

معرفی نرم افزار MAPLE

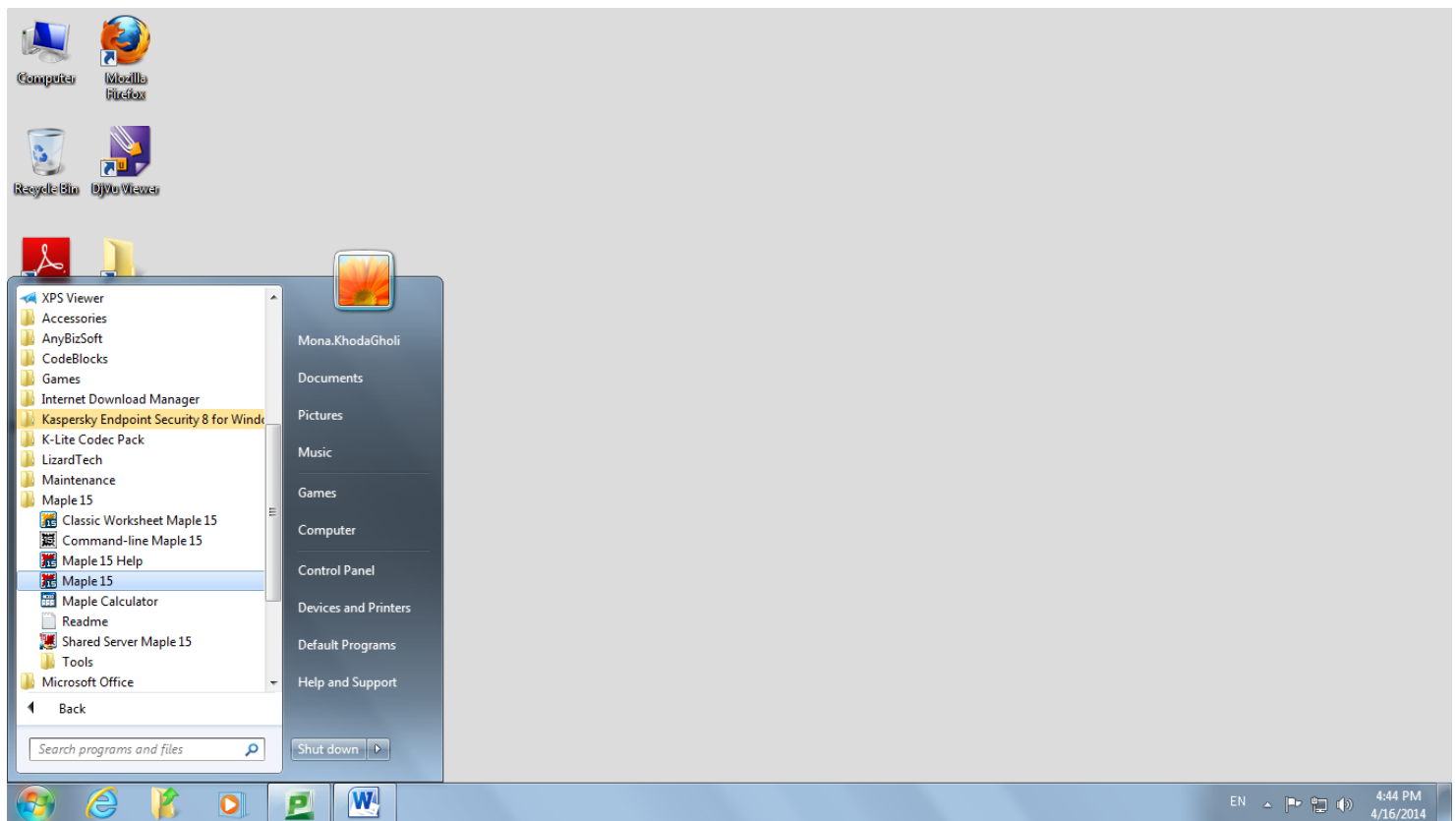
نرم افزارهای ریاضی به دو دسته ی کلی تقسیم می شوند:

دسته اول اغلب به صورت نمادی عمل می کنند مانند maple ، mathematica ، Mathcad که بر اساس سیستم های جبری کامپیوتری (CAS)¹ طراحی و ساخته شده اند.

