



نام و نام خانوادگی :

نام درس : ریاضی ۱

پایه تحصیلی :

نام آموزشگاه : شهید حقانی (سمپاد)

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۱/۰۹/۲۸

عنوان آزمون : کاربرگ معادله درجه ۲

۱ اگر معادله $x^2 + 3x + 2k - 1 = 0$ دارای ریشه حقیقی نباشد، حدود k را حساب کنید.

۲ اگر معادله $x^2 + 4x + m = 0$ دارای ریشه حقیقی نباشد، حدود m را حساب کنید.

۳ اگر معادله $x^2 + kx + 4 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف باشد، مقدار k را حساب کنید.

۴ اختلاف سنی دو برابر با یکدیگر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۶۰ شود، سن هر کدام چه قدر است؟

۵ به ازای چه مقادیری از a ، $(a - 1)x^2 + (a - 8)x + a + 7 = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف است؟

۶ معادله‌ی $4x^2 - 13x + 3 = 0$ را با روش فرمول کلی حل کنید.

۷ به ازای چه مقادیری از a ، $3x^2 + ax + 12 = 0$ دارای ریشه مضاعف است؟



$$x^2 - 4x - 11 = 0$$

معادله زیر را به روش مربع کامل کردن، حل کنید.

۸

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

معادله زیر را به روش مربع کامل کردن، حل کنید.

۹

جمع ریشه‌های معادله $(x - 2)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ را حساب کنید.

۱۰

معادله $3x^2 - x - 2 = 0$ را به صورت $(x + 2a)^2 = k - 1$ نوشته‌ایم. a, k را حساب کنید.

۱۱

معادله‌ی $2x^2 - x - 1 = 0$ را به صورت $(x + a)^2 = k$ نوشته‌ایم. a و k را حساب کنید.

۱۲

اگر $x = 1$ یک ریشه‌ی معادله‌ی $(m + 3)x^2 - (3m + 1)x + \frac{m + 2}{2} = 0$ باشد:

۱۳

الف) مقدار m را بیابید.

ب) ریشه‌ی دیگر معادله را به دست آورید.

طول قطر مستطیلی به ابعاد $x + 2$ و $3x - 4$ برابر $2x + 2$ است.

۱۴

الف) مقدار x را حساب کنید.

ب) محیط و مساحت مستطیل را بنویسید.

اگر a عددی مثبت باشد و طول اضلاع یک مثلث قائم الزاویه برابر $2a$ و $1 + 2\sqrt{2}a + 2a$ باشد. طول وتر مثلث را به دست آورید.

۱۵



۱ باید Δ کوچکتر از صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(1)(2k - 1) < 0 \Rightarrow 9 - 8k + 4 < 0 \Rightarrow -8k < -13 \Rightarrow k > \frac{13}{8}$$

۲ باید Δ کوچکتر از صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(m) < 0 \Rightarrow 16 - 4m < 0 \Rightarrow -4m < -16 \Rightarrow m > 4$$

۳ باید Δ برابر صفر باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (k)^2 - 4(1)(4) = 0 \Rightarrow k^2 - 16 = 0 \Rightarrow k = \pm 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{سن برادر کوچک} = x \xrightarrow{\text{چهار سال بعد}} x + 4 \\ \text{سن برابر بزرگ} = x + 4 \xrightarrow{\quad} x + 8 \end{array} \right\} \Rightarrow (x + 4)(x + 8) = 60$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x + 32 = 60 \Rightarrow x^2 + 12x - 28 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 14) = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{غیرقابل قبول چون سن منفی نداریم} \\ x = -14 \\ \text{برادر کوچک ۶۲ ساله و برادر بزرگ ۶۶ ساله اند.} \\ x = 2 \end{array} \right.$$

$$(a - 8)^2 - 4(a - 1)(a + 7) = 0$$

$$-3a^2 - 40a + 92 = 0$$

$$a = 2 \text{ و } a = -\frac{46}{3}$$

$$4x^2 - 13x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 169 - 48 = 121$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{13 \pm 11}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

