



دانشگاه تبریز



مجلس شورای اسلامی



جمهوری اسلامی ایران



دانشگاه فرهنگیان کرمان

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرد

۱۲ اردیبهشت ۹۸

پنج باز، گذشته در آینده

محمدامین جعفری زاده؛ دبیرستان دوره اول علامه حلی، شهرستان کرمان

معلم راهنما: اعظم ملک لو زاده؛ دبیر خوشنویسی شهرستان کرمان

چکیده

در این مقاله به بررسی ویژگی‌ها و زیبایی‌های کاشی پنج باز پرداخته می‌شود. پنج باز نوعی کاشی است که مورد استفاده بسیاری از هنرمندان کشورهای اسلامی از جمله در قاهره مصر بوده است؛ به صورتی که چندین خیابان در قاهره با این طرح، سنگفرش شده‌اند؛ و به همین علت آن را پنج ضلعی قاهره‌ای (Ciro pentagonal tiling) می‌نامند. ویژگی بارز این کاشی آن است که شبیه‌ترین پنج ضلعی محدب به پنج ضلعی منتظم (پنج کند) است که می‌توان با آن کاشی کاری تک وجهی ضلع به ضلع انجام داد؛ یعنی تنها با استفاده از آن یک سطح را به طور کامل پوشاند به طوری که هر دو شکل، یا هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند و یا فقط در یک ضلع یا یک رأس مشترک باشند. این شکل از اشکال کریستالی است یعنی مثل شش ضلعی منتظم، از استحکام بالایی برخوردار است. پس می‌تواند جایگزین خوبی برای کاشی‌های چهارضلعی تکراری باشد.

واژگان کلیدی: پنج باز، کاشی کاری، پنج ضلعی، قاهره

۱- مقدمه

اولین سمینار دانش‌آموزی
ریاضیات و کاربردها



سازمان تخصصی ریاضی سینا



آموزشگاه علمی گویا آموزشگاه تخصصی ریاضی سینا



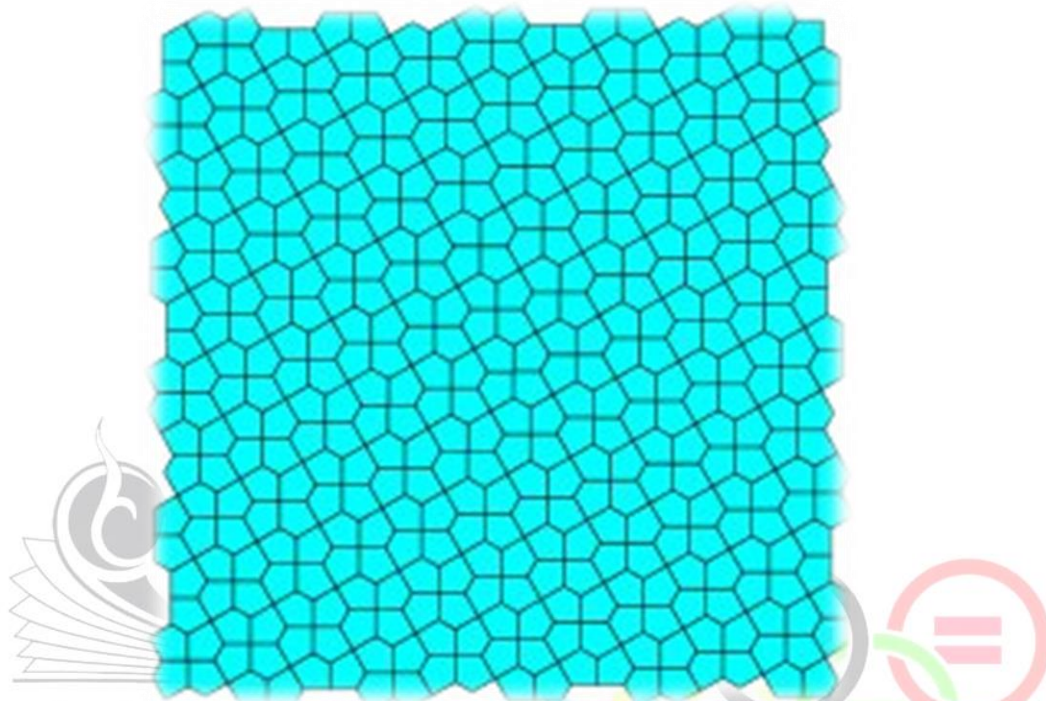
دبیرستان نمونه دولتی



دبیرستان شاهد دبیرستان استعدادهای درخشان دبیرستان فرهنگیان کرمان پژوهشسرای دانش‌آموزی

