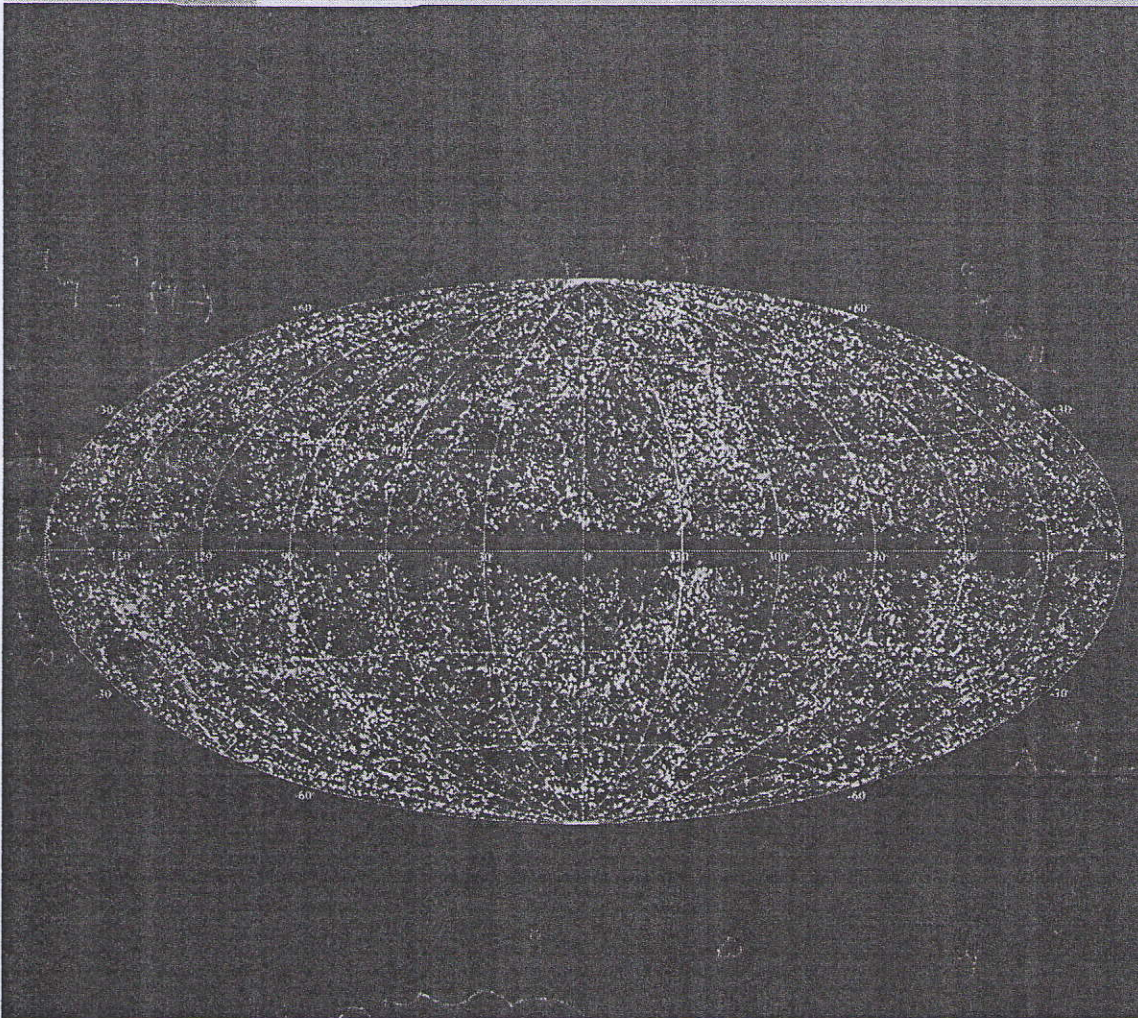


۷

فصل

توان و جذر



اندازه تقریبی شعاع منظومه شمسی 10^{13} متر است. اندازه تقریبی شعاع جهان قابل مشاهده توسط انسان 10^{23} برابر بیشتر است. تصویر بالا شامل ۴۳ هزار کهکشان است. اگر می‌خواهید بدانید ما کجا هستیم باید بدانید که کهکشان راه شیری تقریباً یک نقطه کوچک در وسط‌های نقشه محسوب می‌شود. فکر منظومه شمسی را هم نکنید چون خیلی کوچک‌تر از آن است که در این تصویر قابل دیدن باشد.

یادآوری ضرب اعداد توان دار

توان

یادآوری در سال گذشته ضرب دو عدد توان دار با پایه های مساوی و نیز توان های مساوی را یاد گرفتید. این قواعد را با نمادهای ریاضی به صورت زیر می نویسیم.
اگر a عددی دلخواه و n, m دو عدد طبیعی باشند:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

(یا برای سادگی: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ و $a^m \cdot b^m = (ab)^m$)

برای آمادگی بیشتر، تمرین های زیر را انجام دهید.

۱- حاصل هر یک از عبارات های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

جواب با مسئله اصلی $a^1 b^9$

$$2^4 \times 2^2 = 2^6$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{12}$$

$$(-6)^4 \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 = (-3)^4 = 3^4$$

$$2^5 \times 3^2 \times 6^5 \times 4^2 = 12^7$$

$$3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times 81 = 3^5$$

$$2^6 \times 144 = 72^2$$

$$2^2 \times 8^5 \times 4^2 = 1^1$$

۲- حاصل هر یک را به صورت عبارتی توان دار بنویسید. اصلاح شود

اصلاح

$$a^2 \times a^3 = a^5$$

$$x^4 \times xy^3 = (x \cdot y)^7$$

$$(ab)^5 \times a^3 \times b^2 = a^8 \times b^7 = a^8 \cdot b^7 = (ab)^{15}$$

$$(xy)^2 \times (xy)^5 = (xy)^7$$

$$12^5 \times 18^3 \times \left(\frac{1}{9}\right)^3 = 10^3$$

$$8a \times (2a)^3 \times 2a^3 = 2^3 \times a^3 \times 2^3 \times a^3 \times 2a^3 = 2^7 \times a^9 = (2a)^9$$

۳- حجم مکعبی به ضلع $2a$ چند برابر حجم مکعبی به ضلع a است؟

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(2a)^3}{a^3} = 2^3 = 8$$

۴- جاهای خالی را با عددها و حرف های مناسب پر کنید.

$$18^5 = (6 \times 3)^5 \quad a^4 = a^2 \times a^2 \quad 7^0 \times 4^5 = 4^5$$

می توانیم با سطح باز در نظر بگیریم

$$\left(-\frac{7}{2}\right)^7 \times \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \left(-\frac{7}{2}\right)^9$$

