

راهنمایی‌های کلی: آزمون نظری (۳۰ نمره)

۱۴ جولای ۲۰۱۶

آزمون نظری ۵ ساعت طول می‌کشد و در مجموع ۳۰ نمره دارد.

قبل از آزمون

- قبل از شنیدن صدای زنگ شروع، حق ندارید پوشش سؤالات را باز کنید.
- شروع و پایان آزمون با صدای زنگ اعلام خواهد شد. هر یک ساعت، زمان سپری شده به شما اطلاع داده خواهد شد. همچنین پانزده دقیقه مانده به پایان آزمون، با صدای زنگ به شما اعلام خواهد شد (قبل از آخرین زنگ).

در حین آزمون

- پاسخنامه‌های مخصوصی برای نوشتن پاسخ شما در نظر گرفته شده است. جواب نهایی خود را در جعبه‌های مخصوص در پاسخنامه مربوطه (که با حرف A علامت‌گذاری شده) وارد کنید. برای نوشتن جزئیات جواب هر سؤال صفحات سفید دیگری (صفحات کار) در نظر گرفته شده که حرف W روی آن‌ها نوشته شده است. همیشه دقت کنید که از صفحات مربوط به همان سوال استفاده نمایید (شماره سؤال در بالای برگه را چک کنید). اگر مطالبی در صفحات نوشته‌اید و نمی‌خواهید تصحیح شود روی آنها ضربدر بکشید. فقط از روی هر برگه برای نوشتن استفاده کنید.
- در نوشتن پاسخ‌های خود تا جایی که امکان دارد مختصر بنویسید: برای رساندن منظور خود تا جایی که امکان دارد از روابط ریاضی، علائم منطقی و نمودارها استفاده نمایید. از نوشتن جملات طولانی خودداری کنید.
- اعداد را با تعداد مناسبی رقم معنی‌دار بنویسید.
- شما اغلب ممکن است قادر به حل بخش‌های بعدی سؤال باشید بدون این که بخش‌های قبلی سؤال را حل کرده باشید.
- لیستی از ثابت‌های فیزیکی در صفحه بعد داده شده است.
- شما بدون اجازه، مجاز به ترک محل کار خود نیستید. اگر نیاز به کمک دارید (مانند پر کردن بطری آب، خرابی ماشین حساب یا رفتن به دستشویی و غیره)، با قرار دادن یکی از سه پرچم در مکان تعبیه شده در کابین به مراقبین اطلاع دهید:
برای پر کردن بطری آب:

"Refill my water bottle, please"

برای رفتن به دستشویی:

"I need to go to the toilet please"

برای بقیه موارد:

"I need help, please"

در پایان آزمون

- پس از پایان آزمون سریعاً از نوشتن خودداری کنید.
- برای هر سؤال برگه‌های خود را به ترتیب زیر مرتب کنید: صفحه پوششی (C)، صفحات سؤال (Q)، صفحات پاسخنامه (A) و صفحات کار (W).
- همه برگه‌های مربوط به یک سؤال را در یک پاکت قرار دهید. همچنین برگه‌های راهنمایی‌های کلی (G) را در پاکت جداگانه باقیمانده قرار دهید. از قابل مشاهده بودن کد دانش‌آموزی خود در پنجره مشاهده هر پاکت اطمینان حاصل نمایید. همچنین برگه‌های خالی را داخل پاکت بگذارید. شما مجاز به بردن هیچ برگه‌ای به بیرون از سالن امتحان نیستید.
- ماشین حساب آبی رنگ داده شده از طرف برگزار کنندگان را روی میز بگذارید.

- وسایل نوشتن خود (دو عدد خودکار، یک عدد روان نویس، یک عدد مداد، یک عدد قیچی، یک عدد خط کش، دو جفت صداگیر گوش) و ماشین حساب شخصی (قابل استفاده) را بردارید. همچنین بطری آب خود را بردارید.
- تا زمانی که پاکت شما تحویل گرفته نشده، سر میز خود بمانید. پس از آن که پاکت‌ها جمع آوری شد راهنما، شما را تا خارج از سالن امتحان همراهی خواهد کرد.

IranPhO.ir

داده‌های عمومی

$299\,792\,458\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	$= c$	سرعت نور در خلاء
$4\pi \times 10^{-7}\text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$	$= \mu_0$	تراوایی مغناطیسی خلاء
$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\text{ A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$	$= \epsilon_0$	گذردهی الکتریکی خلاء
$1.602\,176\,620\,8(98) \times 10^{-19}\text{ A} \cdot \text{s}$	$= e$	بار بنیادی
$9.109\,383\,56(11) \times 10^{-31}\text{ kg}$	$= m_e$	جرم الکترون
$0.510\,998\,946\,1(31) \frac{\text{MeV}}{c^2}$	$=$	
$1.672\,621\,898(21) \times 10^{-27}\text{ kg}$	$= m_p$	جرم پروتون
$938.272\,081\,3(58) \frac{\text{MeV}}{c^2}$	$=$	
$1.674\,927\,471(21) \times 10^{-27}\text{ kg}$	$= m_n$	جرم نوترون
$939.565\,413\,3(58) \frac{\text{MeV}}{c^2}$	$=$	
$1.660\,539\,040(20) \times 10^{-27}\text{ kg}$	$= u$	واحد جرم اتمی
$10\,973\,731.568\,508(65)\text{ m}^{-1}$	$= R_\infty$	ثابت ریذبرگ
$6.674\,08(31) \times 10^{-11}\text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	$= G$	ثابت جهانی گرانش
$9.81\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	$= g$	شتاب جاذبه (در زوریخ)
$6.626\,070\,040(81) \times 10^{-34}\text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$= h$	ثابت پلانک
$6.022\,140\,857(74) \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$	$= N_A$	عدد آووگادرو
$8.314\,4598(48)\text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$= R$	ثابت جهانی گازها
$1 \times 10^{-3}\text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$	$= M_u$	ثابت جرم مولی
$1.380\,648\,52(79) \times 10^{-23}\text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$	$= k_B$	ثابت بولتزمن
$5.670\,367(13) \times 10^{-8}\text{ kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$	$= \sigma$	ثابت استفان - بولتزمن

دو مسئله در مکانیک (۱۰ نمره)

قبل از پرداختن به این مسئله راهنمایی‌های کلی را، که در پاکت جداگانه‌ای قرار دارد، بخوانید.