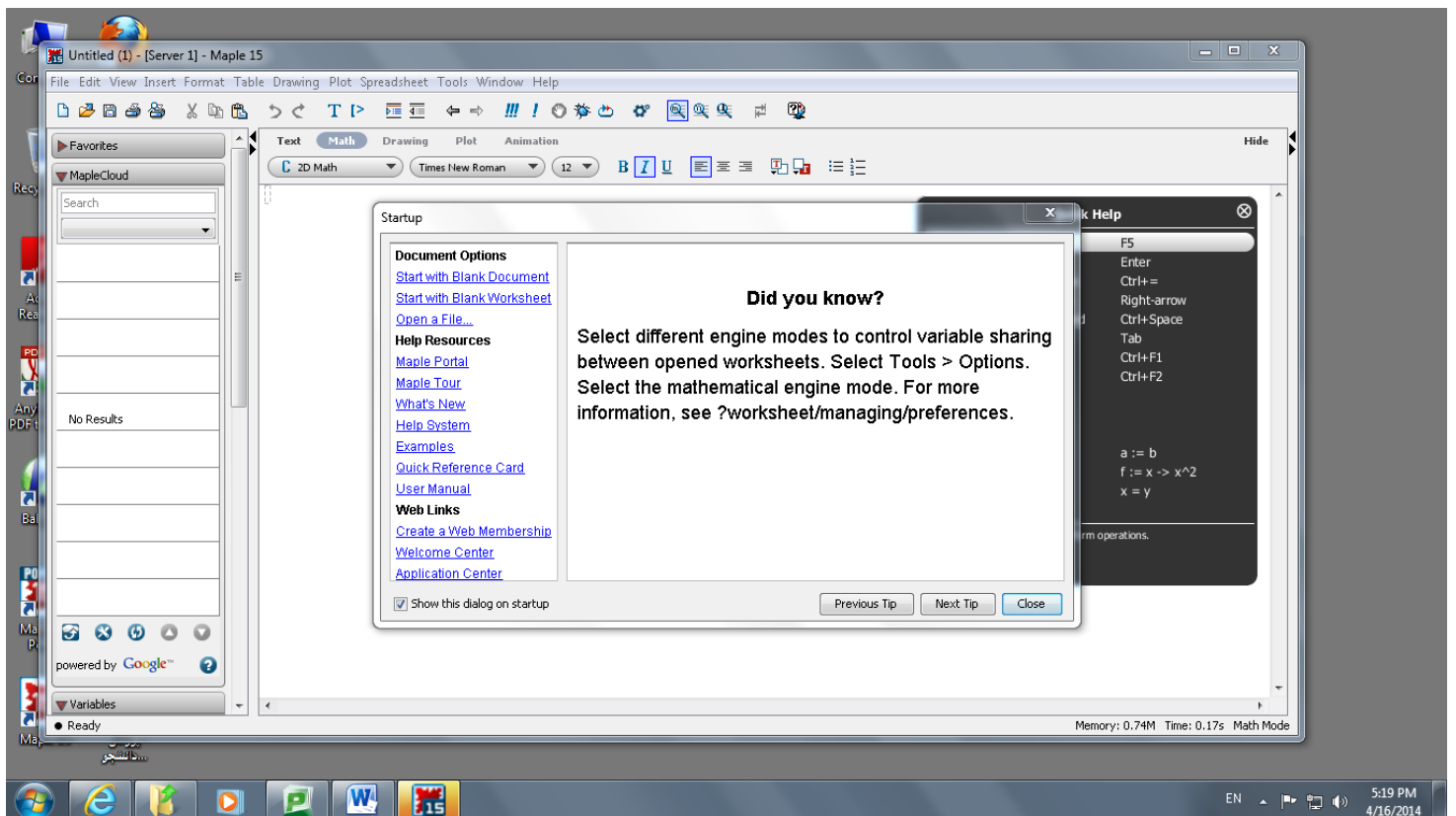
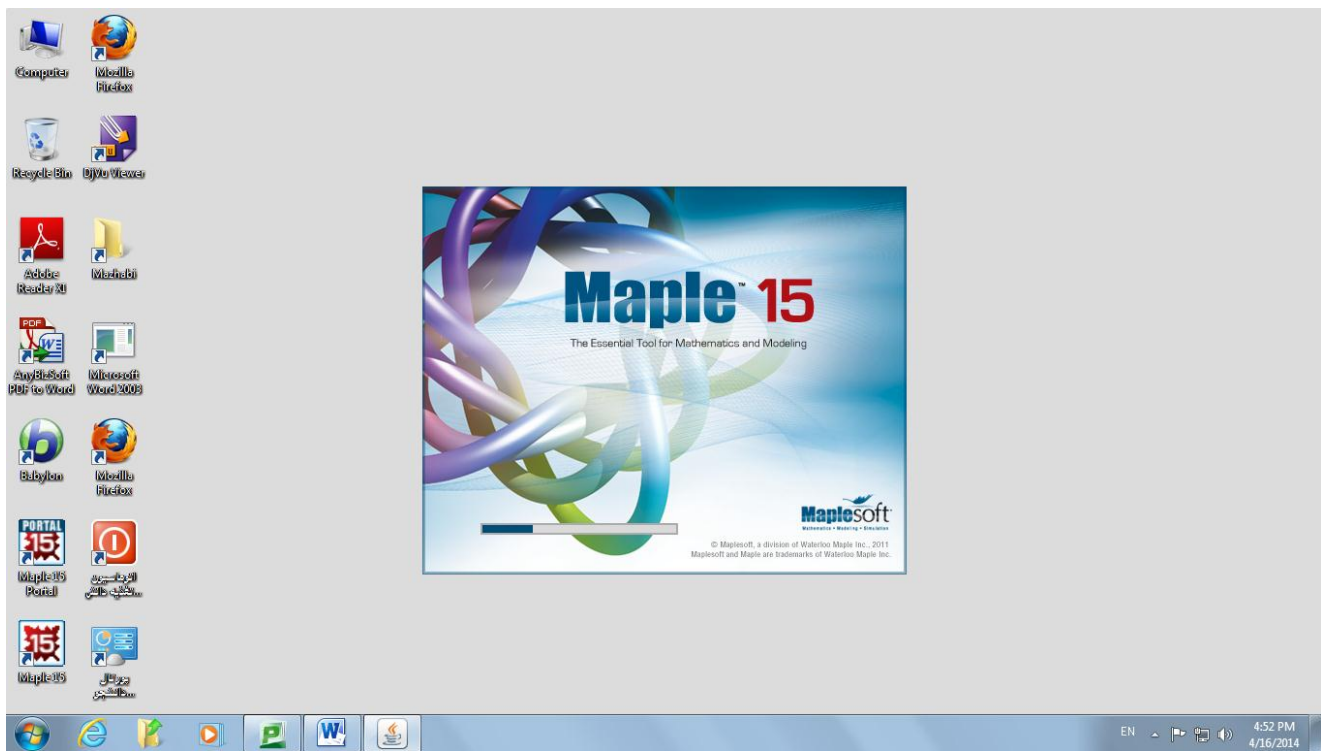
دسته دوم بیشتر با روشهای محاسباتی عمل می کنند مانند Matlab .

از آن جا که ماهیت درس حساب دیفرانسیل و انتگرال بر اساس مفاهیم و محاسبات نمادی است ، لذا نرم افزار Maple را به شما معرفی می نماییم.

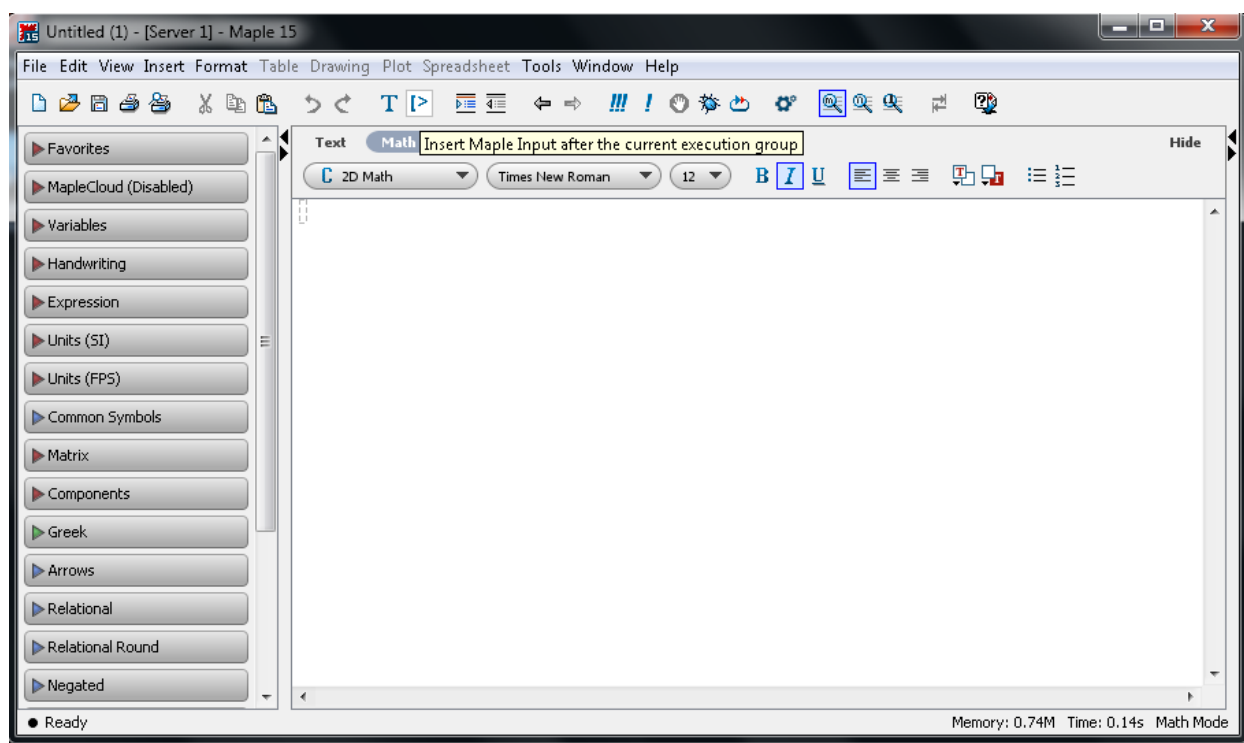
برای استفاده از نرم افزار Maple پس از نصب آن ، از منوی start ، Maple 15 را انتخاب کرده و وارد محیط Maple شوید مانند شکل زیر:



¹ CAS=computer Algebra system

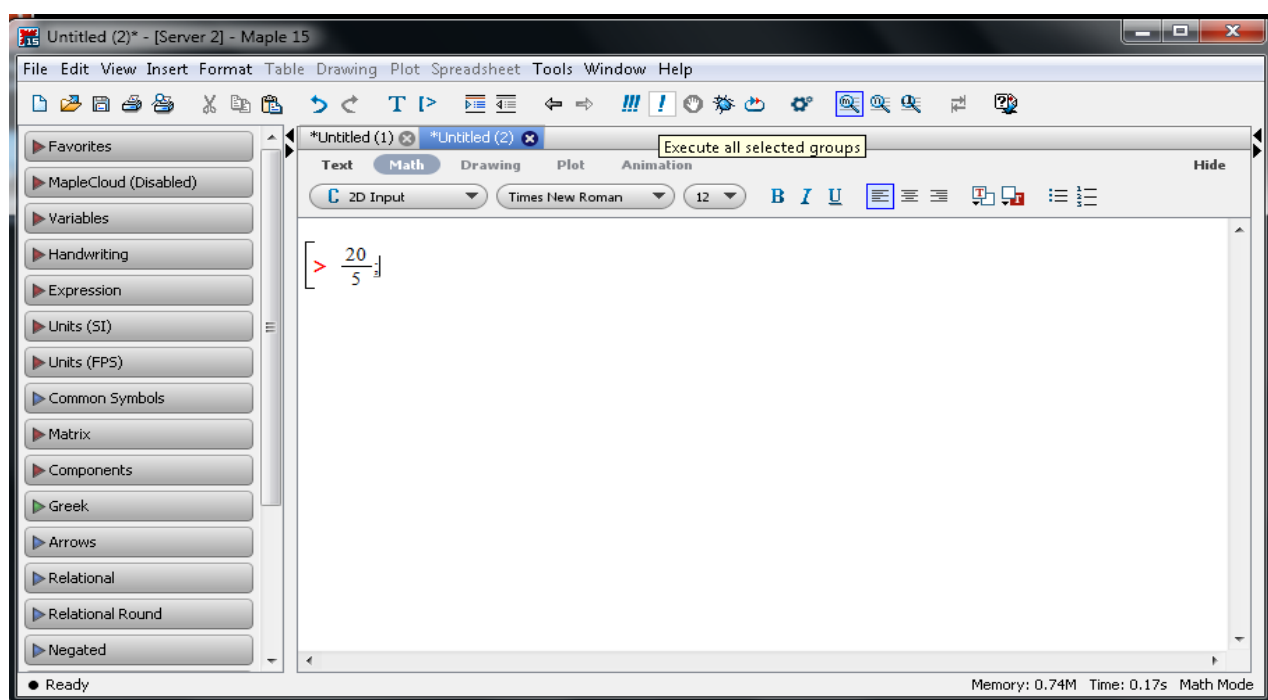


در صفحه ی کاری Maple برای وارد کردن هر دستور ابتدا در نوار بالای صفحه روی علامت ($>$) کلیک کرده تا وارد صفحه ی کاری شوید.

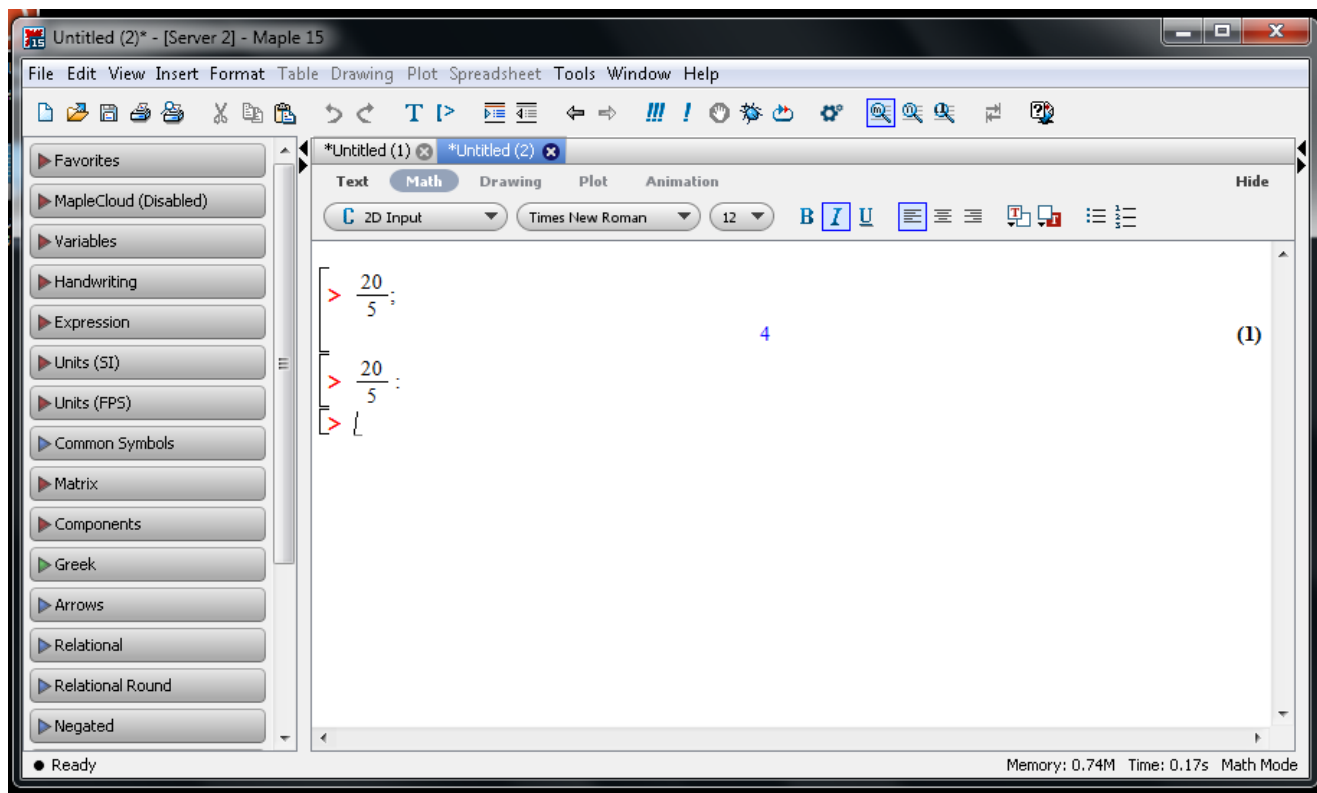


حال میتوانید دستور مورد نظر خود را جلوی علامت $>$ وارد کنید.
تذکر: درپایان هر دستور علامت ";" را قرار دهید.


برای اجرای هر دستور می توانید کلید "Enter" در صفحه کلید را فشار دهید یا در نوار بالای صفحه روی علامت "!" کلیک کنید.مانند شکل زیر:

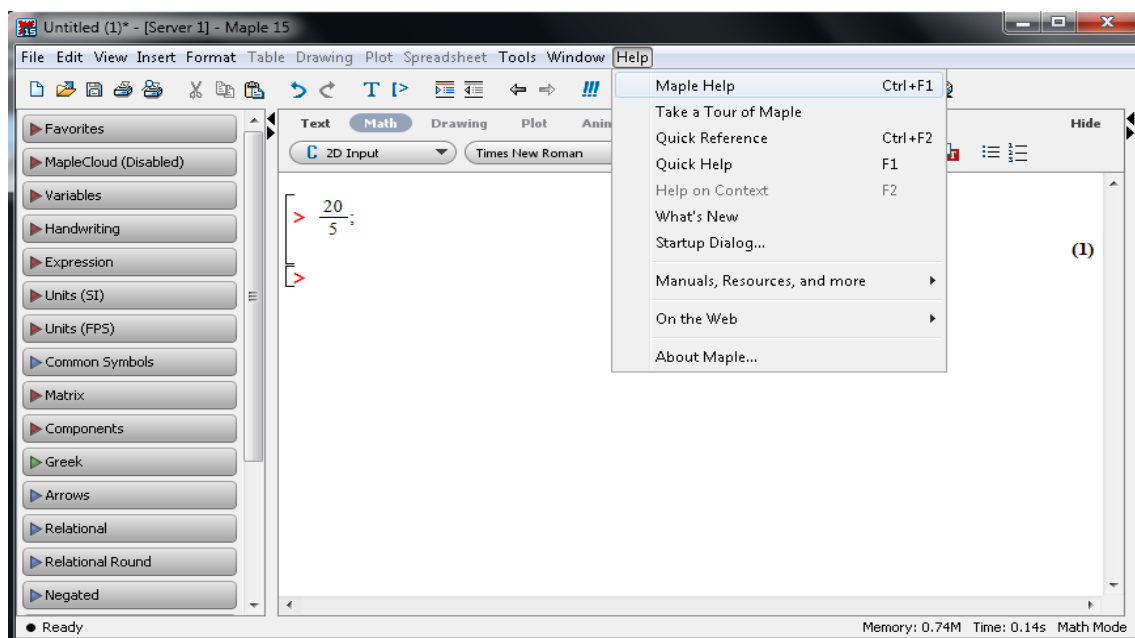



نکته : اگر در انتهای هر دستور علامت " : " را قرار دهیم خروجی چاپ نمی شود در حالیکه با قرار دادن علامت " ; " در انتهای دستور، خروجی چاپ می شود. به شکل زیر توجه نمایید:

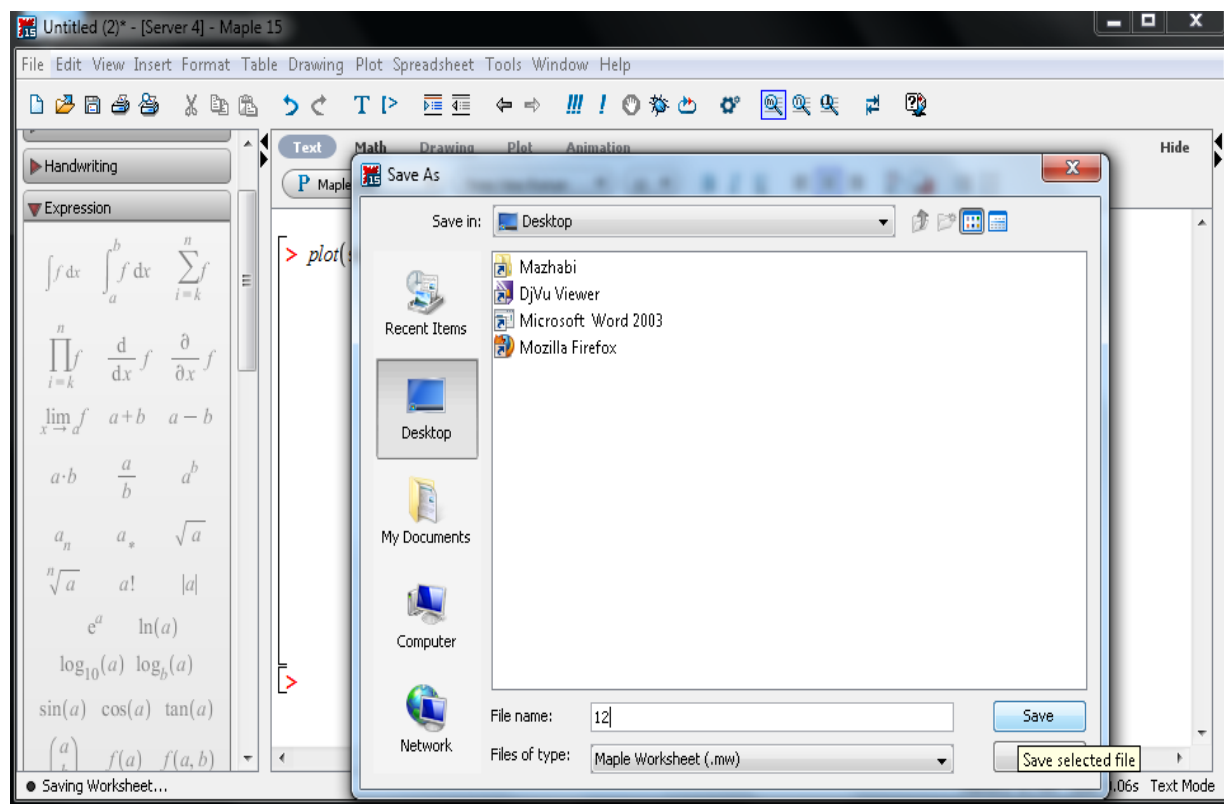
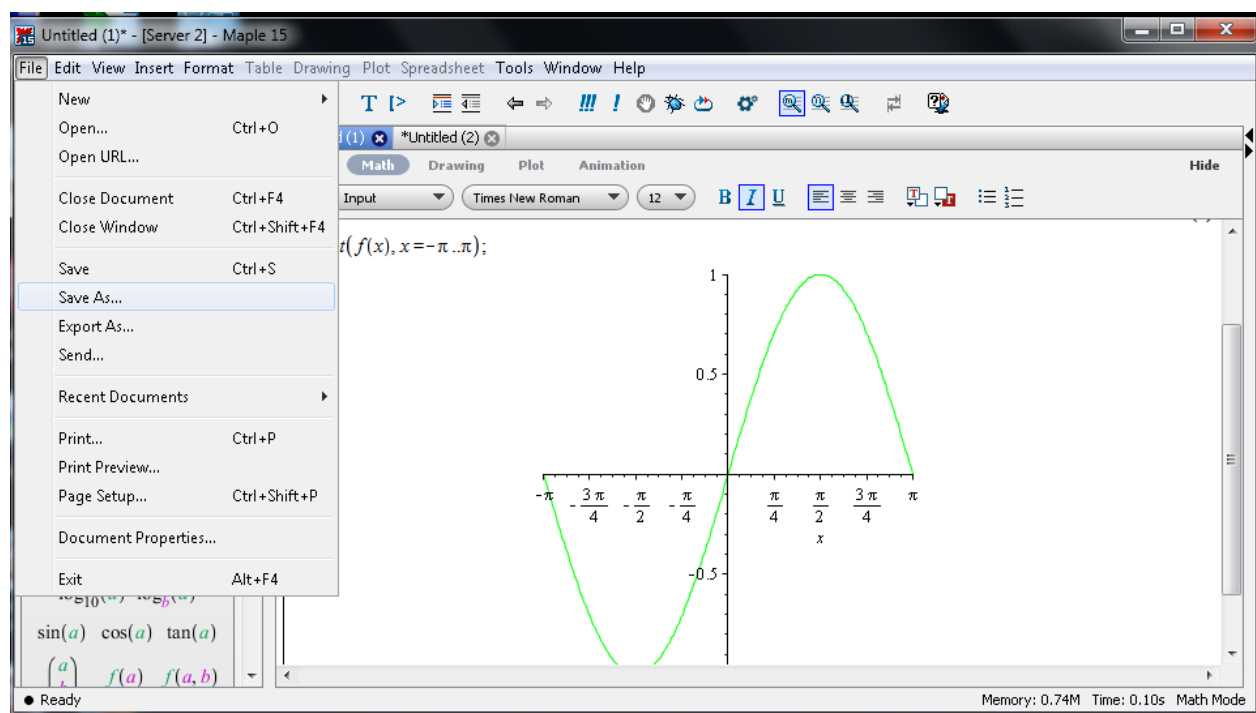


هرگاه نیاز به راهنما داشتید می توانید از Help استفاده نمایید که این کار به 2 روش امکان پذیر است :

- 1- در منوی بالای صفحه روی  کلیک کنید و سپس دستور خود را search کنید.
- 2- در صفحه ی کاری عمل زیر را انجام دهید:



برای ذخیره ی صفحه ی مورد نظر در نوار بالای صفحه از منوی File ، save را انتخاب کنید و سپس فایل خود را ذخیره کنید یا میتوانید در نوار بالای صفحه روی  کلیک کنید در این صورت پنجره ی save as ظاهر می شود حال می توانید فایل خود را ذخیره کنید . توجه کنید که در کادر File of type پسوند نام فایلتان .mw باشد.