جواب اصلی $(4 \times 3)^6 = 4^6 \times 3^6$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^6 \times 24^6$$

صادق ← ضرب اعداد توان دار با پایه‌های برابر **بهر روز** ← ابتدا حاصل $2^3 = 8$ را بدست آورده از تعریف توان استفاده کرده **بهرام** ← ابتدا کار بهر روز و سپس هر دو تا $8 \times 8 = 64$ را بدست آورده و در نهایت از تعریف توان **هادی** ← قانون ضرب اعداد توان دار را روی هر دو عدد انجام داده و در نهایت دوباره از همان قانون کمک گرفته است **مجید** ← هر دو با عدد را با قانون ضرب اعداد توان دار **ماترک‌های مساوی** محاسبه کرده و در انتها با هم از همان قانون کمک گرفته است

تنوع روش‌ها



حاصل عبارت $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$ را پنج دانش آموز به صورت یک عدد توان دار حساب کرده‌اند. راه حل هر دانش آموز را توضیح دهید و تفاوت آنها را بیان کنید. **کترای**

صادق: قانون ضرب اعداد توان دار $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2+2} = 2^{12}$

بهر روز: چون $2^3 = 8$ و قانون ضرب $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$

بهرام: $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 64 \times 64 = 64^2$

هادی: $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^4 \times 2^4 = 2^8$

مجید: $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 4^2 \times 4^2 = 16^2$

با محاسبه، نشان دهید که تساوی‌های زیر درست‌اند: (می‌توانید از ماشین حساب کمک بگیرید.)

$8^4 = 4096$

$8^4 = 64^2 = 16^3 = 2^{12} = 4096$ و ... $4^4 = 256$

توضیح دهید که تساوی زیر چگونه به دست آمده است. عدد 2^3 در ضرب با خودش 4 بار تکرار شده **ک**

$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = (2^2)^4$ $\square \times \square \times \square \times \square = \square$

با مقایسه این تساوی و تساوی‌های بالا، آیا می‌توان نتیجه گرفت: **بله** $(2^2)^4 = 2^{12}$

اکنون، درستی تساوی‌های زیر را به هر روشی که می‌توانید بررسی کنید. $(7^2)^5 = 7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2 = 7^{10}$

$(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ $[(\frac{1}{2})^3]^4 = (\frac{1}{2})^3 \times (\frac{1}{2})^3 \times (\frac{1}{2})^3 \times (\frac{1}{2})^3 = (\frac{1}{2})^{12}$

$(a^2)^4 = a^2 \times a^2 \times a^2 \times a^2 = a^8$ $(a^2)^4 = a^8$

آنچه را فرا گرفته‌اید، به صورت یک قانون کلی بیان کنید.

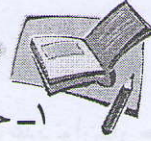
اگر a عددی دلخواه و m و n عددهایی طبیعی باشند، آن‌گاه:

$(a^m)^n = a^{mn}$

برای به توان رساندن یک عدد توان دار

می‌توانیم پایه آن عدد را به توان حاصل ضرب توان‌ها رسانیم

کار در کلاس



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$
 $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2 \times 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$
 $[(-6)^2]^5 = (-6)^{2 \times 5} = (-6)^{10} = 6^{10}$

$\left[(-\frac{1}{y})^3\right]^4 = \left(-\frac{1}{y}\right)^{3 \times 4} = \left(-\frac{1}{y}\right)^{12}$
 $(18^2)^3 = 18^{2 \times 3} = 18^6$
 $(x^2)^4 = x^{2 \times 4} = x^8$

اصلاح شود

$[(ab)^2]^3 = (ab)^{2 \times 3} = (ab)^6$
 $((xy)^2)^3 = (xy)^{2 \times 3} = (xy)^6$
 $(x^m)^n = x^{m \times n}$

کار خاصی نمی‌توان کرد اصلاح

۲- کدام یک از تساوی‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$(3^2)^2 = 3^2 \times 3^2$ نادرست	$3^5 \times 3^5 = (3^5)^2$ درست	$\Rightarrow \begin{cases} (3^0)^2 = 1^2 = 1 \\ 3^0 = 1998^3 \end{cases}$
$(3^2)^2 = 3^4$ درست	$(3^5)^2 = 3^5$ نادرست	
$(5^2)^2 = 5^1$ نادرست	$3^2 \times 3^2 = 3^6$ نادرست	در صورتی درست است که $a=1$ باشد
$3^5 \times (2^2)^5 = 12^5$ درست	$a^2 \cdot a^2 = 1$ نادرست	$(-4^4) \rightarrow$ عددی منفی $\left(-4\right)^4 \rightarrow$ عددی مثبت
$((-2)^2)^2 = 2^6$ درست	$(-4^2) = 4^6$ نادرست	

$(5^2)^2 = 5^4$
 $5^4 \neq 5^9$

۳- حاصل عبارت $[(-5)^2]^3 \times (-5)^2$ برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟

$(-5)^8$ الف **درست**
 $= (-5)^6 \times (-5)^2 = (-5)^8 = 5^8$
 ب) -5^8 **جواب منفی نمی‌دهد و نادرست است**

۴- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$9^5 = (3^2)^5 = 3^{10}$

$$20 - 4(2 \times 2^2) = 20 - 4 \times 2^2 = -108$$



۱- مقدار عددی عبارت $a-b(cx \times b^c)$ را به ازای $a=20$ ، $b=4$ و $c=2$ به دست آورید.

۲- حجم مکعبی به ضلع 8cm را به صورت یک عدد توان دار، که پایه آن عدد ۲

باشد، بنویسید.

$$27 \times 9^5 = 3^3 \times 3^{10} = 3^{13} \quad \text{حجم } V = 8^3 = (2^3)^3 = 2^9$$

۳- بیست و هفت برابر عدد 9^5 را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۴- حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید و در صورت امکان، به شکل یک

عبارت توان دار بنویسید.

اینج توان منفی را ازین من پرر

$$[(-3^2)]^2 = (-9)^2 = 81 = 3^4$$

$$[(3^2)]^2 = 9^2 = 81 = 3^4$$

$$2^5 \times 2^2 \times 3^2 \times 6^2 = 2^7 \times 2^3 \times 2^2 \times 3^4 = 2^{12} \times 3^4$$

$$\left(-\frac{5}{6}\right)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(-\frac{1}{6}\right)^2$$

$$2^4 \times 2^4 \times 2^4 = 2^{12}$$

$$(x^2)^5 \cdot (y^2)^2 \cdot x^2 y^2 = x^{10} y^4 \cdot x^2 y^2 = x^{12} y^6$$

۴، ۶، ۸، ...

