

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

۱۱) رسم یک سیستم تحلیل سازه با روش اجزای محدود (غیر پستی) :

۱۲) تعیین مختصات هندسی و فیضی و شماره گذاری اعضا و گره ها و درجانی آزادی

5

۱۳) تعیین جابجایی پستی مختصات گره ها در رابطه مختصات اصلی

۱۴) تعیین جابجایی پستی مختصات گره ها

۱۵) تعیین درجه آزادی گره های و تغییر مکان گره های

10

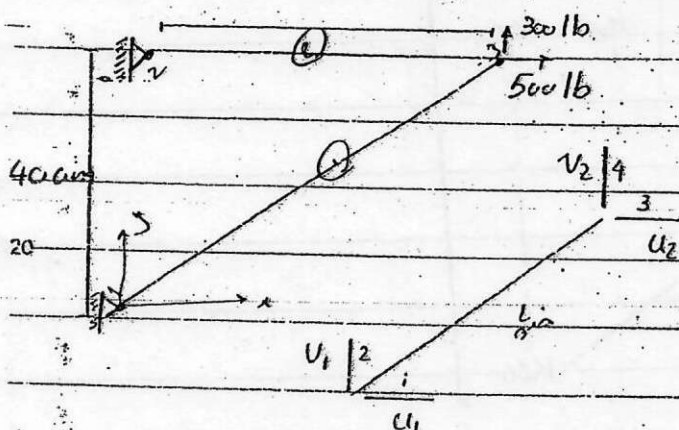
۱۶) نوشتن معادلات تعادل گره ها $F = K \cdot U$ و اعمال رابطه فیضی و درجه آزادی گره ها

۱۷) حل دستگاه و تعیین تغییر مکان گره های

15

۱۸) تعیین نیروهای داخلی و خارجی و اعمال رابطه فیضی

400m



$$E = 10 \times 10^6 \text{ lb} \cdot \text{cm}^2 \quad \text{and} \quad \text{exp}$$

$$A = 1.5 \text{ cm}^2$$

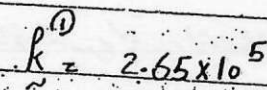
$$\left(\frac{EA}{L} \right)_2 = \frac{10 \times 10^6 \times 1.5}{40} = 3.75 \times 10^5$$

$$\left(\frac{EA}{L} \right)_1 = \frac{10 \times 10^6 \times 1.5}{56.57} = 2.65 \times 10^5$$

25

(F) نیروی خارجی یا داخلی (المانی) :

Soroush



$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ & & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ & & & \frac{1}{2} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

(2) $R = 3.75 \times 10^5$

4x4

G20

$$\frac{k}{\sim 66} z$$

A hand-drawn diagram on lined paper. At the top, a series of points are labeled K_{11} , K_{12} , K_{13} , K_{14} , K_{15} , and K_{16} from left to right. A solid line connects K_{11} to K_{66} , with a dashed line segment in the middle. Vertical dashed lines connect K_{11} to K_{61} and K_{16} to K_{66} .

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

	1	2	3	4	
(1)	1	2	5	6	
(2)	3	4	5	6	
5	1.325	1.325	0	0	-1.325 -1.325
		1.325	0	0	-1.325 -1.325
$\tilde{K}$			3.75	0	-3.75 0
$\times 10^5$				0	0 0
				5.075	1.325
10					1.325

$$K_{11} = \frac{P}{\delta} = 1.325 \times 10^5$$

$$K_{12} = 1.325 \times 10^5$$

$$K_{56} = K_{34}^1 + K_{34}^2 = 1.325$$

15

$$K_{13} = 0$$

$$K_{14} = 0$$

$$K_{15} = -1.325$$

$$K_{16} = -1.325$$

$$20 \quad \tilde{F} = \tilde{K} \cdot \tilde{U}$$

$$\begin{array}{c}
 \tilde{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_6 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \tilde{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ 500 \\ 300 \end{bmatrix}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} K_{11} & & & & & \\ & K_{15} & K_{16} & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ K_{51} & & & & & \\ & & & & & \\ K_{61} & & & & & \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Soroush

دانشگاه سورهش
 دانشکده مهندسی
 گروه مکانیک

$$\tilde{F} = \tilde{K} \cdot \tilde{U}$$

$$\begin{bmatrix} 500 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.075 & 1.325 \\ 1.325 & 1.325 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \begin{bmatrix} u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

$$u_5 = 5.33 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$u_6 = 1.731 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{15} & k_{16} \\ & k_{22} & \dots & & k_{26} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5.33 \\ 1.731 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

$$\underline{F} = \underline{K} \underline{U}$$

$$F_1 = k_{15} u_5 + k_{16} u_6 = -300$$

$$F_3 = -200 = k_{35} u_5 + k_{36} u_6$$

$$F_2 = k_{25} u_5 + k_{26} u_6 = -300$$

$$F_4 = 0 \Rightarrow F_4 = k_{45} u_5 + k_{46} u_6 = 0$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

تعیین نیروی داخلی 8

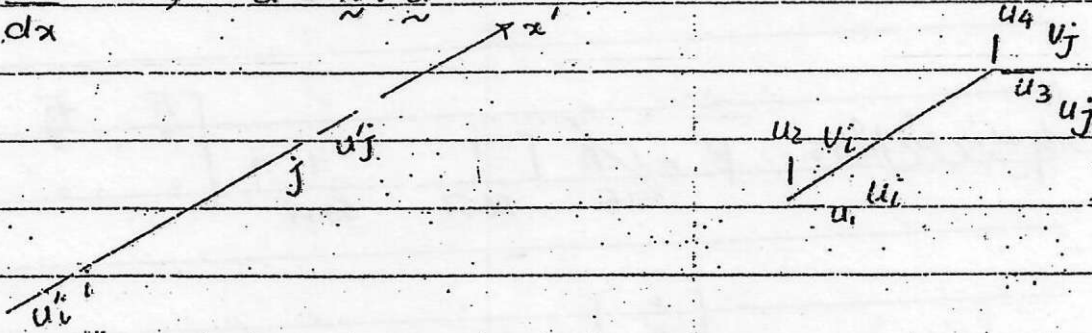
$$\delta = \frac{P}{A}$$

در ضربه تمام تنش ها و نیروها معوری هستند و نیرو در راستای عضو است
به این دلیل است که در این حالت فقط نیرو در راستای قرار دارد

5

$$E = \frac{du}{dx}$$

$$u' = N \cdot u$$



10

$$E = \frac{dN}{dx} \cdot u'$$

$$N = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right]$$

15

$$E = \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i' \\ u_j' \end{bmatrix}$$

$$u' \sim 2 \times 1 \quad R \sim 2 \times 4 \quad u \sim 4 \times 1$$

20

$$E = \begin{bmatrix} -1/L & 1/L \end{bmatrix}^e \cdot R^e \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}^e$$

25

$$\delta = E \cdot \epsilon = E \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ L & L \end{bmatrix}^e \cdot \tilde{R}^e \cdot \tilde{U}^e$$

$$P = \delta \cdot A = E \cdot A \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ L & L \end{bmatrix}^e \cdot \tilde{R}^e \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix}$$

ن

در مثال قبل، داریم داشت:

$$P' = \frac{E \cdot A}{1.5} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 56.57 & 56.57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5.33 \\ 17.37 \end{bmatrix} \times 10^{-4} = 2 \times 3 \times 1.5$$

$$P^2 = EA \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 40 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5.33 \\ 17.37 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