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنج

۱۲ اردیبهشت ۹۸



آموزش و پرورش شهرستان زرنج

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا

پنج باز یا همان کاشی پنج‌ضلعی قاهره‌ای (Ciro pentagonal tiling) یک پنج‌ضلعی با سه زاویه صد و بیست درجه و دو زاویه نود درجه (غیر مجاور) است که می‌توان با آن کاشی‌کاری تک‌وجهی ضلع‌به‌ضلع انجام داد. از ویژگی‌های این کاشی آن است که می‌توان گفت شبیه‌ترین شکل به پنج‌ضلعی منتظم (پنج‌گن) است که قابلیت کاشی‌کاری تک‌وجهی و ضلع‌به‌ضلع را دارد. این کاشی در گذشته در کشورهای اسلامی از جمله ایران و مصر کاربرد داشته است؛ و این کاربرد در قاهره مصر به حدی بوده است که چندین خیابان آن شهر، با این طرح سنگ‌فرش شده‌اند. این کاشی ویژگی‌های جالب دیگری از جمله کریستالی بودن، دو گانه یا دوال (dual) بودن، قابلیت ایجاد طرح‌های جدید با کمک گرفتن از دیگر کاشی‌های قاهره‌ای و... نیز دارد که به آن‌ها اشاره خواهیم کرد.

در این مقاله سعی داریم به بررسی ویژگی‌های پنج باز بپردازیم و راه‌هایی ساده‌تر برای ترسیم آن را مطرح کنیم. پس اگر شما هم از کاشی‌ها و اشکال چهارضلعی تکراری خسته شده‌اید، بیایید تا در مورد این شکل زیبا بیشتر بدانیم.

۲- محتوای اصلی

۱-۲- هندسه

این شکل دارای چهار ضلع هم‌اندازه به همراه یک ضلع کوچک‌تر است؛ که اگر این ضلع را فائده فرض کنیم، زوایا به ترتیب از سمت چپ پایین ۹۰، ۱۲۰، ۹۰، ۱۲۰ و ۱۲۰ درجه هستند. ضلع کوچک‌تر $\sqrt{3}-1$ برابر ضلع



سازمان آموزش عالی و پژوهش



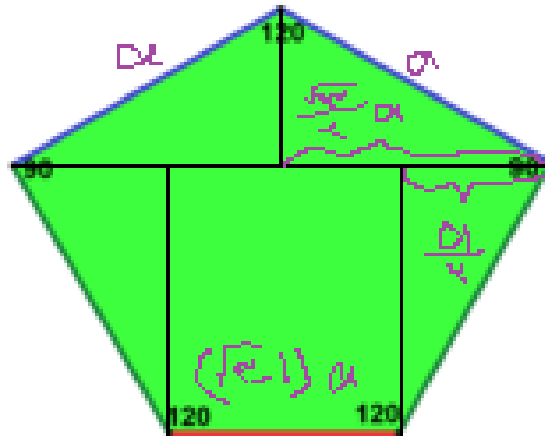
جمهوری اسلامی ایران



پژوهشسرای دانش‌آموزی کرمان دبیرستان استعدادهای درخشان دبیرستان شاهد دبیرستان نمونه دولتی آموزشگاه علمی گویا آموزشگاه تخصصی ریاضی مینا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنج
۱۲ اردیبهشت ۹۸

بزرگ‌تر است (شکل ۱). این شکل با توجه به تعداد اضلاع و اندازه تقریباً برابر اضلاع و اندازه زوایایش، جزء شکل‌های کریستالی به حساب می‌آید و از استحکام نسبتاً بالایی برخوردار است؛ همان طور که زنبورها لانه خود را با شکلی کریستالی می‌سازند و یا گفته می‌شود دلیل پایداری گنبد جبلیه کرمان، شکل کریستالی (هشت‌ضلعی) آن است. پس پنج باز برای کاشی کاری بسیار مناسب است.



