

سری عددی

مقدار عددی سری کسری

دکتر یوسف گوه‌مسکن

۱ ریاضی



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



[@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)



[@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت  نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 -  بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات
 -  ساده جهت تثبیت مطالب
 -  متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب
 -  سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص

۱ مسئله


حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{1}{1^4 + 1} + \frac{2^2 - 1}{2^4 + 2} + \frac{3^2 - 2}{3^4 + 3} + \dots$$

(۱) 1 (۲) 2

(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

۲ روش حل مسئله

پاسخ: ابتدا مسئله بر حسب n نوشته می‌شود. یافتن قانون کلی خیلی پیچیده نیست. هر جمله به صورت زیر است. 

$$a_n = \frac{n^2 - (n - 1)}{n^4 + n}$$

با ساده‌سازی جمله فوق می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد:

$$a_n = \frac{n^2 - n + 1}{n^4 + n}$$

اگر مجموع داده شده S نامیده شود، آنگاه

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n + 1}{n^4 + n}$$

در مخرج یک فاکتور از صورت وجود دارد. به نکته زیر که یکی از اتحادهاست توجه شود.

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1) \quad \text{💡}$$

$$\begin{aligned} S &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n + 1}{n^4 + n} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n + 1}{n(n^3 + 1)} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - n + 1}{n(n+1)(n^2 - n + 1)} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= 1 \end{aligned}$$

در انتها از روش حل سری تلسکوپی استفاده شد و مقدار سری بدست آمد.
گزینه ۱ صحیح است.

برای آنکه نوری بدرخشند، باید تاریکی‌ای
وجود داشته باشد.

Sir Francis Bacon



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com