بخش A. دیسک پنهان (۳/۵ نمره)

استوانه‌ای چوبی به شعاع r_1 و ضخامت (یا ارتفاع) h_1 در نظر بگیرید. در درون پیکره این استوانه چوبی یک دیسک فلزی به شعاع r_2 و ضخامت h_2 به نحوی جاسازی شده که محور آن، محور B ، به موازات محور استوانه، محور S ، است و فاصله آن از قاعده‌های بالایی و پایینی استوانه چوبی یکسان است. فاصله محورهای S و B را d می‌نامیم. چگالی چوب ρ_1 و چگالی فلز $\rho_2 > \rho_1$ است. جرم کل دستگاه، شامل استوانه چوبی و دیسک فلزی داخل آن را M بگیرید.

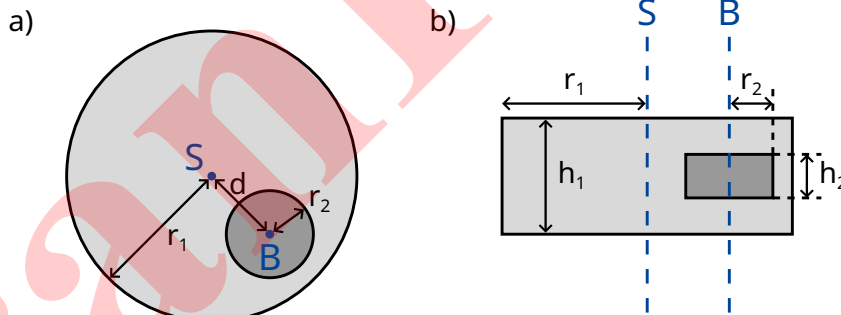
در این بخش از مسئله، استوانه چوبی را از یال روی زمین می‌گذاریم تا بتواند آزادانه به هر طرف بگردد. شکل ۱ در سمت چپ، استوانه را در حالتی که روی زمین است و از قاعده به آن نگاه می‌کنیم نشان می‌دهد. در شکل سمت راست یک نمای دستگاه، وقتی از سطح جانبی به آن نگاه شود را می‌بینید.

هدف این بخش از مسئله تعیین اندازه و محل دیسک فلزی است.

در ادامه مسئله، هر جا خواسته می‌شود که جواب را بر حسب کمیت‌های معلوم بنویسید، علاوه بر کمیت‌های خاص ذکر شده در آن بخش، کمیت‌های زیر را نیز می‌توانید معلوم بگیرید.

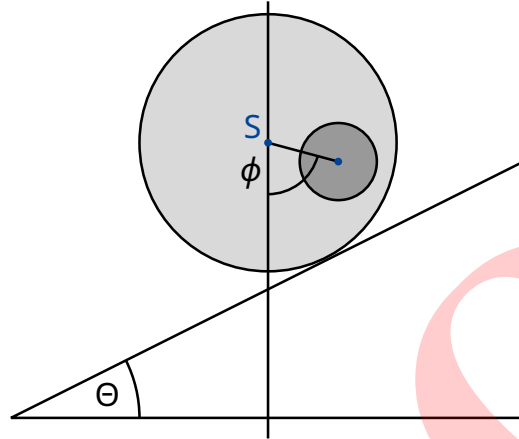
$$r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

حال می‌خواهیم h_2 ، r_2 و d را با سنجش غیر مستقیم به دست آوریم.



شکل ۱: (a) نمای استوانه از سمت قاعده و (b) از سمت جانبی

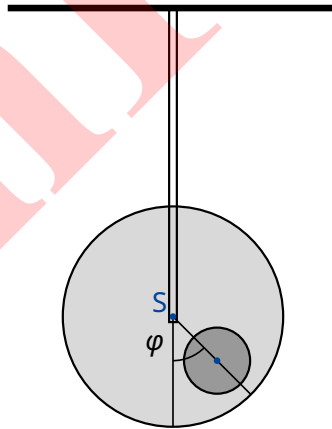
فرض کنید b فاصله مرکز جرم کل دستگاه C از محور تقارن استوانه، محور S ، باشد. برای تعیین این فاصله آزمایش زیر را انجام می‌دهیم. استوانه را از یال روی یک سطح افقی قابل بلند کردن قرار می‌دهیم و صبر می‌کنیم تا در حالت تعادل پایدار قرار گیرد. حال به آرامی یک طرف سطح را بالا می‌آوریم تا زاویه شیب سطح، مطابق شکل ۲، θ شود. فرض کنید اصطکاک ایستایی مانع لغزش استوانه می‌شود و استوانه پس از یک لغزش محدود و آرام به سمت پایین سطح شیبدار، در محل تعادل جدید قرار می‌گیرد. فرض کنید در طی این لغزش، استوانه به اندازه زاویه ϕ حول محور تقارن خود چرخیده است که آن را اندازه‌گیری کرده‌ایم.



شکل ۲: استوانه روی سطح شیبدار.

A.1 عبارتی برای b بر حسب کمیت های داده شده در عبارت (۱)، زاویه ϕ و زاویه شیب سطح، θ ، به دست آورید. **0.8pt**

از این جا به بعد می توانید b را هم معلوم بگیرید.



شکل ۳: استوانه در حالت آویخته.

حال می خواهیم لختی دورانی استوانه، I_S نسبت به محور تقارن S را به دست آوریم. برای این کار استوانه را در حالتی که پال هایش افقی هستند، مطابق شکل ۳ از محور تقارن خود می آویزیم. سپس آن را به اندازه زاویه کوچک φ از حالت تعادل خارج می کنیم و آن را رها می سازیم. مشاهده می کنیم زاویه انحراف φ دارای حرکت تناوبی با دوره T است

A.2 معادله ی حرکت φ را بیابید. لختی دورانی استوانه حول محور تقارن S آن، I_S را بر حسب T ، b و کمیت های مذکور در عبارت (1) بیان کنید. فرض کنید در طی حرکت زاویه انحراف φ همواره کوچک باقی می ماند. **0.5pt**

در اینجا می خواهیم با استفاده از نتیجه اندازه گیری های بخش های A.1 و A.2 مشخصات هندسی و جایگاه دیسک را در داخل استوانه تعیین کنیم.

