به نام خدا

درس الکترومغناطیس

پلاریزاسیون عایق ها

www.IranMadar.tk
ایران مدار

پلاریزاسیون عایق‌ها در میدان الکتریکی

در اثر اعمال میدان الکتریکی به یک دی‌الکتریک، بر ذرات باردار آن نیرویی اعمال می‌شود و دوقطبی‌های الکتریکی در داخل آن بوجود می‌آیند به این پدیده پلاریزاسیون یا قطبی شدگی گویند. حضور این دوقطبی‌ها باعث تغییر میدان در داخل و خارج عایق خواهند شد. بوسیلهٔ دو توزیع بار سطحی و حجمی می‌توان این تغییرات را مدل کرد. چگالی بار قطبی شدگی یا چگالی بار مقید سطحی را می‌توان از رابطهٔ

$$\rho_{Ps} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{a}_n$$

بدست آورد. که در این رابطه $\mathbf{P}$ بردار قطبی شدگی می‌باشد و $\mathbf{a}_n$ بردار عمود بر سطح دی‌الکتریک و به سمت خارج است. چگالی بار قطبی شدگی یا چگالی بار مقید حجمی را نیز می‌توان از رابطهٔ

$$\rho_p = -\nabla \cdot \mathbf{P}$$

محاسبه نمود. از آنجایی که با اعمال میدان به دی‌الکتریک، بار جسم تغییر نکرده است و فقط

دوقطبی‌های موجود جهت‌دهی شده‌اند لذا مجموع بارهای مقید در دی‌الکتریک نیز برابر صفر خواهد بود. این امر از انتگرالگیری سطحی و حجمی از روابط فوق و جمع آنها قابل تحقیق می‌باشد. از آنجاکه در داخل دی‌الکتریک چگالی بار حجمی برابر ρ_p تولید می‌شود در نتیجه باید این چگالی بار را نیز در محاسبهٔ میدان داخل دی‌الکتریک منظور کنیم یعنی:

$$\nabla . \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\rho + \rho_p)$$

می‌توان بردار چگالی شار الکتریکی $\mathbf{D}$ را در دی‌الکتریک‌ها بصورت

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

تعریف نمود. در اثر این تعریف رابطهٔ

$$\nabla . \mathbf{D} = \rho$$

همچنان برقرار خواهد بود. در این رابطه ρ چگالی بار حجمی آزاد خواهد بود (و نه بارهای مقید) در محیط‌های خطی و همگن بردار قطبی شدگی را از رابطهٔ

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

می‌توان بدست آورد. در این رابطه X_e کمیتی به نام پذیرندگی الکتریکی است. با جاگذاری این رابطه در رابطهٔ (۳-۴) خواهیم داشت:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E}$$

و کمیتی دیگر به نام گذردهی نسبی یا ضریب دی‌الکتریک محیط را بصورت

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

تعریف می‌کنیم. در نتیجه:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

خواهد بود که ε گذردهی مطلق (یا گذردهی) محیط خواهد بود.

هادی‌ها در میدان الکتریکی ساکن

در داخل یک هادی ایده‌آل هیچ باری وجود ندارد و میدان در داخل هادی نیز برابر صفر خواهد بود. و اگر به یک هادی باری اعمال شود تمام این بار در سطح هادی قرار خواهد گرفت و توزیع میدان هم در حالت پایدار به گونه‌ای خواهد بود که میدان الکتریکی در همه جا عمود بر سطح هادی می‌باشد.

در فصل مشترک یک هادی و یک فلز، مؤلفهٔ مماسی برابر صفر خواهد بود و می‌توان با استفاده از قانون گوس مؤلفهٔ عمودی را نیز بصورت زیر بدست آورد. پس شرایط مرزی در مرز بین یک هادی و فضای آزاد بصورت

$$E_t = 0 \quad , \quad E_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}$$

خواهد بود.

