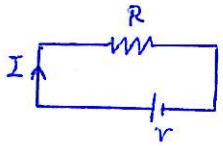
فصل سوم: مدارهای الکتریکی

جریان الکتریکی



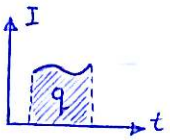
بار عبوری در واحد زمان

- جریان متوسط ← $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$
- جریان لحظه‌ای ← $I = \frac{dq}{dt}$ (آمپر)

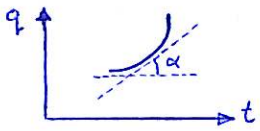
$1\,A = 1\,\frac{C}{s}$ ← (یکای شدت جریان)

جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر

تعداد الکترون‌های عبوری در مدت t از هر مقطع مدار:



$q = ne \rightarrow It = ne \rightarrow n = \frac{It}{e}$

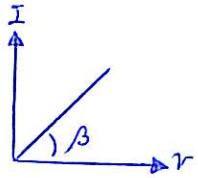


$\tan\alpha = I = \frac{dq}{dt}$

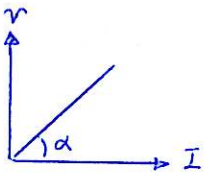
قانون اهم

$R = \frac{V}{I}$

نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانای فلزی به شدت جریانی که از آن می‌گذرد، در دماهای ثابت، مقدار ثابتی است که به آن مقاومت الکتریکی گوئیم و یکای آن اهم است.



شیب خط $\rightarrow \frac{1}{R}$



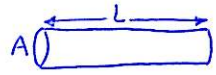
شیب خط $\rightarrow R$

هرچه شیب نمودار $I-V$ بیشتر باشد یعنی مقاومت الکتریکی بیشتر است.

در دماهای ثابت، مقاومت یک رسانا به V و I بستگی ندارد و با تغییر این دو پارامتر هیچ تغییری نمی‌کند.

مقاومت الکتریکی

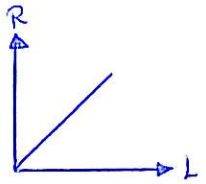
مقدار مقاومت رسانا فقط به مشخصات فیزیکی خود بستگی دارد.

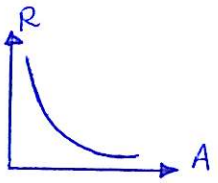


$R = \rho \frac{L}{A}$

- L → طول رسانا
- A → مساحت مقطع رسانا
- ρ → مقاومت ویژه رسانا

$\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta\theta)$ ← مقاومت ویژه تابع جنس و دماست.

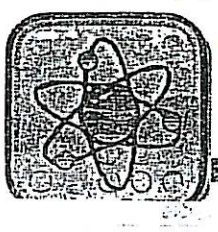




اگر D قطر مقطع سیم باشد ← $R = \rho \frac{L}{\frac{\pi D^2}{4}}$

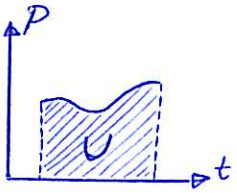
سیمی به مقاومت R را می‌کشیم تا بدون تغییر جرم طولش n برابر شود ← مقاومت این سیم n^2 برابر خواهد شد.

سیمی به مقاومت R را می‌کشیم تا بدون تغییر جرم مقطع آن $\frac{1}{n}$ برابر شود ← مقاومت این سیم n^4 برابر خواهد شد.



مقاومت الکتریکی

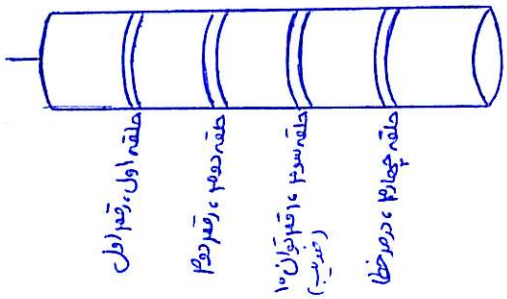
- مقاومت نهایی $R = R_0(1 + \alpha\Delta\theta)$ و تغییر مقاومت $\Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta$
- α ضریب دمایی مقاومت ← گاه $\frac{1}{K}$
- در رسانای فلزی افزایش دما سبب افزایش مقاومت ویژه و در نتیجه افزایش مقاومت رسانا می‌شود.
- درصد تغییر مقاومت ← $\frac{\Delta R}{R_0} = \alpha \Delta\theta$
- در رسانای غیرفلزی (کربن، سلیسیم، ژرمانیوم و ...) اگر دما را افزایش دهیم مقاومت الکتریکی کاهش می‌یابد.
- انرژی مقاومت: $U = VIt = RI^2t = \frac{V^2}{R}t$ (ژول)
- توان مقاومت: $P = \frac{U}{t} = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$



