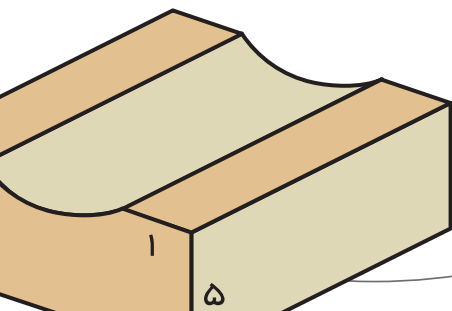
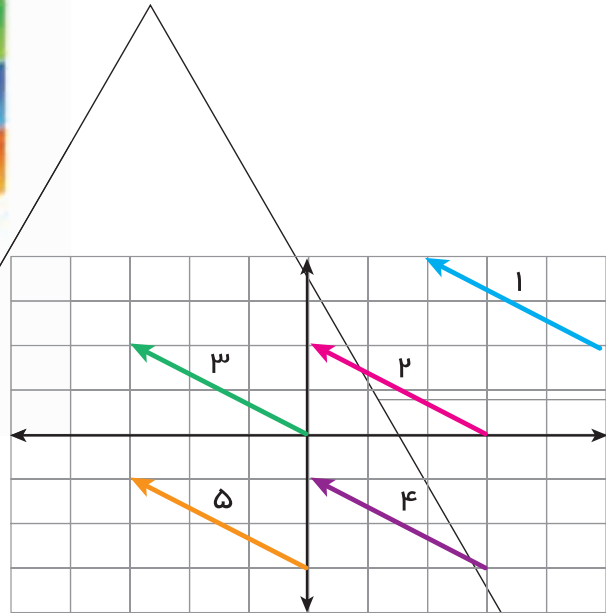
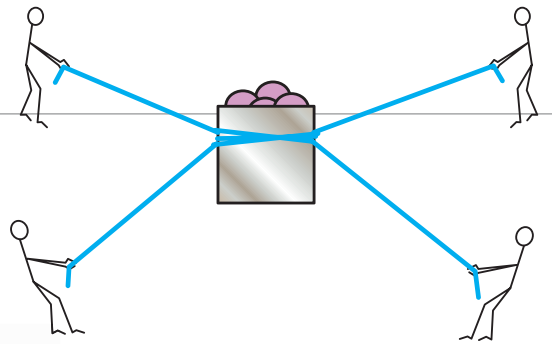
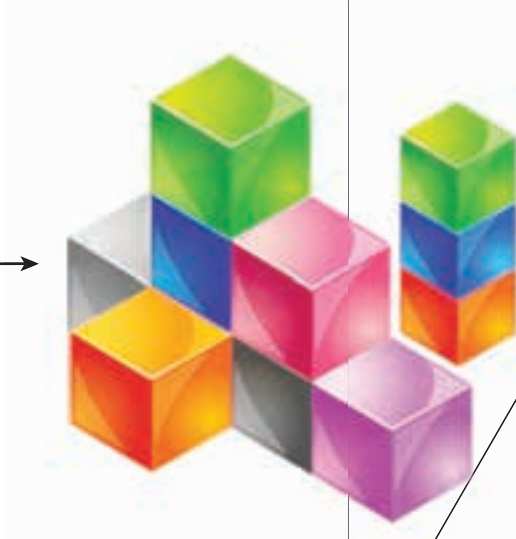
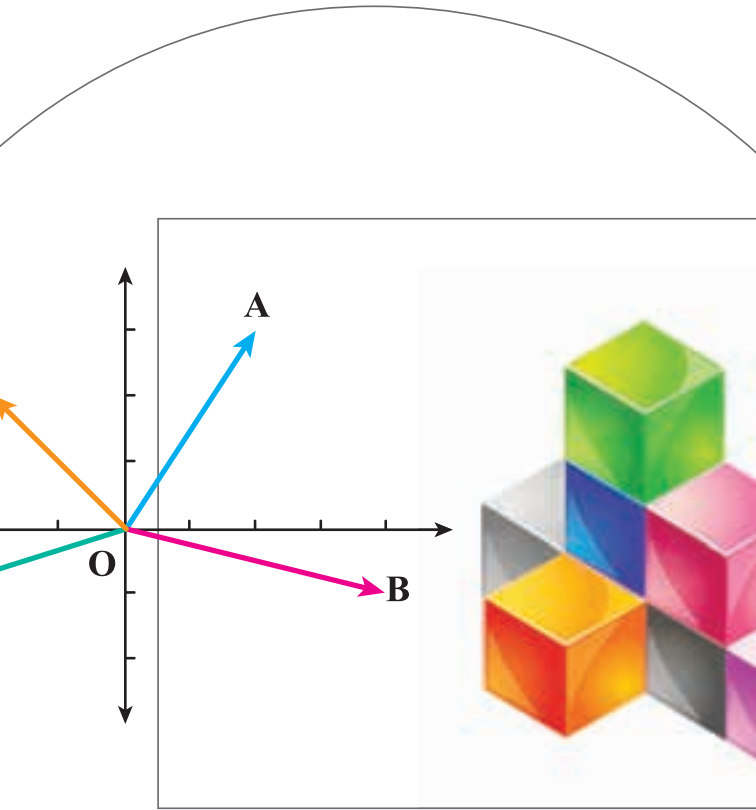


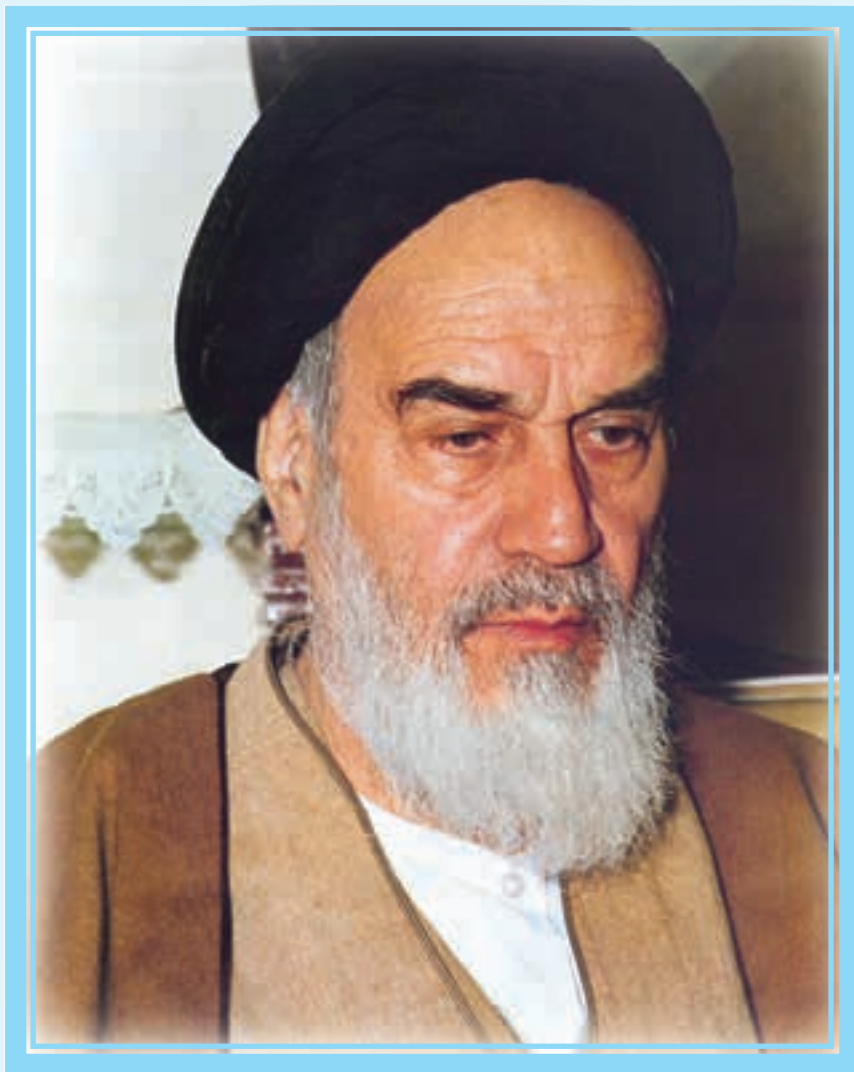
بسم الله الرحمن الرحيم

ریاضی

پایه اول (هفتم)
دوره اول متوسطه



۱۳۹۲



امام به بحث و مذاکره درباره مسائل علمی، به ویژه در مجلس درس علاقه فراوان داشتند. اگر بر جلسه درس سکوت حکم فرما می شد، می فرمودند :
مجلس درس است، نه مجلس روضه. سخن بگویید و اعتراض کنید.

فصل ۱ - راهبردهای حل مسئله

۱

فصل ۲ - عددهای صحیح

۱۳

۱۴

۱۷

۲۰

۲۳

۲۶

۲۷

معرفی عددهای علامت دار

جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

مرور فصل ۲

تمرین های دوره ای ۱

فصل ۳ - هندسه و استدلال

۲۹

۳۰

۳۳

۳۶

۳۹

۴۲

روابط بین پاره خط ها

روابط بین زاویه ها

رسم مثلث

هم نهستی مثلث ها

مرور فصل ۳

فصل ۴ - جبر و معادله

۴۳

۴۴

۴۷

۵۰

۵۳

۵۶

۵۷

الگوهای عددی

عبارت های جبری

مقدار عددی یک عبارت جبری

معادله

مرور فصل ۴

تمرین های دوره ای ۲

فصل ۵ - سطح و حجم

۵۹

۶۰

۶۳

۶۶

۶۹

۷۲

حجم های هندسی

محاسبه حجم های منشوری

مساحت جانبی و کل

حجم و سطح

مرور فصل ۵

فصل ۶ - شمارنده ها و اعداد اول

۷۳

۷۴

۷۷

۸۰

۸۳

۸۶

۸۷

عدد اول

شمارنده اول

بزرگ ترین شمارنده مشترک

کوچک ترین مضرب مشترک

مرور فصل ۶

تمرین های دوره ای ۳

فصل ۷- بردار و مختصات

۸۹

۹۰

۹۳

۹۶

۹۹

۱۰۲

پاره خط جهت دار
بردارهای مساوی و قرینه
مختصات
بردار انتقال
مرور فصل ۷

فصل ۸- توان و جذر

۱۰۳

۱۰۴

۱۰۷

۱۱۰

۱۱۳

۱۱۶

۱۱۷

تعریف توان
محاسبه عبارت توان دار
ساده کردن عبارت های توان دار
جذر و ریشه
مرور فصل ۸
تمرین های دوره ای ۴

فصل ۹- آمار و احتمال

۱۱۹

۱۲۰

۱۲۳

۱۲۶

۱۲۹

۱۳۲

دسته بندی داده ها
میانگین داده ها
مفهوم احتمال و پیشامد
احتمال ریاضی
مرور فصل ۹

فصل ۱۰- ترسیم های هندسی و توازی

۱۳۳

۱۳۴

۱۳۷

۱۴۰

۱۴۳

۱۴۶

۱۴۷

مثلث و اجزای آن
ترسیم های هندسی
اصول توازی
خط های موازی و مورب
مرور فصل ۱۰
تمرین های دوره ای ۵



چگونه ریاضی را یاد بگیریم؟



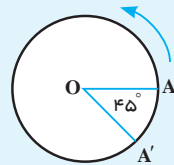
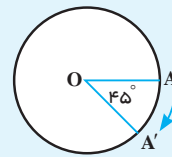
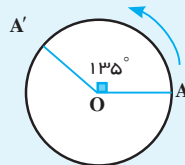
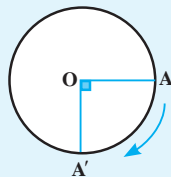
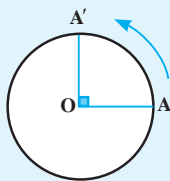
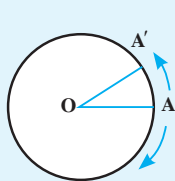
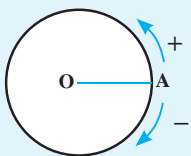
در دوره ابتدایی با مفاهیم حساب و هندسه آشنا شدید. در دوره اول متوسطه از دانش ریاضی خود استفاده می‌کنید و آن را به کار می‌برید تا معلومات ریاضی خود را افزایش دهید. اما چگونه باید ریاضیات را آموخت؟

برای یادگیری ریاضی خودتان دست به کار شوید؛ در کلاس نقش فعالی داشته باشید؛ فقط شنونده بودن کافی نیست. فعالیت‌های کتاب درسی به شما کمک می‌کنند تا در جریان کلاس سهیم باشید.

