

<p>به نام خدا</p> <p>نام و نام خانوادگی:</p> <p>شماره دانشجویی:</p> <p>مقطع و رشته تحصیلی:</p>	<p>آزمون میان ترم ریاضی مهندسی</p> <p>یکشنبه ۲۶ آذرماه ۱۳۹۱ ساعت ۱۲</p> <p>مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه</p> <p>با آرزوی موفقیت. انزایی نژاد</p>
--	--

۸	<p>(۱) تابع زیر را در نظر بگیرید:</p> $f(t) = t^2, \quad -\pi < t < \pi, \quad T = 2\pi$ <p>(الف) نمودار تابع را در سه دوره تناوب رسم کنید.</p> <p>(ب) مقدار سری فوریه در $t = 2$ چقدر است؟</p> <p>(ج) ضرایب سری فوریه تابع را به دست آورید.</p> <p>(د) با استفاده از سری فوریه تابع مقدار سری عددی $\sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2}$ را به دست آورید.</p> <p>(ه) سری فوریه تابع زیر را به دست آورید:</p> $g(t) = t^2 + \sin 3t + \frac{1}{2}, \quad -\pi < t < \pi, \quad T = 2\pi$ <p>(و) در معادله دیفرانسیل زیر تابع $f(t)$ همان تابع تعریف شده در ابتدای مسأله است:</p> $y'' + \omega^2 y = f(t)$ <p>در دو حالت یکی حالتی که ω یک عدد غیر صحیح باشد و دیگری حالت $\omega = 4$ معادله دیفرانسیل را حل کنید. می توانید برای حل این قسمت ضرایب سری فوریه $f(t)$ را a_0, a_n و b_n در نظر بگیرید.</p>
۴/۵	<p>(۲) تابع زیر را در نظر بگیرید:</p> $f(t) = \sin t $ <p>(الف) نمودار تابع را در چند دوره تناوب رسم کنید.</p> <p>(ب) مشتق مرتبه اول و دوم این تابع را به دست آورده و در چند دوره تناوب رسم کنید.</p> <p>(ج) ضرایب سری فوریه تابع را به دست آورید. (با استفاده از روش مشتق گیری)</p>
۳ ۲	<p>(۳) (الف) اتحاد پارسوال را برای دو تابع $f(t)$ با ضرایب سری فوریه a_0, a_n و b_n و تابع $g(t)$ با ضرایب سری فوریه a'_0, a'_n و b'_n ثابت کنید:</p> $\frac{1}{T} \int_T f(t)g(t)dt = a_0a'_0 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n a'_n + b_n b'_n)$ <p>(ب) اگر $f(t) = g(t)$، اتحاد پارسوال چه مفهوم و اهمیتی دارد؟</p>
۲/۵	<p>(۴) با فرض $k > 0$، با استفاده از انتگرال فوریه یک تابع مناسب، ثابت کنید:</p> $\int_0^{\infty} \frac{\cos \omega t}{k^2 + \omega^2} d\omega = \frac{\pi}{2k} e^{-kt}, \quad t > 0$

$\int t^2 \cos at dt = \left(\frac{t^2}{a} - \frac{2}{a^3} \right) \sin at + \frac{2t}{a^2} \cos at$	$\int t^2 \sin at dt = \left(\frac{2}{a^3} - \frac{t^2}{a} \right) \cos at + \frac{2t}{a^2} \sin at$
$\int e^{at} \cos btdt = \frac{ae^{at} \cos bt + be^{at} \sin bt}{a^2 + b^2}$	$\int e^{at} \sin btdt = \frac{ae^{at} \sin bt - be^{at} \cos bt}{a^2 + b^2}$