شکل ۱

۲-۲- پنج باز در میان پنج‌ضلعی‌های محدب قابل کاشی کاری تک‌وجهی (monohedral) پانزده نوع پنج‌ضلعی محدب وجود دارد که می‌توان با آن‌ها کاشی کاری تک‌وجهی انجام داد، یعنی سطح را فقط با همان شکل به طور کامل پوشاند (شکل ۲)؛ و پنج باز زیرمجموعه نوع چهارم است؛ که طبق شکل اگر $b=c=d=e$ باشد به پنج باز می‌رسیم. گفته می‌شود نوع چهارم و هشتم پنج‌ضلعی‌ها، بر گرفته از پنج باز هستند. ویژگی دیگر پنج باز آن است که کاشی کاری انجام شده با آن، ضلع به ضلع هم هست؛ یعنی در آن، دو شکل، یا با هم تماسی ندارند و یا در یک نقطه یا یک ضلع مشترکند؛ که این ویژگی باعث می‌شود این شکل، برای کاشی کاری مناسب‌تر شود چون کار را برای فردی که کاشی کاری می‌کند آسان می‌کند.

ریاضیات و کاربردها



مرکز ملی آموزش ریاضیات

آموزشگاه علمی گویا

آموزشگاه تخصصی ریاضی سینا

دبیرستان نمنده دولتی

دبیرستان شاهد

دبیرستان استعدادهای درخشان

دبیرستان استعدادهای درخشان

دبیرستان استعدادهای درخشان

دبیرستان استعدادهای درخشان

دبیرستان استعدادهای درخشان

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرد

۱۳ اردیبهشت ۹۸

<p>۱۳</p> <p>$d = 2a = 2e$ $\hat{B} = \hat{E} = 90^\circ$ $2\hat{A} + \hat{D} = 360^\circ$</p>	<p>۱۴</p> <p>$2a = 2c = d = e, \hat{A} = 90^\circ$ $\hat{B} \approx 145.34^\circ, \hat{C} \approx 69.33^\circ$ $\hat{D} \approx 124.66^\circ, \hat{E} \approx 110.68^\circ$</p>	<p>۱۵</p> <p>$a = c = e, b = 2a$ $\hat{E} = 90^\circ, \hat{A} = 150^\circ, \hat{B} = 60^\circ$ $\hat{C} = 135^\circ, \hat{D} = 105^\circ$</p>
<p>۱۰</p> <p>$a = b = c + e$ $\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} + \hat{E} = 180^\circ$ $\hat{B} + 2\hat{C} = 360^\circ$</p>	<p>۱۱</p> <p>$2a + c = d = e$ $\hat{A} = 90^\circ, 2\hat{B} + \hat{C} = 360^\circ$ $\hat{C} + \hat{E} = 180^\circ$</p>	<p>۱۲</p> <p>$2a = d = c + e$ $\hat{A} = 90^\circ, 2\hat{B} + \hat{C} = 360^\circ$ $\hat{C} + \hat{E} = 180^\circ$</p>
<p>۷</p> <p>$b = c = d = e$ $\hat{B} + 2\hat{E} = 2\hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$</p>	<p>۸</p> <p>$b = c = d = e$ $2\hat{B} + \hat{C} = \hat{D} + 2\hat{E} = 360^\circ$</p>	<p>۹</p> <p>$b = c = d = e$ $2\hat{A} + \hat{C} = \hat{D} + 2\hat{E} = 360^\circ$</p>
<p>۴</p> <p>$b = c, d = e$ $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$</p>	<p>۵</p> <p>$a = b, d = e$ $\hat{A} = 60^\circ, \hat{D} = 120^\circ$</p>	<p>۶</p> <p>$a = d = e, b = c$ $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ, 2\hat{B} = \hat{E}$</p>
<p>۱</p> <p>$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ $\hat{A} + \hat{D} + \hat{E} = 360^\circ$</p>	<p>۲</p> <p>$c = e$ $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$</p>	<p>۳</p> <p>$a = b, d = c + e$ $\hat{A} = \hat{C} = \hat{D} = 120^\circ$</p>