۵- کدام عددهای طبیعی را می توان به جای \square نوشت تا نامساوی زیر درست باشد؟

عددهای زوج بزرگتر از ۲

$$(-2)^{\square} > 15$$

۶- حاصل $2^7 + 2^7$ و حاصل $3^5 + 3^5 + 3^5$ را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۷- عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ را طوری در جاهای خالی قرار دهید که یک تساوی درست به دست

آید. (از هر چهار عدد استفاده کنید.)

$$(\square)^3 \times (\square)^2 = (5)^2 - (1)^{\square}$$

۸- مقدار عددی عبارت های زیر را به ازای $a=6$ و $b=-2$ و $c=-4$ به دست آورید.

الف) $-2(a+b^2) + \frac{c^2}{b} = -2(6+4) + \frac{16}{-2} = -20 - 8 = -28$

ب) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 + bc - 10 = \left(\frac{6}{-2}\right)^2 + (-2)(-4) - 10 = 9 + 8 - 10 = 7$

۱۵

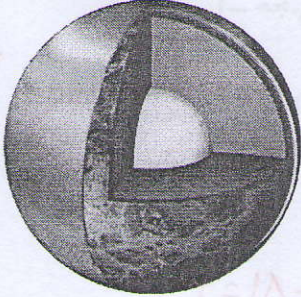
$$\underbrace{a^n + a^n + a^n + \dots + a^n}_{\text{تعداد } a \text{ تا}} = a \times a^n = a^{n+1}$$

نکته

تقسیم اعداد توان دار

تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی

فعالیت



دمای مرکز خورشید حدود 10^7 درجه سانتی گراد است. این دما چند برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید؟ پاسخ را ضمن کامل کردن جاهای خالی به صورت یک عدد توان دار بیان کنید و مراحل حل مسئله را نیز توضیح دهید.

حل: آب در 100 درجه سانتی گراد به جوش می آید و داریم: $100 = 10^2$

$$10^7 \div 10^2 = \frac{10^7}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^5$$

بنابراین: $10^7 \div 10^2 = 10^5$

یعنی دمای مرکز خورشید 10^5 برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید.

آیا تقسیم بالا را به شکل زیر نیز می توانیم انجام دهیم؟ **بله**

$$\frac{10^7}{10^2} = \frac{10^2 \times 10^5}{10^2} = 10^5$$

اکنون، حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$(-9)^5 \div (-9)^2 = \frac{(-9)^3 \times (-9)^2}{(-9)^2} = (-9)^3 = (-9)^3$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^6 \div \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

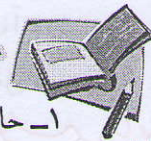
با استفاده از نمونه های داده شده، برای محاسبه تقسیم دو عدد توان دار با پایه های

مساوی قانونی بنویسید. **پایه های توان ها را می نویسیم و توان اولی را منهای توان دوم می کنیم**

a عددی دلخواه و m, n عددهایی طبیعی باشند:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

کار در کلاس



۱- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$8^1 \div 8^0 = 1^{9-0} = 1^9 = 1 \quad \frac{3^7}{3^3} = 3^{7-3} = 3^4 \quad 6^2 \div 6^1 = 6^{2-1} = 6^1 = 6$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{5}\right)^3 \quad \frac{(-2)^9}{(-2)^7} = (-2)^2 \quad \left(\frac{1}{9}\right)^4 \div \left(\frac{1}{9}\right)^1 = \left(\frac{1}{9}\right)^3$$

$$(4/5)^6 \div (4/5)^3 = (4/5)^3 = 4^3/5^3 \quad (-0/3)^5 \div (-0/3)^2 = (-0/3)^3 = 0 \quad \frac{7^5}{7^1} = 7^4$$

نیازی به برانترشی باشد

۲- جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$(2^3)^5 = 2^{15}$$

$$3^5 \div 3^1 = 3^4$$

$$14^5 \div (14)^2 = 14^3$$

$$\frac{v^3}{v^5} = \frac{v^3 \times v^2}{v^3 \times v^5} = \frac{1}{v^2} = \left(\frac{1}{v}\right)^2 \quad \frac{v^3}{v^5} = v^{3-5} = v^{-2}$$

۳- حاصل را به صورت یک عبارت توان‌دار بنویسید.

$$a^1 \div a^0 = a^1$$

$$(xy)^4 \div (xy)^2 = (xy)^2 \quad (-x)^4 \div (-x)^2 = (-x)^2 = x^2$$

تقسیم دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی

فعالیت



مثال‌های داده شده را مطالعه کنید و با پرکردن جاهای خالی توضیح دهید که پاسخ هر یک از تقسیم‌ها چگونه به دست آمده است.

$$12^4 \div 6^4 = \frac{12^4}{6^4} = \frac{12 \times 12 \times 12 \times 12}{6 \times 6 \times 6 \times 6} = \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} = \left(\frac{12}{6}\right)^4 = 2^4$$

$$3^5 \div 7^5 = \frac{3^5}{7^5} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

$$(-4)^3 \div 6^3 = \frac{(-4)^3}{6^3} = \frac{(-4) \times (-4) \times (-4)}{6 \times 6 \times 6} = \left(-\frac{4}{6}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$$

$$12^4 \div 6^4 = \frac{12^4}{6^4} = \frac{2^4 \times 6^4}{6^4} = 2^4$$

$$12^4 \div 4^4 = \frac{12^4}{4^4} = \frac{12 \times 12 \times 12 \times 12}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = 2^4$$

پایه ها بر هم تقسیم می شوند

$$8^5 \div 2^5 = (8 \div 2)^5 = 4^5$$

با توجه به مثال های بالا، توضیح دهید تساوی $8^5 \div 2^5 = 4^5$ چگونه به دست آمده است.

اکنون، برای تقسیم دو عدد توان دار با توان های مساوی قانون زیر را کامل کنید.

در تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی پایه از توان ها را منقسم و پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم

به کمک قانونی که نوشته اید، حاصل تقسیم های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$6^8 \div 3^8 = \left(\frac{6}{3}\right)^8 = 2^8 \quad (-2)^4 \div (-3)^4 = \left(\frac{-2}{-3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

اکنون قانون فوق را با نمادهای ریاضی هم نشان دهید.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

a و b دو عدد دلخواه و m یک عدد طبیعی و $b \neq 0$

کار در کلاس



۱- حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$5^7 \div 3^7 = \left(\frac{5}{3}\right)^7$$

$$14^2 \div 7^2 = \left(\frac{14}{7}\right)^2 = 2^2$$

$$(-8)^5 \div (-2)^5 = \left(\frac{-8}{-2}\right)^5 = 4^5$$

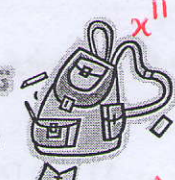
$$9^2 \div 27^2 = \left(\frac{9}{27}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

۲- عبارات های زیر را ساده کنید و در صورت امکان، پاسخ را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$5^7 \times 3^4 \times 2^7 \times 3^2 = 10^7 \times 3^6 = 30^7 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^8 \div \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{8-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\frac{3^7 \times 3^5}{6^1 \times 5^1} = \frac{3^{12}}{3^1 \times 2^1} = \frac{3^{11}}{2} \quad \frac{(a^3)^4}{a^2} = \frac{a^{12}}{a^2} = a^9 \quad \frac{(x^2)^5 \times x^7}{x^{11}} = \frac{x^{10} \times x^7}{x^{11}} = \frac{x^{17}}{x^{11}} = x^6$$

$$(a^3)^{4-1} = (a^3)^3 = a^9$$



۱- هر یک از عددهای زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$81 = 3^4 \quad -8 = (-2)^3 \quad 1024 = 2^{10} \quad \frac{-125}{729} = \left(\frac{-5}{9}\right)^3 \quad \frac{1}{512} = \left(\frac{1}{8}\right)^9 \quad \frac{1}{32} = \left(-\frac{1}{2}\right)^5$$

۲- کدام عبارات های زیر درست و کدام نادرست اند؟ توضیح دهید.

$\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = -\frac{25}{4}$ نادرست $\left(\frac{5}{11}\right)^0 = 0$ نادرست $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^8$ نادرست
 $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^4$ درست $10^2 \times 10^4 = 10^{12}$ نادرست $(-2)^2 \times (-2) = 16$ درست $(-2)^4 = 16$ درست

۳- حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 3^{10} = \frac{1^4 \times 3^{10}}{3^4} = 3^6 \quad \frac{5^6 \times 6^3}{5^4 \times 6^5} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \quad \frac{x^v \times y^f}{x^5 \times y^2} = x^v y^2 = (xy)^2$$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب بگذارید.

$$3^5 \times 3^4 = 3^9 \quad 5 + 4 = 9 \quad (7^2)^3 = 7^6 \quad 4 \times 2 = 8 \quad \frac{7^9 \times 7^2}{7^3 \times 7^1} = 7^8 \quad 9 + 2 - 3 = 8$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \quad \frac{(-6)^8}{(-6)^5} = (-6)^3$$

۵- عددهای زیر را از کوچک ترین تا بزرگ ترین و به ترتیب از چپ به راست مرتب کنید. $3, 5, \left(\frac{1}{3}\right)^5, -4, (-1)^5$

$$6^5, 1^{12}, -4^3, (-1)^5, 0, \left(\frac{1}{3}\right)^5 \quad -4^3 = -64 < (-1)^5 = -1 < 0 < \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{3^5} < 1 = 1 < 6^5 = 7776$$

۶- کدام تساوی های زیر درست و کدام نادرست اند؟

$(\sqrt{5})^2 = 25$ *نادرست* $(\sqrt{5})^2 = 5$ *درست* $(\sqrt{5})^2 = (-\sqrt{5})^2$ *درست* $+\sqrt{5} = -\sqrt{5}$ *نادرست*

۷- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$(-10^2)^3 = (-100)^3 = -1000000$ $(ab^2)^3 = a^3 b^4$ $(x^2 y^3)^4 = x^8 y^{12}$ $\left(\frac{x^v}{x^3}\right)^5 = (x^3)^5 = x^{15}$

۸- نصف 2^1 و ربع 4^7 را به صورت عددهای توان دار بنویسید.

$$[3^6 \div (-3)^5] \div [(-2)^5 \times (-3)^5] = (-12)^5 \div (+6)^5 = (-2)^5 = -32$$

نصف $2^9 = 2^9 \div 2 = 2^8$ ربع $4^7 = \frac{1}{4} \times 4^7 = 4^6$

خواندنی

رشد باکتری ها به شرایط مناسب محیطی و وجود مواد غذایی بستگی دارد. در شرایط مطلوب باکتری ها در هر 20° دقیقه به دو نیم تقسیم می شوند، سپس در 20° دقیقه دیگر رشد کرده دوباره هر کدام به دو قسمت تقسیم می شوند. تکثیر باکتری ها تا جایی ادامه پیدا می کند که مواد غذایی لازم موجود باشد، برای مثال اگر در حال حاضر 2 باکتری داشته باشیم، در 20° دقیقه دیگر $2 \times 2 = 2^2 = 4$ باکتری و در 60° دقیقه دیگر $2^3 = 8$ باکتری خواهیم داشت. به نظر شما اگر مواد غذایی لازم موجود باشد، پس از گذشت 24 ساعت چند باکتری خواهیم داشت؟

هر 20° دقیقه یک واحد زمان هست $24 \times 3 = 72$

تعداد واحد زمان	۰	۱ دقیقه 20°	۲ دقیقه 40°	۳ دقیقه 60°	۴ دقیقه 80°	۵ دقیقه 100°	۶ دقیقه 120°	۷ دقیقه 140°	۸ دقیقه 160°
تعداد باکتری ها	۲	۴	۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۲۸	۲۵۶	۵۱۲
رابطه	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9

حرف‌های نا مطلوب

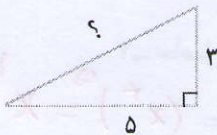
جذر تقریبی

فعالیت



آزاده، نرگس و نسیم هنگام گردش علمی به یک آب‌گذر (کانال) به عرض ۵ متر رسیدند. در طرف دیگر آب‌گذر دیواره‌ای به ارتفاع ۳ متر وجود داشت. آنها می‌خواهند بدانند اگر پلی برای رفتن به طرف دیگر آب‌گذر ساخته شود، طول آن چقدر خواهد بود؟

در ادامه، گفت‌وگوی این سه دانش‌آموز را می‌خوانید که برای حل این مسئله صورت گرفته است. با دقت در این گفت‌وگو سعی کنید نظر هر دانش‌آموز را توضیح دهید.



آزاده: به نظر من این مسئله مانند آن است که یک مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع ۳ و ۵ متر داشته باشیم و وتر آن را به دست آوریم.

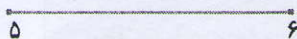
نرگس: پس می‌توانیم از رابطه فیثاغورس استفاده کنیم.