شرایط مرزی در مورد میدان‌های الکتریکی ساکن

می‌توان نشان داد که در فصل مشترک دو محیط شرایط مرزی زیر برقرار خواهد بود:

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$\mathbf{a}_{n_2} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$$

رابطه اول بیان می‌کند که در فصل مشترک دو محیط مؤلفهٔ مماسی میدان ثابت باقی می‌ماند. رابطهٔ دوم بیان می‌کند که مؤلفهٔ عمودی $\mathbf{D}$ ناپیوسته است و مقدار این ناپیوستگی برابر چگالی بار سطحی می‌باشد.

خازن‌ها

اگر یک هادی دارای بار Q داشته باشیم و پتانسیل ناشی از آن V باشد. ظرفیت این هادی برابر مقدار بار الکتریکی که باید به این هادی افزوده شود تا پتانسیل آن یک واحد افزایش یابد تعریف می‌شود. از آنجا که نسبت Q/V بدون تغییر می‌باشد، این ظرفیت را برابر یک ثابت به نام C که واحد آن کولمب بر ولت یا فاراد (F) است، تعریف می‌کنند.

در عمل خازن‌ها دارای دو هادی هستند (البته در مورد فوق نیز فرض می‌شود که هادی دیگر با پتانسیل صفر در بینهایت واقع است) و ظرفیت بین این دو هادی بصورت

$$C = \frac{Q}{V_{12}}$$

تعریف می‌شود که V_{12} برابر اختلاف پتانسیل بین دو هادی است. روی یک هادی بار $Q+$ و روی هادی دیگر $Q-$ قرار دارد. از آنجا که نسبت بار به اختلاف پتانسیل مقدار ثابتی می‌باشد، ظرفیت خازن به مقدار بار موجود روی هادی‌ها یا اختلاف پتانسیل آنها وابسته نیست بلکه تنها تابعی از خصوصیات فیزیکی خازن می‌باشد. مثلاً در مورد یک خازن که متشکل از دو هادی صفحه‌ای موازی بینهایت طویل که بین آنها یک دی‌الکتریک با ثابت گذردهی ε قرار دارد برابر

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

می‌باشد که S مساحت صفحات و d فاصلهٔ بین آنها می‌باشد.

در مورد یک خازن استوانه‌ای با طول L که هادی داخلی آن دارای شعاع a و هادی خارجی آن دارای شعاع b باشد، ظرفیت آن برابر $C = \frac{2\pi\varepsilon L}{ln\left(\frac{b}{a}\right)}$ و در مورد یک خازن کروی با شعاع داخلی R_i و شعاع خارجی R_o ظرفیت معادل برابر $C = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_o}}$ خواهد بود.

در حالت کلّی فرض می‌کنیم که روی دو جوشن خازن بارهای $Q+$ و $Q-$ هستند، با توجه به این بارها و با استفاده از قانون گاوس یا روشهای دیگر مقدار E را بین دو جوشن محاسبه می‌کنیم. از روی E مقدار اختلاف پتانسیل بین دو جوشن را بدست می‌آوریم. در نهایت با استفاده از رابطهٔ $C=\frac{Q}{V_{12}}$ مقدار ظرفیت معادل سیستم داده شده را محاسبه می‌کنیم.

از آنجا که ظرفیت معادل چند خازن که با هم سری شده‌اند از رابطهٔ $\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}$ بدست می‌آید، با استفاده از این حقیقت می‌توانیم با فرض اینکه کل سیستم از بینهایت خازن کوچک دیفرانسیلی که با هم سری شده‌اند و با استفاده از رابطهٔ

$$C=\frac{1}{\int\frac{dl}{\int \varepsilon ds}}$$

مقدار خازن معادل را محاسبه کرد. مقدار انتگرال $\int \varepsilon ds$ روی هر یک از سطوح خازن‌ها گرفته می‌شود.

در مورد هر خازن با هر نوع شکل فیزیکی مقدار انرژی الکتریکی در آن ذخیره می‌شود که مقدار آن را می‌توان از روابط زیر بدست آورد:

$$W=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}QV=\frac{Q^2}{2C}$$

www.IranMadar.tk