$1\ Kwh = 3{,}6 \times 10^6\ J$

رنگ‌گذاری مقاومت

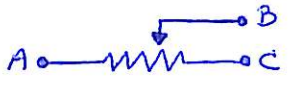
روی بدنهٔ مقاومت حلقه‌های رنگی چاپ می‌کنند که با رنگ‌گذاری عددی مخصوص می‌توان مقدار آن را تعیین کرد:



$\overline{ab} \times 10^n$

- a: رقم اول
- b: رقم دوم
- n: رقم سوم

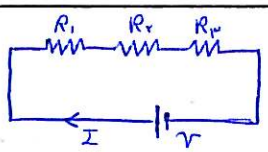
مقاومت متغیر (رئوستا)



- در آزمایشگاه‌ها برای تنظیم و کنترل جریان از رئوستا مقاومت متغیر استفاده می‌کنند.
- به صورت سری در مدار بسته می‌شود و از افزایش شدت جریان جلوگیری می‌کند.
- برای استفاده از رئوستا ابتدا آن را با بیشترین مقدار مقاومت در مدار قرار می‌دهند سپس با لغزنده، مقاومت مناسب را برای جریان مورد نظر تنظیم می‌کنند.

به هم بستن مقاومت‌ها

سری



$V_t = V_1 + V_2 + V_3$

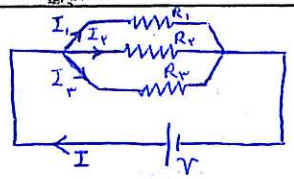
$I_t = I_1 = I_2 = I_3$

$R_T = R_1 + R_2 + R_3$

- برای n مقاومت سری مشابه ← $R_T = nR$

- مقاومت معادل مقاومت‌های سری از مقاومت تک تک مقاومت‌ها بیشتر است، حتی از بزرگترینشان.
- هرچه تعداد مقاومت‌های سری زیاد شود، مقاومت معادل نیز افزایش می‌یابد.

موازی



$I_t = I_1 + I_2 + I_3$

$V_t = V_1 = V_2 = V_3$

$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

برای ۲ مقاومت: $R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

- برای n مقاومت موازی مشابه ← $R_T = \frac{R}{n}$

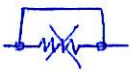
- مقاومت معادل مقاومت‌های موازی از مقاومت تک تک مقاومت‌ها کمتر است، حتی از کوچکترینشان.
- هرچه تعداد مقاومت‌ها زیاد شود، مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

نکته

- مقاومت‌های موازی:
  - اگر تعداد مقاومت‌های موازی را زیاد کنیم، مقاومت معادل کم می‌شود.
  - اگر مقدار مقاومت‌های موازی را زیاد یا کم کنیم، مقاومت معادل هم زیاد یا کم خواهد شد.
- مقاومت‌های سری:
  - اگر تعداد مقاومت‌های سری را زیاد کنیم، مقاومت معادل زیاد می‌شود.
  - اگر مقدار مقاومت‌های سری را زیاد یا کم کنیم، مقاومت معادل هم زیاد یا کم خواهد شد.

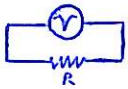
اتصال کوتاه

اگر ۲ نقطه از مدار را با سیم بدون مقاومت به هم وصل کنیم، مدار دچار اتصال کوتاه می‌شود و قطعات بین این ۲ نقطه کلاً از کار خواهند افتاد، زیرا این ۲ نقطه، هم‌پتانسیل می‌شوند و تمام جریان از سیم اتصال کوتاه خواهد گذشت.



اجزاء و وسایل اندازه‌گیری

ولت‌سنج یا ولت‌متر



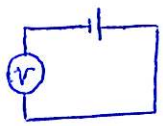
- برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل در مدار
- مقاومت آن در حالت ایده‌آل برابر بی‌نهایت است.
- به حالت موازی در مدار بسته می‌شود.
- اگر به صورت سری در مدار بسته شود، جریان عبوری از مدار برابر صفر می‌شود. ($R \simeq \infty$ ولت‌سنج)

آمپرسنج یا میلی‌آمپرسنج یا میکروآمپرسنج

- برای اندازه‌گیری شدت جریان در مدار
- مقاومت آن در حالت ایده‌آل برابر صفر است.
- به صورت سری در مدار بسته می‌شود.
- اگر به صورت موازی در مدار بسته شود، مقاومت را از مدار حذف می‌کند (اتصال کوتاه، $R \simeq 0$)
- اگر ایده‌آل نباشد ← مقاومت مدار بیشتر از مقدار واقعی خواهد بود و شدت جریان مدار کمتر از مقدار واقعی است.