متن فعالیت‌ها را با دقت بخوانید و به صورت فردی یا گروهی کارهای خواسته شده را انجام دهید. مهم‌ترین قسمت فعالیت‌ها، بخش نتیجه‌گیری است. آن قسمت‌ها را به صورت کامل بنویسید.

فعالیت

نقطه A روی محیط دایره حرکت می‌کند. در وضعیت OA زاویه صفر درجه را نشان می‌دهد. وقتی A روی دایره حرکت می‌کند تا برای مثال به نقطه A' برسد یک زاویه درست می‌کند. با توجه به جهت‌های $+$ و $-$ نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه‌های زیر چند درجه‌اند؟ با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.



کار در کلاس‌ها هم کمک می‌کنند تا شما آموخته‌های خود را به کار برید و هم این فرصت را به معلم می‌دهد تا فرایند آموزش را کامل کند و به سؤال‌های شما پاسخ دهد و اشکالات پیش‌آمده را رفع کند.



تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{cccc}
 +15=15 & +20= & -(+10)= & -(-4)= \\
 -(-(+7))= & -(-10)= & +(-7)=-7 & +(-4)= \\
 -(-8)= & +(-11)= & -(-18)= & +125=
 \end{array}$$

در پایان تمرین‌ها را در منزل به‌طور کامل انجام دهید. انجام کامل تمرین به این معنی است که شما این قسمت را یاد گرفته‌اید. اگر نتوانستید به سؤال‌های جواب دهید، مهم‌ترین کار شما جست‌وجوی راه حل از دوستان، هم‌کلاسی‌ها و یا معلم است. هرگز تمرینی را بدون پاسخ کامل رها نکنید. برای انجام کارهای بالا شما باید توانایی خود را در حل مسئله بالا ببرید. کسی که در حل کردن مسئله ماهر شود، می‌تواند فعالیت‌ها را به نتیجه برساند.



عددها را با هم مقایسه کنید.

$$\begin{array}{ccccc}
 -40 < -8 & -27 < 1 & 0 < -14 & -3 < 15 & 17 < 0 \\
 -8 < -18 & -100 < -1 & -254 < +1 & +7 < 7 & +(-8) < +(-8)
 \end{array}$$

چگونه مسئله را حل کنیم؟

در حل کردن مسئله ۴ مرحله وجود دارد. در تمام کتاب وقتی با مسئله‌ای روبه‌رو می‌شوید، این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم‌کم در حل کردن مسئله فکر خود را سازمان‌دهی کنید.



مرحله اول : فهمیدن مسئله : برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند

شما را در درک بهتر مسئله کمک کند :

- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.

مرحله دوم : انتخاب راهبرد مناسب : در دوره ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید.

دانستن نام و کاربرد هر راهبرد به شما کمک می‌کند تا آنها را مرور و پیدا کنید که کدام یک برای حل مسئله ممکن است مفید باشد.

- رسم شکل
- الگوسازی
- حدس و آزمایش
- حذف حالت‌های نامطلوب
- زیر مسئله
- الگویابی
- حل مسئله ساده‌تر
- روش‌های نمادین

مرحله سوم : حل کردن مسئله : با راهبردی که انتخاب کردید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله

با آن راهبرد به نتیجه نمی‌رسد، به مرحله دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. گاهی اوقات لازم است به مرحله اول برگردید شاید نکته‌ای در مسئله وجود دارد که شما هنوز به آن توجه نکرده‌اید.

مرحله چهارم : بازگشت به عقب : حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی‌شود. ابتدا پاسخ ریاضی

خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می‌توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید و یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.

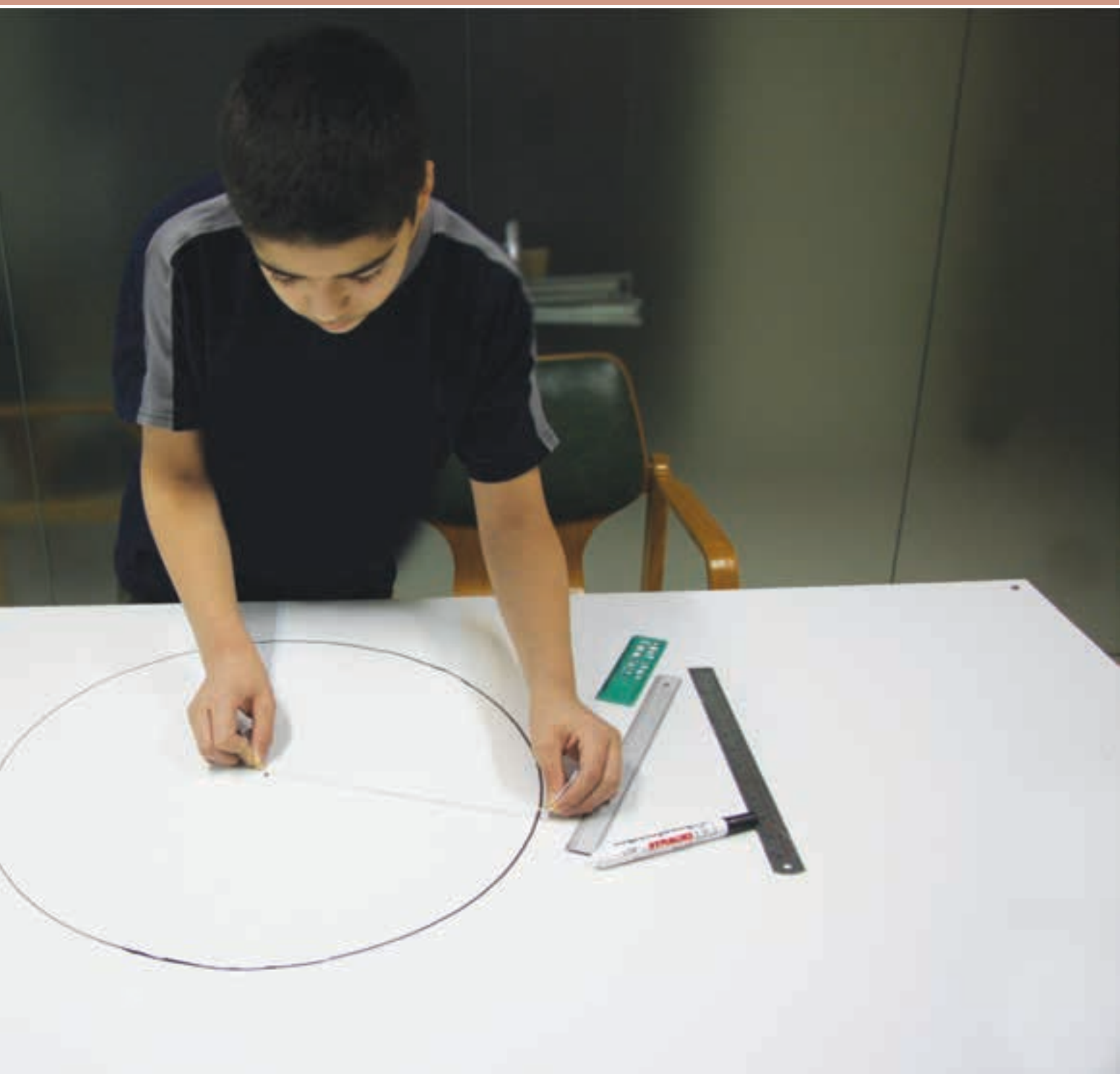
مسلان محترم، صاحب نظران، دانش آموزان عزیز و اولیای آنان می توانند نظر اصلاحی خود را در باره مطالب
این کتاب از طریق نامه به نشانی تهران - صندوق پستی ۳۶۳، ۱۵۸۵۵ - گروه دسی مربوط و یا پیام نگار (Email)
talif@talif.sch.ir ارسال نمایند.

دفترتالیف کتاب های دسی ابتدایی متوسط نظری

- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیر مسئله
- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- راهبرد روش‌های نمادین

فصل ۱

راهبردهای حل مسئله





کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک یا به‌طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در ذهن شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ بنابراین از ترسیم‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید.

۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول 10° و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه باغچه دور تا دور

آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟

ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می‌آید. طول و عرض این

مستطیل چقدر است؟



۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا

می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



۳- قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سُر

می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟



در بعضی مسئله‌ها لازم است همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید.

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد.
جدول را با یک نظم و ترتیب کامل بکشید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل ضرب آن در چه عدد ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



۳- با سه رقم ۷ و ۲ و ۵ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید.

۴- با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۵۰۰ تومان درست کرد؟





با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانید حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا با حذف آنها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

- ۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها 70° است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟ ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر 70° می‌شود، بنویسید. به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم

- ۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از 100 را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟ در واقع از 0 تا 99 ، 100 عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی مانده نامطلوب‌اند. با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

- آیا عدد مورد نظر شما 27 است؟
 - آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟
 - آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟
 - آیا عدد مورد نظر شما از 50° بزرگ‌تر است؟
- با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به عدد مورد نظر رسید.

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی و یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را پاسخ دهید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها و یا عددها الگو و رابطه‌ی خاصی وجود داشته باشد.