ن

در مثال قبل:

$$\tilde{P}' = \tilde{K}' \cdot \tilde{U}' = \tilde{K}' \cdot \tilde{R} \cdot \tilde{U}$$

$$\tilde{P}' = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}^e = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix}^e \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}^e \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}^{e_{20}}$$

2x2 2x1 4x1

$$\tilde{P}' = \begin{bmatrix} -200 \\ 200 \end{bmatrix}$$

200 200 200

نقطه ۴ (در سازه‌ی نافعین) اگر نید جای شود (روغن) که هانیدو ایجا می شود (افراد سازه‌ی معین) (در صورت) جای پاس

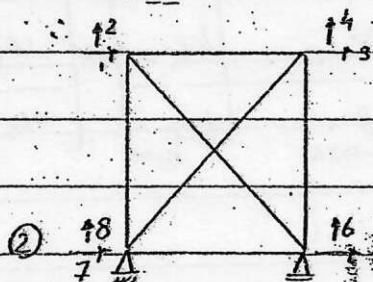
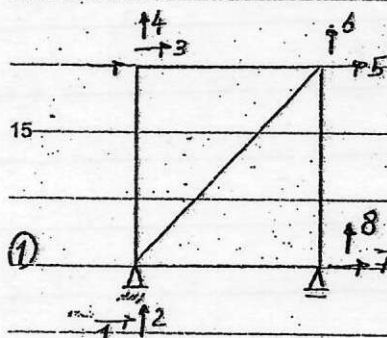
5

6 | Δ معن

6 | معن

تعمیدات اسلامی و حقوقی

سین در یک طاقها ناقص یعنی در آن ها اقصا نقص و خلل ندارد



اتفاقیه های آزاد را ملتزاری کرد

داسین قندھاری (مقدور)

(2) $\underline{U}_2$

$$\underline{U} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_F \\ U_C \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} U_F \\ - \\ U_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_F \\ - \\ P_C \end{Bmatrix}$$

(8-5)

نورسن تحلیل و ارزش گذاری n درجه آزادی است. معادله ماتریسی آن به این صورت است: $F = K \cdot U$

در معادله K ماتریس $n \times m$ و U ماتریس $n \times 1$ و F ماتریس $n \times 1$ است. اما چنانچه

5. U شامل U_f (درجات آزادی آزاد (free)) به تعداد m درجه و U_c (درجات آزادی مقید

(constrained)) به تعداد $n-m$ می باشد. برای همین می توان از نظر ریاضی رابطه معادلات را چنین

نویسید به صورت زیر (ماتریس):

$$\begin{matrix} n \\ // \\ \text{درجات آزادی} \end{matrix} \Rightarrow F = K \cdot U$$

$\begin{matrix} n \times 1 & n \times m & n \times 1 \end{matrix}$

$$\begin{matrix} m \\ // \\ \text{درجات آزادی آزاد} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} F_p \\ F_c \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} m \\ // \\ \text{درجات آزادی آزاد} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} k_{pp} & k_{pc} \\ k_{cp} & k_{cc} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} m \\ // \\ \text{درجات آزادی آزاد} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} U_p \\ U_c \end{matrix} \right\}$$

$\begin{matrix} m \times m & m \times n-m \\ n-m \times m & n-m \times n-m \end{matrix}$

$$F_p = \underline{\underline{k_{pp}}} \times \underline{\underline{U_p}} + \underline{\underline{k_{pc}}} \times \underline{\underline{U_c}} \quad (1)$$

$$\text{if } U_c = 0 \quad (1) \rightarrow F_p = k_{pp} \times U_p \Rightarrow U_p = k_{pp}^{-1} \cdot F_p$$

در این رابطه U_c را صفر می دانیم.

$$\text{if } U_c \neq 0 \quad (1) \rightarrow U_p = k_{pp}^{-1} (F_p - k_{pc} \cdot U_c)$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

ن // (در ریاضی)

$$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} [z] = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

10

ن // (در ریاضی)

$$n \text{ } T = \frac{V_0}{It}$$

15

20

25

page: ()

Subject:

Year: Month: Day: ()

5

10

15

20

25

Soroush

Subject:

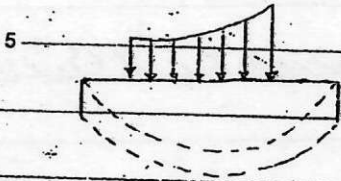
Year: Month: Day: ()

مکانیک سیال

page: ()

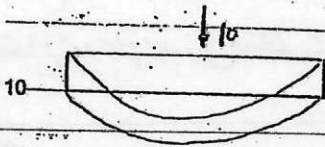
Beams (ال)

ابتدائیه و سپس قاع



تیرهای این در بارگذاری کروی صغیر است.

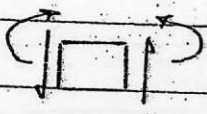
اعضای خمشی عضوهای هستند که با هم در این بار را انتقال می دهند.



تیرهای خمشی ناسی از خم هستند.

$$\delta = \frac{l_0}{A}$$

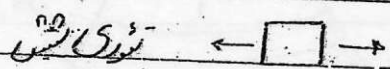
بار عمودی در صفحه عمودی که خم ایجاد می کند.



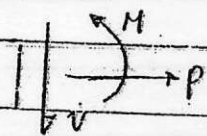
$$\delta = \frac{MC}{I}$$



$$\delta = \frac{VQ}{It}$$



20

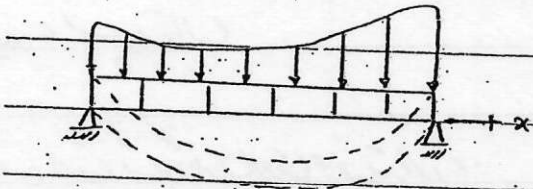


25

Soroush

یا در درستی مفادین مصالح

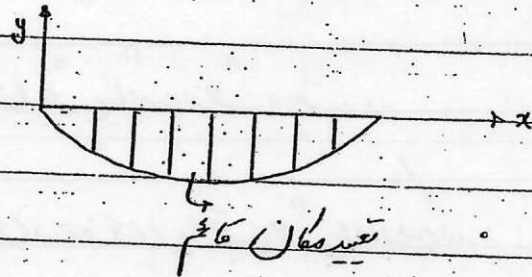
ایمان جسی



عبارت نیروی جسی در هر یک سطح مقطعی دارد.



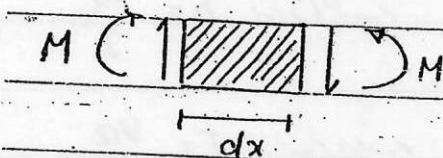
ایریناری در صفا



مقطع برد به محور منتهی

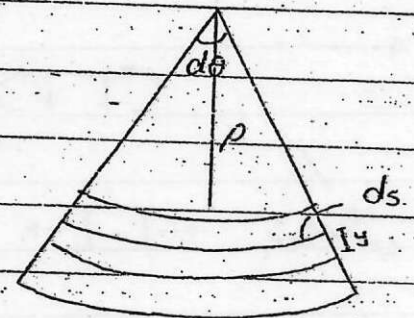
عین اوزن دلی

تعیین سطح دلی



بسی از غی

$$ds = (\rho - y) d\theta$$



$$\epsilon_x = \frac{ds - dx}{dx} = \frac{(\rho - y) d\theta - dx}{dx}$$

$$dx = \rho d\theta \rightarrow \epsilon_x = \frac{-y}{\rho} \quad (I)$$

$$\frac{1}{\rho} = k \text{ است}$$

$$\rho = \frac{1}{k} \text{ است}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

