

تابع

ترکیب توابع معکوس

دکتر یوسف کوه‌مسکن

ریاضی ۱۰ام



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



@AvaEducation16



@AvaEducation16

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت 💡 نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 - بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات 🧐
 - ساده جهت تثبیت مطالب 🧐
 - متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب 🧐
 - سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص 🧐

۱ مسئله

توابع $f(x) = \log(2x - 5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x - 4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

(۱) $4 - \sqrt{2}$ (۲) $4 - \sqrt{3}$ (سراسری ریاضی-۱۴۰۲)

(۳) $4 + \sqrt{2}$ (۴) $4 + \sqrt{3}$

۲ روش حل مسئله



پاسخ: تابع g روی دو طرف معادله اثر می‌کند.

$$g(y) = f^{-1}(x)$$

سپس تابع f بر دو طرف اثر می‌کند.

$$f(g(y)) = x$$

با توجه به آنکه محور y قطع شده است باید $x = 0$ باشد.

$$f(g(\alpha)) = 0$$

هنگامی $f = 0$ است که عبارت ورودی به تابع برابر با ۳ باشد.

$$f(3) = \log(2 \times 3 - 5) = \log 1 = 0$$

$$\Rightarrow f(\underbrace{g(\alpha)}_3) = 0$$

$$\Rightarrow g(\alpha) = 3, \quad \Rightarrow \alpha + \sqrt{2\alpha - 4} = 3$$

معادله فوق به صورت زیر حل می‌شود:

$$\sqrt{2\alpha - 4} = 3 - \alpha$$

با توجه به مثبت بودن رادیکال، پس باید طرف دوم هم مثبت باشد. در نتیجه شرط زیر حاصل می‌شود:

$$3 - \alpha \geq 0, \quad \Rightarrow \quad \alpha \leq 3$$

پس گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند.

$$2\alpha - 4 = (3 - \alpha)^2, \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 - 8\alpha + 13 = 0, \quad \Rightarrow \quad (\alpha - 4)^2 = 3$$

$$\Rightarrow \alpha = 4 \pm \sqrt{3}$$

با توجه به شرط ذکر شده جواب بدست می آید:

$$\alpha = 4 - \sqrt{3}$$

گزینه ۲ صحیح است.

کسی که خود را فوشمال‌ترین آدم
می‌داند واقعا همینطور است، اما کسی
که خود را عاقل‌ترین می‌داند، معمولا
بزرگترین احمق است.
فرانسیس بیکن



AvaEducation16.blog.ir



@AvaEducation16



@AvaEducation16



AvaEducation16@gmail.com