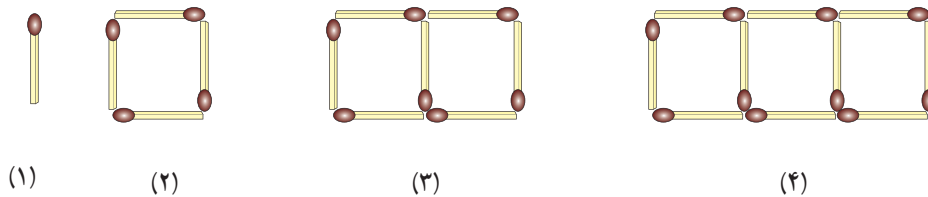
۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

و و و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و

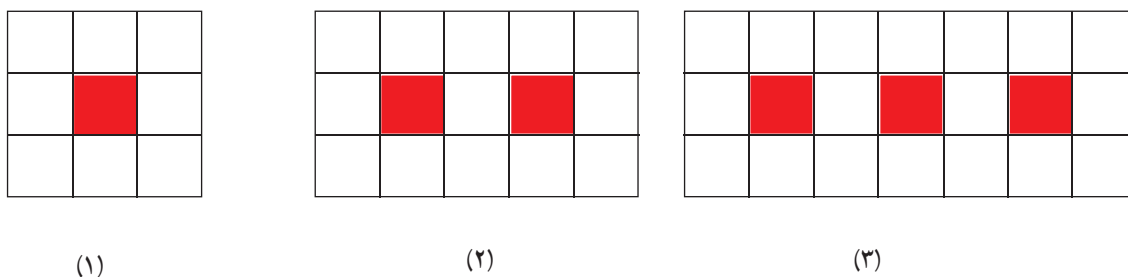
و و و ۱۶ و ۹ و ۴ و

و و و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴ و

۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟





ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۱- ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد

باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه‌چرخه	بررسی آزمایش



در حدس اول تعداد دو چرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر

بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟

چرا؟



۲- دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها از ۳ برابر زاویه دیگر ۱۰ درجه بیشتر است. اندازه هر زاویه را

پیدا کنید.

$$3 \times \square + 10 = 31$$

۳- به جای \square چه عددی می‌توان قرار داد؟

به جای \square عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱۰ شروع کنید. $3 \times 10 + 10 = 40$



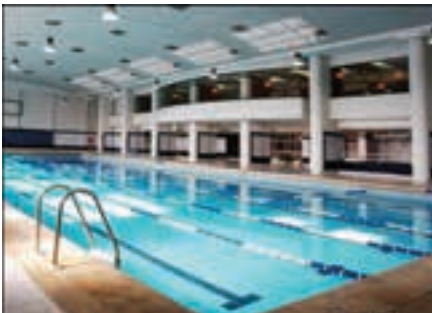
مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به مسئله ساده و مرحله به مرحله تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله‌ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

(الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

(ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع $\frac{۱}{۳}$ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



۳- میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این



میوه‌فروشی از این کار خود چقدر سود برده است؟



برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله ساده‌تر و مرتبط با آن را حل می‌کنیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۱- قطر خورشید 139253° کیلومتر و قطر کره زمین $12756/6$ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند

برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید. $139253^{\circ} \approx 1000,000$

خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید. $12756/6 =$



۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

به جای حل کردن عبارت بالا ابتدا ساده شده این مسئله را پاسخ دهید. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$

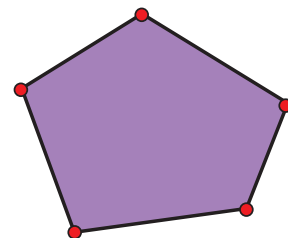
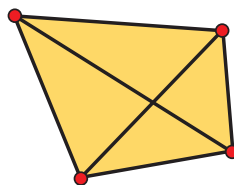
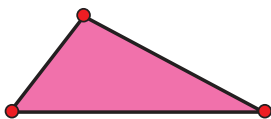
در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه

بنویسید؟

۳- اگر 10° نقطه را که روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم؛ چند پاره خط به وجود می‌آید؟

تعداد پاره خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست.

یک الگو پیدا کنید و برای 10° نقطه نتیجه‌گیری کنید.





بسیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

$$4 \times \square + 2000 = 30000$$

مربع نشان دهنده چه چیزی است؟

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد)

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته

باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه کولر قرار دهند، به‌طوری‌که

از ۴ گوشه آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید.





در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه، جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. در مورد راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند ولی نحوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند اما نحوه شکل کشیدن آنها ممکن است متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

۱- $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲- مساحت مربعی به ضلع 100 سانتی‌متر، 1 متر مربع است. اگر از ضلع مربع 10 درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟

۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر پاشی کرده است :
گندم : 45% جو : $37/5\%$ ذرت : $17/5\%$
اگر مساحت زمین او 15 هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.



۴- حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

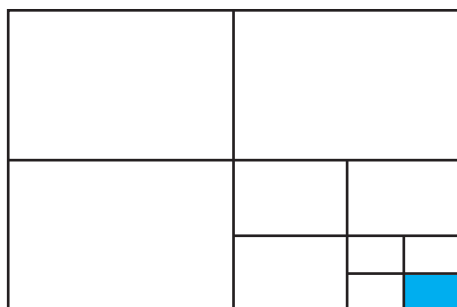
$$1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{10} =$$

۵- در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده است. $\frac{3}{8}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

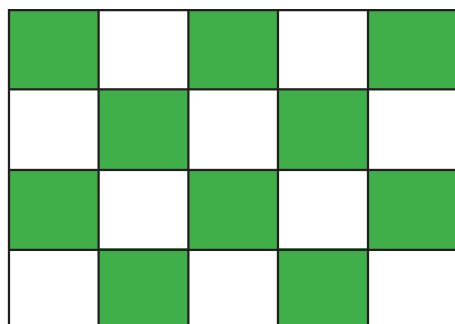


۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهره او روی نقطه $[3, 2]$ است. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام نقطه قرار دارد؟

۷- چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.



۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی سبز دارد؟



۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۱۰- عددی را ۵ برابر و ۳ عدد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای کاربرد هر کدام تهیه کنید تا در هنگام حل فعالیت‌ها و مسئله‌های کتاب از آن استفاده کنید.



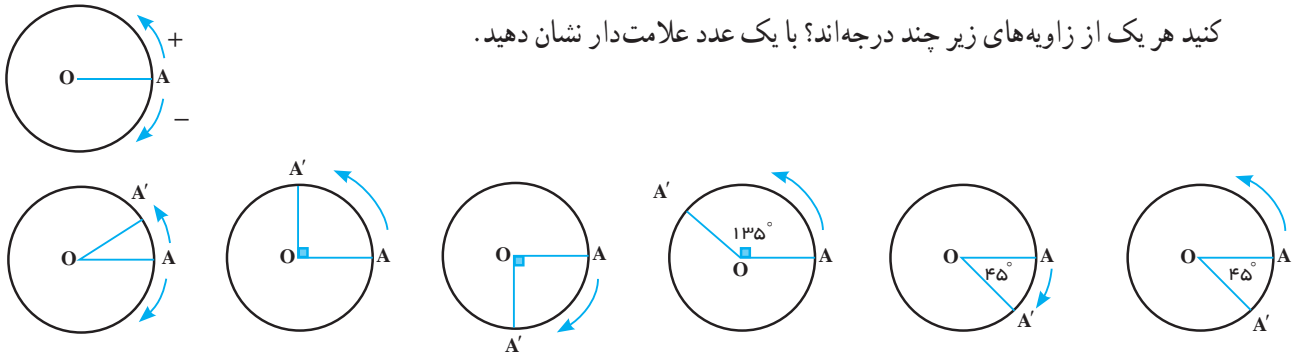
فصل ۲ عددهای صحیح



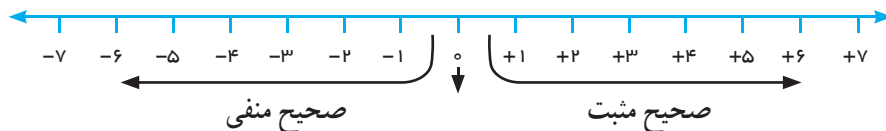
از عددهای صحیح (علامت دار) می توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا و همچنین عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

- معرفی عددهای علامت دار
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
- ضرب و تقسیم عددهای صحیح

۱- نقطه A روی محیط دایره حرکت می کند. در وضعیت OA زاویه صفر درجه را نشان می دهد. وقتی A روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه A' برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.



۲- در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که عددهای منفی قرینه عددهای مثبت اند. در ریاضی قرینه را با علامت منفی نشان می دهند. با کمک محور مانند نمونه تساوی ها را کامل کنید.



قرینه (+۳) = $- (+۳) = -۳$ قرینه (+۵) = قرینه (+۷) =

قرینه (-۴) = قرینه (-۵) = قرینه (-۸) =

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی ها را کامل کنید.

قرینه قرینه (+۵) = $- (- (+۵)) = +۵$ قرینه قرینه (+۷) =

قرینه قرینه (-۶) = قرینه قرینه (-۷) =

از تساوی های بالا چه نتیجه ای می گیرید؟

عددهای صحیح مثبت را می توان به صورت مقابل نوشت :

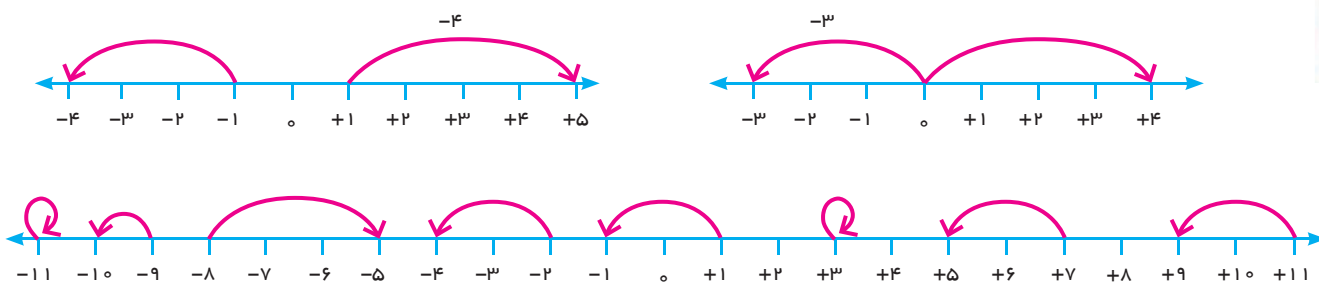
$+۷ = ۷$ و $+۳ = ۳$

عددهای صحیح سه دسته اند؛ عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی.

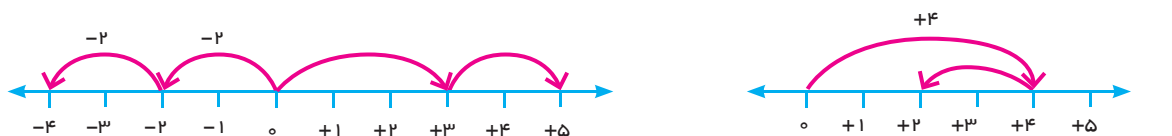
تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{cccc}
 +15=15 & +2^{\circ}= & -(+1^{\circ})= & -(-4)= \\
 -(-(+7))= & -(-1^{\circ})= & +(-7)=-7 & +(-4)=
 \end{array}$$

۱- مانند نمونه‌ها برای هر حرکت روی محور یک عدد علامت‌دار (مثبت یا منفی) بنویسید.



۲- وقتی دو حرکت پشت سرهم انجام می‌شود، می‌توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.



$$(\dots) + (\dots) = (\dots) \quad (\dots) + (\dots) = (\dots) \quad (+4) + (-2) = (\dots)$$



$$(\dots) + (\dots) = (\dots) \quad (\dots) + (\dots) = (\dots)$$

۳- $(+2) - (+4) = 4 - 2$ را می‌توان به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می‌نوشتید، تبدیل کنید؛ یعنی:

$$3 - 2 = 3 + (-2)$$

تفریق را هم می‌توانیم به صورت جمع بنویسیم. مانند:

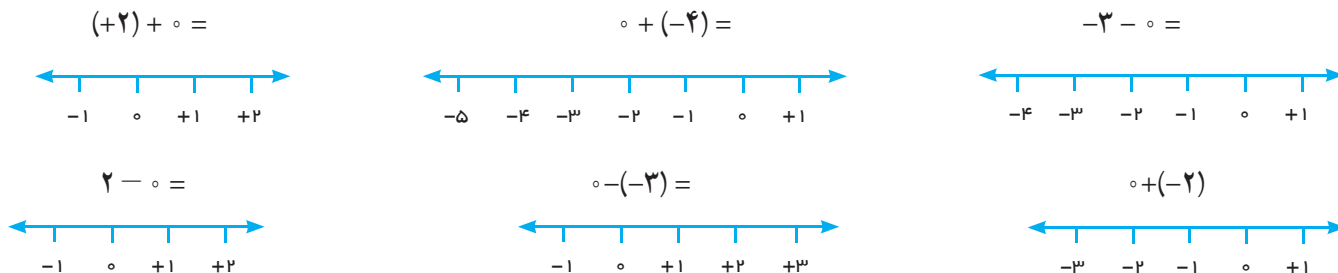
مانند نمونه تساوی‌ها را کامل کنید.

$$-7 + (-4) = -7 - 4 \quad 7 - 11 = \quad 8 - 5 = \quad -5 - (-3) = \quad -5 - 6 =$$

در دفتر خود برای هر جمع یا تفریق یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست آورید.