حال بعد از آشنایی ابتدایی با محیط نرم افزار Maple شما را با دستورات این نرم افزار آشنا می کنیم:



سه دستور مهم بسط ، فاکتور و ساده کردن در Maple به صورت زیر می باشند:

> $\text{expand}((x + y)^5);$

$$x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$$

> $\text{factor}(2 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 8);$

$$2(x + 4)(x - 1)$$

> $\text{simplify}(\sqrt{x^2}, \text{assume} = \text{real});$

$$|x|$$

> $\text{simplify}(e^{a + \ln(b e^c)});$

$$b e^{a + c}$$

تذکر: در Maple برای نوشتن x^2 به صورت زیر عمل می کنیم:

+2 کلید 6 صفحه کلید + کلید shift x



اغلب معادلات و نامعادلات در صفحه را می توان با کمک یک دستور در Maple حل نمود:

> $\text{solve}(2y - (x - 1)^2 = 2, y);$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2}x^2 - x$$

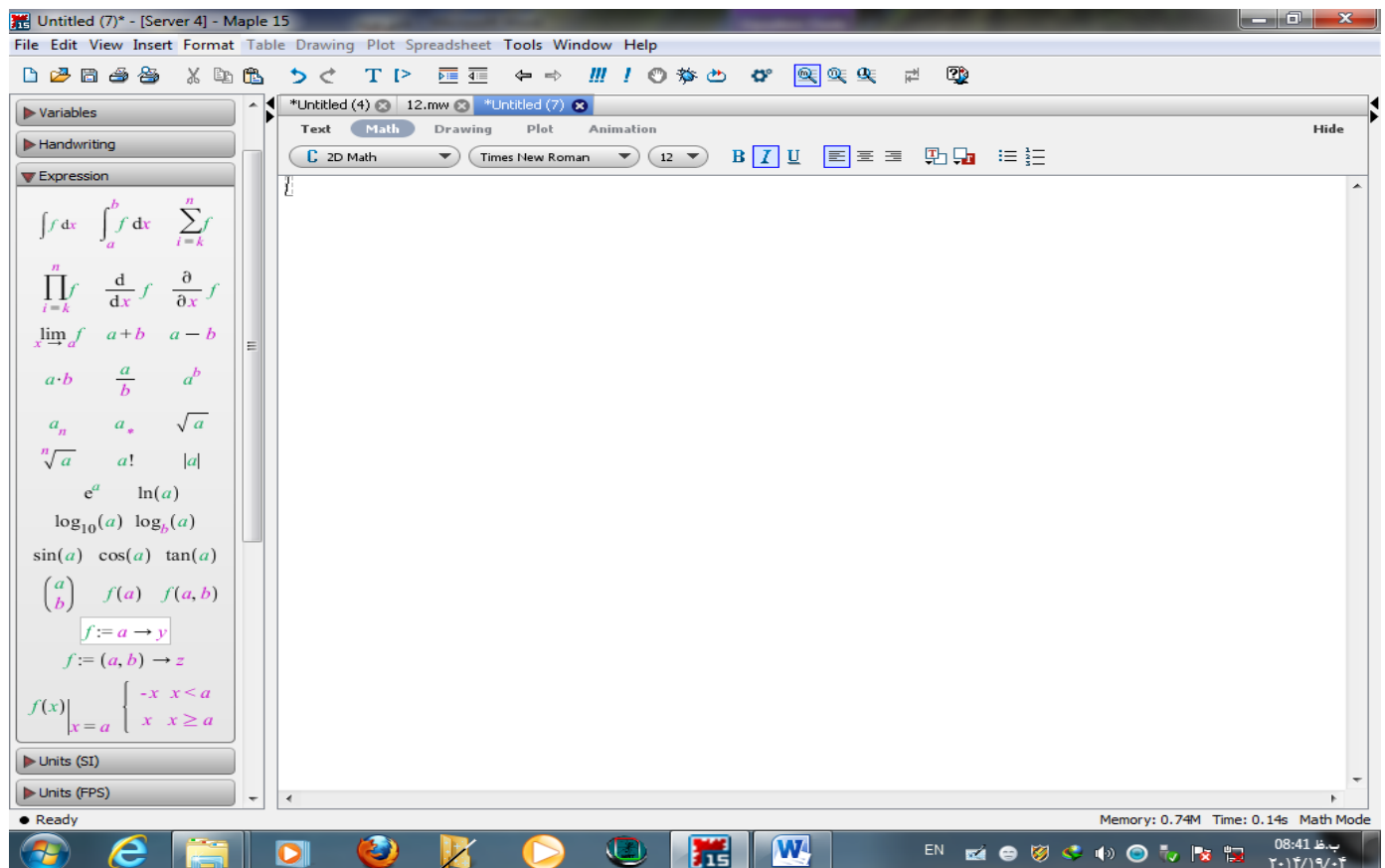
> solve($x^2 - x = 2025, x$);

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{8101}, \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{8101}$$



➤ در Maple توابع به 2 صورت زیر قابل تعریف است:

1- در ستون سمت چپ محیط Maple روی گزینه Expression کلیک کرده و عبارت $f := x \rightarrow y$ را انتخاب می کنیم و به جای f, x, y عبارت مورد نظر خود را تایپ می کنیم.



2- مثلاً برای تعریف تابع $f(x) = \sin(x)$ به صورت زیر عمل می کنیم:

$$f := x \rightarrow \sin(x)$$

> $f := x \rightarrow \sin(x)$

$f := x \rightarrow \sin(x)$

➤ برای تبدیل یک عبارت به یک تابع از دستور `unapply` استفاده می شود.

> $a := \sin(x);$

$a := \sin(x)$

> $g := \text{unapply}(a, x);$

$g := x \rightarrow \sin(x)$

> $h := x \rightarrow \cosh(x);$

$h := x \rightarrow \cosh(x)$

> $h(0);$

1

➤ برای ایجاد توابع مرکب از عملگر `@` بین توابع در Maple استفاده می شود.

> $f := x \rightarrow \cos(x); g := x \rightarrow x + 2;$

$f := x \rightarrow \cos(x)$

$g := x \rightarrow x + 2$

> $(f@g)(x);$

$\cos(x + 2)$

➤ برای تعریف توابع چند ضابطه ای از دستور `piecewise` استفاده می شود.