 $v(x)$

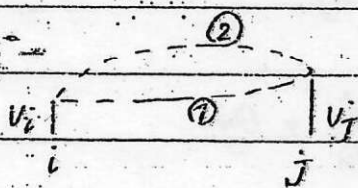
ر تغییر طول هر نقطه

$$\rho = \frac{1 + \left(\frac{dr}{dx}\right)^2}{1 + \frac{d^2r}{dx^2}}$$

$$\frac{dr}{dx} = 0 \quad \rho = \frac{1}{\frac{d^2r}{dx^2}} \quad (II)$$

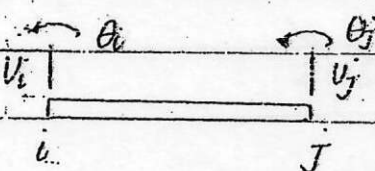
$$(I), (II) \Rightarrow E_x = -y \cdot \frac{d^2r}{dx^2}$$

$$\delta x = E \cdot y \cdot \frac{d^2r}{dx^2}$$



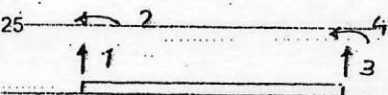
تغییر مکان های اتصالات بین تیرهای مجاور

جواب تابع تغییر مکان بین تیرها



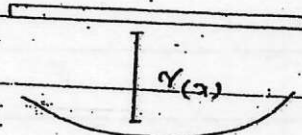
در تغییر مکان و پس در دو نقطه اتصال با تیرهای مجاور

اعمال در هر دو 2 درجه آزادی لازم دارد در هر 4 درجه آزادی لازم نیست



1) تغییر شکل مداری
2) تغییر شکل
3) تغییر شکل

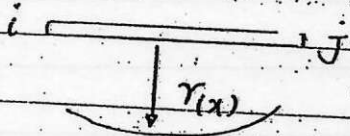
5) ابعاد جشی 4 درجه آزادی دارد.



تغییر شکل $y(x)$

1) اصل سیمای - جری زلزله - معادلات (تقابل) و انرژی، حالت پایداری

10) تابع تغییر مکان قابل قبول است که معادله تعادل، قضیه انرژی، قضیه کمترین را برآورده کند.



جری زلزله $y(x)$

$$\begin{cases} V(0) = V_i \\ \theta(0) = \frac{dV}{dx}(0) = \theta_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} V(1) = V_j \\ \theta(1) = \frac{dV}{dx}(1) = \theta_j \end{cases}$$

20) بی معادله درجه 4 درجه آزادی دارد 4 درجه آزادی لازم دارد.

تغییر شکل $y(x) = a_0 + a_1(x) + a_2 x^2 + a_3 x^3$

$$y'(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2$$

Soroush این معادله تعادل قضای کستین و انرژی با تعادل را برآورده کند.

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$V_i = a_0, \quad \theta_i = a_1$$

$$\begin{cases} V_i + \theta_i L + a_2 L^2 + a_3 = V_j \\ \theta_i + 2a_2 L + 3a_3 L^2 = \theta_j \end{cases}$$

$$V = f(V_i, \theta_i, V_j, \theta_j)$$

$$V' = V(V_i, \theta_i, V_j, \theta_j)$$

10

$$V = f(V_1, \theta_1, V_2, \theta_2)$$

$$V(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

15

$$V'(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2$$

$$V(0) = V_1 = a_0$$

$$\theta(0) = V'(0) = \theta_1 = a_1$$

B.C

$$V(L) = V_2 = V_1 + \theta_1 L + a_2 L^2 + a_3$$

$$V'(L) = \theta_2 = \theta_1 + 2a_2 L + 3a_3 L^2$$

25

$$V(x) = U_1 + \theta_1 x + \underbrace{\left(\frac{3}{L^2} (U_2 - U_1) - \frac{1}{L} (2\theta_1 + \theta_2) \right)}_{a_2} x^2 + \underbrace{\left(\frac{2}{L^3} (U_1 - U_2) + \frac{1}{L^2} (\theta_1 + \theta_2) \right)}_{a_3} x^3$$

$$V(x) = \underbrace{\left(1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \right)}_{N_1(x)} U_1 + \underbrace{\left(x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \right)}_{N_2(x)} \theta_1 +$$

$$\underbrace{\left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \right)}_{N_3(x)} U_2 + \underbrace{\left(\frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \right)}_{N_4(x)} \theta_2$$

(Interpolation Function : shape function)

$$V(x) = \begin{bmatrix} N_1(x) & N_2(x) & N_3(x) & N_4(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \theta_1 \\ U_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \tilde{N} \cdot \tilde{U}$$

$\tilde{N}$
shape Matrix

$\tilde{U}$

$$\Rightarrow V(x) = \tilde{N}(x) \cdot \tilde{U}$$

$$E = -y \cdot \frac{d^2 V}{dx^2}$$

8. $\frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{d^2 \tilde{N}}{dx^2} \cdot \tilde{U}$

$$S = -E y \cdot \frac{d^2 V}{dx^2}$$

$$V(x) = \tilde{N}(x) \cdot \tilde{U}$$

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{d^2 \tilde{N}}{dx^2} \cdot \tilde{U}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

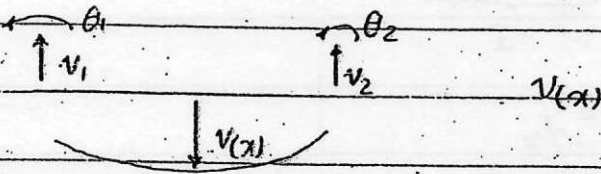
page: ()



$$\epsilon = -y \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} \cdot u$$

$$\delta = -y \cdot E \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} \cdot u$$

5



قسم اول: در این بخش، مشتق از نیروها و گشتاورها به تغییر شکل و نیرو در امتداد محور x به دست می آید.

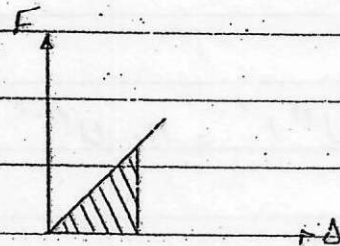
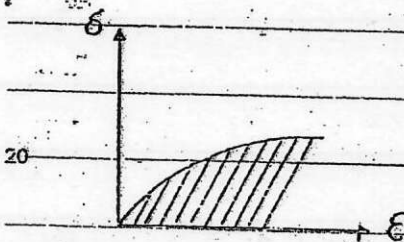
$$\frac{\partial u}{\partial s_i} = f_i$$

if: $u = \frac{1}{2} \int_{du} \delta \cdot \epsilon \cdot du$

15

$$\delta = -E y \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad \epsilon = -y \frac{d^2 v}{dx^2}$$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{2} \int_V E y^2 \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dx$$



$$u = \frac{N \cdot u}{A}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{dN}{dx} \cdot u$$