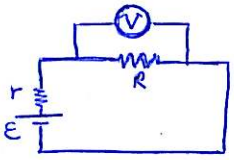
☑ نیروی محرکه الکتریکی

- اختلاف پتانسیل دو سر پیل وقتی از آن جریان نمی‌گذرد معادل نیروی محرکهٔ پیل است.
- نکته / نیروی محرکه ولت یا ژول بر کولن است.



$$\varepsilon = \frac{V}{q}$$

☑ افت پتانسیل و مقاومت درونی در پیل ← هنگام عبور جریان از پیل، مقاومت داخلی اجزای آن موجب افت پتانسیل در پیل می‌شود ← Ir افت پتانسیل داخلی / IR افت پتانسیل خارجی



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad \text{(نیروی محرکه)} \quad \text{(مقاومت خارجی)} \quad \text{(مقاومت داخلی)}$$

$$\rightsquigarrow V = \varepsilon - Ir$$

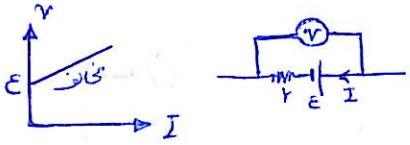
اگر مقاومت را هم جهت جریان طی کنیم ← افت پتانسیل $-IR$ و افت پتانسیل $-Ir$

اگر مقاومت را خلاف جهت جریان طی کنیم ← افزایش پتانسیل $+IR$ و افزایش پتانسیل $+Ir$

در برخورد به پیل اگر ابتدا به قطب منفی برخورد کنیم ← به اندازهٔ ε افزایش پتانسیل

در برخورد به پیل اگر ابتدا به قطب مثبت برخورد کنیم ← به اندازهٔ ε افت پتانسیل

جریان مخالف

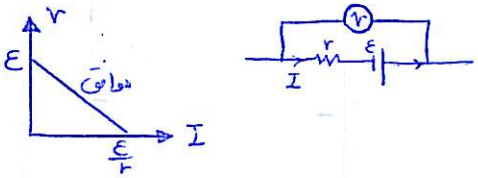


اگر جریان مخالف از پیل عبور دهیم ← $\varepsilon = V - Ir$

طبق رابطه بالا اگر I افزایش یابد ← V افزایش می‌یابد (ε ثابت)

طبق رابطه بالا اگر I کاهش یابد ← V کاهش می‌یابد (ε ثابت)

جریان موافق



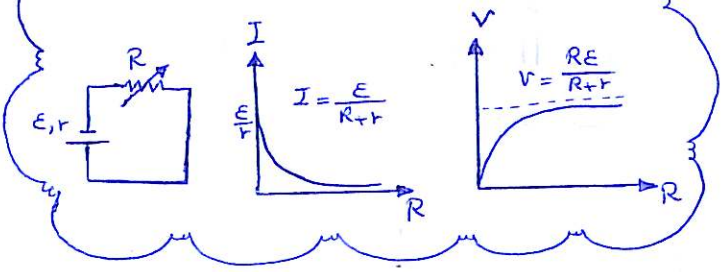
اگر جریان موافق از پیل عبور دهیم ← $\varepsilon = V + Ir$

طبق رابطه بالا اگر I افزایش یابد ← V کاهش می‌یابد (ε ثابت)

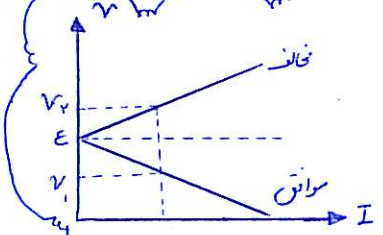
طبق رابطه بالا اگر I کاهش یابد ← V افزایش می‌یابد (ε ثابت)

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} \quad \overset{R=0}{\rightsquigarrow} \quad I_{max} = \frac{\varepsilon}{r}$$