> $\text{piecewise}(0 < x, x);$

$$\begin{cases} x & 0 < x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

> $f := x \rightarrow \cos(x + 2);$

$f := x \rightarrow \cos(x + 2)$

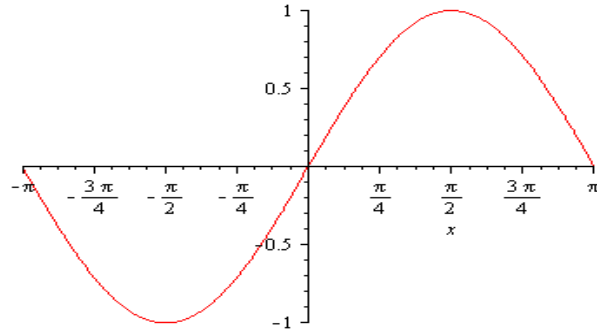
> $\text{eq1} := \text{piecewise}(4 < x^2 \text{ and } x < 8, f(x));$

$$\text{eq1} := \begin{cases} \cos(x + 2) & 4 < x^2 \text{ and } x < 8 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

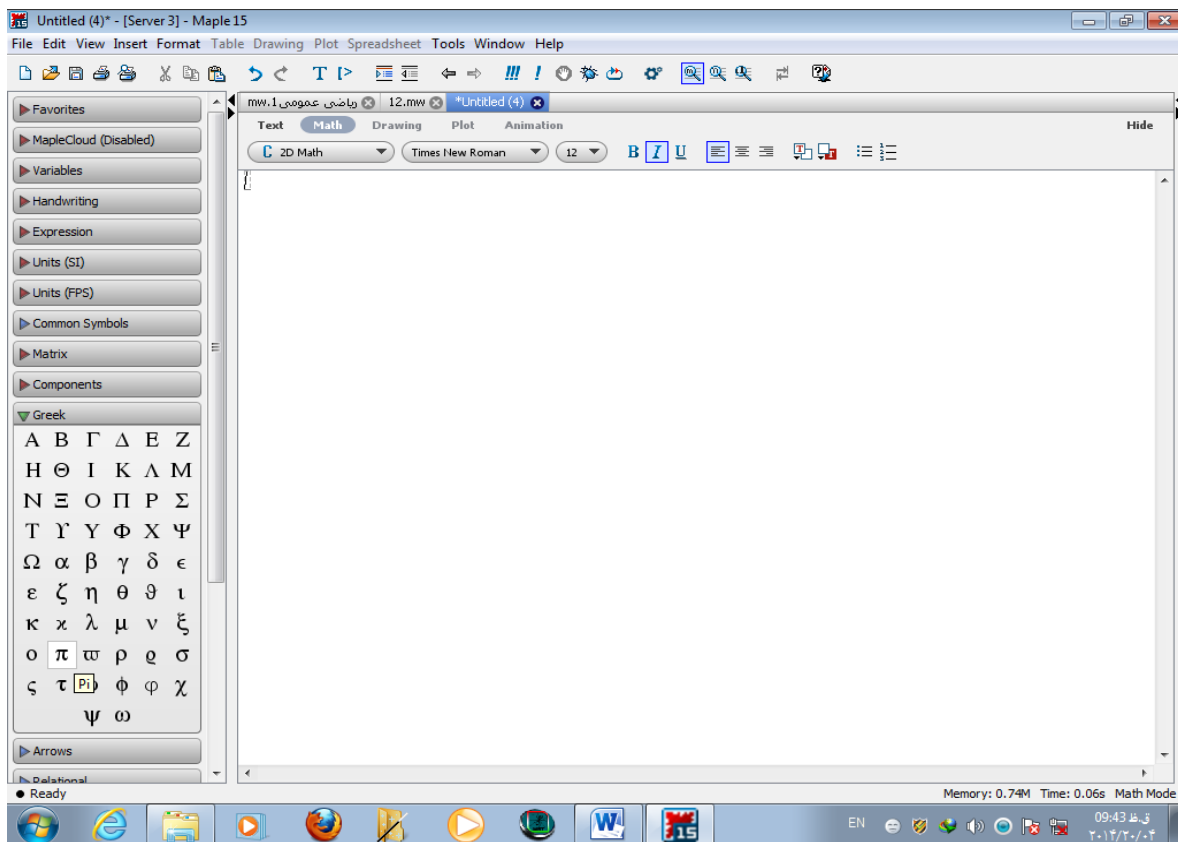


➤ در Maple رسم نمودارها با دستور plot انجام می پذیرد.

> $\text{plot}(\sin(x), x = -\pi .. \pi);$



تذکر: برای نوشتن حروف یونانی مثل π ، یا در ستون سمت چپ محیط Maple روی گزینه ی Greek کلیک کرده و حرف π را انتخاب کنید یا کلمه ی pi را تایپ نمایید.



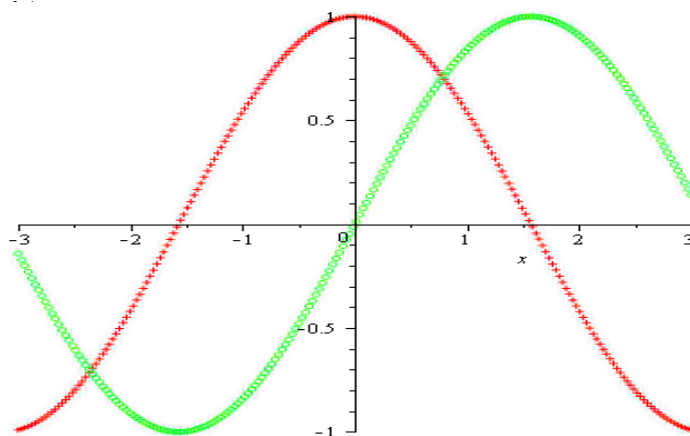
➤ برای استفاده بهتر از رنگ و برجسب ، کافی است ابتدا بسته plots باز شود.

with(plots) :

p1 := plot(sin(x), x=-3..3, style=point, symbol=circle, color=green) :

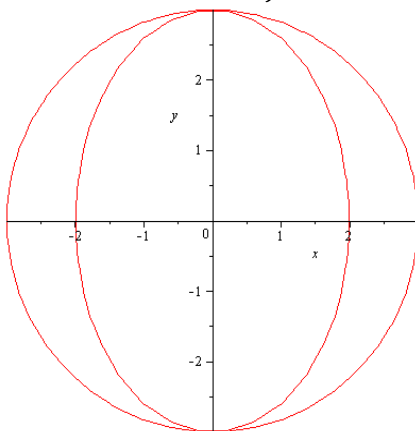
p2 := plot(cos(x), x=-3..3, style=point, symbol=cross) :

plots[display]({p1, p2})



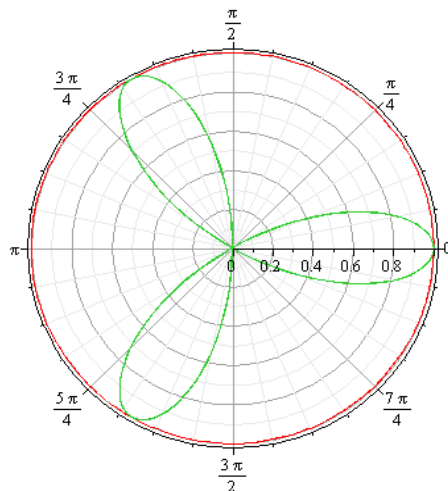
➤ برای رسم منحنی با رابطه ضمنی می توان از دستور `implicitplot` استفاده نمود.

> implicitplot($\left\{x^2 + y^2 = 9, \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1\right\}, x=-5..5, y=-5..5$);



➤ برای رسم منحنی ها در مختصات قطبی می توان از دستور `polarplot` استفاده نمود یا اینکه در دستور `plot` از مختصات قطبی با انتخاب `coords=polar` استفاده کرد.