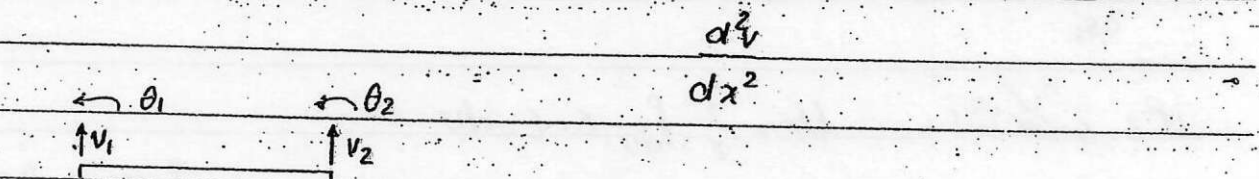
25

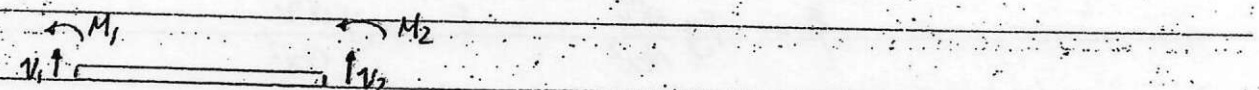
$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{d^2 N}{dx^2} \cdot u = \frac{d^2 N}{dx^2} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$U_e = \frac{E}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right) \cdot \underbrace{\left(\int_A y^2 \cdot dA \right)}_I \cdot dx \quad 5$$

$$U_e = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 \cdot dx$$

$$U_e = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} \cdot v_1 + \frac{d^2 N_2}{dx^2} \theta_1 + \frac{d^2 N_3}{dx^2} v_2 + \frac{d^2 N_4}{dx^2} \theta_2 \right) dx \quad 10$$

$$\frac{d^2 v}{dx^2}$$




$$(U^n)' = n \cdot U^{n-1} \quad 20$$

در صورتی که از این روش استفاده شود

در صورتی که از این روش استفاده شود

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$\frac{\partial u_e}{\partial V_1} = F_1 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} V_1 + \frac{d^2 N_2}{dx^2} \theta_1 + \frac{d^2 N_3}{dx^2} V_2 + \frac{d^2 N_4}{dx^2} \theta_2 \right) \frac{d^2 N_1}{dx^2} dx$$

$$= EI \left[\int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \frac{d^2 N_1}{dx^2} V_1 + \int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \frac{d^2 N_2}{dx^2} \theta_1 + \int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \frac{d^2 N_3}{dx^2} V_2 + \int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \frac{d^2 N_4}{dx^2} \theta_2 \right]$$

5

$$\frac{\partial u_e}{\partial \theta_1} = M_1 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} V_1 + \frac{d^2 N_2}{dx^2} \theta_1 + \frac{d^2 N_3}{dx^2} V_2 + \frac{d^2 N_4}{dx^2} \theta_2 \right) \frac{d^2 N_2}{dx^2} dx$$

10

$$\frac{\partial u_e}{\partial V_2} = V_2 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} V_1 + \frac{d^2 N_2}{dx^2} \theta_1 + \frac{d^2 N_3}{dx^2} V_2 + \frac{d^2 N_4}{dx^2} \theta_2 \right) \frac{d^2 N_3}{dx^2} dx$$

15

$$\frac{\partial u_e}{\partial \theta_2} = M_2 = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} V_1 + \frac{d^2 N_2}{dx^2} \theta_1 + \frac{d^2 N_3}{dx^2} V_2 + \frac{d^2 N_4}{dx^2} \theta_2 \right) \frac{d^2 N_4}{dx^2} dx$$

20

$$F_1 = \int V_1 + \int \theta_1 + \int V_2 + \int \theta_2$$

$$F_2 =$$

$$F_3 =$$

$$\text{Soroush } F_4 =$$

$$F_1 = EI \left\{ \int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_1}{dx^2} dx \cdot V_1 + \int_0^L \frac{d^2 N_2}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_1}{dx^2} dx \cdot \theta_1 + \int_0^L \frac{d^2 N_3}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_1}{dx^2} dx \cdot V_2 + \int_0^L \frac{d^2 N_4}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_1}{dx^2} dx \cdot \theta_2 \right\} = V_1$$

$$F_2 = \theta_1 =$$

$$F_3 = V_2 =$$

$$F_4 = \theta_2 =$$

	$\frac{EI}{12L^3}$	$\frac{6EI}{L^2}$			
V_1	$\int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_1}{dx^2} dx$	$\int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_2}{dx^2} dx$	$\int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_3}{dx^2} dx$	$\int_0^L \frac{d^2 N_1}{dx^2} \cdot \frac{d^2 N_4}{dx^2} dx$	V_1
M_1		$\frac{4EI}{L}$	$-\frac{12EI}{L^3}$	$\frac{2EI}{L}$	θ_1
V_2					V_2
M_2					θ_2

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$\underline{F} = \underline{K} \cdot \underline{U}$$

ماتریس سفتی

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix}$$

ماتریس سفتی

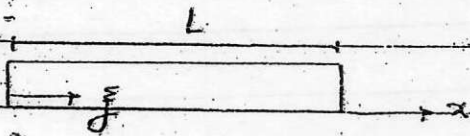
$$N_1(x) = \left(1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}\right) \rightarrow K_{11} = EI \int_0^L \left(\frac{d^2}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$N_2(x) = \left(x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right)$$

$$N_3(x) =$$

$$N_4(x) =$$

در اینجا با استفاده از روش گالری



$$0 \leq \xi \leq L$$

$$\xi = \frac{x}{L}$$

$$\int_0^L f(x) dx = \int_0^1 f(\xi) d\xi$$

$$d\xi = \frac{1}{L} dx \rightarrow dx = L \cdot d\xi$$

$$K_{11} = EI \int_0^L \frac{d^2 N_1}{d\bar{x}^2} \cdot \frac{d^2 N_1}{d\bar{x}^2} \cdot d\bar{x}$$

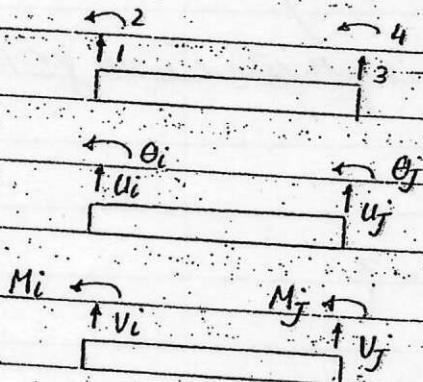
$$\text{if } \bar{x} = \frac{x}{L} \rightarrow d\bar{x} = \frac{1}{L} dx$$

$$N_1(\bar{x}) = (1 - 3\bar{x}^2 + 2\bar{x}^3)$$

$$N_2(\bar{x}) = (\bar{x}L, 2\bar{x}L^2 + \bar{x}^3L)$$

$$\left(\frac{d^2 N_1}{d\bar{x}^2} = 12\bar{x} - 6 \quad ; \quad \frac{dN_1}{d\bar{x}} = -6\bar{x} + 6\bar{x}^2 \right)$$

$$\text{مثال ٥: } K_{11} = EI \int_0^1 (12\bar{x} - 6)^2 d\bar{x} \cdot L = \frac{12EI}{L^3}$$



$$K^{(1,2)} = EI$$

$$\frac{97EI}{L}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 300^3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \hline 300^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -12 \\ \hline 300^3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \hline 300^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \frac{AEI}{L} \\ \hline 300 \end{array} \quad \begin{array}{r} -6 \\ \hline 300^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 300^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -6 \\ \hline 300^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 300 \end{array}$$

(III)

۵۰۰ فارسی متن خطی سده ۱۰ هجری
حدود ۱۰۰۰

	1	2	3	4
①	1	2	3	4
②	3	4	5	6

A diagram showing a 2D coordinate system with axes labeled k_{11} , k_{12} , k_{16} , k_{61} , and k_{66} . A diagonal line connects k_{11} and k_{66} .