* اگر مقاومت متغیر R را از صفر تا بی‌نهایت تغییر دهیم

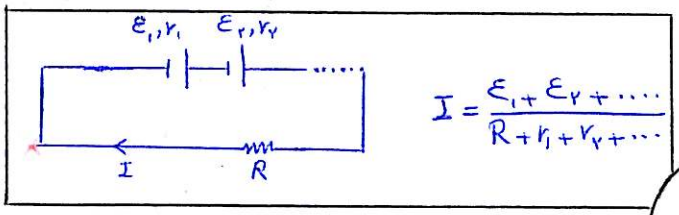


* اگر جریان I را با بار موافق و بار دیگر مخالف عبور دهیم و ولتاژ پیل در دو حالت V_1 و V_2 باشد:

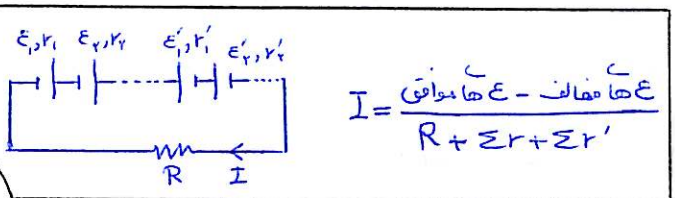


$$\varepsilon=\frac{V_1+V_2}{2} \quad , \quad Ir=\frac{V_2-V_1}{2}$$

ترکیب پیل‌ها

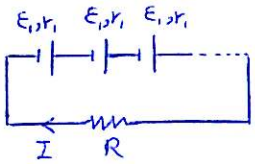


$$I=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots}{R+r_1+r_2+\cdots}$$



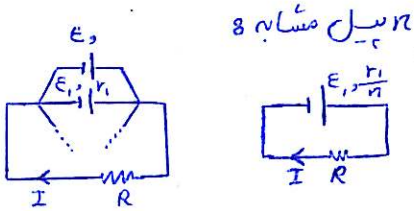
$$I=\frac{\varepsilon\text{ها موافق} - \varepsilon\text{ها مخالف}}{R+\Sigma r+\Sigma r'}$$

ترکیب سری n پیل مشابه:



$$\begin{cases} r=nr_1 \\ \varepsilon=n\varepsilon_1 \end{cases} \Rightarrow I=\frac{n\varepsilon_1}{R+nr_1}$$

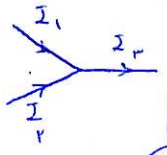
ترکیب موازی n پیل مشابه:



$$\begin{cases} r=\frac{r_1}{n} \\ \varepsilon=\varepsilon_1 \end{cases} \Rightarrow I=\frac{\varepsilon_1}{R+\frac{r_1}{n}}$$

☑ قوانین مدار (قوانین کیرشهف)

قانون گره‌ها (قانون شدت جریان‌ها) ← مجموع جریان‌هایی که به یک گره وارد می‌شوند برابر مجموع جریان‌هایی است که از آن گره خارج می‌شوند.



$$I_{\text{ورودی}} = I_{\text{خروجی}}$$
$$I_3 = I_1 + I_2$$

قانون حلقه‌ها (قانون اختلاف پتانسیل‌ها) ← در یک حلقه بسته جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها برابر صفر است.

$$\Sigma V = 0$$

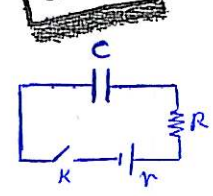
☑ مدارهای RC : مدارهایی که هم خازن و هم مقاومت دارند.

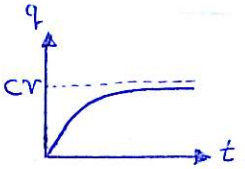
نکته: فرآیند شارژ خازن: در شروع شارژ، خازن حکم سیم را دارد. پس از اتمام شارژ حکم مدار باز را دارد، هر چه جریان کم می‌شود، بار افزایش می‌یابد.

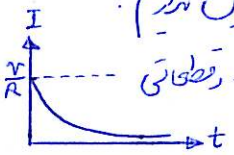
هنگام بسته شدن کلید، باید خازن را حذف کرده و به جایش سیم قرار داد، زیرا در آن لحظه القای بار باعث می‌شود که خازن به نظر سیم بدون مقاومت بیاید.

اگر مدار کلید نداشته باشد، خازن را شارژ شده تلقی می‌کنیم و در شاخه مربوطه جریان نداریم.

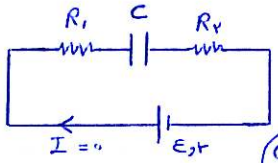
اگر این شاخه همان شاخه اصلی باشد در لحظه قطع جریان کل مدار قطع شده است و قطعاتی که با آن متوالی هستند، از کار می‌افتند.