0.4pt	عبارتی برای d بر حسب b و کمیت‌های مذکور در عبارت (1) به دست آورید. عبارت شما ممکن است شامل کمیت‌های h_2 و r_2 که نهایتاً باید در قسمت A.5 تعیین شوند، نیز باشد.	A.3
0.7pt	عبارتی برای لختی دورانی I_S بر حسب b و کمیت‌های مذکور در عبارت (1) به دست آورید. عبارت شما ممکن است شامل کمیت‌های h_2 و r_2 که نهایتاً باید در قسمت A.5 تعیین شوند، نیز باشد.	A.4
1.1pt	با استفاده از نتایج فوق، h_2 و r_2 را بر حسب b ، T و کمیت‌های مذکور در عبارت (1) به دست آورید. می‌توانید h_2 را بر حسب r_2 نیز بیان کنید.	A.5

بخش B: ایستگاه فضایی چرخان (۶/۵ نمره)

آلیس فضانوردی است که به اتفاق یار همیشگی‌اش باب، در یک ایستگاه فضایی زندگی می‌کند. این ایستگاه فضایی، چرخ گول‌پیکری به شعاع R است که حول محور تقارن خود می‌چرخد و با چرخش خود نوعی احساس گرانش ظاهری برای فضانوردان ایجاد می‌کند. فضانوردان روی لبه داخلی این چرخ عظیم زندگی می‌کنند. جرم ماده سازنده ایستگاه فضایی ناچیز است و از میدان گرانشی واقعی آن چشم‌پوشیم.

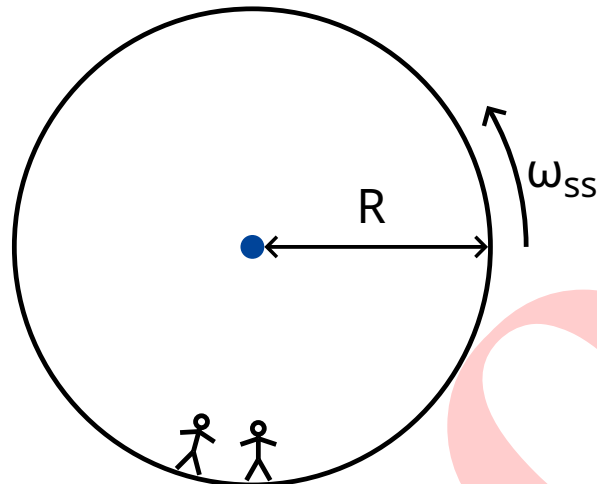
0.5pt	سرعت زاویه‌ای ایستگاه فضایی، ω_{ss} ، چقدر باشد تا فضانوردان همان شتاب گرانشی g_E در سطح زمین را حس کنند؟	B.1
-------	--	-----

آلیس و دوستش باب بر سر میدان گرانشی که حس می‌کنند با هم اختلاف نظر دارند. باب معتقد نیست که آنها در یک ایستگاه فضایی زندگی می‌کنند و فکر می‌کند که واقعا در سطح زمین هستند. اما آلیس تلاش دارد با انجام آزمایش‌های فیزیکی باب را متقاعد کند که آنها در یک ایستگاه فضایی چرخان زندگی می‌کنند. برای این کار آلیس جرم نقطه‌ای m را به فنری با ثابت k می‌بندد و دستگاه را به نوسان وا می‌دارد. جرم ذکر شده فقط در جهت عمودی نوسان می‌کند و امکان نوسان در جهات افقی را ندارد.

0.2pt	با فرض آن که شتاب گرانش زمین ثابت و مقدار آن g_E است، از دید کسی که مطابق فرض باب روی زمین است بسامد زاویه‌ای نوسان دستگاه، ω_E ، چیست؟	B.2
-------	--	-----

0.6pt	از دید آلیس که معتقد به فرض ایستگاه فضایی است، بسامد زاویه‌ای نوسان دستگاه، ω ، چیست؟	B.3
-------	--	-----

آلیس با آزمایش خود مطمئن شده است که در ایستگاه فضایی زندگی می‌کند. اما باب هنوز در پذیرفتن این نظر دچار تردید است. او می‌گوید چه بسا اگر اثر متغیر بودن شتاب گرانش با فاصله از زمین را به حساب آوریم بتوانیم نتیجه آلیس را از این روش نیز به دست آوریم. می‌خواهیم ببینیم چنین چیزی درست است یا نه؟



شکل ۴: ایستگاه فضایی

B.4 عبارتی برای شتاب گرانشی $g_E(h)$ برای ارتفاع کوچک h بالای سطح زمین به دست آورید و با توجه به آن بسامد زاویه‌ای جدید دستگاه $\tilde{\omega}_E$ را با فرض باب به دست آورید (تقریب خطی کفایت می‌کند). شعاع زمین R_E است. از دوران زمین چشم‌پوشی کنید. **0.8pt**

از قضا شرایط مسئله طوری است که آپیس مشاهده می‌کند آونگ فنری درست با همان بسامدی که فرضیه باب پیش بینی می‌کند، نوسان می‌کند.

B.5 شعاع ایستگاه فضایی، R ، در فرض آپیس چه باشد تا بسامد نوسان دستگاه، ω ، با بسامد $\tilde{\omega}_E$ مبتنی بر فرض قرار داشتن در زمین یکی شود؟ پاسخ را بر حسب R_E بنویسید. **0.3pt**

آپیس در حالی که از سماجت باب برآشفته است، با ایده استفاده از نیروی کوریولیس به میدان می‌آید. به این منظور او بر فراز برجی به ارتفاع H از کف ایستگاه فضایی می‌رود و جسمی را رها می‌کند.

در یک چارچوب مرجع چرخان، فضانوردان یک نیروی مجازی \vec{F}_C موسوم به نیروی کوریولیس را احساس می‌کنند. نیروی \vec{F}_C وارد بر جسمی به جرم m که با سرعت \vec{v} در یک چارچوب چرخان که دارای بسامد زاویه‌ای $\tilde{\omega}_{ss}$ است، حرکت می‌کند از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \tilde{\omega}_{ss} . \quad (2)$$

که بر حسب مقدار کمیت‌ها چنین است:

$$F_C = 2m\omega_{ss} \sin \phi , \quad (3)$$

در این رابطه ϕ زاویه بین سرعت و محور دوران است. امتداد نیرو بر محور دوران و سرعت ذره، هر دو، عمود است و جهت آن از قاعده دست راست به دست می‌آید. در ادامه، شما در اختیار جهت آزادید.