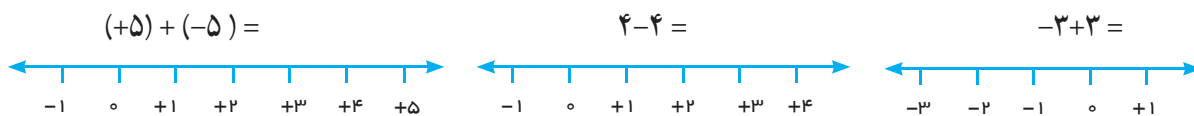
$$8 + (-5) = \quad -4 + (+7) \quad -8 - (+5) \quad -3 - 1 =$$

۱- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

$-4 \bigcirc -8$	$-27 \bigcirc 1$	$0 \bigcirc -14$
$-100 \bigcirc -1$	$+7 \bigcirc 7$	$+(-8) \bigcirc -(+8)$

۲- مانند نمونه گسترده عددها را بنویسید.

$-1081 =$	$-2040 =$	$-237 = -200 - 30 - 7$	$435 =$
-----------	-----------	------------------------	---------

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

..... و ۱۷۱- و و ۵- و و ۴۳۱ و

۴- اگر هر \bigcirc نشان دهنده +۱ و هر \bullet نشان دهنده -۱ باشد، چرا $\bigcirc \bullet$ و یا $\bullet \bigcirc$ برابر صفر می‌شود؟

۵- عددها را به طور تقریبی روی محور نشان دهید.



۱- اگر \bigcirc نشان دهنده $+1$ و \bullet نشان دهنده -1 باشد. مانند نمونه حاصل جمع و تفریق‌ها را با رسم دایره‌های توپر و تو خالی به دست آورید. تفریق‌ها را ابتدا به جمع تبدیل کنید.

$$-4 - (-5) = -4 + \overbrace{(-(-5))}^{+5} = -4 + 5 = +1$$



$$-6 + 5 =$$

$$-8 - 2 =$$

$$-4 - (+3) =$$

$$5 + (-6) =$$

۲- علاوه بر روش فوق، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق را با محور نیز آموخته‌اید. اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$(+2) + 4 =$$

$$5 + 1 =$$

$$(+3) + (+2) =$$

نتیجه: اگر هر دو عدد مثبت باشند حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$-3 - 4 = -3 + (-4)$$

$$-4 - (+1) =$$

$$(-4) + (-2) =$$

نتیجه: اگر هر دو عدد منفی باشند،.....

حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید.

$$(+4) + (+6) =$$

$$(+10) + (+20) =$$

$$(+100) + 200 =$$

$$-6 + (-7) =$$

$$(-4) - (+6) =$$

$$-8 - 3 =$$

$$(-40) + (-8) =$$

$$-200 + (-400) =$$

$$(-40) - (+30) =$$

$$-80 - 5 =$$

$$-70 - 10 =$$

$$-9 - 10 =$$

با دو روشی که برای جمع و تفریق می‌شناسید، در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید و نتیجه را

بنویسید.

$$(+5) + (-3) =$$

$$4 + (-2) =$$

$$-4 + (+5) =$$

$$6 - 3 =$$

$$-3 + 7 =$$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها

مقدار مثبت بیشتر باشد،

$$(+5) + (-8) =$$

$$4 + (-6) =$$

$$5 - (+7) =$$

$$7 - 9 =$$

نتیجه: اگر در جمع دو عدد یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد

منفی بیشتر باشد

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(+5) + (-2) =$$

$$-10 - (-20) =$$

$$80 - 30 =$$

$$(+5) + (-7) =$$

$$(-8) - (-4) =$$

$$-20 + 10 =$$

$$(+9) - (+7) =$$

$$-3 + 9 =$$

$$-18 + 10 =$$

$$(+10) - (-20) =$$

$$-200 + 100 =$$

$$-40 + (+10) =$$



۱- عددها را از کمتر به بیشتر و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۳- و ۱۲ و ۳۴- و ۵- و ۰ و ۴۵ و ۱۵- و ۵ و ۱- و ۲

پاسخ مسئله‌های زیر را در دفترتان بنویسید.

۲- اگر طبقه هم کف یک ساختمان را با صفر و طبقه‌های بالای هم کف را با + و زیر هم کف را با - نشان دهیم.

مسئله زیر را پاسخ دهید.

شخصی در طبقه ۵+ سوار آسانسور شد. ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از خرید، ۶ طبقه به پایین آمد. پس از خرید جای ۲ طبقه پایین رفت و در صندوق خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در پارکینگ سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟

۳- دمای هوای شهرکرد ۲ درجه زیر صفر است. اردبیل ۸ درجه از شهرکرد سردتر است. دمای هوای شهر

اردبیل چند درجه است؟

۴- دمای شهرکرمان، سنندج و یاسوج به ترتیب ۲۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر

است. سنندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ سنندج چند درجه از یاسوج گرم‌تر است؟

۵- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$-۸ + \square = -۱۰$$

$$-۱۰ + \square = ۱۵$$

$$-۴ + \square = -۸$$

$$۱۰ + \square = -۲۰$$

$$۱۰ + \square = ۱۵$$

$$۱۰ + \square = -۵$$

$$-۴ - \square = -۸$$

$$-۳ - \square = +۵$$

$$۲ - \square = -۸$$

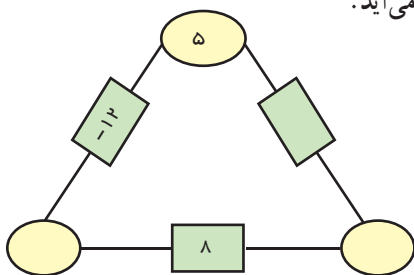
$$۴ - \square = ۱۰$$

$$۴ - \square = -۸$$

$$-۶ \square = ۱۵$$

۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع از مجموع عددهای دو رأس به دست می‌آید.

جاهای خالی را کامل کنید.



۷- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$۱۰ - (-۴) =$$

$$-۸ - ۴ =$$

$$-۱۶ + ۱۵ =$$

$$-۱۴ + ۲۰ =$$

$$-۱۰ - (-۵) =$$

$$-۱۰ - (+۵) =$$

$$۱۰ - ۶ =$$

$$۱۰ - ۲۰ =$$

$$-۱۰ - (+۲۰) =$$

$$۱۰ - (+۵) =$$

$$۱۰ - (-۵) =$$

$$-۱۰ - (-۲۰) =$$

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

۱- مانند نمونه جمع و تفریق دو عدد دو رقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید. سپس با توجه به جدول مقابل حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

دهگان	یکان
۳	۴
-۲	۷
۱	-۳

→ $۱۰ + (-۳) = ۱۰ - ۳ = ۷$

د	ی
۲	۷
-۳	۹

د	ی
-۱	۷
-۲	۴

د	ی
-۴	۳
+۵	۱

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دو رقمی را انجام دهید.

د	ی
۶	۷
-۲	۳
-۳	۱

د	ی
-۴	۳
+۵	۱
-۳	۴
-۲	-۶

$-۲۰ + (-۶) =$

۲- حاصل عبارتهای ردیف اول را با کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید، نیز پیدا کنید. روش کار را

$$۲۷ - ۳۹ =$$

توضیح دهید.

$$-۴۳ + ۵۱ =$$

$$-۱۷ - ۲۴ =$$

کدام یک از دو روش برای شما ساده‌تر بود؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید.

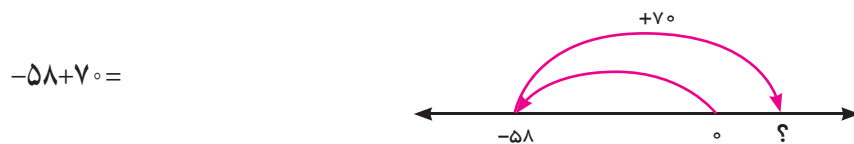
حاصل عبارتها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

د	ی
-۲	۴
-۴	۹

د	ی
-۸	۱
+۳	۵

د	ی
۴	۳
-۷	۵

۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می‌شود و از روی حرکت فلش‌ها می‌توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه شکل، حاصل مثبت و جواب $۷۰ - ۵۸ = ۱۲$ است.



اکنون حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.

$-۴۳ - ۴۵ =$

$-۸۱ + (-۵۷) =$

$۶۵ - ۷۳ =$

۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید. برای منفی کردن عددها از کلید $+/-$ استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می‌کند. برای وارد کردن عدد -۴۳ دکمه را به این ترتیب وارد کنید.



چه راه حل دیگری دارید؟

۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت مثبت است یا منفی.

$-۸۰ + ۱۳۰ =$ $-۴۰ - ۹۰ =$ $۱۰۰ - ۲۰۰ =$ $۱۰۰ + (-۵۰) =$

۲- حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید.

$-۱۳۷ + ۲۱۱ \cong -۱۰۰ + ۲۰۰ = ۱۰۰$ $-۴۷۱ + ۱۸۲ \cong$

$۵۰۲ - ۷۹۴ \cong$ $-۴۷۱ - ۲۱۱ \cong$

۳- حاصل دقیق عبارت‌های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

ص	د	ی
۱	۲	۴
-۲	۳	۷

ص	د	ی
-۱	۲	۵
+۲	۳	۱

ص	د	ی
۳	۳	۱
-۲	۵	۷



۲- یک زیر دریایی ۱۵۰ متر پایین تر از سطح دریا قرار دارد. زیر دریایی دیگری ۵۰ متر از آن بالاتر است. ارتفاع زیر دریایی دوم نسبت به سطح دریا چند متر است؟

۳- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید. از هر روشی که می خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7) + ((-4) + (-5))$$

$$(-13) + ((-9) + 17) =$$

$$136 - 260 =$$

$$(-36) + (-17) =$$

$$(-37) - (-8) =$$

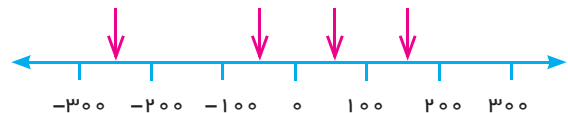
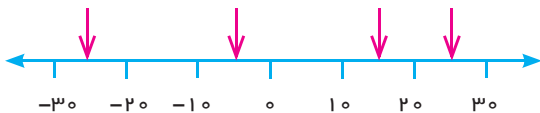
$$12 + 15 - 7 =$$

$$15 - 9 - 8 =$$

$$17 - 25 - 12 =$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی هم کف و ۳ طبقه زیر هم کف تشکیل شده است. احمد در طبقه ۲- است. او ابتدا ۳ طبقه بالا است. سپس ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم اکنون در کدام طبقه است؟

۵- نقاط مشخص شده به طور تقریبی چه عددی را نشان می دهند؟



۶- حاصل عبارتهای زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71 + 59 \cong$$

$$-83 - 48 \cong$$

$$-41 + 37 - 82 \cong$$

$$37 - 71 \cong$$

حاصل هر عبارت را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۷- جاهای خالی را کامل کنید.