شهرستان زرد
 ملاءصدرا





مرکز ملی آموزش ریاضیات



جمهوری اسلامی ایران



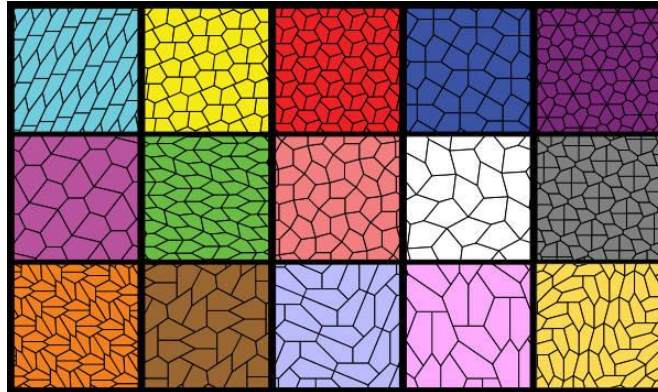
وزارت آموزش و پرورش



پژوهشسرای دانش‌آموزی

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرند

۱۲ اردیبهشت ۹۸

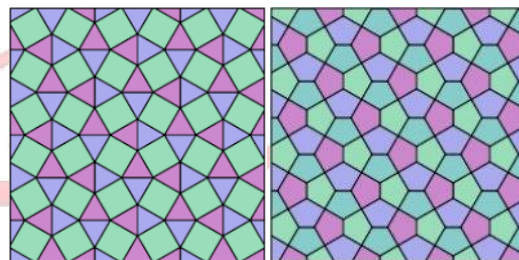
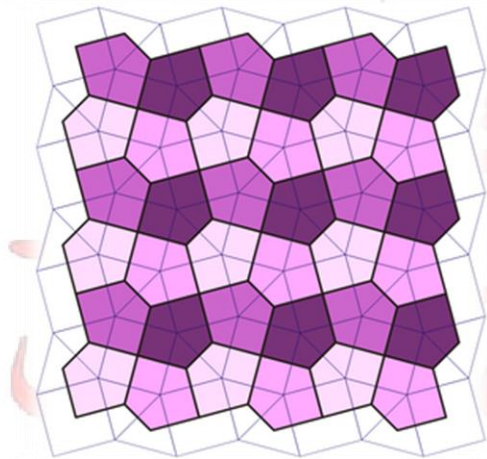


شکل ۲

۲-۳- پنج باز یک کاشی کاری دوگانه (dual)

پنج باز یک کاشی کاری دوگانه است؛ یعنی کاشی کاری دیگری وجود دارد که اگر به شکل صحیح روی کاشی کاری پنج باز کشیده شود، رأس‌های شکل‌های آن، از ضلع‌های پنج بازی که رأس درون آن است به یک فاصله باشد؛ یعنی رأس، مرکز دایره محیطی پنج باز باشد و رأس پنج باز هم، مرکز دایره محیطی شکلی که رأس، داخل آن است. یا به طور ساده‌تر، اگر مرکز دایره‌های محاطی شکل‌های یک کاشی کاری را به هم وصل کنیم، کاشی کاری دوم حاصل شود. (طبق شکل ۳)

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا



شکل ۳

۲-۴- شش ضلعی سازنده پنج باز

اگر به کاشی کاری پنج باز دقت کنید خواهید دید که انگار دو کاشی کاری تک‌وجهی عمودی و افقی از یک شش ضلعی خاص، که شامل چهار پنج باز می‌شود، با هم طلاق کرده و کاشی کاری پنج باز را ساخته‌اند. در این شش ضلعی، همه زوایا برابرند و مانند این است که، دو ضلع موازی از شش ضلعی منتظمی را که ضلعش دو برابر ضلع بزرگ پنج باز است را هم اندازه ضلع کوچک پنج باز قرار دهیم.



دانشگاه تخصصی ریاضی سینا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا



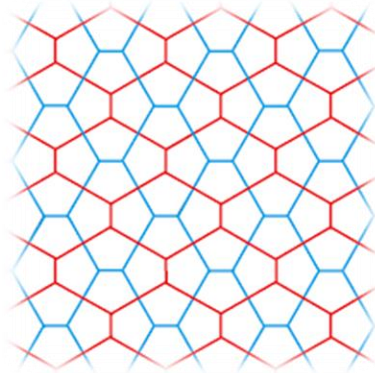
آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرد

۱۲ اردیبهشت ۹۸

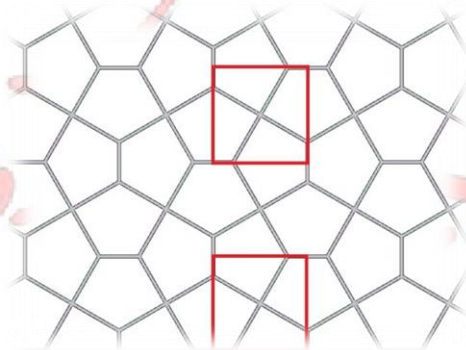


شکل ۴

۲-۵- راه‌های رسم پنج باز

اگر دوست داشته‌باشید سطحی را با این شکل طراحی کنید، احتمالا در رسم آن به مشکل برخورد خواهید کرد، چون کار وقت‌گیری است. در این جا می‌خواهیم راه‌هایی ساده (به جز ساخت شابلون) برای رسم این شکل مطرح کنیم:

۱. اگر سطحی با کاشی کاری مربعی (مثل کف اکثر مکان‌ها) دارید، می‌توانید محل برخورد دو خط عمود بر هم را روی مرکز ثقل یکی از مربع‌ها قرار دهید و خط‌ها را طوری تنظیم کنید که با اضلاع مربع، زاویه شصت درجه بسازند، و این طرح را به صورت قرینه‌ای انعکاسی روی دیگر مربع‌ها اجرا کنیم، خط‌ها و بخش کوچک‌تر ضلع‌های مربع‌ها، کاشی کاری پنج باز می‌سازند (شکل ۵). با توجه به این شکل، می‌توان مساحت شکل را بر حسب ضلع بزرگ‌تر حساب کرد. (ضلع کوچک‌تر $\sqrt{3}-1$ برابر ضلع بزرگ (a) است) $S=(2-\sqrt{3})a$



شکل ۵

۲. می‌توان با کاشی کاری ساخته‌شده با مربع و یک لوزی با زاویه سی درجه، کاشی کاری پنج باز ساخت؛ به این صورت که قطرهای مربع و قطر کوچک لوزی را رسم می‌کنیم و بقیه خط‌ها را پاک می‌کنیم. (شکل ۶)



مرکز ملی آموزش ریاضیات



آموزشگاه علمی گویا



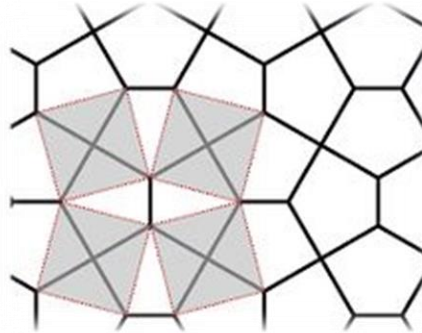
آموزشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرد

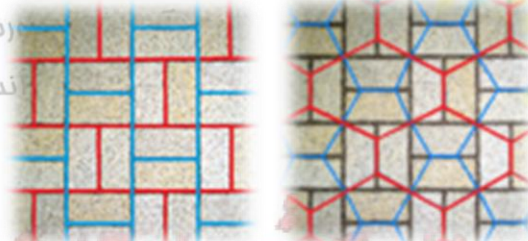
۱۲ اردیبهشت ۹۸



شکل ۶

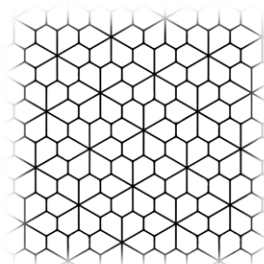
۳. با استفاده از طرح مطرح شده در بخش ۳-۲
۴. با استفاده از کاشی کاری مربع‌های یکی در میان، عمودی و افقی نصف شده، به این صورت که به قاعده ضلع سالم (نصف نشده) مربع‌ها، مثلثی متساوی‌الساقین با زاویه صد و بیست درجه به سمت بیرون (مربع کناری) رسم می‌کنیم، و بقیه خطوط را پاک می‌کنیم (شکل ۷). این روش هم ایده خوبی برای کف مکان‌ها است.