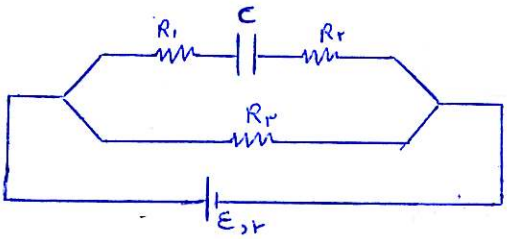


*** حالت اول:** خازن به صورت سری در مدار قرار گیرد.



خازن در شاخه اصلی مدار قرار گرفته است ← پس از پر شدن خازن ← جریان مدار $I=0$ ← بار خازن $q=CV$ ← $\varepsilon = V + Ir$ ← $\boxed{q=C\varepsilon}$

حالت دوم: خازن به صورت موازی در مدار قرار گیرد.



جریان شاخه‌ای که خازن در آن قرار گرفته پس از پر شدن خازن صفر می‌شود ولی جریان مدار صفر نمی‌شود، بنابراین ولتاژ دو سر خازن با ولتاژ آن قسمت از مدار که با خازن موازی است، برابر می‌شود.

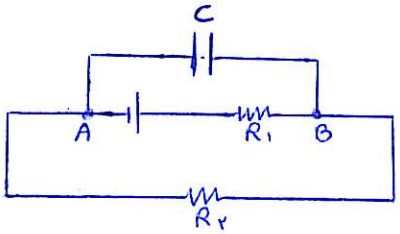
برای محاسبه بار خازن ۳ گام رو به رو را طی می‌کنیم

① $I = \frac{\sum \varepsilon}{R_T}$ ← مقاومت‌هایی که با خازن سری بسته شده در R_T لحاظ نمی‌شوند

② $V = IR$ ← مقاومت یا مقاومت‌هایی که با خازن موازی هستند (در اینجا R_3)

③ $q = CV$

حالت سوم: خازن با یک موازی بسته شود.



برای محاسبه بار خازن ۳ گام رو به رو را طی می‌کنیم

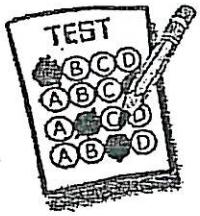
① $I = \frac{\sum \varepsilon}{R_T}$

② $V = \Delta V_{A,B}$

③ $q = CV$

در این مدار: $V_A + \varepsilon - Ir - IR_1 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = IR_1 + Ir - \varepsilon$

$V_A - V_B = \Delta V_{A,B}$



انواع انرژی

- انرژی کل تولیدی پیل (تولید شده درون باتری) ← εIt
- انرژی مصرف شده درون پیل ← I^2rt
- انرژی مصرف شده درون مدار (انرژی مفید پیل) ← $\varepsilon It - I^2rt$

انواع توان

- توان تولیدی پیل (تولید شده درون باتری) ← εI
- توان مصرف شده مولد ← I^2r
- توان مفید پیل (توان مصرف شده در مدار) ← $\varepsilon I - I^2r$

* از رابطه آخر داریم:

$$P = \varepsilon I - I^2r = I(\varepsilon - Ir) \xrightarrow[V = \varepsilon - Ir]{\varepsilon = V + Ir} P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

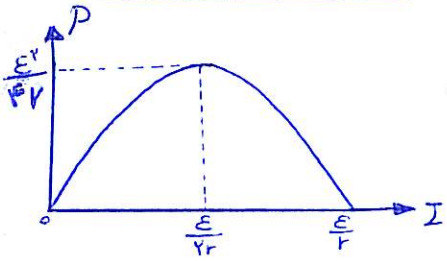
* زمانی که باتری بیشترین توان مفید را دارد که مقاومت خارجی متصل به آن با مقاومت داخلی آن برابر باشد.

$$P = \varepsilon I - I^2r \rightarrow \frac{dP}{dt} = \varepsilon - 2Ir = 0 \rightarrow I_{max} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

شدت جریانی که به ازای آن توان مفید باتری ماکزیمم است

$$\xrightarrow{\text{از طرفی}} P = I^2R \xrightarrow[\text{توان بیشینه}]{R=r} P_{max} = r\left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$\rightarrow \begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{2r} \\ I = \frac{\varepsilon}{R+r} \end{cases} \xrightarrow{I=I} \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{R+r} \rightarrow R = r$$