-۸		۴
	۰	
-۲		۵



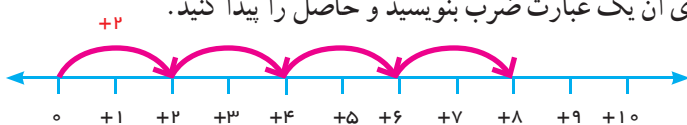
	۳	
۶		-۷
	۴	

-۱۰

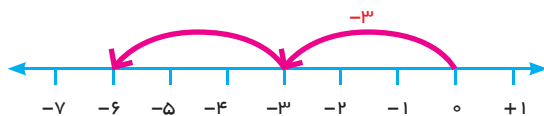


۵
-۸

۱- به کمک محور و حرکت انجام شده روی آن یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را پیدا کنید.



$$\dots \times \dots = \dots$$



$$\dots \times \dots = \dots$$

۲- اگر فرض کنیم هر \bigcirc یعنی ۱ پس ۳ تا \bigcirc مساوی ۳ تا $(+1)$ یعنی $+3$ ، پس: $3 \times (+1) = +3$

هر \bullet یعنی ۱ پس ۳ تا \bullet یعنی ۳ تا (-1) یعنی -3 پس: $3 \times (-1) = -3$

حالا تساوی‌ها را کامل کنید.

$$4 \times (-1) =$$

$$5 \times (+1) =$$

$$6 \times (-1) =$$

$$-7 = 7 \times (-1)$$

$$+6 =$$

$$-1 \circ =$$

۳- مانند نمونه‌ها حاصل ضرب‌ها را به دست آورید.

$$(+4) \times (+2) = 4 \times 2 =$$

$$(+5) \times (+3) =$$

$$(-1) \times (-3) = -(-3) = +3$$

$$(+4) \times (-3) = 4 \times 3 \times (-1) = 12 \times (-1) = -12$$

$$(+3) \times (-7) =$$

$$(+2) \times (-8) =$$

$$(-4) \times (+3) = -1 \times 4 \times 3 = -1 \times 12 = -12$$

$$(-2) \times (+5) =$$

$$-3 \times (+6) =$$

$$(-2) \times (-4) = -1 \times 2 \times 4 \times (-1) = -1 \times 8 \times (-1) = -(-8) = +8$$

\times	$+$	$-$
$+$		
$-$		

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

به کمک آن حاصل ضرب‌ها را بنویسید.

$$-4 \times (-8) =$$

$$(+5) \times (-3) =$$

$$(-6) \times (-7) =$$

$$(+8) \times (+5) =$$

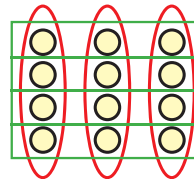
$$(-4) \times (+3) =$$

$$-7 \times 5 =$$

۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونه زیر استفاده می کردید.

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \div 4 = 3$$



$$4 \times 3 = 12$$

$$12 \div 3 = 4$$

ضرب‌های زیر را ابتدا با محور نشان دهید. سپس تقسیم‌های متناظرشان را بنویسید.

$$(+4) \times (-3) = (-12)$$

$$(+6) \times (-2) = (-12)$$

$$(+3) \times (-5) = (-15)$$

$$(+2) \times (-4) = (-8)$$

بدون استفاده از محور برای هر یک از ضرب‌های فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم‌های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد کامل کنید و حاصل تقسیم‌ها را به دست آورید.

÷	+	-
+		
-		

$$(-12) \div (+2) =$$

$$(+21) \div (-3) =$$

$$(-14) \div (-7) =$$

$$(+21) \div (+7) =$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(-2) \times (-4) \div (+8) =$$

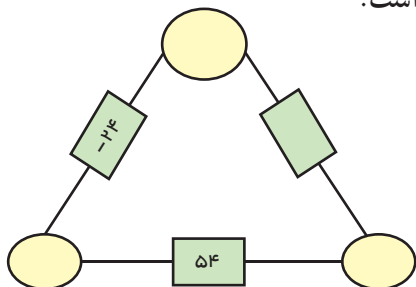
$$-4 \times (+3) \div (-2) =$$

$$(-14 \div (+7)) \times (-3) =$$

$$(28 \div (-4)) \times (+3) =$$

۲- حاصل ضرب عددهای روی رأس‌های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.

جاهای خالی را کامل کنید.



۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

_____ و _____ و _____ و ۳ و ۰ و ۳ و ۶ و ۹ و _____ و _____ و _____ و _____

_____ و _____ و _____ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵ و _____ و _____ و _____ و _____

۱- جملات زیر را کامل کنید.

- اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح است.
- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح و دیگری

است.

- اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود یکی از آنها است.

- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح است.

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت مثبت یا منفی است؟

$$(-41 - 80) \times (-50 + 60) =$$

$$(-27 + 50) \times (-40 + 20) =$$

$$(-80 - 40) \times (-40 \div 5) =$$

$$(-8 \div 4) \times (-2 \times 3) =$$

۳- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$(-200) \div \quad = 20$$

$$-40 \div \quad = -80 \quad (+100) \div \quad = -20$$

$$20 \div \quad = -4$$

$$-8 \times \quad = 80 \quad -100 \div \quad = 20$$

۴- همهٔ پاسخ‌های ممکن برای عبارت $-12 = \square \times \triangle$ را بنویسید.

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$((-2) + (+3)) \times (-5) =$$

$$((+2) + (-7)) \div (-5) =$$

$$(-5 - 4) \times (-6) =$$

$$-5 \times (-4 - (-3)) =$$

- ۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. طول مسیر 1200 کیلومتر است و قطار در هر ساعت 60 کیلومتر حرکت می‌کند. شهر شاهرود را که در نیمهٔ راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:



قطار چه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟

چه ساعتی به تهران می‌رسد؟

قطار در ساعت ۳- در چه فاصله‌ای از شاهرود بوده است؟

در چه ساعتی 220 کیلومتر بعد از شاهرود است؟

جدول زیر را کامل کنید.

زمین (برحسب ساعت)	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
مکان قطار نسبت به شاهرود	-600	-480									

- در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.
- عدد علامت دار
 - عدد صحیح
 - قرینه عدد
 - گسترده عدد صحیح
- در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- قرار دادی برای جهت‌های مثبت و منفی
 - محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت - صفر - منفی)
 - قرینه قرینه یک عدد صحیح
 - صحیح مثبت همان عدد طبیعی است.
 - تبدیل تفریق به جمع
 - جمع و تفریق روی محور
 - جمع و تفریق با دایره‌های توپر و خالی
 - مقایسه و ترتیب کردن عددهای صحیح
 - جمع و تفریق دو عدد صحیح
 - تعیین علامت در ضرب و تقسیم
 - ضرب و تقسیم دو عدد صحیح
 - انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی
 - انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و با ماشین حساب
 - حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های سوم (عبارت‌های جبری) خواهید دید.
این درس در زندگی روزمره در بیان عددهای علامت‌دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد. شما می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید این این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(-4) - (-8) =$$

$$(-6) + (-7 - 3) \times (2 \div 18 - 1) =$$

$$-20 + 5 =$$

$$-16 - (+4) =$$

$$-4 - 20 + 100 =$$

۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟

۱- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید. الگو را به فارسی توضیح دهید.

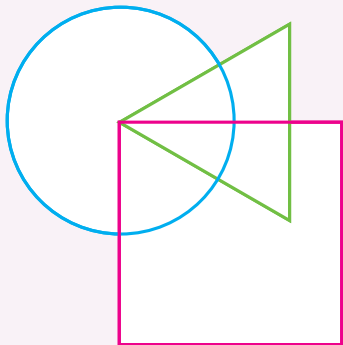
..... و و و ۱۵ و ۱۲- و ۹ و ۶- و ۳

..... و و و ۱۲- و ۱۰- و ۸ و ۶ و ۴- و ۲-

۲- عددهای متوالی و ۲۲ و ۱۷ و ۱۲ و ۷ و ۲ پنج تا پنج تا افزایش پیدا می کنند. در توالی دیگر و ۲۴ و ۱۷

و ۱۰ و ۳ هم عددها هفت تا هفت تا افزایش پیدا می کنند. عدد ۱۷ در هر دو توالی مشترک است. عدد مشترک بعدی کدام است؟

۳- با توجه به شرایط زیر عددهای داخل شکل ها را مشخص کنید.



● عدد ۲ داخل هر سه شکل است.

● عدد ۳- داخل دایره و مثلث است ولی در مربع نیست.

● عددهای ۱۰ و ۵- در مربع و دایره اند ولی در مثلث نیستند.

● حاصل جمع عددهای داخل دایره صفر است و ۶ عدد در دایره قرار دارد.

● فقط ۵ داخل مربع است و ۴- فقط داخل دایره است.

● جمع عددهای داخل مثلث نیز صفر است و ۴ عدد داخل آن قرار دارد.

۴- در شهر همدان در یک شبانه روز پاییزی حداقل دما ۸- درجه و حداکثر آن ۱۲+ درجه است. میانگین دما چند درجه

است؟

۵- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$۱۲+۱۵-۷=$$

$$۱۳-۸+۴=$$

$$۱۵-۹-۸=$$

$$(-۴-۳) \times (-۸)=$$

$$(۸-۹) \times (-۲)=$$

$$(-۱) \times (-۲) \times (-۳)=$$

۶- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد.

۷- در روز درخت کاری ۱۸۰ نهال درخت کاشته شد. ۴۰٪ این درختان کاج بودند. چند درخت کاج کاشته شده است؟

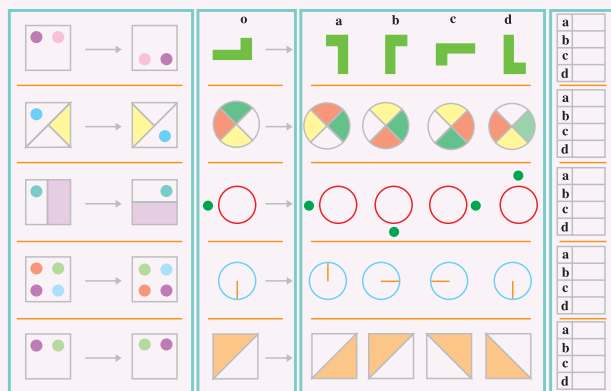
۸- ۳۵ مهره را به دسته های ۲ تایی تقسیم کردیم. با هر دو دسته دو تایی یک دسته چهار تایی درست کردیم. با هر دو دسته ۴

تایی یک دسته ۸ تایی درست کردیم و این کار را ادامه دادیم. در انتها بزرگ ترین دسته چند مهره داشت؟ آیا دسته ۴ تایی باقی ماند؟

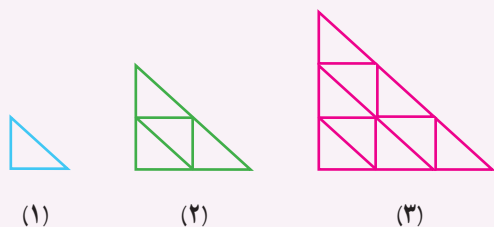
۹- در یک مدرسه دوره متوسطه اول ۴۰٪ دانش آموزان در کلاس اول ۳۲٪ در کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس می خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می خوانند؟ اگر تعداد دانش آموزان کلاس دوم ۸۰ نفر باشد تعداد کل دانش آموزان و تعداد دانش آموزان کلاس اول را پیدا کنید.

۱۰- به رابطه بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. با توجه به آن مشخص کنید کدام یک از شکل های (۱)، (۲)، (۳) یا

(۴) با شکل رسم شده همان رابطه را دارد؟



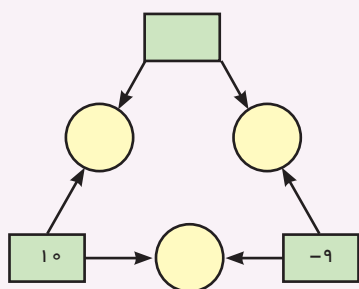
۱۱- سارا می خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آنها یک مداد ۱۵۰۰ تومانی بخرد ۲۰۰۰ تومان زیاد می آورد و اگر مدادهای ۱۷۵۰ تومانی بخرد، ۱۰۰۰ تومان کم می آورد، تعداد دوستان سارا را با حدس و آزمایش پیدا کنید.
۱۲- اگر کشیدن شکل ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، شکل شماره ۸ چند مثلث کوچک دارد؟



۱۳- دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها ۴- و حاصل ضرب آنها ۱۲- باشد.