نسیم: یعنی رابطه مقابل را داریم: $5^2 + 3^2 = 34$ مربع وتر

آزاده: درست است. اکنون برای به دست آوردن طول وتر باید جذر عدد ۳۴ را به دست آوریم.

نرگس: چون $25 < 34 < 36$ پس $\sqrt{34}$ بین دو عدد ۵ و ۶ قرار دارد.

یعنی داریم: $5 < \sqrt{34} < 6$



نسیم: اگر فاصله ۵ تا ۶ را روی محور نصف کنیم، عدد ۵/۵ به دست می‌آید و چون $(5/5)^2 = 30/25$ ، پس حتماً جذر ۳۴ از ۵/۵ بیشتر است.

آزاده: می‌توانیم چند عدد بزرگ‌تر از ۵/۵ را بررسی کنیم؛ مثلاً ۵/۷ و ۵/۸ و ۵/۹.



$\sqrt{34}$

$$\left. \begin{array}{l} 25 < 34 < 36 \Rightarrow 5 < \sqrt{34} < 6 \\ 5/5 = 30/25 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5.5 < \sqrt{34} < 6 \\ 5.5^2 = 30.25 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} 5.7 < \sqrt{34} < 6 \\ 5.9^2 = 34.81 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5.7 < \sqrt{34} < 5.9 \\ 5.8^2 = 33.64 \end{array} \right\} \Rightarrow 5.8 < \sqrt{34} < 5.9$$

عدد	۵,۸۱	۵,۸۲	۵,۸۳	۵,۸۴
مجذور	۳۳,۷۵۶۱	۳۳,۸۷۲۴	۳۳,۹۸۸۹	۳۴,۱۰۵۶

روش دوم

سپس آنها به کمک ماشین حساب جدول زیر را تکمیل کردند.

عدد	۵,۷	۵,۸	۵,۹	۶
مجذور	۳۲,۴۹	۳۳,۶۴	۳۴,۸۱	۳۶

در نتیجه با توجه به جدول بالا، مقدار $\sqrt{34}$ تقریباً برابر $5,8$ است.

آخرین جمله فعالیت بالا را معمولاً به شکل روبه‌رو می‌نویسیم: $\sqrt{34} = 5,8$

اگر این دانش‌آموزان بخواهند به کمک روش بالا مقدار $\sqrt{34}$ را تا دو رقم اعشار حساب

کنند، چگونه باید این کار را انجام دهند؟ **فاصله بین $5,9$ و $5,8$ را نصف می‌کنیم**

روش اول

باید در بالا

$$\left. \begin{aligned} 5,15 &= 34,2 \\ 5,10 &< \sqrt{34} < 5,9 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 5,82 < \sqrt{34} < 5,85$$

مقدار $\sqrt{34}$ تا پنج رقم اعشار به کمک ماشین حساب چنین به دست می‌آید:

$$\sqrt{34} = 5,83095$$

کاردر کلاس



۱- با پرکردن جاهای خالی، مقدار $\sqrt{2}$ و $\sqrt{200}$ را به صورت تقریبی تا یک رقم اعشار به دست آورید. نتیجه را با آنچه ماشین حساب به دست می‌آورد، مقایسه کنید.

$$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \quad \text{(الف)}$$

$$1 < \sqrt{2} < 2 \quad \text{(ب)}$$

پس:

اکنون با نصف کردن فاصله ۱ تا ۲ روی محور، عدد $1/5$ را آزمایش می‌کنیم.

چون $(1/5)^2 = 2/25$ ، پس مقدار $\sqrt{2}$ حتماً کمتر از $1/5$ است.

عدد	۱,۳	۱,۴	۱,۵
مجذور	۱,۶۹	۱,۹۶	۲,۲۵

$$\sqrt{2} = 1,4$$

به کمک جدول بالا می‌توان نوشت:

$$\sqrt{196} < \sqrt{200} < \sqrt{225} \quad \text{(ب)}$$

$$14 < \sqrt{200} < 15 \quad \text{بنابراین:}$$

خلاصه درس: ابتدا دست می‌آوریم خبر عدد بین کدام دو عدد طبیعی هست

سپس مجذور میانگین آن دو عدد را دست می‌آوریم برای مثال $5 < \sqrt{34} < 6$

$$5,5 < \sqrt{34} < 6 \Rightarrow 30,25 < 34 < 36 \xrightarrow{\text{فردور}} 5,5 + \frac{1}{2} = 5,75$$

حال جدولی رسم می‌کنیم و در آن مجذور اعداد $5,6$ ، $5,7$ ، $5,8$ و $5,9$ را می‌نویسیم یا می‌توانیم چنین

باید توانیم همین نصف کردن را ادامه دهیم

$$4 < \sqrt{19} < 5 \quad \frac{4+5}{2} = 4,5 \xrightarrow{\text{فردور}} 4,5^2 = 20,25$$

عدد	4,1	4,2	4,3	4,4
مقدار	17,81	17,64	18,49	19,36

$$\Rightarrow \sqrt{19} \approx 4,3$$

عدد	9,1	9,2	9,3	9,4
مقدار	37,21	38,44	39,69	40,96

$$4 < \sqrt{40} < 7 \Rightarrow \frac{4+7}{2} = 5,5 \xrightarrow{\text{فردور}} 5,5^2 = 30,25 > 40$$

اکنون با نصف کردن فاصله ۱۴ تا ۱۵ روی محور اعداد، عدد ۱۴/۵ را آزمایش می‌کنیم. چون $(14/5)^2 = 210/25 = 8,4 < 10$ ، بنابراین $\sqrt{10} < 14/5$ است.

$$\Rightarrow \sqrt{10} \approx 3,1$$

بنابراین $\sqrt{10} = 3,1$

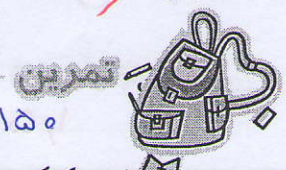
عدد	14,1	14,2	14,3	14,4
مقدار	198,81	201,64	204,49	207,36

۲- ابتدا مقدار تقریبی هر عددی را که در جدول آمده است، حدس بزنید. سپس، به کمک ماشین حساب حاصل را تا دو رقم اعشار پیدا کنید و با مقداری که حدس زده‌اید، مقایسه کنید.

