجود دارد.

۴) اگر مساله دارای جواب بهینه‌ی چندگانه باشد، آن‌گاه دست کم دو نقطه‌ی رأسی بهینه داریم.