۱۴- عددهای داخل دایره حاصل جمع عددهای داخل مربع اند. عددهای داخل دایره را کامل کنید. در چه صورت هر

سه عدد داخل دایره منفی خواهد بود؟





هندسه و استدلال فصل ۳

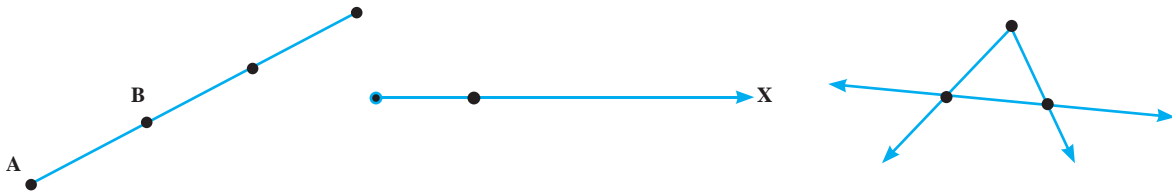


- روابط بین پاره خط‌ها
- روابط بین زاویه‌ها
- رسم مثلث
- هم‌نهشتی مثلث‌ها

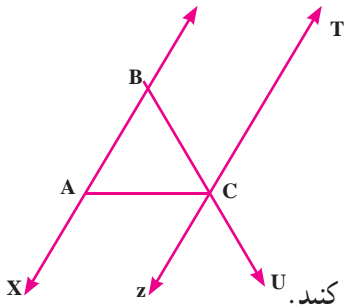
شکل‌های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیایی از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر خط را با حروف کوچک نام‌گذاری می‌کنیم.

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و پاره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط :

نیم خط :

پاره خط :

دو خط موازی نام ببرید و با علامت || موازی بودن را نشان دهید.

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و به‌صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = \dots\dots \quad \dots\dots = \dots\dots \quad \dots\dots = \dots\dots \quad \dots\dots < \dots\dots < \dots\dots$$



۳- در شکل مقابل پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

$$\overline{AB} =$$

$$\overline{BC} =$$

$$\overline{AC} =$$

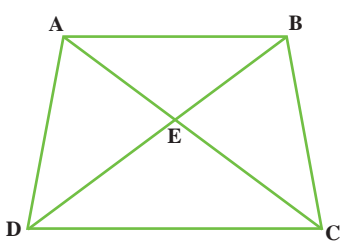
آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟

آیا بدون اندازه‌گیری می‌توان رابطه زیر را نوشت؟ چرا؟

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به‌جای پاره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.



$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

۱- تمام پاره خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

مانند نمونه رابطه‌های دیگر را بنویسید.



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} =$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} =$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} =$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره خط AB است.

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

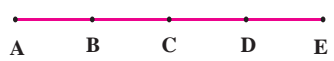
$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

۲- اگر پاره خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



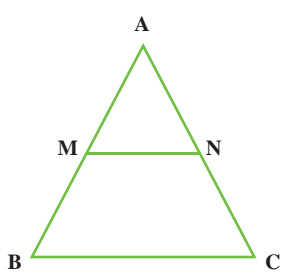
$$\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AB}$$

$$\overline{CE} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AE}$$

$$\overline{AE} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{BE}$$

$$\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{BC}$$

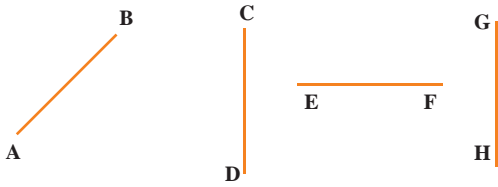
مثلث ABC متساوی الاضلاع است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.



$$\overline{AB} = \overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{AM} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AB}$$

$$\overline{AM} = \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}} \overline{AN}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} \quad \text{درستی تساوی مقابل را با اندازه گیری بررسی کنید.}$$



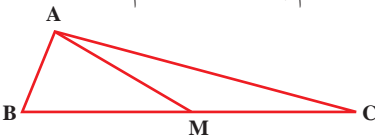
با توجه به پاره خط‌ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ ، رابطه‌های زیر را کامل کنید (این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می‌گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{---} = \text{---}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{---} < \text{---}$$

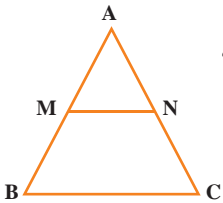
۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط‌ها در شکل زیر می‌بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط‌ها را نام ببرید. (M وسط ضلع BC است).



۲- یک خط رسم کنید و نقاط A و B, C, D را طوری روی آن نام‌گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

۳- مثلث ABC متساوی الاضلاع است. M, N وسط‌های ضلع‌ها اند. چگونه می‌توانید دلیل بیاورید



که مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است؟

۴- تمام نقاط شکل مقابل را به هم وصل کنید. چه شکلی به وجود آمد؟

کدام پاره خط‌ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می‌کنند؟

کدام پاره خط‌ها قطرهای چندضلعی هستند؟

۵- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

(الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ (ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

(ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟ (د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

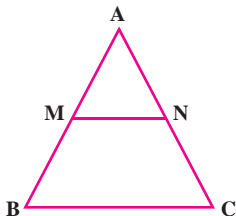
۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می‌آید؟ چرا؟

۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن اندازه قد حسین (c) است.

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow$$

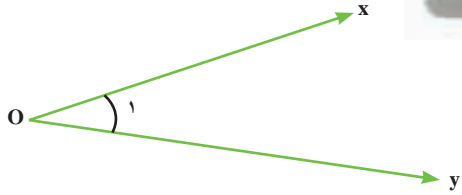
رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق‌های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و



تساوی‌های ریاضی دلیل بیاورید که $\overline{AM} = \overline{AN}$ است.

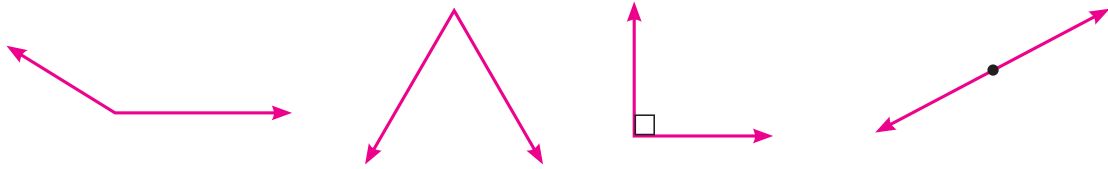
روابط بین زاویه ها



زاویهٔ مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.
چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$\hat{x}\hat{O}y = \hat{y}\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

۱- با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



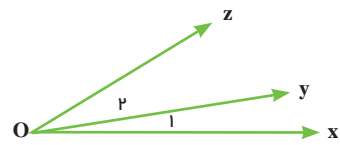
۲- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با نقاله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

$$\hat{x}\hat{O}y + \dots = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 =$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \dots = \hat{z}\hat{O}y$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 =$$



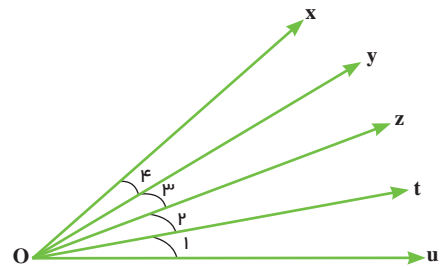
۳- زاویه های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3, \hat{O}_4$ همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \dots \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \dots \hat{t}\hat{O}x$$

$$\hat{y}\hat{O}t = \dots \hat{O}_2$$

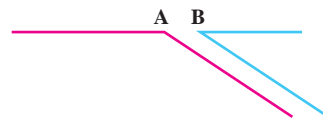
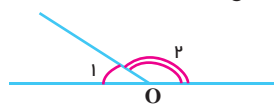
$$\hat{O}_2 = \dots \hat{z}\hat{O}u$$



۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.

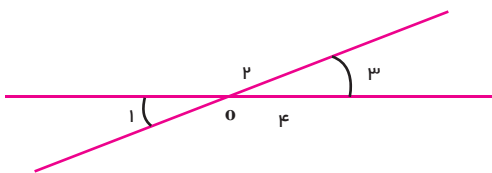


$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$



۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

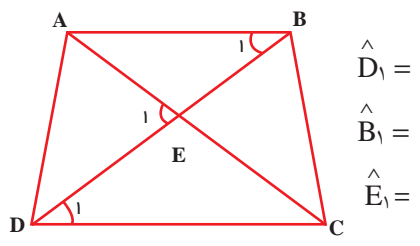


$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 =$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 =$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_4 =$$

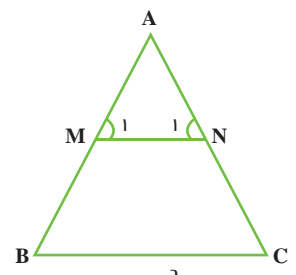
$$\hat{O}_3 + \hat{O}_4 =$$



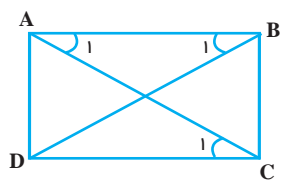
$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \\ \hat{B}_1 &= \\ \hat{E}_1 &= \end{aligned}$$

۱- زاویه‌های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۴ تا از رابطه‌های بین زاویه‌ها را بنویسید.

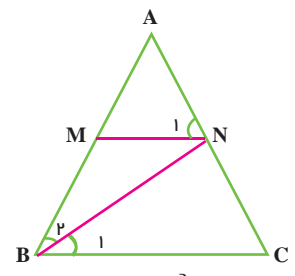


$$\left. \begin{aligned} \hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ C &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

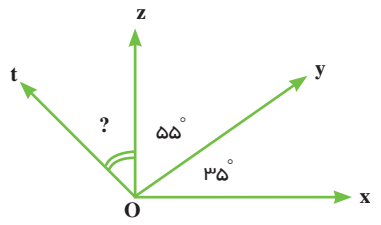


$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

۲- رابطه‌ها را کامل کنید.



$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



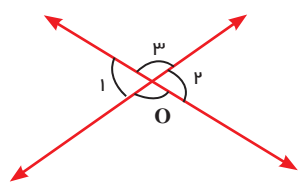
۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه؟ را پیدا کنید.

$$x \hat{O}t = t \hat{O}z + z \hat{O}y + \text{_____}$$

اگر $x \hat{O}t = 120^\circ$ باشد.

$$120^\circ = ? + \text{_____} + \text{_____} \Rightarrow ? = \text{_____}$$

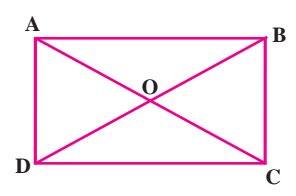
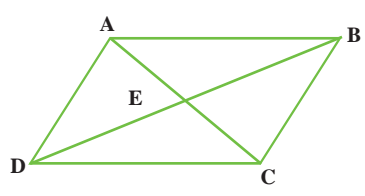
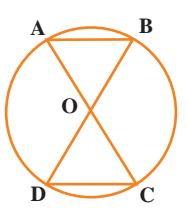
۱- با توجه به شکل مقابل رابطه‌ها را کامل کنید.