B.6 با فرض آن که صفحه شکل ۴، صفحه xy عمود بر محور دوران است و جهت محور y به سمت مرکز دوران ایستگاه است، سرعت افقی v_x و جابجایی افقی d_x جرم نسبت به پای برج، و در راستای عمود بر برج را در لحظه‌ای که به کف ایستگاه برخورد می‌کند محاسبه کنید. فرض کنید ارتفاع H برج کوچک است، در نتیجه شتاب اندازه‌گیری شده توسط فضانوردان در حین سقوط جرم ثابت است. همچنین فرض کنید $d_x \ll H$. **1.1pt**

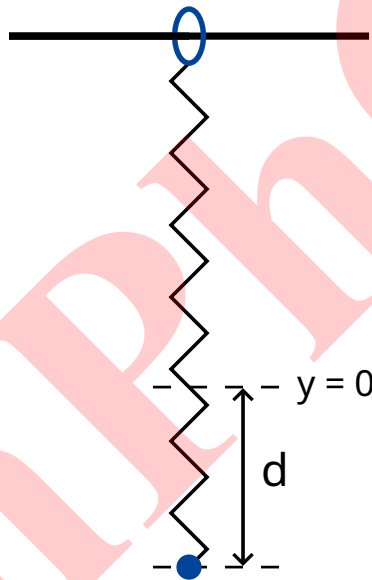
آلیس برای آنکه حرف خود را به کرسی بنشاند و نتیجه چشمگیری مشاهده کند تصمیم می‌گیرد که ارتفاع برج را بسیار بزرگتر از فرض قبل بگیرد. اما در عین ناباوری او شرایط چنان رقم می‌خورد که جسم درست در پای برج به زمین می‌خورد، یعنی $d_x = 0$.

1.3pt

حد پایینی برای ارتفاع برج به دست آورید که برای آن $d_x = 0$ قابل وقوع باشد.

B.7

آلیس آخرین تیر ترکشش را برای قانع کردن باب به کار می‌گیرد. او سعی می‌کند با بررسی اثر نیروی کوریولیس بر نوسانگرش نشان دهد که آنها در یک دستگاه چرخان زندگی می‌کنند. به این منظور او چپش اولیه مسئله را تغییر می‌دهد و انتهای فنر را به جای یک نقطه ثابت، مطابق شکل (۵) به حلقه‌ای می‌بندد که آزادانه و بدون اصطکاک روی میله‌ای افقی در امتداد محور x حرکت می‌کند. نوسان فنر کماکان در راستای y است و امتداد میله، همان طور که گفته شد، موازی کف ایستگاه و عمود بر محور دوران آن است.



شکل ۵: چپش دستگاه

1.7pt

آلیس جرم بسته شده به فنر را به اندازه d پایین تر از نقطه تعادل $x = 0$ و $y = 0$ می‌کشد و سپس آن را رها می‌کند. (شکل ۵ را ببینید)

- پاسخ جبری عبارتهای $x(t)$ و $y(t)$ را با فرض آن که کمیت $\omega_{ss}d$ کوچک است، به دست آورید. از نیروی کوریولیس برای حرکت در امتداد محور y صرفنظر کنید.
- مسیر $(x(t), y(t))$ را رسم کنید و کلیه جنبه‌های کمی مهم آن، مثل دامنه را در شکل معلوم کنید.

B.8

آلیس و باب به بحث‌شان ادامه می‌دهند.

دینامیک غیرخطی در مدارهای الکتریکی (۱۰ نمره)

قبل از شروع این مسئله راهنمایی های کلی را که در پاکت جداگانه به شما داده شده بخوانید.

مقدمه

قطعات نیم رسانای غیرخطی با دو حالت پایا (مثل ترستورها) که در این مسئله به آنها **دوپایا bistable** می گوئیم، به طور گسترده ای در الکترونیک به عنوان سویچ و مولد نوسان های الکترومغناطیسی مورد استفاده قرار می گیرند. زمینه اولیه کاربرد ترستورها در کنترل جریان های متناوب در الکترونیک قدرتی، مثلا برای یکسو سازی جریان AC به DC در مقیاس مگاوات است.

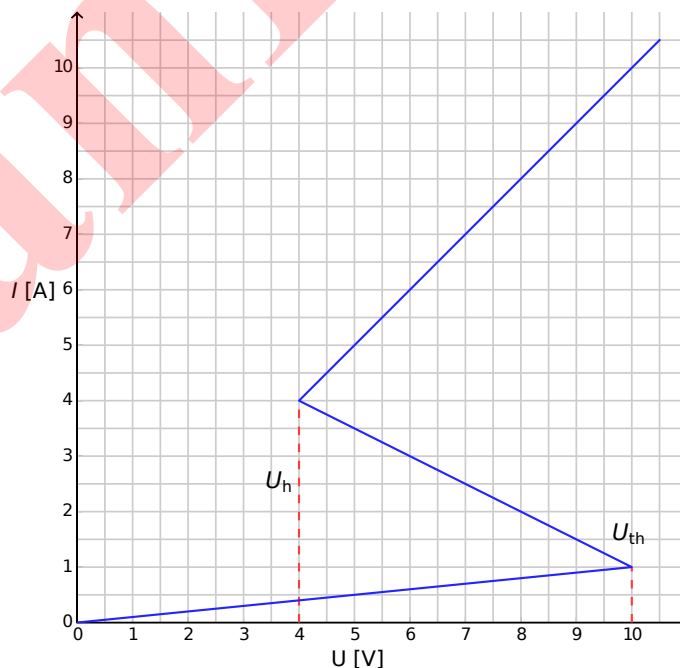
دوپایاها همچنین ممکن است برای مدل کردن پدیده های خودسامان (self-organization) در فیزیک (این موضوع در بخش B مسئله آمده است)، بیولوژی (بخش C) و در دیگر زمینه های علوم غیرخطی نوین مورد استفاده قرار گیرند.

اهداف

مطالعه ناپایداری ها و رفتار دینامیکی غیر بدیهی مدارهایی که شامل عناصری با مشخصه $I - V$ غیرخطی هستند. همچنین، کشف کاربردهای ممکن چنین مدارهایی در مهندسی و مدل کردن سیستم های بیولوژیکی.

