

# بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

نام تحقیق : روش ساده سازی کویین مک کلاسکی

نام استاد : جناب آقای صالحی فر

تهیه کننده : لیلا شاه بیک

۸۵-۸۶

[www.eshtehard.net](http://www.eshtehard.net)

## روش جدولبندی کوبین – مک کلاسیکی برای ساده کردن توابع

روش کوبین – مک کلاسیکی (Q-M) یک رهیافت جدولبندی برای می نیم کردن توابع بولی است. [۷،۶،۵]. روش Q-M دو مزیت اصلی کارنو دارد. اول این که روشی سر راست است و به توانایی طراح در تشخیص الگوها بر روی جدول کارنو بستگی ندارد. دوم این که تعداد متغیرهای بیشتری را می توان با آن ساده کرد، حال آنکه جدول کارنو عملاً به پنج یا شش متغیر محدود می شود. در روش Q-M یک جستجوی خطی سامان یافته بر روی جملات می نیم تابع صورت می گیرد تا تمام ترکیبهای جملات می نیم مجاور منطقی شناخته شوند. نشان خواهیم داد که این روش را می توان به توابع چند خروجی نیز تعمیم داد. روش Q-M از فهرست جملات می نیم  $n$  متغیری شروع می شود و به ترتیب تمام شاملهای دارای  $n-1$  متغیر، شاملهای دارای  $n-2$  متغیر، و... به دست می آیند، تا سرانجام تمام شاملهای اول مشخص شود. چهار گام این فرایند در زیر بیان شده و معنای دقیق هر گام طی مثالهای بعد از آن روشن می شود.

**گام ۱.** در یک ستون تمام جملات می نیم تابعی را که باید ساده شود به صورت دودویی درج می کنیم. این جملات را بر حسب تعداد بیتهای ۱ نمایش دودویی شان دسته بندی می کنیم. این دسته بندی تشخیص جملات می نیم مجاور منطقی را ساده می کند، چون برای مجاورت منطقی دو جمله می نیم باید تنها در یک حرف تفاوت داشته باشند، بنابراین نمایش دودویی یکی باید نسبت به دیگری یا یک ۱ بیشتر یا یک ۱ کمتر داشته باشد.

**گام ۲.** با جستجوی کامل گروه های مجاور جملات می نیم مجاور را تشخیص دهید و آنها را در ستونی مشتمل بر شاملهای  $n-1$  متغیره قرار دهید. جملات می نیم ترکیب شده را علامت بزینید. در نمایش دودویی هر شامل جدید به جای متغیر حذف شده خط تیره بگذارید. این کار برای ستون جدید تکرار کرده، با ترکیب شاملهای  $(n-1)$  متغیره ستونی از شاملهای  $n-2$  متغیره ترتیب دهید. برای ستونهای جدید نیز همین کار را انجام دهید تا این که دیگر هیچ شاملی را نتوان ترکیب کرد. تمام جملات زده نشده شامل اول هستند، زیرا در شامل بزرگتری ادغام نشده اند. نتیجه نهایی فهرستی از شاملهای اول تابع است.

**گام ۳.** جدولی از شاملهای اول ترتیب دهید، که جملات می نیم در جهت افقی و شاملهای اول در جهت عمودی آن درج شده باشد، هر جمله می نیمی که توسط یک شامل پوشانده می شود با علامت  $\times$  در محل بر خورد سطر (شامل) و ستون (جمله می نیم) مشخص می شود.

**گام ۴.** حداقل از شاملهای اول پوشش جملات می نیم تابع داده شده را برگزینید. اکنون با یک مثال کامل این چهار گام را روشن می کنیم.

مثال ۱: تابع زیر را به روش کوبین مک کلاسیکی ساده کنید.

$$f(A, B, C) = \sum m(2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14)$$

شکل ۱-۱ جدول کارنوی این مثال را نشان می دهد. توصیه می کنیم خواننده از روش جدول کارنو به ساده این تابع بپردازد.