$\approx k$ (ایک عدد)

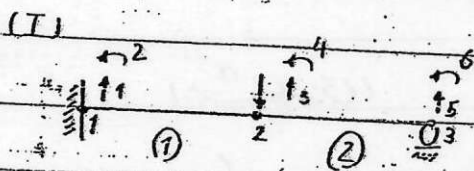
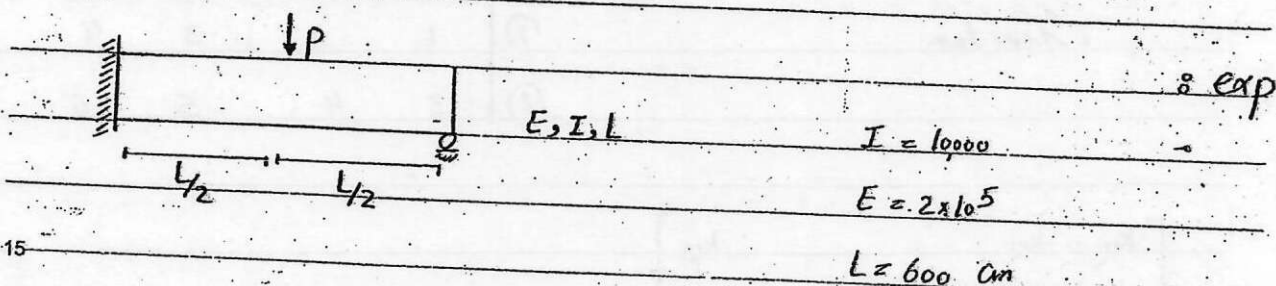
از این روش استفاده نمی‌کنیم.

ملفچه بار هم ۶ در ۶ در ۶ (۶x۶x۶) غایب در سبیل های ۱ و ۲ و ۵ مورد استغفار قرار می گیرد و در مثال هم مورد

25 برای سبقت در حالت در صل کردن : درصی اگر دم به شماره I ، تعیین در طای آنزادی مقید و فعال

Soroush بحثه است اول مقدمات و سپس فعال هارا مشخص نم

10



تیس سال کا (جسکا ادبی و تاریخی حوالہ کم)
ایں اضافی سے عجیب تر ہے جسکا ادبی و تاریخی
اعمال لا متناہی ہر سال کے لیے ہیں۔

20

(I) مفرقة (II) اوارى بنحوه (III) اوارى بنحوه

(۱) میرزا حسن
میرزا حسن (اصول و معانی) و کتاب عقلیه در بیان نظام و صورتها یکی از منطبق حد
به حدی است که با خود اصول حال را این واقعیت است.

$$\Delta V^0 = \odot \omega^1, 1$$

page: ()

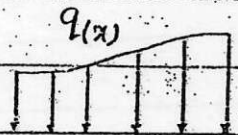
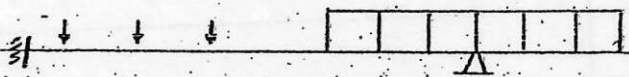
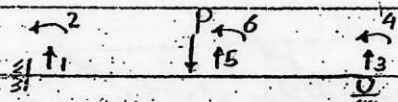
Subject:

Year: Month: Day: ()

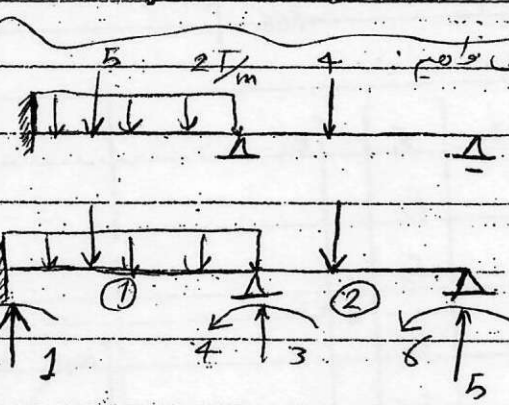
$$\begin{bmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ & K_{55} & K_{56} \\ & & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} U_4 &= \frac{-PL^3}{12EI} = \theta \\ U_5 &= \frac{-\sqrt{3}PL^3}{12EI} \downarrow \\ U_6 &= \frac{PL^3}{6EI} = \theta \end{aligned}$$

$$K_{44} = \frac{4}{300} \quad K_{45} = \frac{6}{300^2} \quad K_{46} = \frac{2}{300}$$

$$K_{55} = \frac{24}{300^3} \quad K_{56} = 0 \quad K_{66} = \frac{8}{300}$$



$$F^e = \begin{bmatrix} v_i^e \\ M_i^e \\ v_j^e \\ M_j^e \end{bmatrix}$$

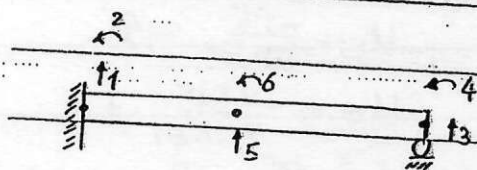


$$\begin{aligned} & -\frac{49}{6} \downarrow \quad \frac{28}{7} \downarrow \quad \frac{16}{5} \downarrow \quad \frac{16}{5} \downarrow \quad \frac{16}{25} \downarrow \\ & \frac{-5 \times 3 \times 16}{49} \downarrow \end{aligned}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

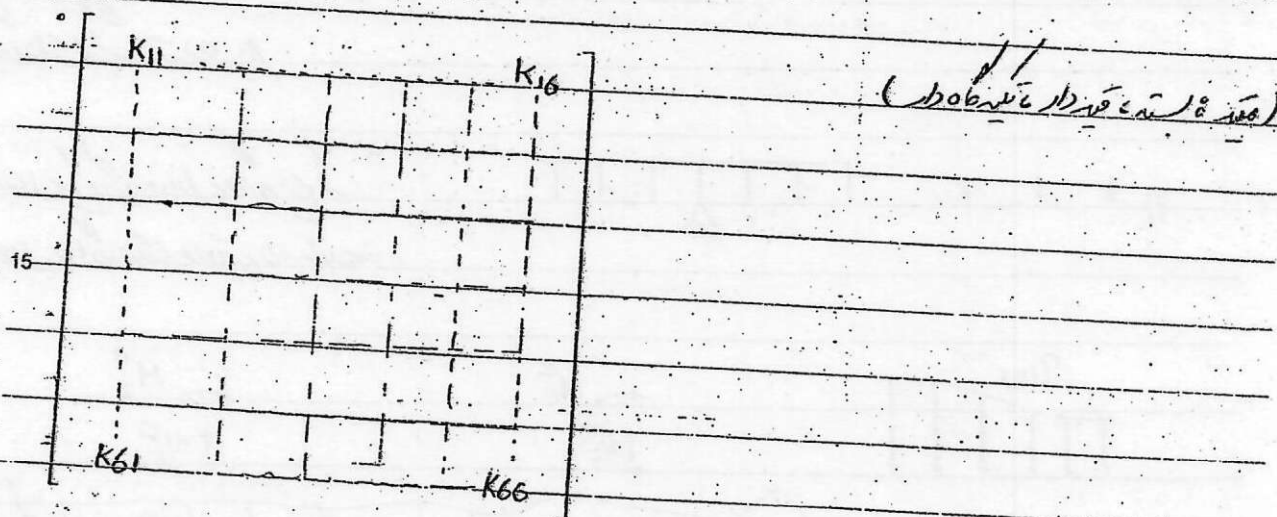


①	1	2	5	6
②	5	6	3	4

مهر و ناله برای مدینه بدین در طاعت کز لای و گاهی خطاهای معاصات و ... به بخوبی در طاعت کز لای که هزارا

تفاوت گذاری در درجه طاعت اگر از افعال در طاعت اگر از روی قصد یا طاعت تفاوت گذاری کنند. برای نمونه من و تو را ابتدا

در بیان آنندری و غیره را شماره آنندری و در بیان آنندری و غیره را شماره آنندری بنویسید.