> `polarplot([1, cos(3·t)], t = 0 .. 2·π);`



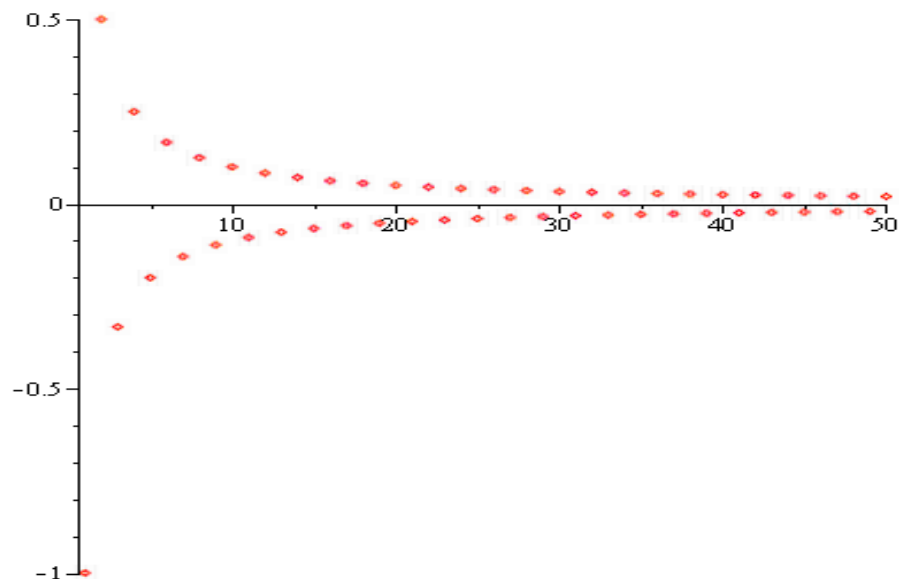
نمایش، بررسی و محاسبه حد دنباله ها

➤ در Maple چند جمله اول دنباله با دستور `seq` معرفی می شود و با دستور `pointplot` قابل رسم است.

> `seq(sin(k·π/6), k = 0 .. 6);`

$0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}, 1, \frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}, 0$

> `pointplot([seq([n, (-1)^n/n], n = 1 .. 50)], color = red);`



➤ برای بررسی همگرایی یا واگرایی دنباله می توان از دستور `limit` استفاده نمود.

> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n};$

0

> $\lim_{n \rightarrow \text{infinity}} \frac{(-1)^n}{n};$

0

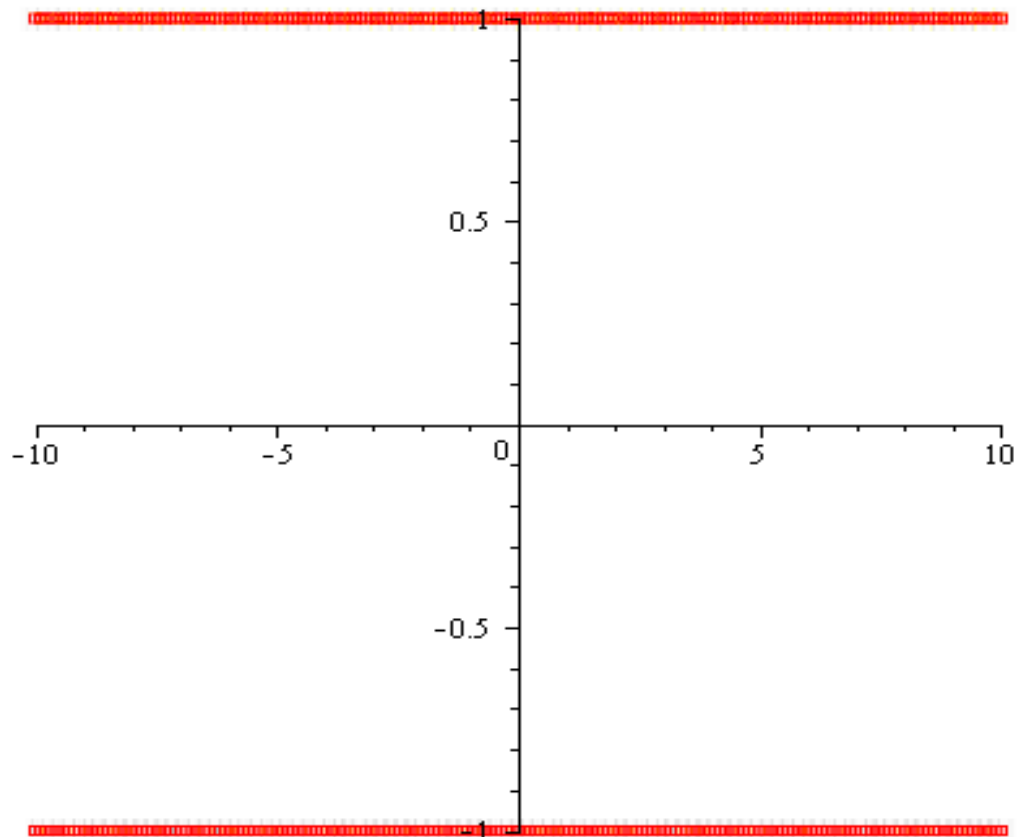
> $\text{limit}\left(\frac{(-1)^n}{n}, n = \text{infinity}\right);$

0

> $\text{seq}((-1)^n, n = 1..10);$

-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1

> $\text{plot}(\{\text{seq}((-1)^n, n = 1..10)\}, \text{style} = \text{point}, \text{color} = \text{red});$



محاسبه و بررسی حد توابع

➤ برای نوشتن حد در Maple هم می توان از دستور limit استفاده کرد و هم از دستور $\lim_{x \rightarrow a} f$ که در ستون سمت چپ صفحه کاری در گزینه ی Expression قرار دارد استفاده نمود که به جای f تابع مورد نظر و به جای a نقطه ای که می خواهید در آن حد حساب شود قرار می دهید.

$$> \text{limit}\left(\frac{\sin(x)}{x}, x=0\right);$$

1

$$> \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x};$$

1

➤ **حد های یک طرفه :** برای محاسبه حد چپ و راست در Maple در یک نقطه از دستور limit همراه با انتخاب left (برای حد چپ) و right (برای حد راست) استفاده می شود.

$$> \text{limit}\left(\frac{1}{x}, x=0\right);$$

undefined

$$> \text{limit}\left(\frac{1}{x}, x=0, \text{left}\right);$$

$-\infty$

$$> \text{limit}\left(\frac{1}{x}, x=0, \text{right}\right);$$

∞

$$> \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x};$$

یا

undefined

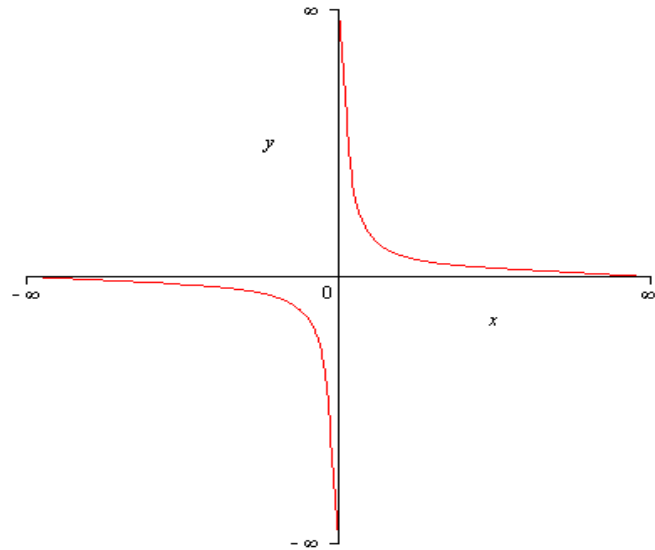
$$> \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{1}{x};$$

∞

$$> \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x};$$

$-\infty$

$$> \text{plot}\left(\frac{1}{x}, x = -\infty.. \infty, y = -\infty.. \infty\right);$$



➤ **محاسبه حدود در بی نهایت** : برای محاسبه حدود بی نهایت $(+\infty)$ در *Maple* از *infinity* و در منفی بی نهایت $(-\infty)$ از *-infinity* برای مقدار دادن به متغیر حد در دستور *limit* استفاده می شود.

به جای کلمه ی *infinity* می توانید در ستون سمت چپ صفحه کاری روی گزینه *coman* *symbol* کلیک کرده و روی علامت ∞ کلیک کنید.