عدد	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{10/3}$	$\sqrt{18/5}$	$\sqrt{68}$	$\sqrt{99}$	$\sqrt{140}$
مقدار حدس زده شده	1,7	2,2	3,2	4,5	1,3	9,9	14,8
ماشین حساب	1,73	2,23	3,209	4,301	1,28	9,95	11,83

عدد	12,1	12,2	12,3	12,4
مقدار	144,41	148,84	151,29	153,76

$$\Rightarrow \sqrt{150} \approx 12,2$$



$$12 < \sqrt{150} < 13 \Rightarrow \frac{12+13}{2} = 12,5 \xrightarrow{\text{فردور}} 12,5^2 = 156,25 > 150$$

۱- به کمک روشی که در درس یاد گرفته‌اید، مقدار هر یک از عددهای زیر را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

$$\sqrt{19} \approx 4,3$$

$$\sqrt{19}, \sqrt{40}, \sqrt{150}, \sqrt{385}$$

$$\sqrt{40} \approx 6,3$$

$$\sqrt{150} \approx 12,2$$

$$\sqrt{385} \approx 19,6$$

۲- در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید. از ماشین حساب کمک بگیرید.

$$\sqrt{11} < 3 \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{17} > 4,03$$

$$\sqrt{6/25} = 2 \frac{1}{5}$$

$$1 + \sqrt{15} > 4$$

$$\sqrt{20} - 2 < \sqrt{18}$$

$$(\sqrt{3})^2 = 3$$

$$19 < \sqrt{385} < 20$$

$$\frac{19+20}{2} = 19,5$$

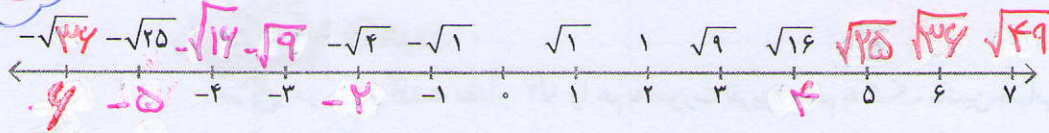
عدد	19,6	19,7	19,8	19,9
مقدار	384,16	388,09	392,04	396,01

$$\Rightarrow \sqrt{385} \approx 19,6$$

$$19,5^2 = 380,25 < 385$$

اصلاح شود

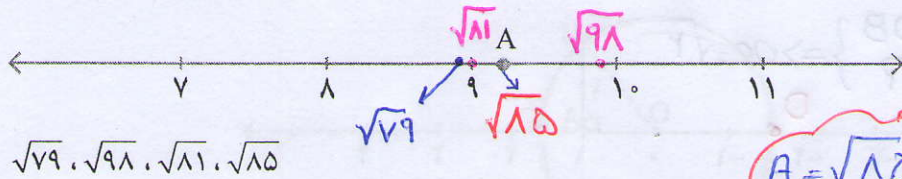
۳- جاهای خالی روی محور را با عددهای مناسب پر کنید.



۴- در هر یک از تمرین‌های زیر، یک محور اعداد رسم و نقطه‌ای روی آن مشخص شده است

(نقاط A, B, C). نقطه مشخص شده روی محور به کدام یک از عددهای داده شده نزدیک‌تر است؟

دلیل بیاورید. عدد ۹۸ به صد نزدیک است پس جذر آن هم به ۱۰ نزدیک‌تر است



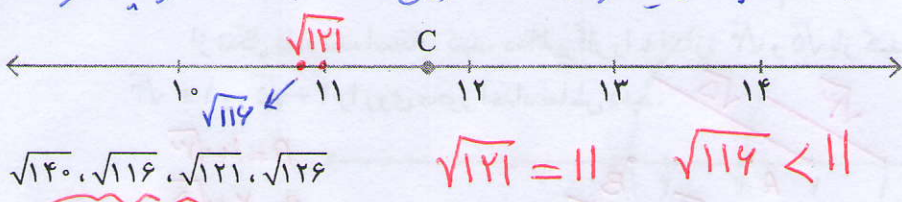
$A = \sqrt{85}$

دلیل: $\sqrt{79} < 9$, $\sqrt{81} = 9$, $9,5 < \sqrt{98} < 10$



دلیل: $\sqrt{28} > 5 \Rightarrow -\sqrt{28} < -5$
 $\sqrt{17} > 4 \Rightarrow -\sqrt{17} < -4$

$B = -\sqrt{15}$



دلیل: $\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{114} < 11$

عدد ۱۴ به عدد ۱۴۴ نزدیک‌تر است تا ۱۲۱ پس $\sqrt{144} = 12$ به ۱۴ نزدیک‌تر است

۱۵ به ۱۶ نزدیک‌تر است تا ۹ پس $\sqrt{15}$ به ۴ نزدیک‌تر است

لذا با توجه به شکل داریم $B = -\sqrt{15}$

برای راحتی کار می‌توانیم مثلث را با همان واحد محور بیرون محور رسم کنیم و سپس بزرگ‌تر از آن اندازه‌ی مطلوب باز نموده و همان مورد نظر را رسم کنیم

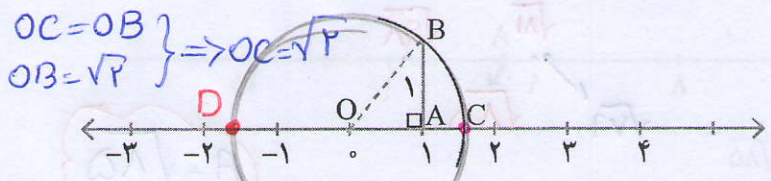
مهم

نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد



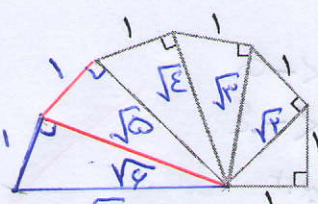
در درس گذشته مقدار $\sqrt{2}$ را هم به صورت تقریبی و هم به کمک ماشین حساب محاسبه کردید.

در این فعالیت، با نمایش $\sqrt{2}$ روی محور اعداد آشنا می‌شویم. محور عددهای زیر را در نظر بگیرید. مثلث OAB یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به ضلع ۱ است. به مرکز O و شعاع OB کمانی می‌زنیم تا محور اعداد را در نقطه C قطع کند. طول پاره خط OC چقدر است؟ $\sqrt{2}$ چرا نقطه C، عدد $\sqrt{2}$ را نمایش می‌دهد؟