بخش A: حالت های پایا و ناپایداری ها (۳ نمره)

شکل (1) نمودار مشخصه $I - V$ را برای یک قطعه غیر خطی X نشان می دهد، که اصطلاحا مشخصه S - شکل نامیده می شود. برای ولتاژهای بین $U_{th} = 4.00 \text{ V}$ (ولتاژ نگهدارنده) و $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (ولتاژ آستانه)، این نمودار مشخصه $I - V$ چند مقداری است. برای سادگی نمودار شکل (1) بصورت تکه ای-خطی در نظر گرفته شده است که در آن هر شاخه قسمتی از یک خط راست است. به طور خاص خط مربوط به شاخه بالایی اگر ادامه می یافت از مبدا عبور می کرد. این تقریب توصیف خوبی از یک ترستور واقعی می دهد.



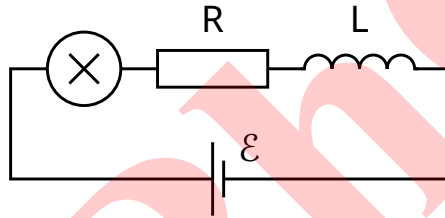
شکل (۱): نمودار مشخصه $I - V$ یک قطعه غیر خطی X

A.1 با استفاده از نمودار، مقاومت R_{on} قطعه X در شاخه بالایی نمودار مشخصه $I - V$ و همچنین R_{off} در شاخه پایینی را تعیین کنید. شاخه میانی با معادله زیر توصیف می شود:

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{int}}. \quad (1)$$

مقادیر پارامترهای I_0 و R_{int} را بدست آورید.

قطعه X را با مقاومت R ، القاگر L و منبع ولتاژ آرمانی \mathcal{E} سری می کنیم (شکل ۲). هر گاه جریان در زمان ثابت باشد $I(t) = \text{const}$ گوییم مدار در حالت پایا است.



شکل ۲: مدار شامل عنصر X ، مقاومت R ، القاگر L و منبع ولتاژ \mathcal{E} .

A.2 برای مقدار معین \mathcal{E} و به ازای $R = 3.00 \Omega$ ، چند حالت پایا در مدار شکل (۲) ممکن است وجود داشته باشد؟ **1pt**

برای مقدار معین \mathcal{E} و به ازای $R = 1.00 \Omega$ جواب چگونه تغییر می کند؟

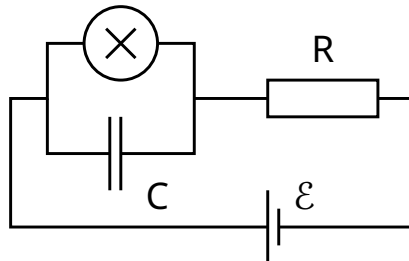
A.3 در مدار شکل (۲) فرض کنید $R = 3.00 \Omega$ ، $L = 1.00 \mu\text{H}$ و $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. مقادیر جریان $I_{stationary}$ و ولتاژ $V_{stationary}$ عنصر X در حالت پایا را محاسبه کنید. **0.6pt**

فرض کنید مدار شکل (۲) در حالت تعادل قرار دارد و $I(t) = I_{stationary}$. این حالت پایا پایدار است اگر با افزودن یا کاستن جریان به مقدار بسیار کوچک، جریان دوباره به سمت مقدار تعادلی خود برگردد. بر عکس اگر تغییرات سیستم طوری باشد که از موضع تعادل دور شود به آن تعادل ناپایدار می گوییم.

A.4 از مقادیر عددی بخش A.3 استفاده کرده و پایداری حالت تعادل به ازای $I(t) = I_{stationary}$ را مطالعه کنید. **1pt**

بخش B: عناصر غیر خطی دوپایا در فیزیک: فرستنده رادیویی (۵ نمره)

حال یک پیکربندی دیگر الکتریکی به صورت مدار شکل (۳) را بررسی می کنیم. این بار قطعه غیر خطی X با یک خازن به ظرفیت $C = 1.00 \mu\text{F}$ موازی شده است. سپس این مجموعه با مقاومت $R = 3.00 \Omega$ و منبع ولتاژ ثابت $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ سری شده است. مشاهده خواهیم کرد که این مدار دستخوش نوسان هایی می شود که در آن قطعه X در هر دوره نوسان از یک شاخه نمودار مشخصه $I - V$ به یک شاخه دیگر می پرد.



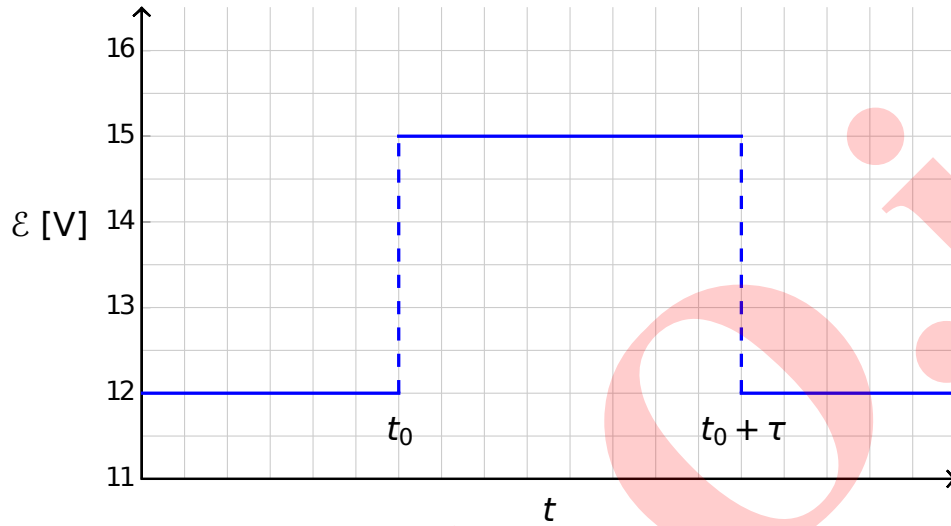
شکل ۳: مدار شامل قطعه X ، مقاومت R ، خازن C و منبع ولتاژ \mathcal{E} .