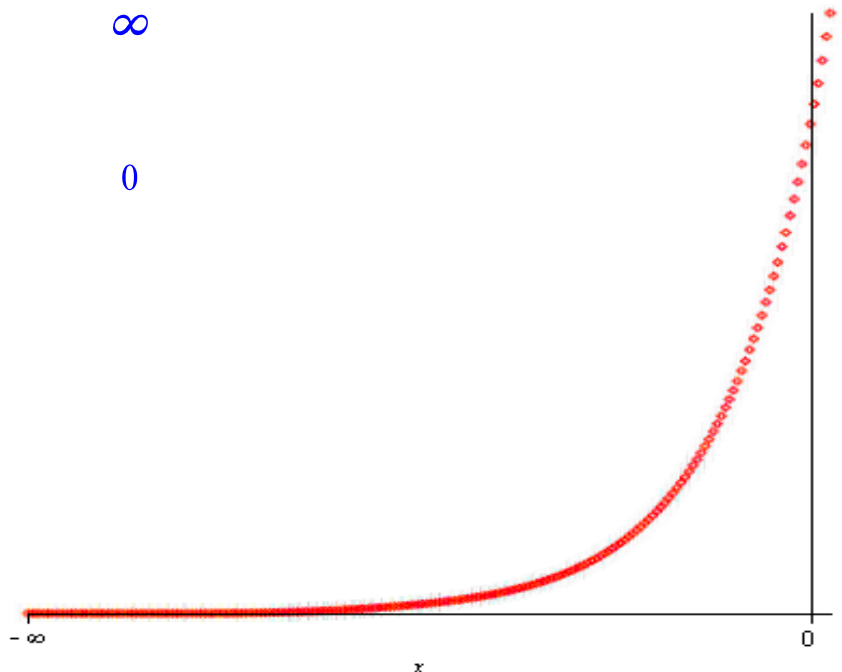
$$> \lim_{x \rightarrow \infty} e^x;$$

∞

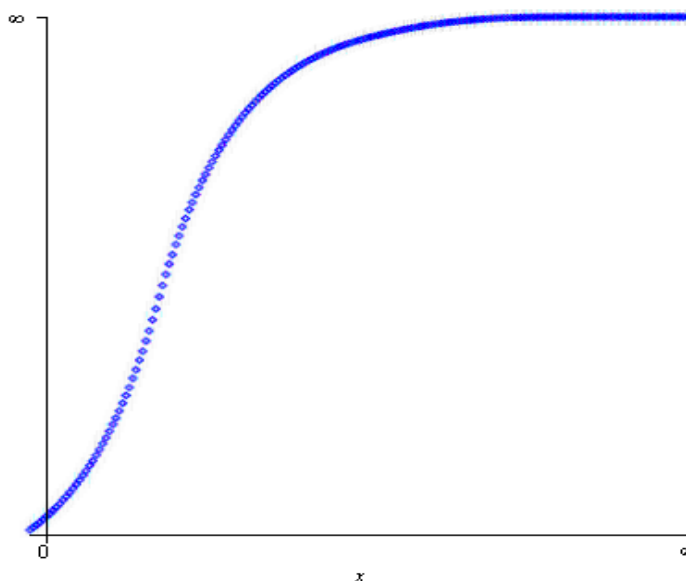
$$> \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x;$$

0

$$> \text{plot}(e^x, x = -\infty..0.2);$$



> $\text{plot}(e^x, x = -0.2 .. \infty);$

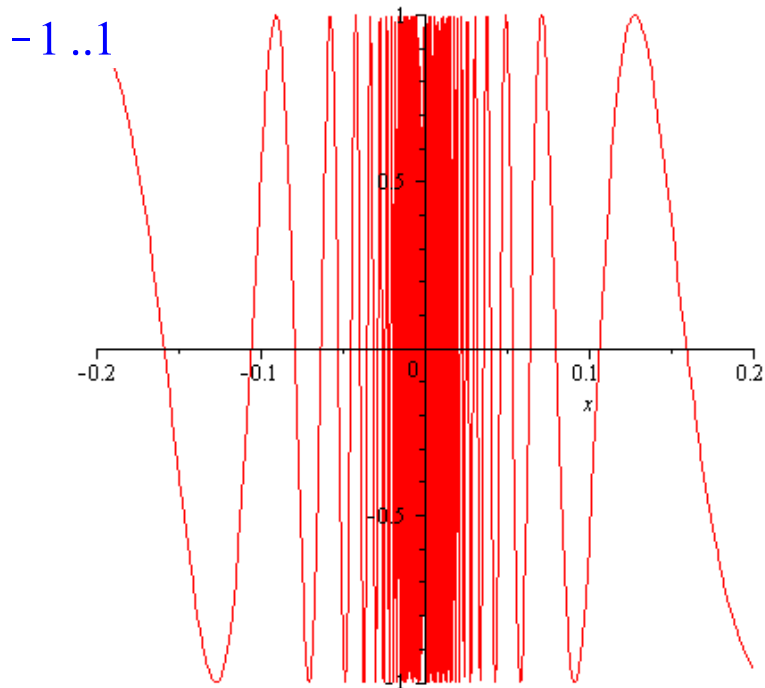


➤ **تخمین حد با رسم:** چون رسم نمودارها در Maple به سادگی صورت می گیرد لذا برای یک حدس اولیه از حد یا بررسی درستی جواب می توانید از رسم نمودار توابع اطراف نقاط حدی استفاده کنید.

رسم نمودار $\sin \frac{1}{x}$ در Maple نشان می دهد که حد تابع $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ حول نقطه $x = 0$ موجود نیست ، چون نمودار حول این نقطه نوسان می کند.

> $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right);$

> $\text{plot}\left(\sin\left(\frac{1}{x}\right), x = -0.2 .. 0.2\right);$





➤ برای محاسبه مشتق می توانید از دستور $\text{diff}(f(x), x)$ که تابع f قبلا معرفی شده استفاده کنید یا در ستون سمت چپ صفحه کاری در گزینه Expression روی عبارت $f \frac{d}{dx}$ کلیک نمایید.

> $s := \text{piecewise}(x < 0, 1, 0 \leq x, x);$

$$s := \begin{cases} 1 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \end{cases}$$

> $v := \frac{d}{dx} s;$

$$h := \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \text{undefined} & x = 0 \\ 1 & 0 < x \end{cases}$$

➤ **مشتق تابع مرکب:** برای محاسبه مشتق تابع مرکب ابتدا توابع را با دستور متناظر با هم ترکیب می نماییم ، سپس با دستور مشتق از آن مشتق می گیریم.

یاد آوری : در Maple برای ترکیب توابع از نماد @ استفاده می شود.

> $f := x \rightarrow x^2 - 3 \cdot x + 5; k := x \rightarrow \sqrt{1 - x};$

$$f := x \rightarrow x^2 - 3x + 5$$

$$k := x \rightarrow \sqrt{1 - x}$$

> $b := \text{unapply}((f@k)(x), x);$

$$b := x \rightarrow 6 - x - 3\sqrt{1 - x}$$

> $\text{diff}((f@k)(x), x);$

$$-1 + \frac{3}{2\sqrt{1 - x}}$$

➤ مشتق گیری ضمنی: برای محاسبه مشتق ضمنی می توان از دستور `implicitdiff` استفاده نمود.

> $f := x \cdot y^3 - 3 \cdot y \cdot x^3 = 1;$

$$f := xy^3 - 3x^3y = 1$$

> `implicitdiff(f, y, x);`

$$-\frac{1}{3} \frac{y(y^2 - 9x^2)}{x(y^2 - x^2)}$$

> `implicitdiff(f, y, z);`

$$0$$