نوشته شده در کتاب:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \cancel{F_4} \\ \cancel{F_5} - P \\ \cancel{F_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & & & & & \\ & & & & & k_{16} \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

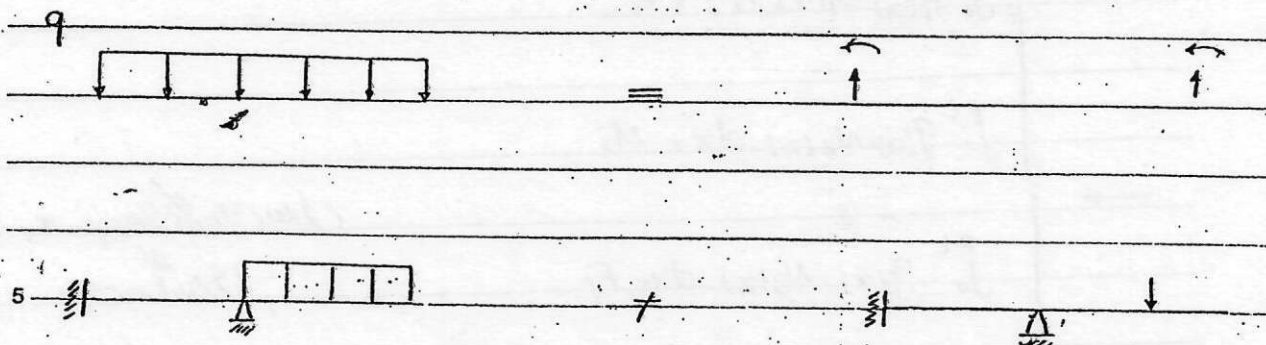
$\left[\begin{array}{ccc} k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ & k_{55} & k_{56} \\ & s_{ym} & k_{66} \end{array} \right]$

نزدی خارجی یا دانیس می باشد

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()



کارایم برین توسط از واقعیت و کارایی آن در معادله های معادل گویا فوین سه بارسی می بینند

$$10 \quad W = \int_0^L q(x) \cdot \gamma(x) \cdot dx \quad \text{کار بار خاص}$$

$$V_i u_i + M_i \theta_i + V_j u_j + M_j \theta_j \quad \text{کار انرژی معادل گویا}$$

$$\int q(x) \cdot \gamma(x) \cdot dx = F u_i + M_i \theta_i + F_j u_j + M_j \theta_j$$

$$15 \quad \text{فرض 8} \quad \gamma(x) = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ \theta_i \\ u_j \\ \theta_j \end{bmatrix}$$

$$\gamma(x)$$

$$= \underbrace{\int q(x) N_1 dx}_{1} \cdot u_i + \underbrace{\int q(x) N_2 dx}_{2} \cdot \theta_i + \underbrace{\int q(x) N_3 dx}_{3} \cdot u_j + \underbrace{\int q(x) N_4 dx}_{4} \cdot \theta_j$$

$$= \underbrace{F u_i}_{1} + \underbrace{M_i \theta_i}_{2} + \underbrace{F_j u_j}_{3} + \underbrace{M_j \theta_j}_{4}$$

$$\int_0^L q(x) N_1(x) dx = F_i$$

$$\int_0^L q(x) N_2(x) dx = M_i$$

$$\int_0^L q(x) N_3(x) dx = F_j$$

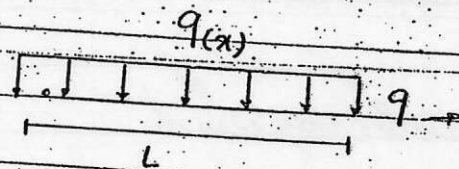
$$\int_0^L q(x) N_4(x) dx = M_j$$

روابط محاسبه نیروهای گره ای و ممان
درای عناصر از برای

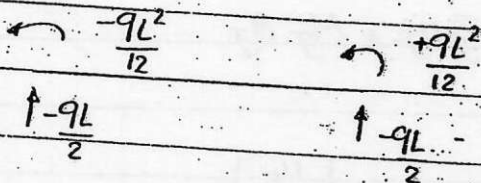
5

از این روابط برای بدست آوردن ماتریس سختی استفاده می کنند

10



در این حالت
نیروی خردشده اعمال می شود



15

$$q(x) = q$$

$$N_1(x) = \left(1 - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{3x^3}{L^3}\right)$$

$$F_i = \int_0^L q \left(1 - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{3x^3}{L^3}\right) dx = -\frac{qL}{2}$$

$$-q \int_0^L \left(1 - \frac{2x^2}{L^2} + \frac{3x^3}{L^3}\right) dx =$$

$$M_i = \int_0^L q \left(x - \frac{2x^3}{L^2} + \frac{x^4}{L^3}\right) dx = -\frac{qL^2}{12}$$

$$F_j = \int_0^L q N_3(x) dx = \frac{qL}{2}$$

25

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$M_j = \int_0^L q N_4(x) \cdot dx = -\frac{qL^2}{12}$$

$$F^{\theta} = \begin{bmatrix} -qL/2 \\ -qL^2/12 \\ -qL/2 \\ +qL^2/12 \end{bmatrix}$$

در این مثال بار مابین را می بینیم
(بار مابین در صورتی که بار مابین)

در این مثال بار مابین



$$q(x) = \frac{3}{L}x$$

در این مثال بار مابین را می بینیم

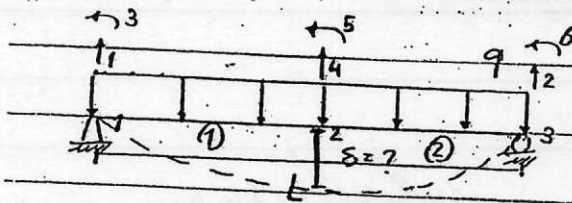
در این مثال بار مابین

$y(x)$

$$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

$$y(x) = N_1 u_i + N_2 \theta_i + N_3 u_j + N_4 \theta_j$$

$$y(x) = \underline{N} \cdot \underline{U} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ \theta_i \\ u_j \\ \theta_j \end{bmatrix}$$



در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.

در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.

در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.

در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.

در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.

$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$$

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8}$$

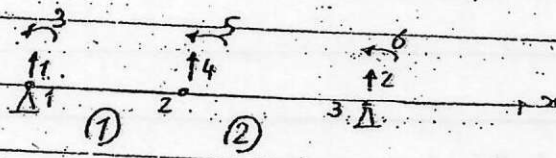
در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.

$$\delta_{max} = \frac{1}{48} \frac{PL^3}{EI}$$

$$M_{max} = \frac{PL}{4}$$

در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.

در این بخش به بررسی تغییرات درجه آزادی و درجه های رگرسیونی خواهیم پرداخت.



$$K^1 = K^2 = EI$$

$$\begin{bmatrix} \frac{96}{L^3} & \frac{24}{L^2} & -\frac{96}{L^3} & \frac{24}{L^2} \\ \frac{24}{L^2} & \frac{8}{L} & -\frac{24}{L^2} & \frac{4}{L} \\ -\frac{96}{L^3} & -\frac{24}{L^2} & \frac{96}{L^3} & -\frac{24}{L^2} \\ \frac{24}{L^2} & \frac{4}{L} & -\frac{24}{L^2} & \frac{8}{L} \end{bmatrix}$$

sym.