1.8pt	B.1	یک سیکل نوسان را در نمودار $I - V$ رسم کنید که در آن جهت (ساعتگرد یا پاد ساعتگرد) نیز مشخص باشد. جواب خود را (حتی الامکان با استفاده از معادلات و نمودارها) توجیه کنید.
1.9pt	B.2	برای هر دوره نوسان عبارت هایی برای بازه های زمانی t_1 و t_2 که سیستم در هر شاخه از نمودار مشخصه $I - V$ سپری می کند پیدا کنید و مقدار عددی آنها را به دست آورید. با فرض اینکه مدت زمان لازم برای جهش بین شاخه ها در نمودار $I - V$ قابل صرفنظر کردن باشد مقدار عددی زمان تناوب نوسان را پیدا کنید.
0.7pt	B.3	متوسط توان تلف شده P بوسیله قطعه غیرخطی را در دوره یک نوسان تخمین بزنید. فقط تعیین مرتبه بزرگی کافیست.
0.6pt	B.4	مدار شکل (۳) برای ساختن یک فرستنده رادیویی استفاده شده است. برای این منظور قطعه X به یک سر یک آنتن خطی، که یک سیم دراز و صاف به طول s است، وصل شده است. سر دیگر سیم آزاد است. در آنتن امواج ایستاده الکترومغناطیسی تشکیل می شود. سرعت انتشار امواج در طول آنتن همانند خلا است. فرستنده در هماهنگ اصلی دستگاه کار می کند که دارای دوره تناوب T مشابه سوال بخش B.2 است.
0.6pt	B.4	مقدار بهینه طول s چقدر است؟ فرض کنید طول آن نمی تواند بیشتر از 1 km باشد.

بخش عناصر: C غیر خطی دویایا در بیولوژی: نوریستور (۲ نمره)

در این بخش از مسئله یکی از کاربردهای عناصر غیر خطی دویایا برای مدل کردن فرایندهای بیولوژیکی را بررسی می کنیم. یک نورون در مغز انسان دارای این ویژگی است که وقتی بوسیله یک سیگنال خارجی تحریک می شود یک تک نوسان انجام داده و سپس به حالت اولیه خود برمی گردد. این ویژگی تحریک پذیری نامیده می شود. به دلیل این ویژگی پالس ها می توانند در شبکه ای از نورون های جفت شده که سیستم عصبی را تشکیل می دهند منتشر شوند. یک تراشه نیمه رسانا که برای شبیه سازی تحریک پذیری و نحوه انتشار پالس طراحی شده است را نوریستور می نامند (ترکیبی از کلمات نورون و ترانزیستور).

حال تلاش می کنیم با استفاده از مداری شامل قطعه X که آن را مطالعه کردیم یک نوریستور ساده طراحی کنیم. برای این منظور ولتاژ \mathcal{E} در مدار شکل (۳) را به مقدار $\mathcal{E}' = 12.0 \text{ V}$ کاهش می دهیم. نوسانات متوقف می شوند و سیستم به حالت تعادل می رسد. سپس سریعاً ولتاژ را افزایش داده و به مقدار $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$ می رسانیم و بعد از مدت زمان τ (که $\tau < T$) دوباره آن را به مقدار \mathcal{E}' می رسانیم (شکل ۴ را ببینید). مشاهده می کنیم که یک مقدار مشخص بحرانی τ_{crit} وجود دارد که سیستم بطور کیفی رفتارهای متفاوت برای $\tau > \tau_{\text{crit}}$ و $\tau < \tau_{\text{crit}}$ نشان می دهد.



شکل ۴: ولتاژ منبع ولتاژ بر حسب زمان.

1.2pt	برای دو حالت متفاوت $\tau < \tau_{\text{crit}}$ و $\tau > \tau_{\text{crit}}$ نمودار جریان $I_X(t)$ قطعه X را بر حسب زمان رسم کنید.	C.1
0.6pt	عبارتی برای زمان بحرانی τ_{crit} که به ازای آن نحوه رفتار دستگاه تغییر می کند به دست آورید و مقدار عددی آن را تعیین کنید.	C.2
0.2pt	آیا مداری با $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s یک نوریستور است؟	C.3

برخورد دهنده بزرگ هادرونی (۱۰ نمره)

لطفاً قبل از شروع، راهنمایی‌های کلی موجود در پاکت جداگانه را بخوانید.

هدف این مسئله، توضیح فیزیک شتاب‌دهنده ذرات LHC در سرن (CERN) است. سرن بزرگترین آزمایشگاه فیزیک ذرات است که هدف آن به دست آوردن توصیفی از قوانین بنیادی طبیعت است. دو باریکه از ذرات تا انرژی‌های بسیار زیاد شتاب داده می‌شوند، به وسیله‌ی یک میدان مغناطیسی قوی درون حلقه‌ی شتاب‌دهنده هدایت می‌شوند و سرانجام به یکدیگر برخورد داده می‌شوند. پروتون‌ها به طور یکنواخت در محیط شتاب دهنده توزیع نشده‌اند، بلکه در قالب دسته‌های مجزا (bunches) خوشه بندی شده‌اند. ذرات پدید آمده در برخورد توسط آشکارسازهای بزرگ مشاهده می‌شوند. برخی از مشخصه‌های LHC در جدول ۱ آمده است.

حلقه‌ی LHC	
26659 m	محیط حلقه
2808	تعداد دسته‌ها در یک باریکه‌ی پروتون
1.15×10^{11}	تعداد پروتون‌ها در هر دسته
باریکه پروتون	
7.00 TeV	انرژی اسمی پروتون‌ها
14.0 TeV	انرژی ذرات برخورد کننده در چارچوب مرکز جرم

جدول ۱: مقادیر عددی نوعی پارامترهای مهم LHC

واحدهای رایج میان فیزیکدانان ذرات برای کمیت‌های انرژی، تکانه و جرم به کار می‌برند با واحدهای معمول تفاوت دارد. واحد انرژی eV است. بنا به تعریف 1 eV مقدار انرژی است که ذره‌ای با بار بنیادی e هنگامی که در اختلاف پتانسیل یک ولت شتاب می‌گیرد به دست می‌آورد: $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2/\text{s}^2$.

واحد تکانه eV/c و واحد جرم eV/c^2 است که c سرعت نور در خلاء است. از آنجا که 1 eV مقدار انرژی بسیار کوچکی است، فیزیکدانان ذرات اغلب از $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ ، $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ یا $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$ استفاده می‌کنند.

بخش A در باره شتاب دادن پروتون‌ها یا الکترون‌ها است. بخش B به شناسایی ذراتی که در برخوردهای سرن خلق می‌شوند، می‌پردازد.

قسمت A. شتاب دهنده‌ی LHC (۶ نمره)

شتاب دادن :

فرض کنید پروتون‌ها توسط ولتاژ V شتاب داده شده‌اند به طوری که سرعت آن‌ها به سرعت نور خیلی نزدیک است. از اتلاف انرژی پروتون‌ها در اثر تابش و برخورد با ذرات دیگر سر راه صرف‌نظر کنید.