		AB		A			
		00	01	11	10		
CD	00	0	4	1	1	1	
	01	1	5		1	1	
	11	1	7		1	1	
	10	2	6	1	1	1	
				B			
						D	

شکل ۱-۱ جدول کارنوی مثال ۱

گام ۱. برای شروع به استفاده از روش کوبین - مک کلاسیکی جملات می نیم را براساس تعداد ۱ های نمایش دودویی شان دسته بندی می کنیم . این دسته بندی در جدول زیر نشان داده شده است :

جملات می نیم	ABCD	
۲	۰۰۱۰	
۴	۰۱۰۰	گروه ۱ ( یک )
۸	۱۰۰۰	
۶	۰۱۱۰	
۹	۱۰۰۱	گروه ۲ ( دو )
۱۰	۱۰۱۰	
۱۲	۱۱۰۰	
۱۳	۱۱۰۱	گروه ۳ ( سه )
۱۵	۱۱۱۱	گروه ۴ ( چهار )

گام ۲. پس از تکمیل این جدول جستجوی کاملی برای یافتن تمام جملات مجاور منطقی به عمل می آوریم . روش این کار را به طور خلاصه در اینجا و به طور مفصل بعداً توضیح می دهیم . جدول بعدی مشتمل بر سه فهرست جمله می نیم را در نظر بگیرید . دو جمله ای را می توان با هم ترکیب کرد که تنها در یک حرف تفاوت داشته باشند . پس در فهرست اول جملات دسته اول را تنها با جملات دسته دوم می توان ترکیب کرد . پس از انجام تمام ترکیبهای بین این دو دسته و وارد کردن نتایج در فهرست دوم خطی می کشیم و جملات دسته دوم و دسته سوم را ترکیب می کنیم . این روند ساده را برای فهرست بعد نیز انجام می دهیم تا جدول ساده سازی کامل شود .

فهرست ۱		فهرست ۲		فهرست ۳	
جملات می نیم	ABCD	جملات می نیم	ABCD	جملات می نیم	ABCD
۲	۰۰۱۰	۲، ۶	۰-۱۰	۸، ۹، ۱۲، ۱۳	۱-۰-
۴	۰۱۰۰	۲، ۱۰	-۰۱۰		
۸	۱۰۰۰	۴، ۶	۰۱-۰		
۶	۰۱۱۰	۴، ۱۲	-۱۰۰		
۹	۱۰۰۱	۸، ۹	۱۰۰-		
۱۰	۱۰۱۰	۸، ۱۰	۱۰-۰		
۱۲	۱۱۰۰	۸، ۱۲	۱-۰۰		
۱۳	۱۱۰۱	۹، ۱۳	۱-۰۱		
۱۵	۱۱۱۱	۱۲، ۱۳	۱۱۰-		
		۱۳، ۱۵	۱۱-۱		

مواردی از این جدول مستحق توضیح است . اولین ردیف فهرست ۲ نشان می دهد که جملات می نیم ۲ و ۶ ترکیب شده اند ، زیرا تنها در یک حرف تفاوت دارند . این تفاوت در متغیر B است ، بنابراین در محل این حرف ترکیب یک - گذاشته شده است که نشان می دهد در ترکیب جملات می نیم ۲ و ۶ حرف B حذف می شود . درستی این ترکیب را به سادگی می توان نشان داد

$$\overline{A} B C D = ۶ \text{ جمله می نیم} \quad , \quad \overline{A} \overline{B} C D = ۲ \text{ جمله می نیم}$$

$$\overline{\overline{A} B C D} + \overline{\overline{A} \overline{B} C D} = \overline{A} C D \quad \Rightarrow \quad - 10$$

هر جمله می نیم فهرست ، که با جمله می نیم دیگری ترکیب شده است با علامت  $V$  مشخص می شود ، به این نشان که آن جمله در شامل بزرگتری قرار گرفته است . یک جمله می تواند بیش از یک بار ترکیب شود ، ولی تنها یک علامت  $V$  دارد.