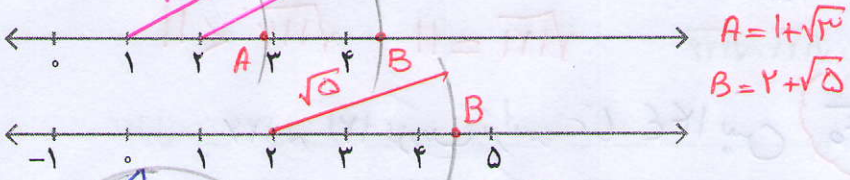


$D = -\sqrt{2}$

به همین روش، نقطه‌ای را روی محور بالا معین کنید که عدد $-\sqrt{2}$ را نمایش دهد. در شکل زیر، تعدادی مثلث قائم الزاویه رسم شده است. در هر یک از این مثلث‌ها طول یک ضلع زاویه قائمه ۱ واحد است. طول وترهای این مثلث‌ها به ترتیب $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ است. چرا؟ با استفاده از رابطه فیثاغورس آیا می‌توانید به همین ترتیب پاره خطی به طول $\sqrt{6}$ و $\sqrt{7}$ رسم کنید؟ چگونه؟ **بله**

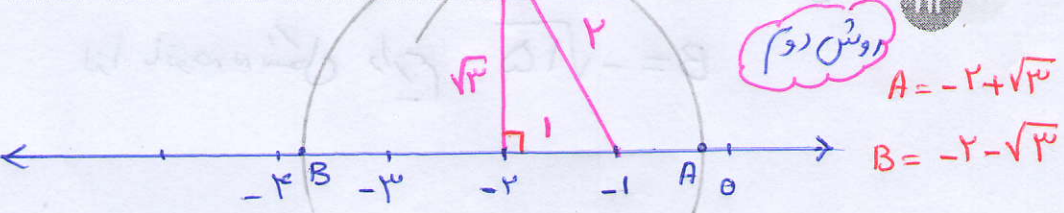


از شکل داده شده استفاده کنید. دهانه بزرگ‌تر را به اندازه $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ باز کنید و عددهای $1 + \sqrt{5}$ و $2 + \sqrt{3}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



$A = -2 + \sqrt{3}$
 $B = -2 - \sqrt{3}$

عدد $2 - \sqrt{3}$ را روی محور اعداد نمایش دهید. برای نمایش عدد $2 - \sqrt{3}$ روی محور از تساوی $2 - \sqrt{3} = -2 + \sqrt{3}$ استفاده کنید.



در این روش هر واحد ۵cm است

خواص ضرب و تقسیم رادیکالها

رابطه را دانش آموزان کشف کنند

فعالیت



با توجه به عددهای داده شده a و b، مانند نمونه جدول زیر را کامل کنید. با مقایسه

دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟

a	\sqrt{a}	b	\sqrt{b}	ab	\sqrt{ab}	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
۴	۲	۹	۳	۳۶	۶	۶
۹	۳	۱۶	۴	۱۴۴	۱۲	۱۲
۴	۲	۱۶	۴	۶۴	۸	۸
۲۵	۵	۴	۲	۱۰۰	۱۰	۱۰

آیا می‌توانید حدس خود را به صورت یک عبارت کلامی بیان کنید؟ **جذر (رادیکال) حاصل ضرب دو عدد برابر است با حاصل ضرب جذرهاي آن دو عدد**

اگر a و b دو عدد مثبت باشند، داریم: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ $a, b \geq 0$
به کمک جدول بالا، درستی رابطه را بررسی کنید.

$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ **نادرست**

$\sqrt{9+14} = \sqrt{23} = 5$ **نادرست**

$\sqrt{9} + \sqrt{14} = 3 + \sqrt{14} \neq 5$

۱- در تساوی‌های زیر جاهای خالی را پر کنید.

$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ یا $\sqrt{2 \times 8}$

$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{14} = \sqrt{7} \times \sqrt{2}$

$\sqrt{200} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

اصلاح شود $\sqrt{14 \times 25} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} = 4 \times 5 = 20$

۲- کدام یک از عبارت‌های زیر درست و کدام نادرست است؟

$\sqrt{50} = 25$ **نادرست**

$\sqrt{50} = 5 \times \sqrt{2}$ **درست**

۳- مانند نمونه تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

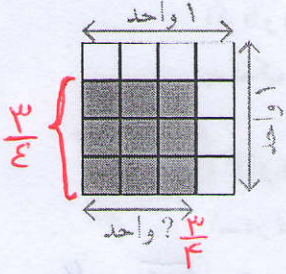
$\sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$



جدول زیر را برای عددهای مثبت a و b کامل کنید. مقادیرهای دو سطر آخر را با هم مقایسه کنید و تساوی به دست آمده را به شکل یک قانون کلی بنویسید.

a	۱۶	۲۵	۱	۴۹
b	۹	۳۶	۱۰۰	۶۴
$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$	$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$	$\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$	$\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$	$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$	$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}$	$\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}$

کارد در کلاس



۱- با استفاده از شکل روبه‌رو، درستی رابطه

$S = \frac{9}{16}$
ضلع = $\frac{3}{4}$

را بررسی کنید. $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

۲- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

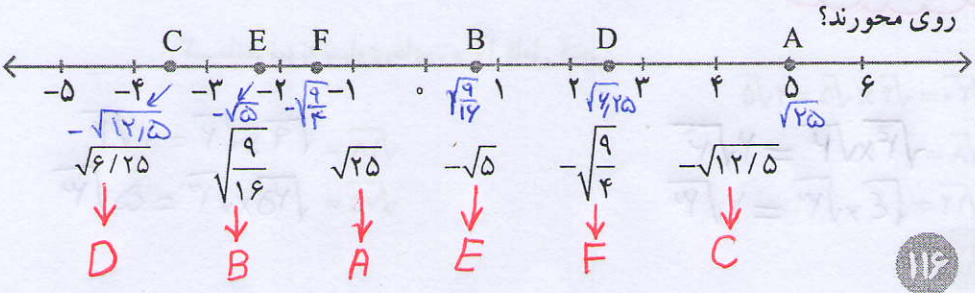
$-\sqrt{\frac{1}{144}} = -\frac{1}{12}$

$\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$

$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

$-\sqrt{\frac{1}{49}} = -\frac{1}{7}$

۳- به صورت تقریبی مشخص کنید که عددهای داده شده نظیر کدام یک از نقاط مشخص شده



$$24 < \sqrt{700} < 27 \rightarrow \frac{24+27}{2} = 25,5 \xrightarrow{\text{مجدور}} 25,25 > 250$$

عدد	24,1	24,2	24,3	24,4
مجدور	481,21	484,44	491,49	497,96

$$\Rightarrow \sqrt{700} \approx 26,4$$



۱- نزدیک ترین عدد طبیعی به هر یک از عددهای زیر را پیدا کنید.