A.1 عبارتی برای سرعت نهایی پروتون‌ها، v ، به عنوان تابعی از ولتاژ V، که باعث شتاب دادن آن‌ها می‌شود و 0.7pt ثابت‌های فیزیکی به دست آورید.

در سرن طرحی برای آزمایش‌های آینده در نظر است که در آنها پروتون‌های شتاب داده شده در LHC با الکترون‌هایی با انرژی 60.0 GeV برخورد داده شوند.

A.2 برای ذرات پر انرژی و دارای جرم سکون کم، انحراف نسبی سرعت نهایی v از سرعت نور، $\Delta = (c - v)/c$ ، بسیار کوچک است. تقریب مناسبی برای Δ به کار ببرید و Δ را با استفاده از مقدار ولتاژ و ثابت‌های فیزیکی برای الکترون‌هایی با انرژی 60.0 GeV حساب کنید. 0.8pt

اکنون به پروتون‌ها در LHC برگردیم. فرض کنید لوله‌ای که باریکه‌ی پروتونی داخل آن حرکت می‌کند دایره‌ای شکل است.

1.0pt عبارتی برای میدان مغناطیسی یکنواخت B که لازم است تا باریکه‌ی پروتونی را در یک مسیر دایره‌ای نگه دارد بر حسب انرژی پروتون E ، محیط دایره L و اعداد و ثابت‌های بنیادی به دست آورید. می‌توانید تقریب‌های مناسبی به کار برید به شرطی که اثرشان کوچکتر از اثر خطای موجود در عددی که دارای کمترین تعداد ارقام معنی‌دار است، باشد. مقدار عددی میدان مغناطیسی B را برای پروتونی با انرژی $E = 7.00 \text{ TeV}$ به دست آورید. از برهم کنش میان پروتون‌ها چشم‌پوشید.

A.3

توان تابش شده:

یک ذره‌ی باردار شتابدار، با گسیل امواج الکترومغناطیسی انرژی تابش می‌کند. توان تابش شده P_{rad} ذره‌ی باردار که با سرعت زاویه‌ای ثابت بر یک مسیر دایره‌ای می‌چرخد فقط بستگی به شتاب ذره a ، بار ذره q ، سرعت نور c و ضریب گذردهی خلاء ϵ_0 دارد.

1.0pt با استفاده از تحلیل ابعادی عبارتی برای توان تابش شده، P_{rad} ، به دست آورید.

A.4

فرمول دقیق توان تابش شده شامل ضریب $1/(6\pi)$ است. همچنین با تحلیل کاملاً نسبیتی مسئله یک ضریب γ^4 نیز ظاهر می‌شود که $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

1.0pt با استفاده از داده‌های جدول ۱ و تقریب‌های مناسب، توان تابشی کل P_{tot} را برای LHC در شرایطی که در آن پروتون‌ها انرژی $E = 7.00 \text{ TeV}$ دارند، حساب کنید.

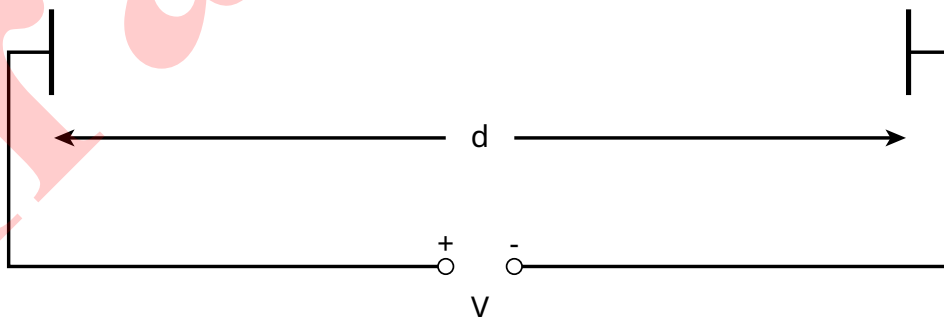
A.5

شتاب دهنده خطی

در سرن، در ابتدا پروتون‌های ساکن در یک شتابدهنده‌ی خطی به طول $d = 30.0 \text{ m}$ با اختلاف پتانسیل $V = 500 \text{ MV}$ شتاب داده می‌شوند. فرض کنید میدان الکتریکی همگن است و یک شتاب دهنده خطی اساساً از دو صفحه موازی مطابق شکل ۱ ساخته شده است.

1.5pt مدت زمان T که پروتون‌ها از ناحیه‌ی شامل میدان الکتریکی عبور می‌کنند، چقدر است؟

A.6



شکل ۱: طرحواره‌ای از یک دستگاه شتابدهنده خطی

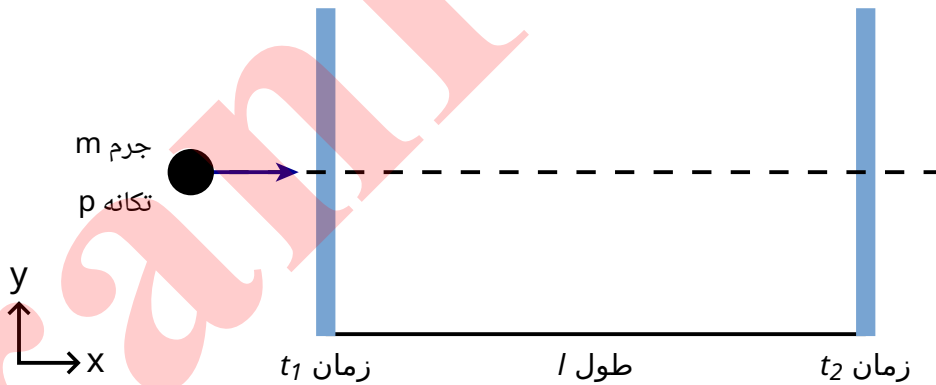
قسمت B. شناسایی ذرات تولید شده (۴ نمره)

زمان پرواز:

برای تعبیر بر همکنش ها، شناسایی ذرات پر انرژی تولید شده در برخوردها اهمیت دارد. یک روش ساده، اندازه‌گیری زمان t است که ذره‌ای با تکانه‌ی معلوم فاصله‌ی l را در یک آشکارساز زمان پرواز، (TOF) طی می‌کند. برخی از ذراتی که در آشکارساز شناسایی می‌شوند به همراه جرم‌شان در جدول ۲ فهرست شده‌اند.