پس از یافتن فهرست ۲ از فهرست ۱ ، جستجویی برای ترکیب جملات فهرست ۲ و فهرست ۳ انجام می دهیم. در اینجاست که اهمیت مشخص کردن حروف حذف شده با خط تیره روشن می شود. مثل قبل تنها دو جمله ای از فهرست ۲ را می توان با هم ترکیب کرد که در یک حرف تفاوت داشته باشند ، پس باید بین دو جمله حرف مشترکی حذف شده باشد، یعنی - در محل یکسانی قرار داشته باشد. در فهرست ۲ جملات می نیم و ۸ - ۱۲ و ۹ - ۱۳ و همچنین ۸ - ۹ و ۱۲ - ۱۳ را می توان ترکیب کرد و ترکیب ۱۳ - ۹ و ۱۲ - ۸ حرف حذف شده یکسانی دارند و یافت . بررسی فهرست ۲ نشان می دهد که ترکیبهای ۸ - ۹ و ۱۲ - ۱۳ حرف حذف شده یکسانی دارند و در آنچه باقی مانده در یک حرف متفاوت اند . برای ترکیبهای ۸ - ۹ و ۱۲ - ۱۳ نیز چنین است . پس این چهار جمله در فهرست ۲ علامت خورده ، در فهرست ۳ وارد می شوند . هیچ دو ترکیب دیگری از فهرست ۲ را نمی توان ترکیب کرد . تمام ترکیبهای باقی مانده شامل اول هستند و از  $PI_1$  تا  $PI_7$  نامگذاری شده اند . اکنون می توان تابع را به صورت مجموعه ای از شاملهای اول نوشت ، ولی به دنبال می نیم کردن تابع هستیم ، بنابراین باید حداقل شاملهای اول را به کار ببریم .

یک روش مناسب برای امتحان درستی عملیات انجام شده این است که عدد جملات می نیم ترکیب شده را از هم از کم کنیم تا ببینیم متغیر درستی حذف شده است یا نه . مثلاً ترکیب ۴ - ۶ فهرست ۲ نشان می دهد متغیر با وزن  $۲ = ۶ - ۴$  حذف شده است . در این مثال وزنها ممکن ۸ ، ۴ ، ۲ ، و ۱ است . برای ترکیب ۱ - ۰  $\rightarrow ۱۳ - ۱۲ ، ۹ ، ۸$  فهرست ۳ داریم

$$\begin{array}{l} 9 - 8 = 1 \\ 12 - 8 = 4 \\ 13 - 12 = 1 \\ 13 - 9 = 4 \end{array}$$

پس باید متغیرهای با وزن ۱ و ۴ حذف شده باشند .

گام ۳. برای تعیین کوچکترین تعداد شاملهای اول لازم برای ساختن تابع جدول زیر را ترتیب می دهیم :

	2	4	6	8	9	10	12	13	15
$PI_1$				x	⊗		x	x	
$PI_2$	x		x						
$PI_3$	x					x			
$PI_4$		x	x						
$PI_5$		x					x		
$PI_6$				x		x			
$PI_7$								x	⊗

شاملهای اول دارای تعداد حروف متفاوت با دو خط از هم جدا می شوند .

گام ۴. بررسی ستون جمله می نیم این جدول نشان می دهد که جملات می نیم ۹ و ۱۵ تنها با یک شامل اول پوشانده می شوند و دور آنها دایره ای رسم شده است . پس شاملهای اول ۱ و ۷ را باید برگزید ، بنابراین شامل اول اصلی هستند ( و با دو ستاره مشخص شده اند ) . با انتخاب این دو شامل اول جملات می نیم ۸ ، ۱۲ ، و ۱۳ نیز پوشانده می شوند . پنج جمله می نیم پوشانده شده علامتگذاری شده اند .

اکنون مسئله برگزیدن حداقل شاملهای اول ( غیر اصلی ) لازم برای پوشاندن جملات می نیم ۲ ، ۴ ، ۶ ، و ۱۰ است . برای این کار یک جدول مختصر شاملهای اول ترتیب می دهیم . این جدول مختصر در زیر نشان

داده شده است . در این جدول تنها جملات می نیم پوشیده نشده و شاملهای اول نامزد برای پوشاندن آنها منظور شده اند .

	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt{\quad}$
	2	4	6	10
$PI_2$	x		x	
$\cdot PI_3$	x			x
$\cdot PI_4$		x	x	
$PI_5$		x		
$PI_6$				x