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

	1	2	3	4
①	1	3	4	5
②	4	5	2	6

$$F = K \cdot U$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

↓
در این مدل در راستای درجه آزادی

↓
درجه آزادی در دهانه ها مانند درجه آزادی در دهانه ها می باشد.

15

$$\begin{array}{ccccccc} \leftarrow -\frac{qL^2}{48} & \leftarrow -\frac{qL^2}{48} & \leftarrow -\frac{qL^2}{48} & & \leftarrow \frac{qL^2}{48} & & \\ \uparrow -\frac{qL}{4} & \text{①} & \uparrow -\frac{qL}{4} & \uparrow -\frac{qL}{4} & \text{②} & \uparrow -\frac{qL}{4} & \end{array}$$

20

↓
درجه آزادی در دهانه ها مانند درجه آزادی در دهانه ها می باشد.

25

$F_1 = \frac{9L}{4}$	K_{11}	K_{16}	0
$F_2 = \frac{9L}{4}$			0
$-\frac{9L^2}{48}$		K_{33} K_{34} K_{35} K_{36}	U_3
$-\frac{9L}{2}$	2	K_{44} K_{45} K_{46}	U_4
0		sym. K_{55} K_{56}	U_5
$\frac{9L^2}{48}$	K_{61}	K_{66}	U_6

ماتریس سختی را بر حسب EI و L پیدا کنید.
 در این مرحله باید برای هر یک از درجات آزادی U_3, U_4, U_5, U_6 یک بار بار محاسبه کنیم.

$-\frac{9L^2}{48}$	K_{33} K_{34} K_{35} K_{36}	U_3
$-\frac{9L}{2}$	K_{44} K_{45} K_{46}	U_4
0	K_{55} K_{56}	U_5
$\frac{9L^2}{48}$	K_{66}	U_6

4×1 4×4 4×1

$\Rightarrow$ $U_3 =$

$U_4 = \frac{5}{384} \frac{9L^4}{EI}$

$U_5 = 0$

$U_6 =$

$K_{34} = -\frac{24EI}{L^2}$

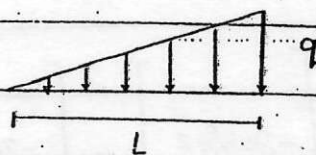
$K_{45} = 0$

ماتریس جابجایی را پیدا کنید.

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()



$$q(x) = \frac{q}{L} \cdot x$$

5

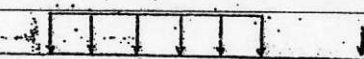
بسته به طول و بار

و بار



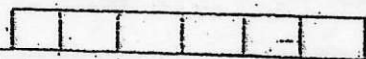
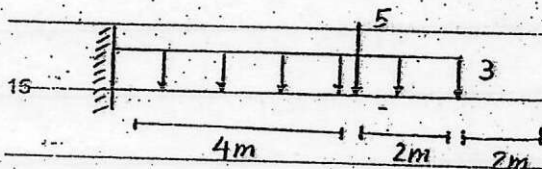
$$q(x) = qx^2 + 2x + 3$$

10



بسته به طول و بار
و بار

exp



$$\frac{-qL}{2} = \frac{-3 \times 6}{2} = -9$$

$$\frac{-qL}{12} = \frac{-3 \times 36}{12} = -9$$

و بار

$$\begin{bmatrix} -9 \\ -9 \\ -9 \\ 9 \end{bmatrix}$$

25

$$\frac{-5 \times 4 \times 2^2}{36} = \frac{20}{9}$$

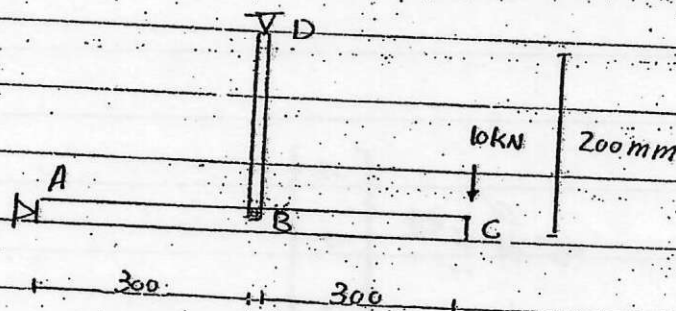
$$F_{eq} = \begin{bmatrix} -Pab^2/L^2 \\ +Pa^2b/L^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20/9 \\ 40/9 \end{bmatrix}$$

$$F_{eq} = \begin{bmatrix} -9 + \dots \\ -9 - 20/9 \\ -9 + \dots \\ 9 + 40/9 \end{bmatrix}$$

$$F_i = \int_0^L q(x) N_i(x) dx$$

این را در این صورت

exp: در نقطه G و در نقطه BD و در این صورت



$$E_{steel} = 207 \text{ GPa}$$

$$400 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}$$

الومینوم

$$E_{AL} = 69 \text{ GPa}$$

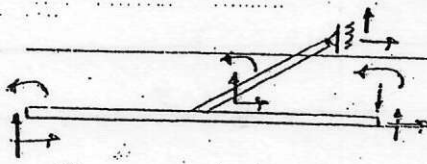
$$A = 78.54 \text{ mm}^2$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

نقشه و حال مانترو در اینجا به نظر می آید و باید آن را قابل در نظر بگیریم



5		1	2	3	4
		1	2	3	4
		3	4	5	6
		3	0	7	0
		0	7	0	7

10

flash back



$$I = 213333 \text{ mm}^4 = 213333 \times 10^{-12} \text{ m}^4 = 2.133 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$E = 207 \times 10^9$$

	$\frac{12}{300^3}$	$-\frac{6}{300^2}$	$-\frac{12}{300^3}$	$\frac{6}{300^2}$
$K^1 = K^2 = EI$				
	$\frac{4}{300}$	$\frac{6}{300^2}$	$\frac{2}{300}$	
		$\frac{12}{300^3}$	$-\frac{6}{300^2}$	
			$\frac{4}{300}$	

25

$$= 1635.6$$

12	1800	-12	+1800
----	------	-----	-------

$$K^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times EA \ 78.54$$

200

F_1	K_{11}		K_{17}	U_1
F_2		K_{22} K_{23} K_{24} K_{25} K_{26}		U_2
F_3		K_{33} K_{34} K_{35} K_{36}		U_3
F_4	$=$	K_{44} K_{45} K_{46}		U_4
F_5	$-$	K_{55} K_{56}		U_5
F_6		K_{66}		U_6
F_7	K_{71}		K_{77}	U_7

Sym.