۷ برای آن که دارای ریشه مضاعف باشد، باید $\Delta = 0$ باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 144 = 0 \Rightarrow a = \pm 12$$

$$x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$x^2 - 4x = 11 \xrightarrow{+4} x^2 - 4x + 4 = 15 \Rightarrow (x - 2)^2 = 15 \Rightarrow x - 2 = \pm \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{15}$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 7 \xrightarrow{+9} x^2 - 6x + 9 = 16 \Rightarrow (x - 3)^2 = 16$$

$$\Rightarrow x - 3 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$(x - 2)^2 = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow (x - 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + (1)^2 - 2\sqrt{3} \Rightarrow (x - 2)^2 = (\sqrt{3} - 1)^2$$

$$\Rightarrow x - 2 = \pm(\sqrt{3} - 1)$$

$$\begin{cases} x - 2 = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow x = \sqrt{3} + 1 \\ x - 2 = -\sqrt{3} + 1 \Rightarrow x = -\sqrt{3} + 3 \end{cases} \Rightarrow \text{جمع ریشه ها} = \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 3 = 4$$

$$2x^2 - x - 2 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{2}{2} \xrightarrow{+\frac{1}{16}} x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \frac{2}{2} + \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{24 + 1}{16} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$\begin{cases} 2a = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{8} \\ k - 1 = \frac{25}{16} \Rightarrow k = \frac{25}{16} + 1 = \frac{41}{16} \end{cases}$$

$$2x^2 - x - 1 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \xrightarrow{+\frac{1}{16}} x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ k = \frac{9}{16} \end{cases}$$

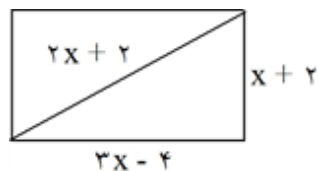
الف) $x = 1 \Rightarrow (m + 3)(1)^2 - (3m + 1)(1) + \frac{m + 2}{2} = 0 \Rightarrow m + 3 - 3m - 1 + \frac{m}{2} + 1 = 0$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}m + 3 = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}m = -3 \Rightarrow m = 2$$

ب) $m = 2 \Rightarrow 5x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow \frac{(5x - 5)(5x - 2)}{5} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{5} \end{cases}$

الف) $(3x - 4)^2 + (x + 2)^2 = (2x + 2)^2$

$$9x^2 - 24x + 16 + x^2 + 4x + 4 = 4x^2 + 16x + 4$$

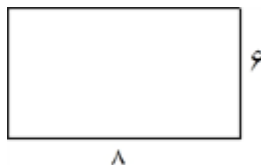


$$6x^2 - 20x + 16 = 0 \xrightarrow{\div 2} 3x^2 - 10x + 8 = 0 \Rightarrow \frac{(3x - 12)(3x - 2)}{3} = 0$$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \text{ (غیر قابل قبول)} \\ x = 4 \end{cases}$

ب) مساحت $S = 6 \times 8 = 48$

محیط $P = 2(6 + 8) = 28$



$$(2a + 2)^2 = (2a + 1)^2 + (2a)^2 \Rightarrow 4a^2 + 8a + 4 = 4a^2 + 4a + 1 + 4a^2 \quad (./5)$$

$$4a^2 - 4a - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(4)(-3) = 64 \quad \begin{cases} a = \frac{4+8}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \quad (./25) \\ a = \frac{4-8}{8} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2} \quad (./25) \end{cases}$$

$$2a + 2 = 2 \left(\frac{12}{8} \right) + 2 = 5 = \text{طول وتر} \quad (./25)$$

$$2a + 2 = 2 \left(\frac{-4}{8} \right) + 2 = 1 \quad \text{غير قابل قبول} \quad (./25)$$