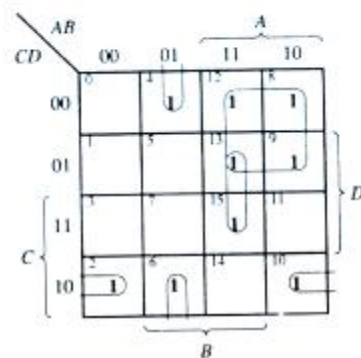
کدام شاملهای را باید برگزید ؟  $PI_5$  و  $PI_6$  مسلماً انتخاب خوبی نیستند ، زیرا هر کدام تنها یک جمله می نیم را می پوشانند ، و آن جمله می نیم توسط شامل اول دیگری نیز پوشانده می شود . توجه کنید که با انتخاب  $PI_4$  و  $PI_3$  می توان هر چهار جمله می نیم ۲ ، ۴ ، ۶ ، و ۱۰ را پوشاند . ستاره ها شاملهای برگزیده شده و علامت  $\sqrt{\quad}$  بالای ستونها جملات می نیم پوشانده شده را نشان می دهند . پس حداقل شاملهای اول برای ساختن تابع عبارت است از :

$$f(A, B, C, D) = PI_1 + PI_3 + PI_4 + PI_7$$

$$= 1 - 0 - + - 010 + 01 - 0 + 11 - 1$$

$$= \overline{AC} + \overline{BCD} + \overline{ABD} + ABD$$

دسته بندی متناظر در جدول کارنو در شکل ۲ - ۱ نشان داده شده است .



شکل ۲ - ۱ دسته بندی جملات .

### روند پوشش دهی

مسئله یافتن حداقل شاملهای اول برای ساختن یک تابع را گاهی مسئله پوشش دهی می نامند . برای انتخاب حداقل تعداد شاملهای اول غیر اصلی از جدول شاملهای اول می توان روند زیر را دنبال کرد . گام اول حذف تمام شاملهای اول اصلی و ستونهای جملات می نیم پوشانده شده توسط آنهاست سپس جدول مختصر شده به صورت زیر ساده می شود .

ردیف ( ستون )  $i$  جدول ردیف  $PI_i$  ( ستون )  $j$  را می پوشاند ، اگر در هر ستون ( ردیف )  $j$  که  $x$  وجود داشته باشد ، نیز در ستون ( ردیف )  $x$  داشته باشد . هر ردیف یک شامل اول اصلی  $PI_i$  و هر ستون یک جمله می نیم  $m_i$  تابع را نشان می دهد . به عنوان مثال جدول  $PI$  تابع زیر را در نظر بگیرید .

$$f(A, B, C) = E m(0, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15)$$

	√	√		√	√	√	√				√	√
	0	1	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15
••PI <sub>1</sub>	⊗	x				x	x					
PI <sub>2</sub>		x	x				x			x		
PI <sub>3</sub>			x		x					x		x
PI <sub>4</sub>						x	x	x	x			
PI <sub>5</sub>							x		x	x		x
PI <sub>6</sub>								x	x		x	x
••PI <sub>7</sub>				⊗	x						x	x

با توجه به جدول PI، PI<sub>1</sub> و PI<sub>7</sub> شاملهای اول اصلی هستند و با دو ستاره مشخص شده اند. حال این ردیفها و تمام ستونهایی را که می پوشانند حذف می کنیم، تا جدول مختصر زیر بدست آید:

	2	4	5	6
PI <sub>2</sub>	x			
PI <sub>3</sub>	x			x
PI <sub>4</sub>		x		x
PI <sub>5</sub>		x	x	
PI <sub>6</sub>			x	

با توجه به تعریف پوشش ردیفها و ستونها می بینیم که ردیف PI<sub>2</sub> ردیف PI<sub>3</sub> را می پوشاند (و برعکس)، ردیف PI<sub>4</sub> ردیف PI<sub>6</sub> را می پوشاند (و برعکس)، ستون ۱۱ ستون ۱۰، و ستون ۱۳ ستون ۵ را می پوشاند. با توجه به مباحث بالا قواعد ساده کردن جدول PI به صورت زیر است:

قاعده ۱: ردیفی را که توسط ردیف دیگری پوشیده می شود می توان حذف کرد. اگر ردیفهای مشابهی وجود داشته باشند می توان همه را جز یکی حذف کرد. در این مثال ردیفهای PI<sub>3</sub> و PI<sub>6</sub> را می توان حذف کرد.

قاعده ۲: ستونی را که توسط ستون دیگر پوشیده می شود می توان ستونهای ۱۱ و ۱۳ را حذف کرد. با اعمال قواعد بالا می توان جدول PI ساده زیر را یافت.

