

آزمون کدنویسی – روز سوم^۱

سه‌شنبه ۲۱ خرداد ۱۳۹۲ – زمان: ۳ ساعت

پرسش نخست: تابع فاصله

شش نفر آدم داریم. باید به هر دوتا از آن‌ها یک فاصله نسبت بدهیم به طوری که:

- فاصله‌ی هر کس با خودش صفر باشد.
 - فاصله‌ی هر دو نفر متفاوت یکی از اعداد ۱، ۲ یا ۳ باشد.
 - به ازای هر دو فرد x, y ، فاصله‌ی x تا y برابر فاصله‌ی y تا x باشد.
 - به ازای هر سه فرد x, y, z ، فاصله‌ی x تا y کم‌تر یا مساوی فاصله‌ی x تا z به اضافه‌ی فاصله‌ی y تا z باشد.
- در حقیقت می‌خواهیم یک تابع از زوج‌های مرتب از این افراد به مجموعه‌ی $\{0, 1, 2, 3\}$ بسازیم که خواص بالا را داشته باشد. چند تابع متفاوت با این خواص وجود دارد؟

پرسش دوم: توان

پس از کلی بازی کردن با اعداد طبیعی متوجه شدیم که به ازای هر دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ مانند x و y که نسبت به هم اول هستند (یعنی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترکشان ۱ است)، عددی طبیعی مانند z وجود دارد که $x^z \equiv 1 \pmod{y}$ (یعنی باقی‌مانده‌ی تقسیم x^z بر y برابر ۱ است). حال این فکر ذهن ما را مشغول کرده است که آیا می‌توان یک عدد ثابت z پیدا کرد که به ازای هر x و y طبیعی بزرگ‌تر از ۱ که هم نسبت به هم اول باشند و هم هر دوی آن‌ها کوچک‌تر از ۱۳۹۲ باشند، $x^z \equiv 1 \pmod{y}$ باشد، ما مطمئنیم که چنین کاری ممکن است. کوچک‌ترین عدد طبیعی z با این خاصیت را بیابید، سپس آن را به عوامل اول تجزیه کرده و حاصل جمع توان‌های عوامل اول آن را به عنوان پاسخ بفرستید.

پرسش سوم: پیمایش درخت

یک درخت ریشه‌دار با ۹۳ رأس داریم که مشخصات آن در فایل `tree.graph` آمده است. در خط i -ام فایل شماری پدر رأس i -ام و فاصله‌ی این رأس تا پدرش آمده است. (اگر رأس i -ام ریشه باشد، در خط i -ام فقط کلمه‌ی «root» ظاهر می‌شود). شما در رأس ریشه قرار دارید و می‌خواهید با پیمایش تعدادی از یال‌های این درخت (تکرار کردن یک یال یا رأس مجاز است)، دست‌کم از ۵۰ رأس مختلف بازدید کرده و در نهایت به ریشه بازگردید. (خود ریشه هم حساب است!) کم‌ترین مسافتی که لازم است بپیمایید چه قدر است؟

پرسش چهارم: رمز

در فایل `secret.txt` یک پیام به زبان انگلیسی ذخیره شده است. می‌دانیم که برای رمزکردن این پیام ابتدا جای‌گشتی دلخواه از حروف الفبای انگلیسی انتخاب شده است، سپس همه‌ی تکرارهای حرف i -ام (در ترتیب حروف الفبای انگلیسی) در متن اصلی با حرف i -ام جای‌گشت عوض شده است. رمز را باز کنید و کلمه‌های دوم و سوم متن (که داخل " " قرار دارند) را به عنوان پاسخ بفرستید.

هر چی دوست دارید باشید!