

۶۴- در تابع خطی  $f$  داریم  $f(2) = 2$  و  $f(-2) = 0$ . مقدار  $f(4)$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۶۵- تابع  $f$  به هر عدد، مکعب دو برابر همان عدد، منهای ۴ را نسبت می دهد. ضابطه  $f$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt{2x} - 4 \end{cases}$       (۲)  $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2(x-4)^2 \end{cases}$       (۳)  $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 8x^2 - 4 \end{cases}$       (۴)  $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x^2 - 4 \end{cases}$

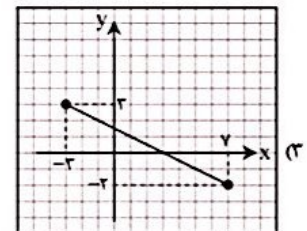
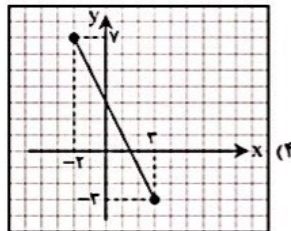
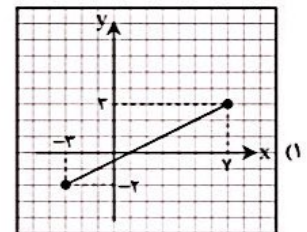
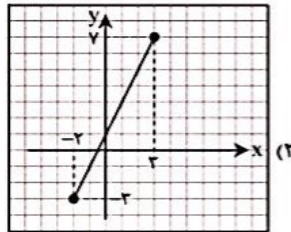
۶۶- بیشترین مقدار تابع درجه دوم  $y = 6x - x^2 - 10$  کدام است؟

- ۱ (۱)      -۱ (۲)      -۱۰ (۳)      ۱۰ (۴)

۶۷- اگر خط  $x = -1$  محور تقارن سهمی  $y = -2x^2 + bx + c$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۲ (۲)      -۲ (۳)      ۴ (۴)

۶۸- نمودار تابع خطی  $y = 2x + 1$  با دامنه  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$  کدام است؟



۶۹- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  حاصل  $f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)       $1 - \sqrt{2}$  (۳)       $2 + \sqrt{2}$  (۴)

۷۰- اگر رابطه  $\{(\sqrt{4}, 5), (1, \frac{b}{a}), (2, a-b), (1, -\frac{2}{3})\}$  تابع باشد، حاصل  $\sqrt{a+b}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

## ریاضیات ۶۶

۶۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده ● حیطة: درک و فهم ● درس ۴

نکته: در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  اگر  $a < 0$ ، شکل سهمی به صورت  $\cap$  است و در این حالت، سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار (ماکسیمم) است.

با توجه به نکته، تنها در گزینه ۴ ضریب  $x^2$  عددی منفی است و سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار است.

۶۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده ● حیطة: دانش ● درس ۴

راه حل اول: در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$ ، نقطه‌ای به طول  $x = \frac{-b}{2a}$  طول رأس سهمی است. با قرار دادن این مقدار در ضابطه سهمی، عرض رأس سهمی به دست می‌آید. ابتدا ضابطه داده شده را ساده می‌کنیم:

$$y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$$

مطابق نکته، طول رأس این سهمی برابر  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2 \times (-\frac{1}{4})} = -2$  است. پس عرض رأس سهمی برابر است با:

$$y = -\frac{1}{4}(-2)^2 - 2(-2) + 3 = -2 + 4 + 3 = 5$$

بنابراین رأس سهمی نقطه  $(-2, 5)$  است.

راه حل دوم:

نکته: رأس سهمی به معادله  $y = a(x-h)^2 + k$  به صورت  $(h, k)$  است.

مطابق نکته، رأس سهمی  $y = -\frac{1}{4}(x-(-2))^2 + 5$  نقطه  $(-2, 5)$  است.

۶۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده ● حیطة: درک و فهم ● درس ۳

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$f(-5) = 2 \Rightarrow 2 = m \times (-5) + n \Rightarrow -5m + n = 2 \xrightarrow{\text{ضرب دو طرف در } -1} 5m - n = -2$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده ● حیطة: درک و فهم ● درس ۳

نکته: شیب خطی که از دو نقطه  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  می‌گذرد برابر است با:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

نکته: ضابطه هر تابع خطی به صورت  $f(x) = mx + n$  است که در آن  $m$  شیب آن خط است.