	√	√
	5	10
•PI <sub>2</sub>	x	
•PI <sub>4</sub>		x

پس می توانیم برای ساختن تابع داده شده PI<sub>2</sub> و PI<sub>4</sub> را به همراه شاملهای اصلی PI<sub>1</sub> و PI<sub>3</sub> بر گزینیم. یک نوع جدول PI که برای ساده سازی رهیافت خاصی می طلبد، جدول دوری است. جدول دوری جدولی است که PI اصلی ندارد و نمی توان آنها را با قواعد ۱ و ۲ ساده کرد. تابع زیر یک نمونه جدول دوری است

$$f(A, B, C) = E m(1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

	√	√	√	√	√	√
	1	2	3	4	5	6
+PI <sub>1</sub>	x		x			
PI <sub>2</sub>		x	x			
PI <sub>3</sub>		x				x
PI <sub>4</sub>				x		x
PI <sub>5</sub>				x	x	
PI <sub>6</sub>	x				x	

نشان دهید که هیچ ستون یا ردیفی توسط ستون یا ردیفی دیگری پوشانده نمی شود. برای ساده کردن جدول دوری باید یک PI را به دلخواه برگزید. سپس این PI و ستونهای را که جملات می نیمم آنها توسط این PI پوشیده می شود، حذف کرد. اگر جدول ساده شده دوری نباشد، قواعد ۱ و ۲ را اعمال می کنیم. اگر جدول حاصل دوری باشد باز همین روند را انجام می دهیم. مثلاً PI<sub>1</sub> را از جدول دوری می کنیم. با حذف ردیف PI<sub>1</sub> و ستونهای ۱ و ۳ جدول زیر حاصل می شود.

	2	4	5	6
PI <sub>2</sub>	x			
PI <sub>3</sub>	x			x
PI <sub>4</sub>		x		x
PI <sub>5</sub>		x	x	
PI <sub>6</sub>			x	

حال قواعد ۱ و ۲ را اعمال می کنیم. PI<sub>3</sub> ردیف PI<sub>2</sub> را می پوشاند، پس PI<sub>2</sub> را می توان حذف کرد. ردیف PI<sub>5</sub> ردیف PH<sub>6</sub> را می پوشاند پس PI<sub>6</sub> را می توان حذف کرد. جدول ساده شده به صورت زیرست.

	√	√	√	√
	2	4	5	6
+PI <sub>3</sub>	x			x
PI <sub>1</sub>		x		x
+PI <sub>5</sub>		x	x	

پس PI<sub>3</sub> و PI<sub>5</sub> را می توان برای ساختن تابع برگزید. پس PI<sub>1</sub>, PI<sub>3</sub> و PI<sub>5</sub> حداقل شاملها برای ساختن تابع هستند. البته انتخابهای دیگری نیز ممکن است. بحث بالا را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

گام ۱: جملات می نیمم را که تنها بایک PI پوشیده می شوند بیابید. این PIها را برگزینید. این گام شاملهای اول اصلی را بر می گزیند و شاملهای غیر اصلی را برای گامهای بعد می گذارد.

گام ۲: ردیفهای مربوط به شاملهای اول اصلی و ستونهای مربوط به جملات می نیمم پوشانده شده توسط آنها را حذف کنید.

گام ۳: در صورت دوری شدن جدول حاصل به گام ۵ بروید. در غیر این صورت قواعد ۱ و ۲ را اعمال کنید.

گام ۴: در صورت دوری شدن جدول حاصل از گام ۳ به گام ۵ بروید. در غیر این صورت به گام ۱ بروید.

گام ۵: روش جدولهای دوری را به کار برید. این کار آنقدر تکرار کنید تا این که کل جدول خالی شود یا جدولی غیر دوری به دست آید. در حالت دوم به گام ۱ برگردید.

کار موقعی تمام می شود که گام ۲ یا گام ۵ جدول خالی به دست دهد، یعنی جدولی که نه ستون دارد نه ردیف. در اعمال اول گام ۱ شاملهای برگزیده می شوند که برای پوشاندن جمله می نیممی لازم است که در ستونش تنها یک x وجود دارد. اینها را با دو ستاره به عنوان شاملهای اولی اصلی مشخص می کنیم. در گامهای ۱ بعدی (بعد از گام ۴) شاملهای اول غیر اصلی تشخیص داده شده، و با یک ستاره مشخص می شوند.

## توابع دارای تعین کامل

ساده کردن توابع دارای جملات رها دقیقاً به صورت مثال بالا انجام می شود، بجز یک استثنای مهم که طی مثال زیر بیان می شود.