0	K_{22} K_{23} K_{24} K_{25} K_{26}	U_2
0	K_{33} K_{34} K_{35} K_{36}	U_3
0	K_{44} K_{45} K_{46}	U_4
-10	K_{55} K_{56}	U_5
0	K_{66}	U_6

$\Rightarrow \Delta_c = U_5 = -5.55 \text{ mm}$

$$s_z E \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \cdot R \cdot u$$

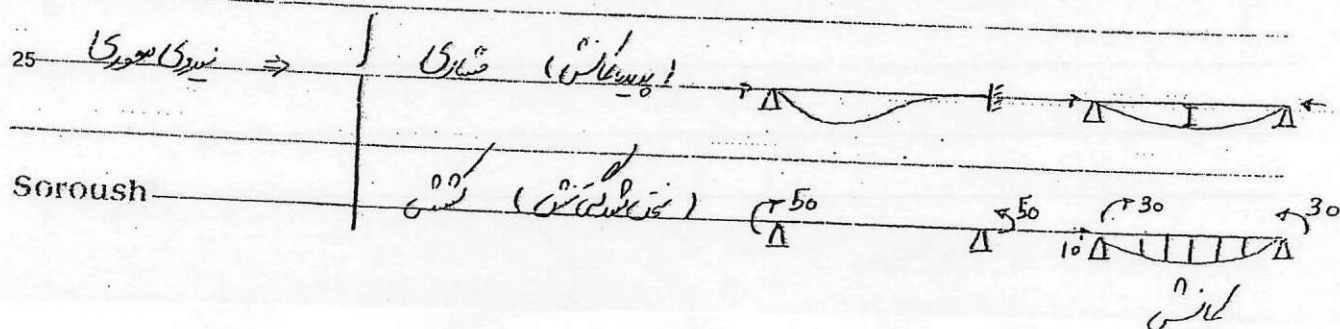
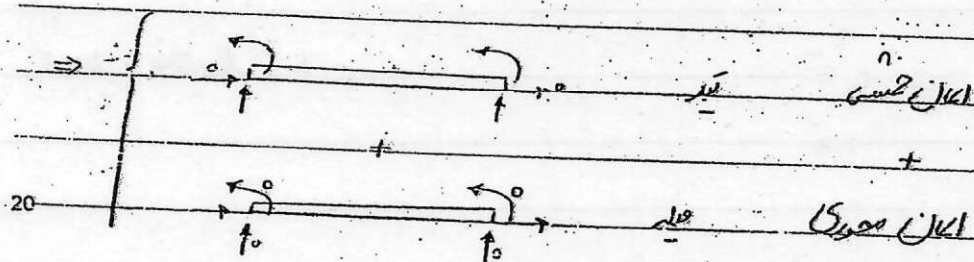
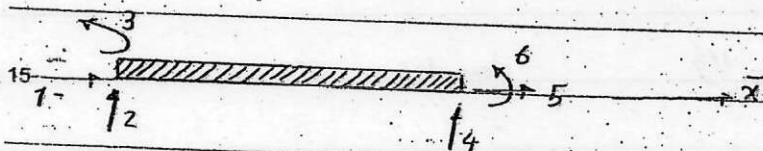
$$\delta_z = E \begin{bmatrix} -\frac{1}{200} & \frac{1}{200} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -0.7381 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 254.6 \text{ MPa}$$

$$10. \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ u' \end{bmatrix} \Rightarrow \delta = P/A$$

برای ایل در این خنجرها صفت و عدد این شنبه پس
اکثر از جنس با نوری و صوری را بیان می کند

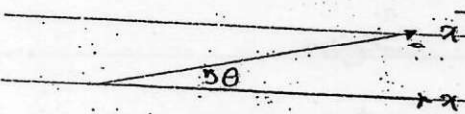
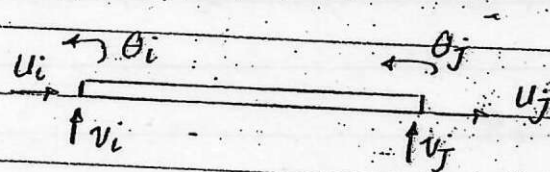
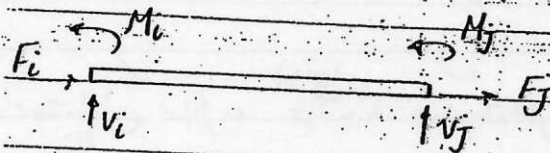
(جمله)

Free جا (آزاد) ← شماره لایق «مار» فعال



تحت افزارش میباید و تغییر مکان افکارش میباید
فشار افکارش تحت و کش افکارش تحت میباید

	$-EA/L$	0	0	$-EA/L$	0	0
$\bar{K} =$	0	$12EI/L^3$	$6EI/L^2$	0	$-12EI/L^3$	$6EI/L^2$
~ 4	0	$6EI/L^2$	$4EI/L$	0	$-6EI/L^2$	$2EI/L$
5	$-EA/L$	0	0	EA/L	0	0
15	0	$-12EI/L^3$	$-6EI/L^2$	0	$12EI/L^3$	$-6EI/L^2$
دو (دو بار) دو بار	0	$6EI/L^2$	$2EI/L$	0	$-6EI/L^2$	$4EI/L$
مکان						

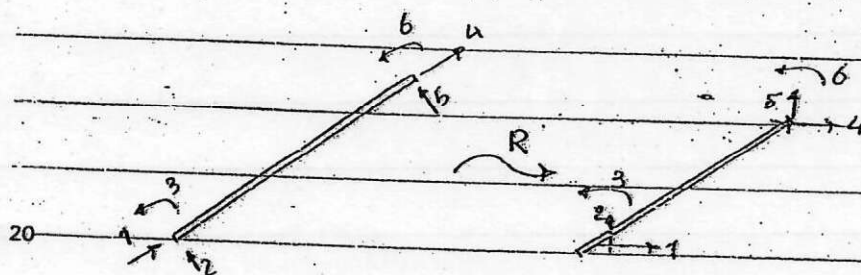


$$U' = R \cdot U$$

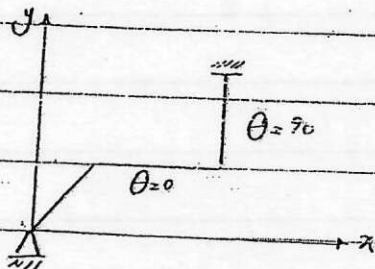
$$\bar{K} = R^T \cdot \bar{K} \cdot R$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$k =$: عدد منحنى الكمال
 فان معرّف الكمال

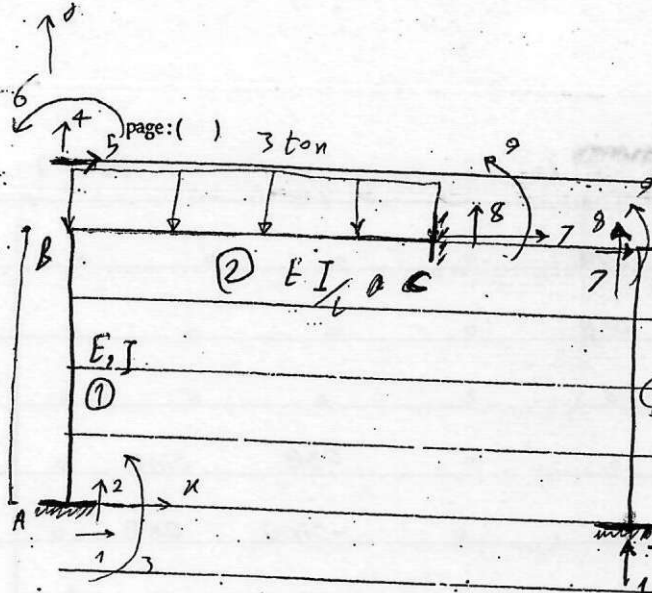


ۛ بخوان ۛ



با استفاده از فرمول تبدیل
برای مولدهای قائم ($\theta = 0$) خواهیم داشت:

Year: Month: Day: ()



رویس شماره کتابی

بار چوبی و مس سماره اول و بار رسی دوم و بار رسی سماره ۸

Handwritten notes on a grid background:

Top right: $\frac{1}{8}$ and $\frac{1}{9}$ (written as $\frac{1}{8}$ and $\frac{1}{9}$).

Left side: 1, 6, 7, 8, 9.

Grid content:

- Row 1: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 2: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 3: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 4: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 5: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 6: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 7: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 8: K_{17} , K_{18} , K_{19}
- Row 9: K_{17} , K_{18} , K_{19}

کشی اول و دوم مورد محاسبه قرار می گیرد