

انتگرال نامعین

تغییر متغیر و جزء به جزء

دکتر یوسف کوه‌مسکن

ریاضی ۱



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



0935 210 4321



@AvaEducation16

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت 💡 نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 - بسیار ساده 🧐 جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات
 - ساده 🧐 جهت تثبیت مطالب
 - متوسط 🧐 جهت تمرین بیشتر مطالب
 - سخت 🧐 جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص

۱ مسئله

حاصل انتگرال نامعین زیر را بیابید.

$$\int e^{\sqrt{x}} dx$$

۲ روش حل مسئله

🤔 پاسخ: با استفاده از تغییر متغیر $x = u^2$ ، دیفرانسیل متغیر اول به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$dx = 2u du$$

برای انتگرال داده شده خواهیم داشت:

$$\int e^{\sqrt{x}} dx = \int e^{\sqrt{u^2}} (2u du)$$

توجه شود که دامنه x در این مسئله مقادیر نامنفی است. هنگام رادیکال گرفتن هم باید عددی مثبت ظاهر شود. در نتیجه مقدار u هم باید نامنفی باشد ($\sqrt{x} = u$).

$$\int e^{\sqrt{x}} dx = 2 \int u e^u du$$

اکنون برای ادامه حل این مسئله از روش جزء به جزء استفاده خواهد شد.

$$\begin{aligned} \int u e^u du &= \int (\underbrace{e^u}_{f'}) (\underbrace{u}_g) \\ &= \underbrace{e^u}_f \underbrace{u}_g - \int (\underbrace{e^u}_f) (\underbrace{du}_{g'}) \\ &= u e^u - \int e^u du \\ &= u e^u - e^u + C \end{aligned}$$

اکنون باید متغیر اولیه در تابع جایگذاری شود:

$$\int e^{\sqrt{x}} dx = 2(\sqrt{x} - 1)e^{\sqrt{x}} + C$$

۳ مسائل مشابه

اکنون با آموزش این مسئله قادر به حل مسائلی به فرم زیر خواهید بود:

$$\begin{aligned} & \int e^{\sqrt{x-1}} dx \\ & \int e^{\sqrt{x+1}} dx \\ & \int e^{\sqrt{2x+1}} dx \\ & \int e^{\sqrt{3x-2}} dx \\ & \int x e^x dx \\ & \int (x+1) e^{2x} dx \\ & \int (4x-1) e^{5x+1} dx \\ & \int e^{\sqrt{2-3x}} dx \\ & \int_0^1 e^{\sqrt{1-x}} dx \end{aligned}$$

مورد آخر یکی از سوالات آزمون ارشد مدیریت کسب و کار در سال ۱۳۸۸ بود. صورت سوال به صورت زیر است:

• مقدار $\int_0^1 e^{\sqrt{1-x}} dx$ ، کدام است؟

- (۱) 1
(۲) $2\left(\frac{1}{e} - 1\right)$
(۳) $2e - 1$
(۴) 2

😊 پاسخ: با قرار دادن $1-x = u^2$ و دیفرانسیل $dx = -2u du$ خواهیم داشت:

$$\int_0^1 e^{\sqrt{1-x}} dx = -2 \int_1^0 u e^u du = \left[-2(u-1)e^u \right]_1^0 = 2$$

در نتیجه گزینه ۴ صحیح است.

عدم توانایی یا نداشتن شرایط مناسب
نیست که مانع پیشرفت می‌شود.
مانع واقعی نداشتن اعتماد به نفس
هست.

برایان تریسی



 AvaEducation16.blog.ir

   [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

  0935 210 4321