می خواهیم تابع را به روش Q-M ساده کنیم

$$f(A, B, C, E) = \sum m(2, 3, 8, 9, 10, 12, 15, 27) + d(5, 18, 19, 21, 23)$$

با همان روش بیان شده در مثال قبل یک جدول ساده سازی مشتمل بر تمام جملات می نیم و جملات رها ترتیب می دهیم و آنها را به روش بیان شده ترکیب می کنیم. نتیجه کار جدول زیر است.

فهرست ۱			فهرست ۲			فهرست ۳		
جملات می نیم	ABCDE		جملات می نیم	ABCDE		جملات می نیم	ABCD	E
۲	۰۰۰۱۰	✓	۲,۳	۰۰۰۱۰	✓	۲,۳,۱۸,۱۹	-۰۰۱-	PI <sub>۱</sub>
۳	۰۰۰۱۱	✓	۲,۱۰	۰-۰۱۰	PI <sub>۴</sub>	۳,۷,۱۹,۲۳	-۰-۱۱	PI <sub>۲</sub>
۵	۰۰۱۰۱	✓	۲,۱۸	-۰۰۱۰	✓	۵,۷,۲۱,۲۳	-۰۱-۱	PI <sub>۳</sub>
۱۰	۰۱۰۱۰	✓	۳,۷	۰۰-۱۱	✓			
۱۲	۰۱۱۰۰	PI <sub>۷</sub>	۳,۱۹	-۰۰۱۱	✓			
۱۸	۱۰۰۰۰	✓	۵,۷	۰۰۱-۱	✓			
۷	۰۰۱۱۱	✓	۵,۲۱	-۰۱۰۱	✓			
۱۹	۱۰۰۱۱	✓	۱۸,۱۹	۱۰۰۱-	✓			
۲۱	۱۰۱۰۱	✓	۷,۱۵	۰-۱۱۱	PI <sub>۵</sub>			
۱۵	۰۱۱۱۱	✓	۷,۲۳	-۰۱۱۱	✓			
۲۳	۱۰۱۱۱	✓	۱۹,۲۳	۱۰-۱۱	✓			
۲۷	۱۱۰۱۱	✓	۱۹,۲۷	۱-۰۱۱	PI <sub>۶</sub>			
			۲۳,۲۱	۱۰۱-۱	✓			

اکنون باید یک جدول PI ترتیب دهیم. تفاوت روش کار از همین جا شروع می شود. چون برخی جملات فهرست ۱ رها هستند پوشش دهی آنها لازم نیست. تنها جملات می نیم مشخص شده باید پوشانده شوند. پس در جدول PI تنها جملات می نیم را درج می کنیم.

	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
	2	3	7	10	12	15	27
PI <sub>۱</sub>	×	×					
PI <sub>۲</sub>		×	×				
PI <sub>۳</sub>			×				
..PI <sub>۴</sub>	×			⊗			
..PI <sub>۵</sub>			×			⊗	
..PI <sub>۶</sub>							⊗
..PI <sub>۷</sub>					⊗		



این جدول نشان می دهد که PI4، PI5، PI6، و PI7 شاملهای اول اصلی هستند. چون تنها جمله می نیمم ۳ توسط این شاملها پوشانده نمی شود، ساختن جدول مختصر لزومی ندارد. جمله می نیمم ۳ را می توان با PI1 یا PI2 پوشانده پس دو پوشش می نیمم برای تابع وجود دارد.

$$f(A, B, C, D, E) = PI_1 + PI_4 + PI_5 + PI_6 + PI_7$$

یا

$$f(A, B, C, D, E) = PI_2 + PI_4 + PI_5 + PI_6 + PI_7$$

و بر حسب متغیرها

$$f(A, B, C, D, E) = \bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{C}\bar{D}\bar{E} + \bar{A}CDE + ACDE + A\bar{B}C\bar{D}\bar{E}$$

یا

$$f(A, B, C, D, E) = \bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{C}\bar{D}\bar{E} + \bar{A}CDE + ACDE + A\bar{B}C\bar{D}\bar{E}$$

### سیستمهای چند خروجی

در بسیاری از سیستمها باید چند تاع خروجی از متغیرهای ورودی ساخت. با روشهایی که تا کنون آموخته ایم می توانیم این کار را با جدا جدا در نظر گرفتن توابع انجام دهیم. ولی امکان اشتراک دروازه ها و دستیابی به طرحی ساده تر و ارزانتر نیز وجود دارد.