رنگ شهرستان زرد
رنگ آموزش ملاصدرا

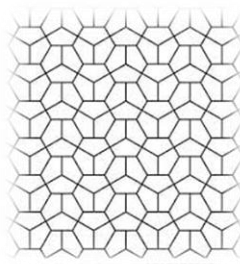


شکل ۷

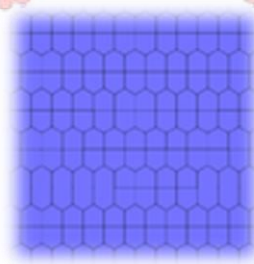
- ۲-۶- کاشی های قاهره ای
- به غیر از پنج باز که بیشترین استفاده را در قاهره داشته است؛ کاشی های پنج‌ضلعی دیگری هم بوده‌اند که به صورت تک‌وجهی کاشی کاری می‌شده‌اند؛ که انواعی از آن‌ها را می‌توان در شکل هشت دید (شکل الف و ب نمونه های خیلی شبیه تری هستند).



ج (نوع پنجم)



ب (نوع سوم)



الف (نوع اول)

شکل ۸



مرکز ملی آموزش ریاضیات



جمهوری اسلامی ایران



مجلس شورای اسلامی

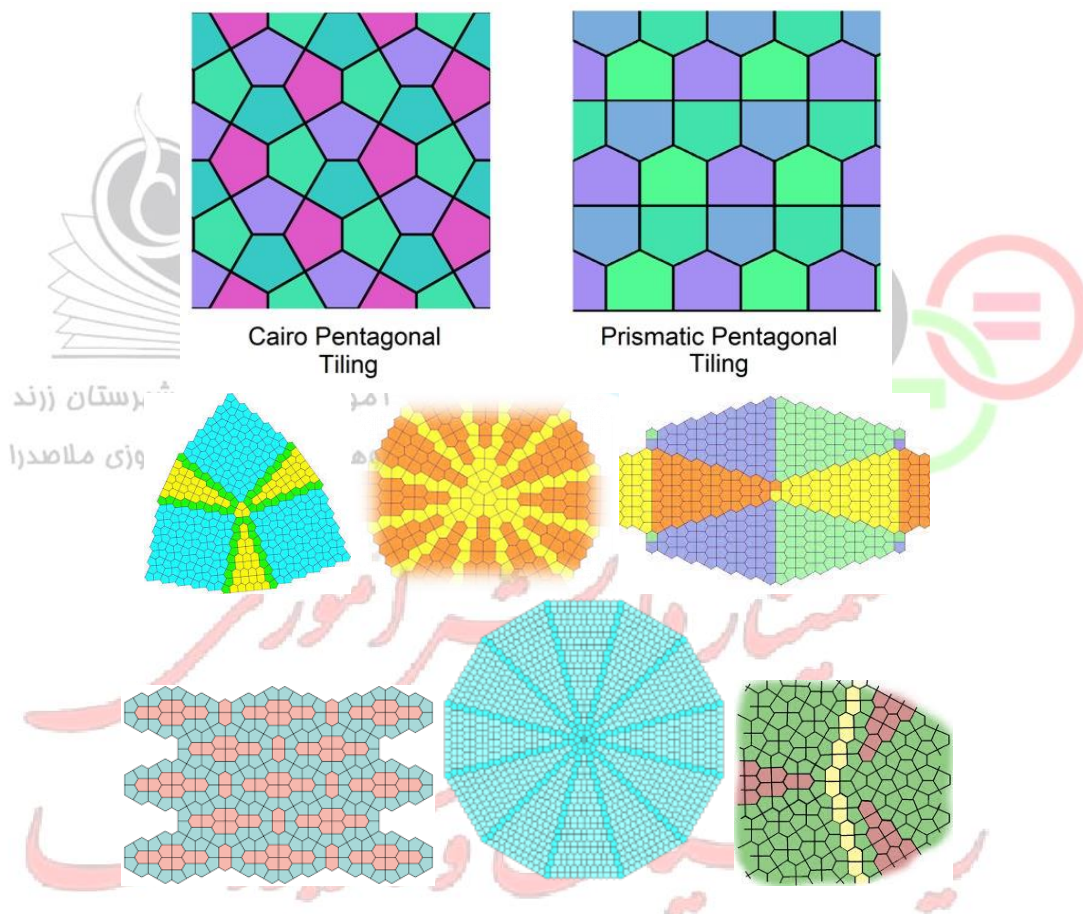


مجلس شورای اسلامی

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرنج

۱۲ اردیبهشت ۹۸

