

جدول الف-۱ جفت‌های تبدیل لاپلاس

$F(s)$	$f(t)$	
$\frac{1}{s}$	ضربه واحد $\delta(t)$	۱
$\frac{1}{s}$	پله واحد $\mathcal{1}(t)$	۲
$\frac{1}{s^2}$	t	۳
$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)	۴
$\frac{n!}{s^{n+1}}$	t^n ($n = 1, 2, 3, \dots$)	۵
$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	۶
$\frac{1}{(s+a)^r}$	$t e^{-at}$	۷
$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)	۸
$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$	$t^n e^{-at}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)	۹
$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$	۱۰
$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$	۱۱
$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$	$\sinh \omega t$	۱۲
$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$	$\cosh \omega t$	۱۳
$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a} (1 - e^{-at})$	۱۴
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$	۱۵
$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a} (be^{-bt} - ae^{-at})$	۱۶
$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{ab} \left[1 + \frac{1}{a-b} (be^{-at} - ae^{-bt}) \right]$	۱۷
$\frac{1}{s(s+a)^r}$	$\frac{1}{a^r} (1 - e^{-at} - ate^{-at})$	۱۸
$\frac{1}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a^2} (at - 1 + e^{-at})$	۱۹
$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \sin \omega t$	۲۰
$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$	۲۱
$\frac{\omega_n^r}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t$ ($0 < \zeta < 1$)	۲۲
$\frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	$-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin (\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t - \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$ ($0 < \zeta < 1$, $0 < \phi < \pi/2$)	۲۳

جدول الف-١ (ادامه)

	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \phi)$	
$\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$	$\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$ $(0 < \zeta < 1, 0 < \phi < \pi/2)$	٢٤
$\frac{\omega^2}{s(s^2 + \omega^2)}$	$1 - \cos \omega t$	٢٥
$\frac{\omega^2}{s^2(s^2 + \omega^2)}$	$\omega t - \sin \omega t$	٢٦
$\sin \omega t - \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$	٢٧
$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega} t \sin \omega t$	٢٨
$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$t \cos \omega t$	٢٩
$\frac{s}{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_2^2)}$	$\frac{1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) \quad (\omega_1^2 \neq \omega_2^2)$	٣٠
$\frac{s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{1}{2\omega} (\sin \omega t + \omega t \cos \omega t)$	٣١

جدول الف-۲ خواص تبدیل‌های لاپلاس

$\mathcal{L}[Af(t)] = AF(s)$	۱
$\mathcal{L}[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$	۲
$\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = sF(s) - f(0^\pm)$	۳
$\mathcal{L}\left[\frac{d^r}{dt^r}f(t)\right] = s^r F(s) - sf(0^\pm) - \dot{f}(0^\pm)$	۴
$\mathcal{L}\left[\frac{d^n}{dt^n}f(t)\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0^\pm)$	۵
$f^{(k-1)}(t) = \frac{d^{k-1}}{dt^{k-1}}f(t)$ که در آن	
$\mathcal{L}\left[\int f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{1}{s}\left[\int f(t)dt\right]_{t=0^\pm}$	۶
$\mathcal{L}\left[\int \dots \int f(t)(dt)^n\right] = \frac{F(s)}{s^n} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{s^{n-k+1}}\left[\int \dots \int f(t)(dt)^k\right]_{t=0^\pm}$	۷
$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s}$	۸
$\int_0^\infty f(t)dt = \lim_{s \rightarrow 0^+} F(s)$ اگر $\int_0^\infty f(t)dt$ وجود داشته باشد	۹
$\mathcal{L}[e^{-\alpha t}f(t)] = F(s+a)$	۱۰
$\mathcal{L}[f(t-\alpha)u(t-\alpha)] = e^{-\alpha s}F(s) \quad a \geq 0$	۱۱
$\mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{dF(s)}{ds}$	۱۲
$\mathcal{L}[t^r f(t)] = \frac{d^r F(s)}{ds^r}$	۱۳
$\mathcal{L}[t^n f(t)] = (-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	۱۴
$\mathcal{L}\left[\frac{1}{t}f(t)\right] = \int_s^\infty F(s)ds$ اگر $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{t}f(t)$ وجود داشته باشد	۱۵
$\mathcal{L}\left[f\left(\frac{t}{a}\right)\right] = aF(as)$	۱۶
$\mathcal{L}\left[\int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau\right] = F_1(s)F_2(s)$	۱۷
$\mathcal{L}[f(t)g(t)] = \frac{1}{\sqrt{\pi}j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)G(s-p)dp$	۱۸

سرانجام، دو قضیه پرکاربرد را به همراه تبدیل لاپلاس تابع پالس و تابع ضربه ارائه می‌کنیم.

$f(0+) = \lim_{t \rightarrow 0+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$	قضیه مقدار اولیه
$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$	قضیه مقدار نهایی
$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{A}{t_0 s} - \frac{A}{t_0 s} e^{-st_0}$	تابع پالس $f(t) = \frac{A}{t_0} \lambda(t) - \frac{A}{t_0} \lambda(t - t_0)$
$\begin{aligned} \mathcal{L}[g(t)] &= \lim_{t_0 \rightarrow 0} \left[\frac{A}{t_0 s} (\lambda - e^{-st_0}) \right] \\ &= \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dt_0} [A(\lambda - e^{-st_0})]}{\frac{d}{dt_0} (t_0 s)} \\ &= \frac{As}{s} = A \end{aligned}$	تابع ضربه $g(t) = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{A}{t_0}, \quad 0 < t < t_0$ $= 0, \quad t < 0, t_0 < t$