تعمیم روش جدولبندی Q-M به حالت چند خروجی را می توان با تغییرات زیر صورت داد:

۱- برای هر جمله می نیمم یک نشان به کار می بریم که نشان می دهد که آن جمله می نیمم در چه تابعی ظاهر می شود.

۲- دو جمله (یا جمله می نیمم) را به شرطی می توان ترکیب کرد که یک یا چند نشان مشترک داشته باشند و جمله حاصل از ترکیب آنها تنها نشانهای مشترک آن دو را به خود می گیرد.

۳- هر جمله را به شرطی می توان از جدول ساده سازی خط زد که تمام نشانهای آن جمله در جمله حاصل از ترکیب نیز وجود داشته باشد.

توابع زیر را با استفاده از روش جدولبندی ساده کنید.

$$f_A(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 7, 10) + d(12, 15)$$

$$f_B(A, B, C, D) = \sum m(2, 4, 8) + d(6, 7, 8, 10)$$

$$f_Y(A, B, C, D) = \sum m(2, 7, 8) + d(0, 5, 13)$$

توجه کنید که این مثال جمله های رها نیز دارد. جدول ساده سازی به صورت بالای صفحه بعد است.

ترکیب ۰، ۸ فهرست ۲ را در نظر بگیرید. این جمله برای تابع  $f_g(A, B, C, D)$  از جملات می نیمم ۰ و ۸ فهرست ۱ به دست آمده است. جمله می نیمم ۸ را نمی توان حذف کرد زیرا تمام نشانهای By آن در جمله

ترکیب شده وجود ندارد. جمله می نیمم ۰ حذف می شود زیرا با جمله می نیمم ۲ ترکیب می شود.

توجه به این نکته مهم است که هر چند جدولهای ساده سازی ما تا اینجا تنها سه فهرست داشته اند، ولی تعداد فهرستها می تواند تا  $n + 1$  نیز برسد، که  $n$  تعداد متغیرهای تابع یا توابع در حالت چند خروجی است.

جدول شاملهای اول در نظر نشان داده شده است (توجه کنید که برای جملات رها ستونی وجود ندارد):

فهرست ۱				فهرست ۲				فهرست ۳			
جملات میزیم	ABCD	نشانه‌ها	✓	جملات میزیم	ABCD	نشانه‌ها	✓	جملات میزیم	ABCD	نشانه‌ها	✓
۰	۰۰۰۰	$\alpha\beta$	✓	۰.۲	۰۰-۰	$\alpha\gamma$	PI <sub>۲</sub>	۴,۵,۶,۷	۰۱--	$\beta$	PI <sub>۱</sub>
۲	۰۰۱۰	$\alpha\beta\gamma$	PI <sub>۱۰</sub>	۰.۸	-۰۰۰	$\gamma$	PI <sub>۳</sub>				
۳	۰۱۰۰	$\beta$	✓	۲.۶	۰-۱۰	$\beta$	PI <sub>۴</sub>				
۸	۱۰۰۰	$\beta\gamma$	PI <sub>۱۱</sub>	۲.۱۰	-۰۱۰	$\alpha\beta$	PI <sub>۵</sub>				
۵	۰۱۰۱	$\beta\gamma$	✓	۴.۵	۰۱۰-	$\beta$	✓				
۶	۰۱۱۰	$\beta$	✓	۴.۶	۰۱-۰	$\beta$	✓				
۱۰	۱۰۱۰	$\alpha\beta$	✓	۸.۱۰	۱۰-۰	$\beta$	PI <sub>۶</sub>				
۱۲	۱۱۰۰	$\alpha$	PI <sub>۱۲</sub>	۵.۷	۰۱-۱	$\beta\gamma$	PI <sub>۷</sub>				
۷	۰۱۱۱	$\alpha\beta\gamma$	PI <sub>۱۳</sub>	۵.۱۳	-۱۰۱	$\gamma$	PI <sub>۸</sub>				
۱۳	۱۱۰۱	$\gamma$	✓	۶.۷	۰۱۱۰	$\beta$	✓				
۱۵	۱۱۱۱	$\alpha$	✓	۷.۱۵	-۱۱۱	$\alpha$	PI <sub>۹</sub>				