در مورد نوع الف باید گفت که این شکل پنج‌ضلعی قاهره‌ای پریسماتیک (prismatic pentagonal tiling) نام دارد و زیرمجموعه نوع اول پنج‌ضلعی‌های مونوئیدرال است. در این شکل مانند پنج باز زوایا، نود و صد و بیست درجه‌اند، اما زوایای نود درجه مجاور یکدیگرند و اگر دیگر ضلع مجاور زاویه نود درجه را برابر با ضلع بزرگ پنج باز قرار دهیم، ضلع بین دو زاویه نود درجه برابر ضلع کوچک پنج باز، و دو ضلع دیگر برابر ضلع کوچک پنج باز خواهند شد. این ویژگی‌ها باعث می‌شود بتوان با استفاده از آن و پنج باز طرح‌های بسیار متنوعی ساخت (شکل ۹).





مرکز ملی آموزش ریاضیات



آموزشگاه علمی گویا



دبیرستان نمونه دولتی



دبیرستان شاهد



دبیرستان استعدادهای درخشان

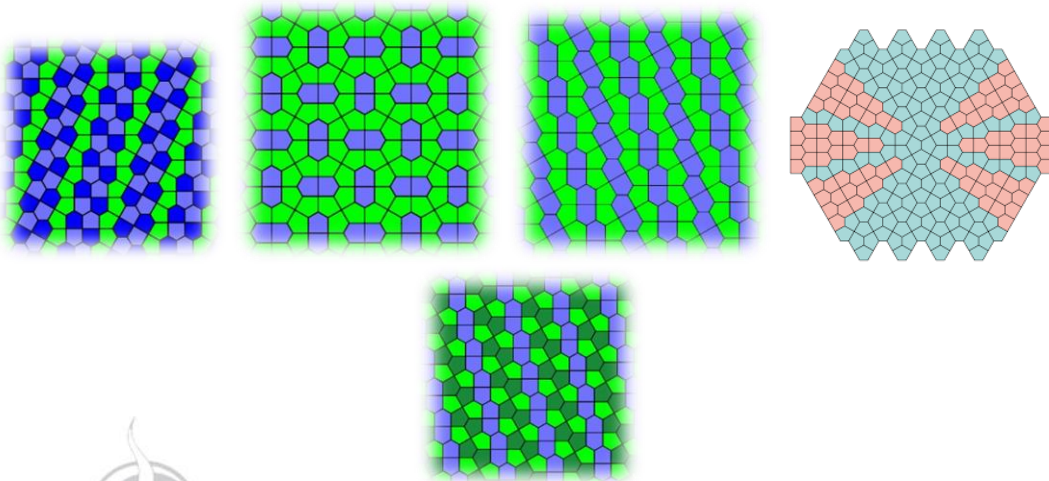


دانشگاه فرهنگیان کرمان



پژوهشسرای دانش‌آموزی

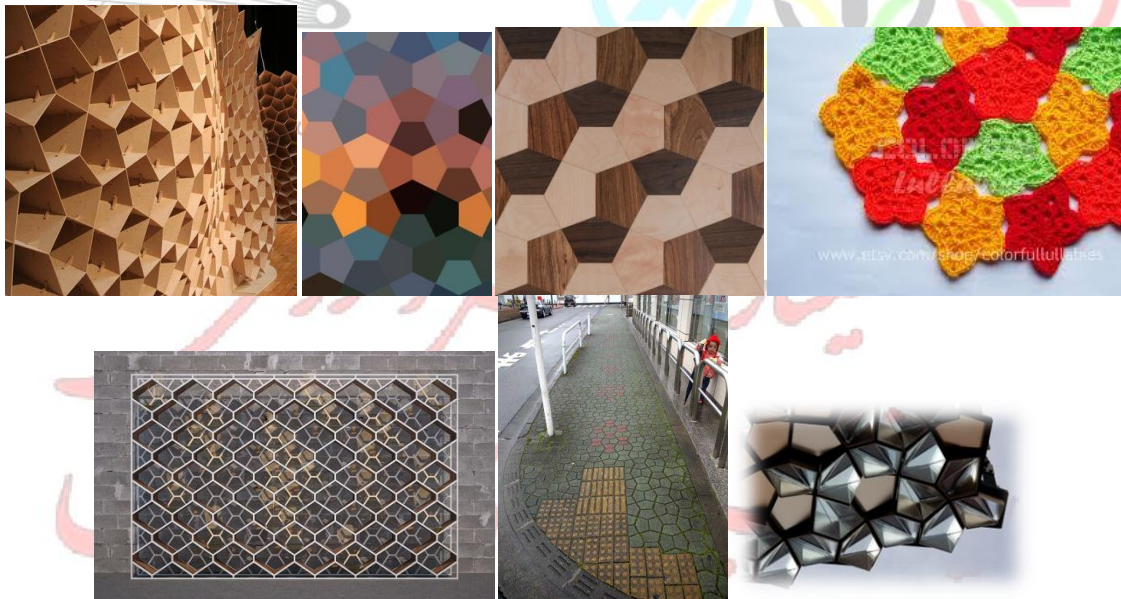
پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرد
۱۲ اردیبهشت ۹۸



