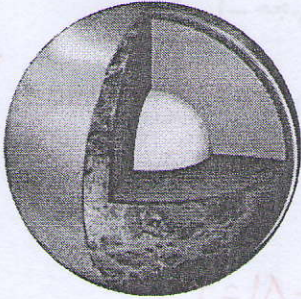


تقسیم اعداد توان دار

تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی

فعالیت



دمای مرکز خورشید حدود 10^7 درجه سانتی گراد است. این دما چند برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید؟ پاسخ را ضمن کامل کردن جاهای خالی به صورت یک عدد توان دار بیان کنید و مراحل حل مسئله را نیز توضیح دهید.

حل: آب در 100 درجه سانتی گراد به جوش می آید و داریم: $100 = 10^2$

$$10^7 \div 10^2 = \frac{10^7}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^5$$

بنابراین: $10^7 \div 10^2 = 10^5$

یعنی دمای مرکز خورشید 10^5 برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید.

آیا تقسیم بالا را به شکل زیر نیز می توانیم انجام دهیم؟

$$\frac{10^7}{10^2} = \frac{10^2 \times 10^5}{10^2} = 10^5$$

اکنون، حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$(-9)^5 \div (-9)^3 = \frac{(-9)^5}{(-9)^3} = \frac{(-9)^3 \times (-9)^2}{(-9)^3} = (-9)^2$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^6 \div \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{\left(\frac{3}{7}\right)^6}{\left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{\left(\frac{3}{7}\right)^4 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2}{\left(\frac{3}{7}\right)^2} = \left(\frac{3}{7}\right)^4$$

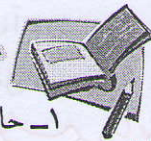
با استفاده از نمونه های داده شده، برای محاسبه تقسیم دو عدد توان دار با پایه های

مساوی قانونی بنویسید. یکی از پایه ها را m و توان اولی را n و توان دومی را p بنویسید.

a عددی دلخواه و m, n عددهایی طبیعی باشند:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

کار در کلاس



۱- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$8^1 \div 8^0 = 8^{1-0} = 8^1 \quad \frac{3^7}{3^3} = 3^{7-3} = 3^4 \quad 6^2 \div 6^1 = 6^{2-1} = 6^1$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{5}\right)^3 \quad \frac{(-2)^9}{(-2)^7} = (-2)^2 \quad \left(\frac{1}{9}\right)^4 \div \left(\frac{1}{9}\right)^1 = \left(\frac{1}{9}\right)^3$$

$$(4/5)^6 \div (4/5)^3 = (4/5)^3 \quad (-0/3)^5 \div (-0/3)^2 = (-0/3)^3 \quad \frac{7^5}{7^1} = 7^4$$

نیازی به پرانتز نیست باشد

۲- جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$(2^3)^5 = 2^{15}$$

$$3^5 \div 3^1 = 3^4$$

$$14^5 \div (14)^2 = 14^3$$

$$\frac{v^3}{v^5} = \frac{v^3}{v^3 \times v^2} = \frac{1}{v^2} = \left(\frac{1}{v}\right)^2 \quad \frac{v^3}{v^5} = v^{3-5} = v^{-2}$$

۳- حاصل را به صورت یک عبارت توان‌دار بنویسید.

$$a^{12} \div a^5 = a^7$$

$$(xy)^9 \div (xy)^2 = (xy)^7 \quad (-x)^9 \div (-x)^2 = (-x)^7 = x^7$$

تقسیم دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی

فعالیت



مثال‌های داده شده را مطالعه کنید و با پرکردن جاهای خالی توضیح دهید که پاسخ هر یک از تقسیم‌ها چگونه به دست آمده است.

$$12^4 : 6^2 = \frac{12^4}{6^2} = \frac{12 \times 12 \times 12 \times 12}{6 \times 6} = \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} = \left(\frac{12}{6}\right)^4 = 2^4$$

$$3^5 : 7^5 = \frac{3^5}{7^5} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \left(\frac{3}{7}\right)^5$$

$$(-4)^3 : 6^2 = \frac{(-4)^3}{6^2} = \frac{(-4) \times (-4) \times (-4)}{6 \times 6} = \left(-\frac{4}{6}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$$

$$12^4 : 6^2 = \frac{12^4}{6^2} = \frac{2^2 \times 6^2}{6^2} = 2^2$$

$$12^4 : 4^2 = \frac{12^4}{4^2} = \frac{12 \times 12 \times 12 \times 12}{4 \times 4} = 2^4$$

پایه ها بر هم تقسیم می شوند

$$8^5 \div 2^5 = (8 \div 2)^5 = 4^5$$

با توجه به مثال های بالا، توضیح دهید تساوی $8^5 \div 2^5 = 4^5$ چگونه به دست آمده است.

اکنون، برای تقسیم دو عدد توان دار با توان های مساوی قانون زیر را کامل کنید.

در تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم

به کمک قانونی که نوشته اید، حاصل تقسیم های زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$6^8 \div 3^8 = \left(\frac{6}{3}\right)^8 = 2^8 \quad (-2)^4 \div (-3)^4 = \left(\frac{-2}{-3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

اکنون قانون فوق را با نمادهای ریاضی هم نشان دهید.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

a و b دو عدد دلخواه و m یک عدد طبیعی و $b \neq 0$

کار در کلاس

۱- حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$5^7 \div 3^7 = \left(\frac{5}{3}\right)^7$$

$$14^3 \div 7^3 = \left(\frac{14}{7}\right)^3 = 2^3$$

$$(-8)^5 \div (-2)^5 = \left(\frac{-8}{-2}\right)^5 = 4^5$$

$$9^2 \div 27^2 = \left(\frac{9}{27}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

۲- عبارت های زیر را ساده کنید و در صورت امکان، پاسخ را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$5^7 \times 3^4 \times 2^7 \times 3^3 = 10^7 \times 3^7 = 30^7 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^8 \div \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{8-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\frac{3^7 \times 3^5}{6^{10} \times 5^{10}} = \frac{3^{12}}{3^{10} \times 2^{10}} = \frac{3^2}{2^{10}} \quad \frac{(a^3)^4}{a^2} = \frac{a^{12}}{a^2} = a^9 \quad \frac{(x^2)^5 \times x^7}{x^{11}} = \frac{x^{10} \times x^7}{x^{11}} = \frac{x^{17}}{x^{11}} = x^6$$

$$(a^3)^{4-1} = (a^3)^3 = a^9$$

۱- هر یک از عددهای زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$81 = 3^4 \quad -8 = (-2)^3 \quad 1024 = 2^{10} \quad -\frac{125}{729} = \left(-\frac{5}{9}\right)^3 \quad \frac{1}{512} = \left(\frac{1}{8}\right)^9 \quad -\frac{1}{32} = \left(-\frac{1}{2}\right)^5$$

۲- کدام عبارت های زیر درست و کدام نادرست اند؟ توضیح دهید.

$$\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = -\frac{25}{4} \quad \text{نادرست} \quad \left(\frac{5}{11}\right)^0 = 0 \quad \text{نادرست} \quad \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^8 \quad \text{نادرست}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^4 \quad \text{درست} \quad 10^2 \times 10^4 = 10^{12} \quad \text{نادرست} \quad (-2)^2 \times (-2) = 16 \quad \text{درست} \quad (-2)^4 = 16 \quad \text{درست}$$

درست

نادرست

درست

۱۰۸

۳- حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 3^{10} = \frac{1^4 \times 3^{10}}{3^4} = 3^6 \quad \frac{5^6 \times 6^3}{5^4 \times 6^5} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \quad \frac{x^5 \times y^4}{x^5 \times y^2} = x^0 y^2 = (xy)^2$$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب بگذارید.

$$3^5 \times 3^{\textcircled{4}} = 3^9 \quad 5 + 4 = 9 \quad (7^2)^{\textcircled{2}} = 7^4 \quad 4 \times 2 = 8 \quad \frac{7^4 \times 7^2}{7^3 \times 7^1} = 7^5 \quad 9 + 2 - 3 = 8$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\textcircled{7}} \div \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\frac{(-6)^8}{(-6)^{\textcircled{5}}} = (-6)^3 \quad 1 - 5 = -4$$

۵- عددهای زیر را از کوچک ترین تا بزرگ ترین و به ترتیب از چپ به راست مرتب کنید. $3, -4, (-1), 0, \left(\frac{1}{2}\right), 1, 2, 5$

$$6^5, 1^{12}, -4^2, (-1)^5, 0, \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$-4^3 = -64 < (-1)^5 = -1 < 0 < \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} < 1 = 1 < 6^5 = 7776$$

۶- کدام تساوی های زیر درست و کدام نادرست اند؟

$$(\sqrt{5})^2 = 25 \quad \times \quad (\sqrt{5})^2 = 5 \quad \checkmark \quad (\sqrt{5})^2 = (-\sqrt{5})^2 \quad \checkmark \quad +\sqrt{5} = -\sqrt{5} \quad \times$$

۷- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$(-10^2)^3 = (-100)^3 = -1000000 \quad (ab^2)^3 = a^3 b^6 \quad (x^2 y^3)^4 = x^8 y^{12} \quad \left(\frac{x^5}{x^3}\right)^5 = (x^2)^5 = x^{10}$$

$$[36^5 \div (-3)^5] \div [(-2)^5 \times (-3)^5] = (-12)^5 \div (+6)^5 = (-2)^5 = -32$$

۸- نصف 2^1 و ربع 4^7 را به صورت عددهای توان دار بنویسید.

$$2^9 \text{ نصف} = 2^9 \div 2 = 2^8$$

$$4^7 \text{ ربع} = \frac{1}{4} \times 4^7 = 4^6$$

خواندنی

رشد باکتری ها به شرایط مناسب محیطی و وجود مواد غذایی بستگی دارد. در شرایط مطلوب باکتری ها در هر ۲۰ دقیقه به دو نیم تقسیم می شوند، سپس در ۲۰ دقیقه دیگر رشد کرده دوباره هر کدام به دو قسمت تقسیم می شوند. تکثیر باکتری ها تا جایی ادامه پیدا می کند که مواد غذایی لازم موجود باشد، برای مثال اگر در حال حاضر ۲ باکتری داشته باشیم، در ۲۰ دقیقه دیگر $2 \times 2 = 2^2 = 4$ باکتری و در ۶۰ دقیقه دیگر $2^3 = 8$ باکتری خواهیم داشت. به نظر شما اگر مواد غذایی لازم موجود باشد، پس از گذشت ۲۴ ساعت چند باکتری خواهیم داشت؟

$$24 \times 4 = 96 \quad \text{هر ۲۰ دقیقه یک واحد زمان هست}$$

تعداد واحد زمان	۰	۱	۲	۳	...	۷۲
تعداد باکتری ها	۲	۴	۸	۱۶		۹,۴۴۴,۷۳۲,۹۶۵,۷۳۹,۲۹۰
رابطه	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^{72}