	$f_\alpha$				$f_\beta$			$f_\gamma$		
	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	0	2	7	10	2	4	5	2	7	8
--PI <sub>۱</sub> $\beta$					⊗	×				
--PI <sub>۲</sub> $\alpha\gamma$	⊗	×						×		
PI <sub>۳</sub> $\gamma$										×
PI <sub>۴</sub> $\beta$					×					
--PI <sub>۵</sub> $\alpha\beta$		×		⊗	×					
PI <sub>۶</sub> $\beta$										
PI <sub>۷</sub> $\beta\gamma$							×		×	
PI <sub>۸</sub> $\gamma$										
PI <sub>۹</sub> $\alpha$			×							
PI <sub>۱۰</sub> $\alpha\beta\gamma$		×			×			×		
PI <sub>۱۱</sub> $\beta\gamma$										×
PI <sub>۱۲</sub> $\alpha$										
PI <sub>۱۳</sub> $\alpha\beta\gamma$			×						×	

این جدول نشان می‌دهد که PI<sub>۱</sub>، PI<sub>۲</sub> و PI<sub>۵</sub> شامل‌های اول اصلی اند. جدول PI مختصر در زیر نشان داده شده است. توجه کنید که تمام PI‌هایی که تنها جملات رها را می‌پوشانند حذف شده اند.

	$f_\alpha$	$f_\gamma$	
	✓	✓	✓
	7	7	8
• PI <sub>۳</sub> $\gamma$			×
PI <sub>۷</sub> $\beta\gamma$		×	
PI <sub>۹</sub> $\alpha$	×		
PI <sub>۱۱</sub> $\beta\gamma$			×
• PI <sub>۱۳</sub> $\alpha\beta\gamma$	×	×	

واضح است که بهترین انتخاب شامل‌های اول  $PI_3$  و  $PI_{13}$  هستند.  $PI_3$  را به جای  $PI_{11}$  بر گزیده ایم زیرا تعداد حرف‌های آن کم‌ترست. پس سه تابع می نیم شده عبارت اند از

$$f_a = PI_2 + PI_5 + PI_{13}$$

$$f_B = PI_2 + PI_5$$

$$f_y = PI_2 + PI_3 + PI_{13}$$

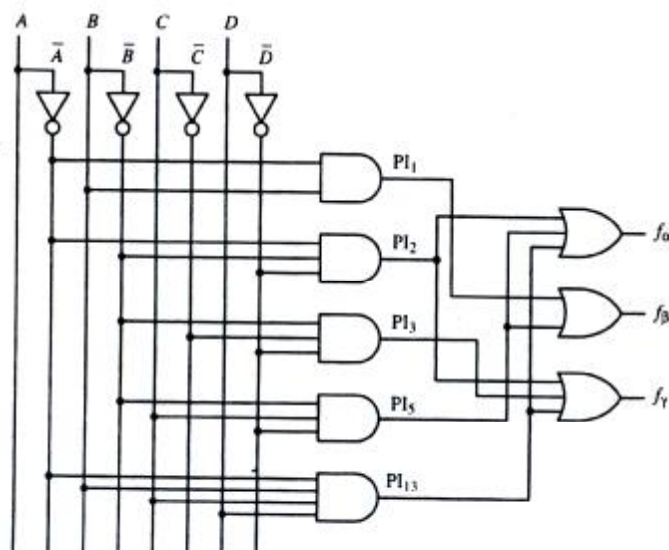
یا

$$f_a = \overline{A}B\overline{D} + \overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D}$$

$$f_B = \overline{A}B + \overline{B}C\overline{D}$$

$$f_y = \overline{A}B\overline{D} + \overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D}$$

این نکته مهم است که  $PI_2$ ،  $PI_5$ ، و  $PI_{13}$  تنها یک بار ساخته می شوند، ولی مطابق شکل ۳ - ۱ دو بار به کار می روند.



شکل ۳ - ۱ مدار چند خروجی

## تهیه کننده: لیلا شاه بیک

منبع:

مدارهای منطقی دیجیتال

نویسندگان: ویکتور پی. نلسون، اچوتروی ناگل، بیل دی. کارول، جی. دیوید ایروین

ترجمه: مهندس محمود دیانی

[www.eshtehard.net](http://www.eshtehard.net)