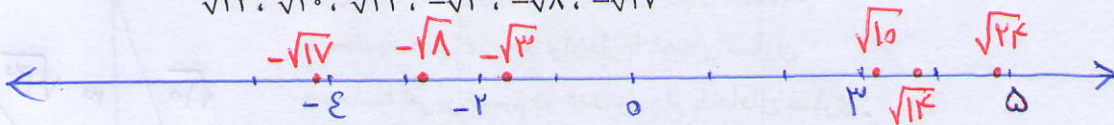
$$\sqrt{401} \approx 20 \quad \sqrt{310} \approx 18 \quad \sqrt{9999} \approx 100 \quad \sqrt{280} \approx 17 \quad \sqrt{175} \approx 13$$

$$\sqrt{401} \approx 20,02, \sqrt{310} \approx 17,7, \sqrt{9999} \approx 99,99 \text{ و } \sqrt{280} \approx 16,7 \text{ و } \sqrt{175} \approx 13,2$$

درستی پاسخ خود را به کمک ماشین حساب بیازمایید.

۲- یک محور اعداد رسم کنید و عددهای زیر را به صورت تقریبی روی آن مشخص کنید.

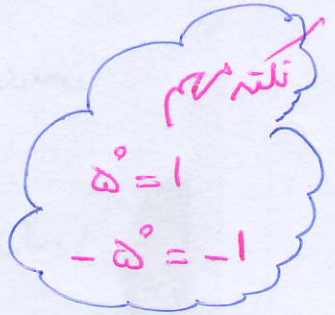
$$\sqrt{14}, \sqrt{10}, \sqrt{24}, -\sqrt{3}, -\sqrt{8}, -\sqrt{17}$$



۳- مجموع عددهای واقع بر هر سطر، هر ستون و نیز هر قطر مربع زیر ۶- است.

$$-4, -5, -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

جاهای خالی را با چه عددهایی می توان پر کرد؟



1	-4	-1
-4	-2	0
-3	2	-5

1	$-(\sqrt{4}+2)$	-5^0
-2^0	-2	5^0
$-\sqrt{4}$	$15+1^2$	-5

۴- حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$(a^0 \times a^1) \times (b^{1^0} \div b^3) = a^1 \times b^{-2} = (ab)^{-1}$$

$$\frac{(4 \times 3)^5 \times 14^1}{(28^7 \div 2^7) \times (6^5 \times 2^5)} = \frac{12^5 \times 14^1}{14^7 \times 12^5} = 14^{-2}$$

۵- جذر 700 را تا یک رقم اعشار به دست آورید و نتیجه را به کمک ماشین حساب بررسی کنید.



$$\Rightarrow \sqrt{700} = 26,4$$

$$\sqrt{700} \approx 26,457$$

۶- دو عدد طبیعی بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{17}$ پیدا کنید.

$$\sqrt{5} < \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4 < \sqrt{17}$$

جواب: 3, 4

۷- پنج عدد بین $\sqrt{3}$ و $\sqrt{8}$ پیدا کنید.

114

$$\sqrt{3} < \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{7,5} < \sqrt{8}$$

$$\sqrt{3} = 1,73 < 1,8, 1,9, 2, 2,1, 2,2, 2,3, 2,4 < \sqrt{8} \approx 2,82$$

$$= \left(\frac{3^{10}}{3^9} \right)^2 \div \left(\frac{5^4}{5^4} \right) = 3^2 \div 1^4 = 9$$

جواب سوال ۲

$$9 < \sqrt{93} < 10 \rightarrow \frac{9+10}{2} = 9,5$$

$$9,5 \xrightarrow{\text{مجدور}} 9,25 < \sqrt{93}$$

عدد	9,4	9,7	9,8	9,9
مجدور	92,14	94,09	94,04	98,01

$$\Rightarrow \sqrt{93} \approx 9,7$$

$$9,4 < \sqrt{93} < 9,7$$

$$9,45^2 = 93,1225$$

$$93,1225 > 93$$

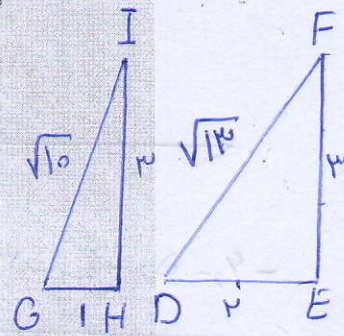
عدد	9,41	9,42	9,43	9,44
مجدور	92,3881	92,5444	92,7349	92,9456

مناسبت و مهارت ها

$$\Rightarrow \sqrt{93} \approx 9,44$$

توان • جذر تقریبی • ریشه های دوم یک عدد • جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم
در این فصل، روش های اصلی زیر مطرح شده اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- محاسبه حاصل یک عدد توان دار به توان عدد دیگر
- محاسبه تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی
- محاسبه تقریبی تقسیم دو عدد توان دار با نماهای مساوی
- محاسبه جذر یک عدد
- محاسبه یک عبارت توان دار
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- محاسبه جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم



کاربرد
بسیار کوچک است. نماد علمی نحوه ای از بیان این عددها به صورت توان دار است.

سویین های ترکیبی

$$1 - \text{حاصل عبارت مقابل را به دست آورید} = \frac{(-3)^5 \times 2^2 \times 8}{-2^2 \times (-9)^2 \times 18} = \frac{1}{9}$$

$$2 - \text{حاصل تقسیم مقابل را به دست آورید} = \left[3^{10} \times \left(\frac{1}{27} \right)^3 \right] \div \left[5^4 \times \left(\frac{1}{25} \right)^2 \right]$$

۳- با تهیه جدول مناسب، جذر عدد ۹۳ را تا دورقم اعشار به دست آورید. $\sqrt{93} \approx 9,44$

۴- عددهای زیر را به ترتیب صعودی و از چپ به راست مرتب کنید.

$$(-2)^4, (-2/5)^2, 6, \sqrt{47}, \sqrt{25}, 2^2, -2^2, -2^3, \sqrt{25}, 9, \sqrt{47}, 2, (-2)^3, (-2/5)^4$$

$$5 - \text{به کمک رسم، مکان متناظر با عددهای زیر را روی محور اعداد مشخص کنید.} \sqrt{10}, \sqrt{13}, \sqrt{20} - \sqrt{16} = -4 + 2\sqrt{5} = -4 + 2\sqrt{5} = k$$

۶- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x = -2$ و $y = 6$ و $a = -1$ و $b = \frac{1}{4}$ به دست آورید.

$$\frac{ax^2 - b(x - y^2)}{2axy + \left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{3}{b^2}} = \frac{(-1) \times 4 - \frac{1}{4}(-2 - 36)}{2 \times (-1) \times (-2) \times (6) + \left(\frac{6}{-2}\right)^2 - \frac{3}{(-1)^2}} = \frac{-4 + 19}{24 - 27 - 12} = \frac{15}{-15} = -1$$