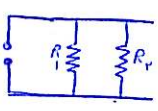
توان و ولتاژ اسمی و وسیله الکتریکی

✓ توان و ولتاژی را که یک وسیله الکتریکی با آن در وضعیت استاندارد کار می‌کند (حداکثر توان و حداکثر ولتاژ قابل تحمل آن وسیله الکتریکی) توان اسمی و ولتاژ اسمی می‌نامیم.

$$P_S = \frac{V_S^2}{R}$$

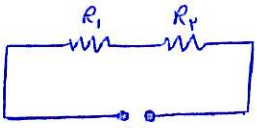
P_S ← توان اسمی
V_S ← ولتاژ اسمی

✓ چند مقاومت به ولتاژ اسمی V را به صورت موازی به هم متصل کنیم:



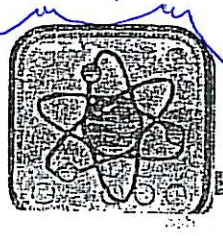
$$\text{توان کل موازی } P_T = \frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2} + \dots = P_1 + P_2 + \dots$$

✓ اگر همان مقاومت‌ها را به صورت سری به هم متصل کنیم:



$$\text{توان کل سری } \frac{1}{P_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \dots \quad \text{توان هر یک} \rightarrow P_1' = \frac{P_T^2}{P_1}$$

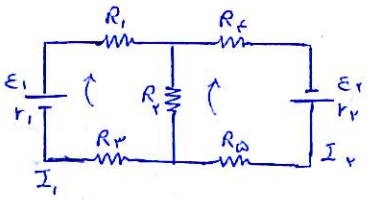
$$P_2' = \frac{P_T^2}{P_2}$$



روش حل مدارهای چندحلقه

ابتدا در هر کدام از شاخه‌های فرعی جریان مستقل تعریف می‌کنیم سپس هر حلقه را به طور کامل دور زده و $\sum V = 0$ را اعمال می‌کنیم. از حل معادلات حاصل، مقادیر I را بدست می‌آوریم.

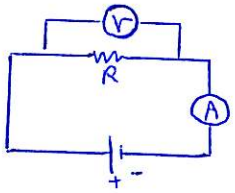
* در حل اگر جریانی منفی بدست آید، کافی است جهت آن را از روی شکل عوض کرده و علامتش را مثبت بنویسیم ← مثال:



$$\begin{cases} -I_1R_3 - I_1r_1 + \varepsilon_1 - I_1R_1 - R_2(I_1 - I_2) = 0 \\ -I_2R_4 + \varepsilon_2 - r_2I_2 - I_2R_5 - R_2(I_2 - I_1) = 0 \end{cases}$$

تعاریف و نکات مهم

⊕ برای محاسبهٔ دمای رشته سیم داخل لامپ روشن یا ضریب دمایی معین: به جز اهم‌متر، مقاومت الکتریکی رشته سیم داخل لامپ خاموش را اندازه می‌گیریم (R_1) و به کمک دماسنج دمای اتاق (θ) را بدست می‌آوریم.



سپس با بهره‌گیری از مدار روبرو و جایگذاری اعداد ولت‌سنج و آمپرسنج در رابطهٔ $R_2 = \frac{V}{I}$ مقاومت الکتریکی رشته سیم را در حالت روشن محاسبه می‌کنیم، سپس با استفاده از رابطهٔ $R_2 = R_1(1+\alpha\Delta\theta)$ دمای رشته سیم در حالت روشن (θ_2) را بدست می‌آوریم.

* نتیجه: مقاومت الکتریکی عناصر موجود در یک مدار الکتریکی حامل جریان برق، مثل لامپ روشن، با اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل دو سر آن (به کمک ولت‌سنج) و شدت جریان عبوری از آن (به کمک آمپرسنج) و با استفاده از رابطهٔ $R = \frac{V}{I}$ تعیین می‌شود. (نه به وسیلهٔ اهم‌متر)

⊕ جریان متوسط: بار شارش شده در واحد زمان

⊕ جریان مستقیم: اگر در تمام بازه‌های زمانی، شدت جریان متوسط ثابت بماند، جریان را مستقیم گفته و با علامت DC نشان می‌دهند، مثل برق باتری

⊕ مقاومت ویژه هر رسانا: مقاومت قطعه‌ای از آن رسانا است به طول یک متر و سطح مقطع یک مترمربع.

⊕ مقاومت‌های رشته داخلی لامپ خاموش و مقاومت سیم نازک به وسیله اهم‌سنج قابل اندازه‌گیری است.