با توجه به اینکه  $f(2) = 2$  و  $f(-2) = 0$ ، می‌توان فهمید این تابع خطی از دو نقطه  $(2, 2)$  و  $(-2, 0)$  می‌گذرد. پس شیب این خط برابر است با:

$$m = \frac{2 - 0}{2 - (-2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

فرض کنیم ضابطه تابع خطی به صورت  $f(x) = mx + n$  باشد. در این صورت با توجه به اینکه شیب این خط برابر  $\frac{1}{2}$  است، نتیجه می‌شود

$$m = \frac{1}{2} \text{ پس:}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + n \xrightarrow{f(-2)=0} f(-2) = \frac{1}{2}(-2) + n \Rightarrow 0 = -1 + n \Rightarrow n = 1$$

بنابراین ضابطه تابع خطی به صورت  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$  است. بنابراین:  $f(4) = \frac{1}{2} \times 4 + 1 = 2 + 1 = 3$

۶۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط ● حیطة: درک و فهم ● درس ۲

اگر آن عدد را  $x$  در نظر بگیریم، مکعب دو برابر عدد به صورت  $(2x)^3$  می‌باشد. پس تابع  $f(x)$  به صورت زیر است:

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = (2x)^3 - 4 = 8x^3 - 4 \end{cases}$$

۶۶- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: متوسط = حیطة: درک و فهم = درس ۴

نکته: در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  اگر  $a < 0$ ، شکل سهمی به صورت  $\cap$  است و در این حالت، سهمی در نقطه رأس خود، یعنی نقطه‌ای به طول  $x = -\frac{b}{2a}$  دارای بیشترین مقدار (ماکسیمم) است.

مطابق نکته، طول رأس سهمی  $y = -x^2 + 6x - 10$  به صورت  $x = -\frac{6}{-2} = 3$  است. با جای گذاری این مقدار در ضابطه تابع، بیشترین مقدار تابع که همان عرض رأس سهمی است به دست می آید.

$$y = -(3)^2 + 6 \times 3 - 10 = -9 + 18 - 10 = -1$$

بنابراین بیشترین مقدار این تابع برابر ۱- است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۱ **▲** مشخصات سؤال: متوسط = حیطة: کاربرد = درس ۴

نکته: در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  نقطه‌ای به طول  $x = -\frac{b}{2a}$  رأس سهمی است. خطی که از این رأس سهمی به موازات محور عرض‌ها رسم شود، محور تقارن سهمی است.

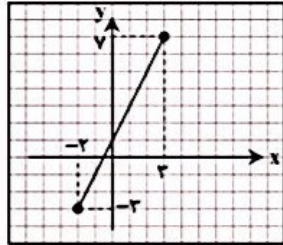
طبق فرض  $x = -1$ ، طول رأس سهمی  $y = -2x^2 + bx + c$  است، پس با استفاده از نکته بالا داریم:

$$-\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow -\frac{b}{2 \times (-2)} = -1 \Rightarrow \frac{b}{4} = -1 \Rightarrow b = -4$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: متوسط = حیطة: درک و فهم = درس ۳

نکته: برای رسم نمودار تابع خطی  $y = mx + n$ ، دو نقطه از نمودار را در دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم و سپس آن دو نقطه را به وسیله خط به هم وصل می‌کنیم و از طرفین امتداد می‌دهیم.

با توجه به نکته، کافی است دو نقطه از تابع خطی را در دستگاه مختصات مشخص کنیم. برای راحتی در رسم می‌توان نقاط شروع و پایان دامنه را در نظر گرفت.



$$x = -2 \Rightarrow y = 2(-2) + 1 = -3$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 2(3) + 1 = 7$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۶۹- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: دشوار = حیطة: کاربرد = درس ۲

در تابع  $f(x)$  به جای  $x$ ، مقدار  $1 - \sqrt{2}$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1} \Rightarrow f(1 - \sqrt{2}) = \frac{(1 - \sqrt{2})^2 + 1}{1 - \sqrt{2} + 1} = \frac{1 + 2 - 2\sqrt{2} + 1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2(2 - \sqrt{2})}{2 - \sqrt{2}} = 2$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۱ **▲** مشخصات سؤال: دشوار = حیطة: درک و فهم = درس ۱

نکته: اگر رابطه بین  $x$  و  $y$  را به صورت زوج مرتب نشان دهیم، این رابطه در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر در آن وجود نداشته باشد؛ یعنی اگر مؤلفه اول دو زوج مرتب برابر بود، باید مؤلفه دومشان هم برابر باشد.

در رابطه داده شده، دو زوج مرتب  $(1, -\frac{2}{3})$  و  $(1, \frac{b}{a})$  حضور دارند. مطابق نکته چون مؤلفه اول آن‌ها برابر است، باید مؤلفه دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشد. پس:

$$\frac{b}{a} = -\frac{2}{3} \Rightarrow 3b = -2a \Rightarrow 2a + 3b = 0 \quad (1)$$

همچنین برای دو زوج مرتب  $(2, a - b)$  و  $(\sqrt{4}, \Delta)$  به دلیل مشابه نتیجه می‌شود:

$$a - b = \Delta \quad (2)$$

با حل دستگاه شامل معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\times 3 \begin{cases} a - b = \Delta & (1) \\ 2a + 3b = 0 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 3b = 3\Delta \\ 2a + 3b = 0 \end{cases}$$

$$\Delta a = 3\Delta \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{\text{جای گذاری در (1)}} b = -2$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{3-2} = \sqrt{1} = 1 \text{ بنابراین}$$