شکل ۹

۷-۲- ایده‌های کاربردی

در شکل ۱۰ تصاویری از استفاده از پنج باز در موقعیت‌های مختلف آورده شده است.





پژوهشسرای دانش‌آموزی



دانشگاه علمی گویا



آموزشگاه علمی گویا



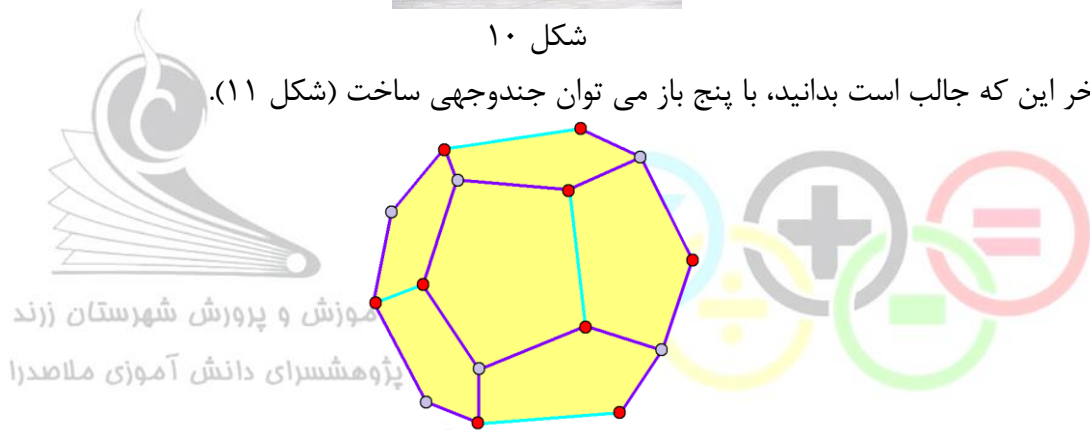
آموزشگاه علمی گویا

پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا - اداره آموزش و پرورش شهرستان زرد
۱۲ اردیبهشت ۹۸



شکل ۱۰

در آخر این که جالب است بدانید، با پنج باز می توان چندوجهی ساخت (شکل ۱۱).



شکل ۱۱

۳- بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که گفتیم پنج باز یک کاشی کریستالی و مستحکم است؛ کاشی کاری با آن تک‌وجهی و ضلع‌به‌ضلع و در نتیجه ساده است؛ بسیار شبیه پنج‌ضلعی منتظم است؛ به سادگی رسم می‌شود و علاوه بر طرح اصلیش، با همراهی کاشی پریسماتیک طرح‌های متنوعی می‌سازد. پس چه خوب است این شکل را هم در میان طرح‌های معمول در زندگی‌مان قرار دهیم.

پیشنهاد می‌شود اگر شما هم به این مباحث علاقه دارید، در مورد موضوعاتی همچون پنج‌ضلعی‌های قابل کاشی کاری تک‌وجهی (monohedral) و انواع کاشی کاری‌ها با پنج باز و پریسماتیک تحقیق کنید.

با تشکر از آقای محمد علی محبی دبیر ریاضی

منابع

Ciro pentagonal tiling, Wikipedia شامل چند منبع

ریاضیات تکمیلی سمپاد (۱۳۹۶) صفحه ۴۷ تا ۵۱