جرم $[\text{MeV}/c^2]$	ذره
1876	دوترون
938	پروتون
498	کائون باردار
140	پیون باردار
0.511	الکترون

جدول ۲ - چند ذره مهم و جرم‌هایشان



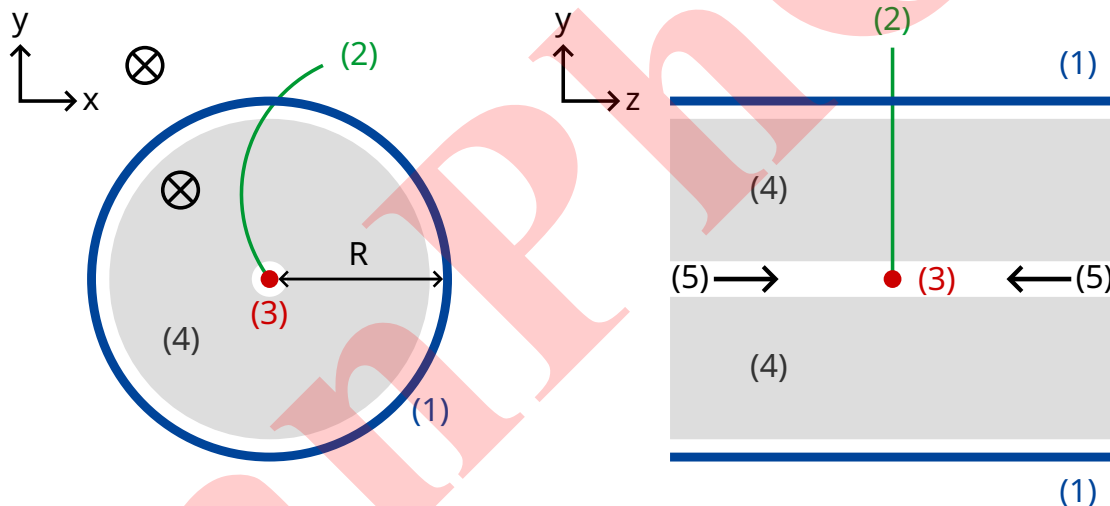
شکل ۲: طرحواره‌ای از یک آشکارساز زمان پرواز

B.1 جرم ذره، m را بر حسب تکانه‌ی p ، طول پرواز l و زمان پرواز t بیان کنید. فرض کنید ذرات بار بنیادی e دارند و با سرعت نزدیک نور بر روی یک مسیر مستقیم در آشکارساز TOF حرکت می‌کنند به طوری که مسیر آنها بر دو صفحه‌ی آشکارسازی عمود است (شکل ۲ را ببینید).

0.8pt

B.2 کمینه طول l در یک آشکار ساز ToF را طوری به دست آورید که یک کائون و یک پیون با تکانه‌ی یکسان $1.00 \text{ GeV}/c$ از یکدیگر قابل تمیز باشند. برای یک تمیز خوب لازم است اختلاف زمان پرواز آن دو، بیش از سه برابر زمان قابل تفکیک دستگاه (زمان رزولوشن آشکار ساز) باشد. زمان قابل تفکیک نوعی در یک آشکار ساز ToF $(1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s})$ 150 ps است.

در ادامه، ذرات تولید شده در یک آشکار ساز نوعی LHC در یک فرایند دو مرحله‌ای مرکب از یک ردیاب مسیبر و یک آشکار ساز ToF شناسایی می‌شوند. شکل ۳ نماهای طولی و عرضی که به ترتیب در صفحه‌ی شامل مسیبر پروتون‌ها و در صفحه‌ی عمود بر مسیر حرکت پروتون‌ها است را نشان می‌دهد. هر دو آشکار ساز شامل محفظه‌هایی استوانه‌ای هستند که ناحیه‌ی برهم‌کنش را احاطه کرده‌اند. محفظه ردیاب، مسیبر یک ذره‌ی باردار تولید شده را ردیابی می‌کند. میدان مغناطیسی در محفظه ردیاب موازی امتداد باریکه‌ی پروتونی طراحی شده است. با استفاده از شعاع مسیبر r تکانه‌ی عرضی p_T ذره قابل تعیین است. چون زمان برخورد معلوم است، آشکار ساز ToF فقط به یک محفظه بیرونی برای سنجش زمان پرواز نیاز دارد. این محفظه ToF درست بعد از اتاقک ردیاب مسیبر قرار دارد. برای سهولت در این قسمت از مسئله فرض کنید همه‌ی ذرات خلق شده در برخورد، عمود بر امتداد حرکت باریکه‌ی پروتون حرکت می‌کنند، به عبارت دیگر همه ذرات تولید شده تکانه‌ی طولی در امتداد مسیبر باریکه پروتونی ندارند.



صفحه‌ی عرضی

برش طولی دستگاه
در صفحه شامل مرکز
و در امتداد خط باریکه

- (۱) - محفظه‌ی ToF
(۲) - مسیر ذرات خلق شده
(۳) - نقطه‌ی برخورد
(۴) - محفظه ردیابی
- شکل ۳: طرحواره‌ای از آزمایش شناسایی ذرات، شامل اتاقک ردیابی و یک آشکار ساز ToF که هر دو محفظه استوانه‌ای شکل‌اند و نقطه‌ی برخورد را که درست در وسط آن‌ها واقع است، احاطه کرده‌اند. چپ: نمای عرضی عمود بر امتداد باریکه، راست: نمای طولی موازی امتداد باریکه. ذره‌ی حاصل از برخورد عمود بر امتداد باریکه حرکت می‌کند.

B.3 جرم ذره را به عنوان تابعی از اندازه میدان مغناطیسی، B ، شعاع محفظه‌ی ToF، R ، ثابت‌های بنیادی و 1.7 pt کمیت‌های اندازه‌گیری شده شعاع r مسیبر و زمان پرواز t بیان کنید.

ما چهار ذره‌ی مختلف را آشکار کرده‌ایم و می‌خواهیم آن‌ها را شناسایی کنیم. میدان مغناطیسی در آشکار ساز مسیبر را برابر $B = 0.500 \text{ T}$ و

شعاع R آشکارساز ToF را برابر 3.70 m بگیرید. نتایج در جدول زیر ثبت شده است ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$).

ذره	شعاع مسیر r [m]	زمان پرواز t [ns]
A	5.10	20
B	2.91	14
C	6.06	18
D	2.32	25

0.8pt

B.4 با محاسبه جرم هر یک ذرات آنها را شناسایی کنید.

IranPhO