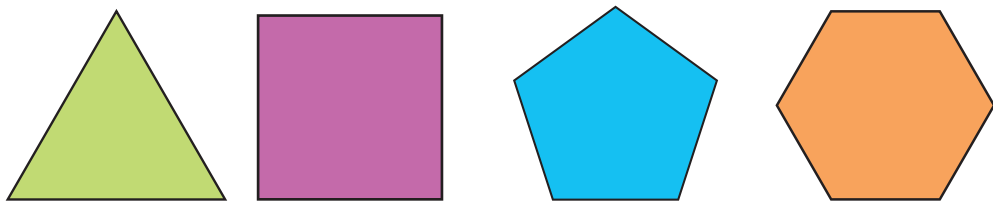
$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= \text{_____} \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= \text{_____} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{_____} = \text{_____}$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

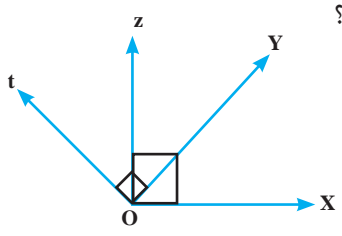
۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل‌های زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.



- ۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.
- ۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با نقاله نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها بنویسید.
- ۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند ضلعی‌های منتظم می‌گوییم.

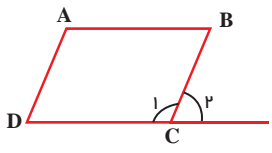


با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟
 اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؟



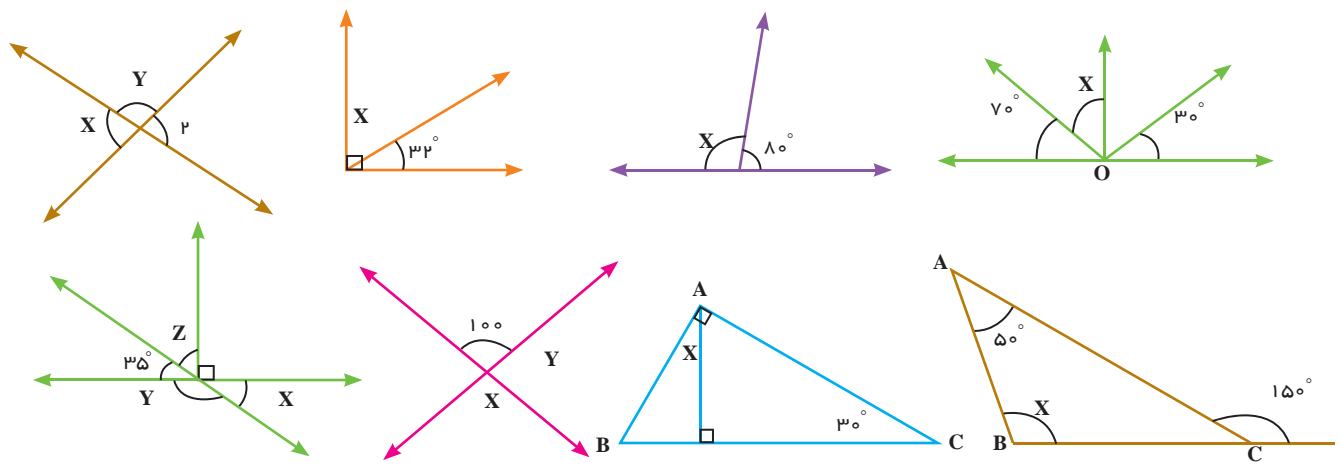
۴- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های $x\hat{O}z$ و $t\hat{O}y$ ، 90° هستند.
 چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های $x\hat{O}y$ و $t\hat{O}z$ مساوی‌اند؟

۵- می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های کنار هم مثل A و B یا D و C یا C_1 و D_1 با هم مکمل‌اند.



چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه C_1 و B مساوی‌اند؟

۶- اندازه زاویه x, y را در شکل‌های زیر پیدا کنید.



۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ باشد.
چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟



۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن $AC = 2 \text{ cm}$ باشد.
چند مثلث می توان رسم کرد؟

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB ، AC ، BC به ترتیب ۳، ۲ و $2/5$ باشد.
چند مثلث می توان رسم کرد؟

وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید، پاک نکنید.

- ۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.
ابتدا یک پاره خط به اندازه ۴ سانتی متر را بکشید.
چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه ۳ سانتی متر باشند؟
چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟
اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه ۳ و هم از نقطه B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟
آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟
در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

۱- مثلثی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB = 3\text{ cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A} = 5^\circ$ باشد.
چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3\text{ cm}$ و زاویه آن $\hat{B} = 4^\circ$ و $\hat{A} = 5^\circ$ باشد.
چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟

۳- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{ cm}$ باشد.
چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

۴- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{ cm}$ باشد. زاویه بین آنها یعنی $\hat{A} = 5^\circ$ باشد.
چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته‌اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ض ز) دو زاویه و (ض ض ض) یک ضلع بین، (ض ض ض) دو ضلع و زاویه بین می‌نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی از حالت‌های سه‌گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

۱- مثلث ABC را در حالت‌های زیر رسم کنید. (نام‌گذاری و اندازه‌گیری را فراموش نکنید.)

الف) $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4\text{ cm}$ ، $\overline{BC} = 2\text{ cm}$

ب) $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4\text{ cm}$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

ج) $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ ، $\hat{B} = 100^\circ$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{A} = 50^\circ$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{C} = 55^\circ$ باشد.

چند مثلث با این شرایط می‌توانید رسم کنید؟

اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق‌اند؟

دلیل خود را بیان کنید.

۳- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی‌متر باشد. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

۴- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی‌متر و زاویه رأس آن 40° درجه باشد.

۵- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $3/5$ سانتی‌متر و زاویه‌های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.

۶- آیا می‌توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم‌اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نورافکن چند درجه باید بچرخد تا

نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی‌متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه موردنظر را اندازه بگیرید.)

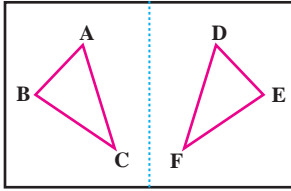
۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی‌متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟



۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید.

کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ‌تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را

باز کنید و مثلث دیگر را $\triangle DEF$ بنامید.



این دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ که بر هم منطبق می‌شوند، با یکدیگر هم نهشت (یا قابل انطباق) هستند و می‌نویسیم:

$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

چه راه‌های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می‌دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

کارین)

۲- در دو مثلث هم نهشت (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی‌اند تساوی‌های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{DC} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \hat{A} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \hat{B} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \hat{C} = \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- مثلث‌های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3 \text{ cm} \quad DF = 2 \text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ$$

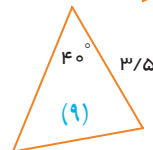
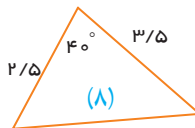
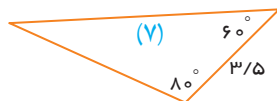
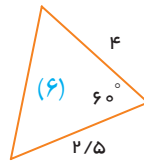
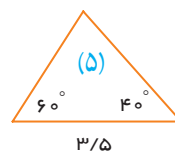
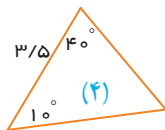
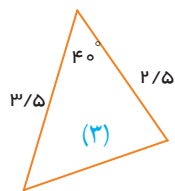
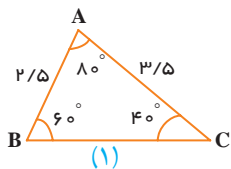
$$AB = 3 \text{ cm} \quad AC = 2 \text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ$$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

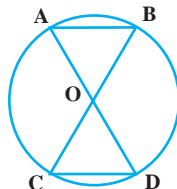
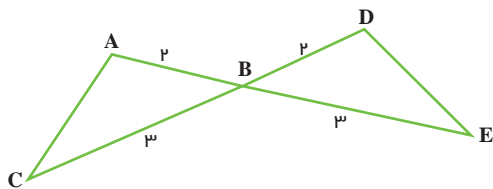
همان‌طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می‌آید، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهشت‌اند.

از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

۱- مشخص کنید مثلث ABC با کدام مثلث و در چه حالتی برابر است.

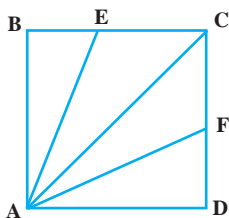


۲- با توجه به شکل مقابل چرا $AC=DE$ ؟



۳- با توجه به شکل مقابل چرا $AB=CD$ ؟

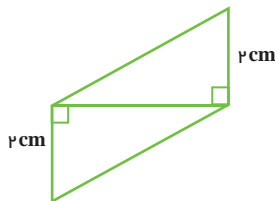
۴- چهارضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از



مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشند، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟

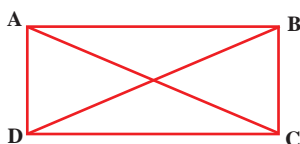
چرا $AE=AF$ ؟

چرا دو مثلث AEC و ACF هم نهشت اند؟

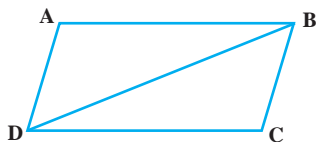


۵- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.

۶- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟

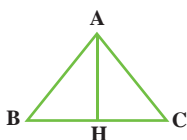


۷- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.



چرا زاویه های مقابل (\hat{A} و \hat{C}) مساوی اند؟

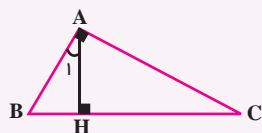
۸- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.



چرا دو مثلث AHC و AHB با هم قابل انطباق اند؟

- در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.
- اجزای متناظر
 - متقابل به رأس
 - مثلث‌های هم‌نهشت یا قابل انطباق
- در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- نام‌گذاری پاره‌خط، نیم‌خط و خط
 - نام‌گذاری زاویه
 - نوشتن رابطه بین پاره‌خط‌ها
 - نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
 - نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
 - دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
 - رسم مثلث در حالت ض ض ض
 - رسم مثلث در حالت ض ض ض
 - رسم مثلث در حالت ز ض ز
 - رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم
 - تساوی اجزای متناظر در دو مثلث
 - بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد این درس را در فصل‌های ششم (بردار) و نهم (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.



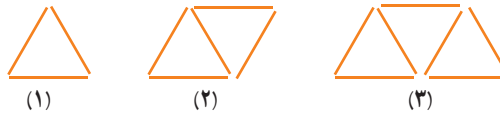
۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}_1$ است؟

۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.

ب) ضلع روبه‌رو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره‌خط از دو سر آن به یک اندازه است؟

۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

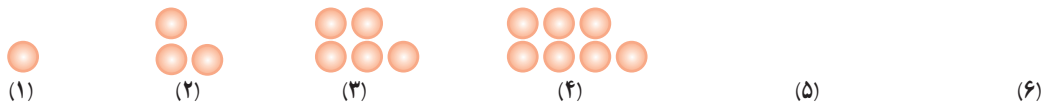


شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها وجود دارد. تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم را پیدا کنید.

شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

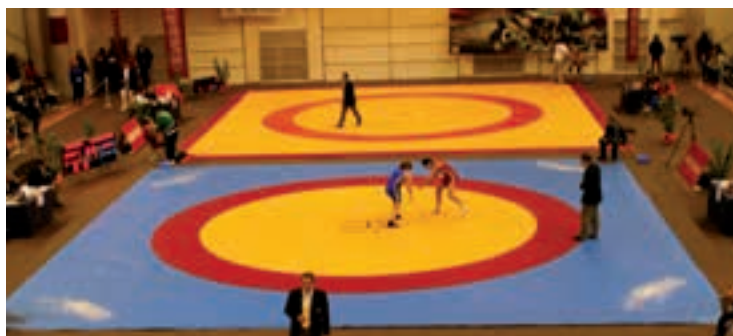
۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	n
تعداد دایره								

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	$\frac{6}{5}$	$5\frac{1}{3}$			a
محیط تشک				۳۲	۲۰	



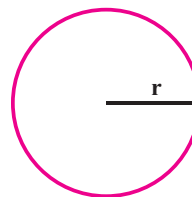
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a ، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

مساحت $S = \frac{3}{14} \times \dots \times \dots$

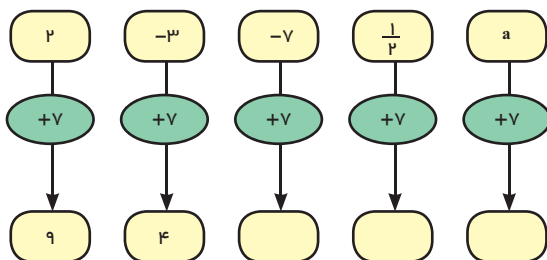
محیط $p =$



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

به فارسی توضیح دهید: _____

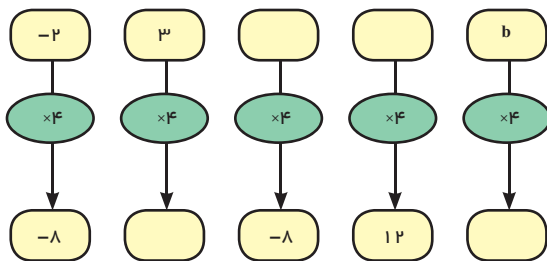
نمودارها را کامل کنید. _____



۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: _____

نمودارها را کامل کنید.



۴- جمله n ام الگوهای عددها را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

$2n$ و و و و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

..... و و و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵

..... و و و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳

..... و و و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

به کمک حروف و نوشتن عبارتهای جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارت کلامی بیان

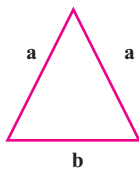
می‌کردید را می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابجایی دارد. یعنی $a + b = b + a$ است.

حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

$a + 0 = a$

$a \times b = b \times a$

$1 \times a = a$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

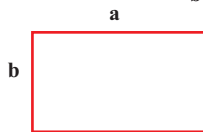
الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.

محیط = $P = \dots + \dots + \dots$

مساحت = $S = \dots \times \dots$



۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ

۸ کارت چقدر می‌شود؟

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی

را که او در یک هفته می‌خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰٪/۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان a است، با یک عبارت جبری بنویسید.

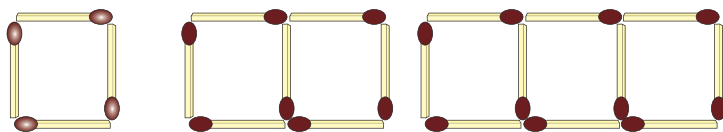


۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

..... و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۴

..... و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ و ۱

۶- شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟



۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



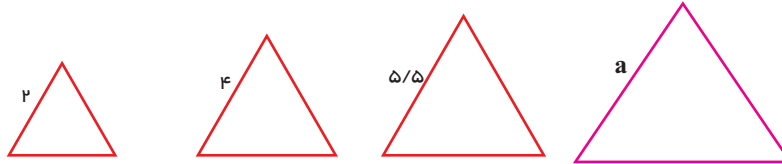


۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید. $p = \dots + \dots + \dots + \dots$

در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a+a+a+a=4a$$

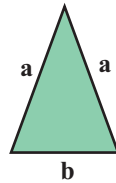
۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



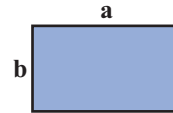
$$2+2+2=3 \times 2$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

$$p = \dots + \dots + \dots =$$



$$p = \dots + \dots + \dots + \dots =$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟

آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی

از عبارت های جبری آورده شده است:

$$3x - 7 \text{ و } 5z \text{ و } m \times 5n \text{ و } 4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت «.» یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « \times » پرهیز

می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « \times » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر

x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, \quad x \cdot y, \quad x(y), \quad (x)y, \quad (x)(y)$$

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: قیمت ۷ گلابی: قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی:

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

هزینه = + =

خرید اول خرید دوم

۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

$S_1 =$ مساحت مستطیل (۱) $S_2 =$ مساحت مستطیل (۲)

$S = S_1 + S_2 = \dots + \dots$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟

$S = (2+3)a$

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید.

۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت ۲، a ، $3a$ ، $8b$ و $5b$ یک جمله است. دو جمله a ، $3a$ متشابه‌اند اما $8b$ و $3a$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز، $(ab)c$ ، $a(bc)$ الزامی است.

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2$ $(4n-7) + (7n+4) =$

$3a-8b+6a+6b =$ $7a+6a-2a+3b =$

$4x-6y+1-3x+2y+7 =$ $2x-4y+7-3x+2y+1 =$

در زیر نحوه جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x + 5y - 4x + 8y = (6x - 4x) + (5y + 8y) = (6 - 4)x + (5 + 8)y = 2x + 13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$$2(2x + 5y) = 2 \times 2x + 2 \times 5y = 4x + 10y$$

$$-(3x - 5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x + 5y$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

۱- عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد
ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵
د) دو سوم محیط (p)

۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی

معرفی شده است، خریداری کند قیمت این چادر $5d + 4s$ است. اگر او در حال حاضر ۴s تومان داشته باشد و هر

هفته d تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می‌کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟

۳- یک عبارت کلامی برای عبارت‌های جبری زیر بنویسید.

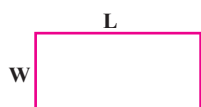
$$4x - 7$$

$$a + 8$$

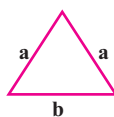
$$7x$$

۴- محیط و مساحت شکل‌ها را به صورت جبری بنویسید.

p =

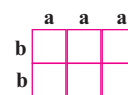


p =



p =

s =



۵- عبارت‌های جبری را ساده کنید.

۱) $3a - 8 + 7a + 6b$

۲) $3p + 4t - 2p + 7t$

۳) $(4n - 7) + (5n + 6)$

۴) $(2x - 8) - (3x + 7)$

۵) $4(2x - 1) + 3x - 7$

۶) $2x - 7 - (4x + 8)$

۷) $6 - 7e + 9h - 2h + 5e$

۸) $4(y + x + 2) - 8(x - 6 + 1)$

۹) $4x + 7y - 8x + 2y + 6x$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟

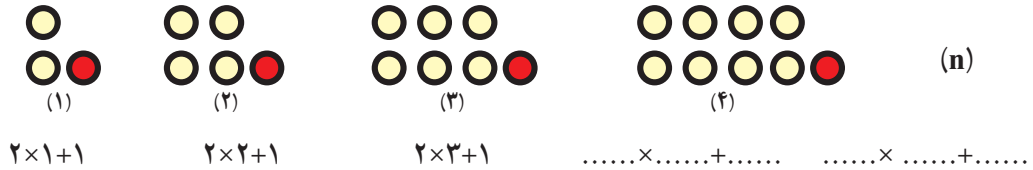
۱) $t + 5t$

۲) $-u - 3v + 4$

۳) $3z + 9y$

۴) $7m - 9n$

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید.

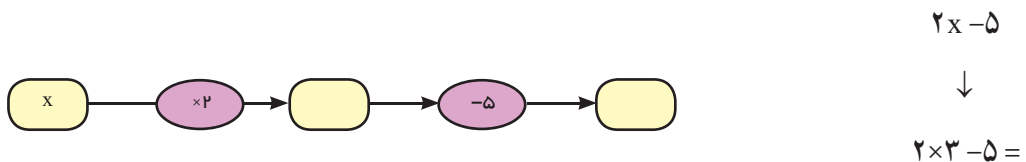
۲- اگر جمله n ام یک الگو $3n-5$ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n-7$ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۱	۳	۰	۸	-۵	-۷	$\frac{3}{2}$
$2n-7$	$2 \times 1 - 7 = -5$						

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $p = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a - (a - 2b) \quad a = 5, \quad b = 3$$

$$5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=3$ ، $t=6$ محاسبه کرده‌اند. کدام یک پاسخ را درست به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید. $3(t+27 \div s)$

$$\text{حسین: } 3(6+27 \div 3)$$

$$= 3 \times (6+9)$$

$$= 3 \times 15 = 45$$

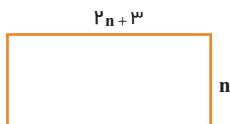
$$\text{حسن: } 3(6+27 \div 3)$$

$$= 3 \times (33 \div 3)$$

$$= 3 \times 11 = 33$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $a=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1+2a} =$$



۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(y \times y - 8) \div 12 =$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y)$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y) =$$

از مقایسه جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰ تومان خریداری می‌کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) نگهداری می‌کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m = 3 \quad \text{و} \quad n = -4 \quad -6x + y(x-y) \quad x = 8 \quad \text{و} \quad y = 1$$

a	2	-5	$\frac{3}{4}$
$a+7$			

b	3	-3	0	$-\frac{1}{2}$
$-3b+4$				

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases} \quad 4x-3y+7x-2(2x-y+3) \quad \begin{cases} x=1/7 \\ y=-0/6 \end{cases} \quad 2(x-3y+1)-(2x-6y-3)$$

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$p = 4a$$

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$			

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟

پاسخ معادله چیست؟

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود.

برای مثال $4n = 12$ و $6n = 37$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را

برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x \times x = 4$$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{l} 4 = 4 \\ +3 \downarrow \\ \hline 4 + 3 = 4 + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 = 4 \\ -7 \downarrow \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 = 4 \\ +1/5 \downarrow \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 = 4 \\ -\frac{2}{3} \downarrow \\ \hline \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{l} 8 = 8 \\ \times 3 \downarrow \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8 = 8 \\ \times -2 \downarrow \\ \hline 3 \times 8 = 3 \times 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8 = 8 \\ \times 1/5 \downarrow \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8 = 8 \\ \times \frac{3}{4} \downarrow \\ \hline \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{array}{l} 2x - 1 = 7 \\ +1 \downarrow \\ \hline 2x - 1 + 1 = 7 + 1 \rightarrow 2x = 8 \\ \times \frac{1}{2} \downarrow \\ \hline \frac{1}{2} \times 2x = 8 \times \frac{1}{2} \rightarrow x = 4 \end{array}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x - 1 = 7 \rightarrow 2x = 7 + 1 = 8 \rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-8 = 2x + 4$$

$$9 = 4x - 7$$

$$2x - 4 = x$$

$$3 + 4x = 11$$

$$x - 3 = 4$$

$$x - 6 = 10$$

همان طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش‌های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته‌اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه را در باغچه‌ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۶ گل تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله: x : تعداد بنفشه‌ها در هر متر مربع

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

(حل معادله):

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$1) 2x - 3 = -9$$

$$2) 3x + 5 = 14$$

$$3) 3x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1$$

$$5) 7 + 2x = -8$$

$$6) 3x - 1 = 10$$

$$7) 2x - 4 = x - 3$$

$$8) x - 1 + 3x = 6x - 7$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۹۰۰ تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

۴- از یک توپ پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۵- آیا $x=2$ جواب معادله $\frac{x-3}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6}$ است؟ چرا؟

۶- آیا $x=-3$ جواب معادله $x \times x - 3x = 0$ است؟ چرا؟

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟

حل سه تمرین زیر برای همه دانش‌آموزان الزامی نیست.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

۹- دو عدد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- گردد.

- در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.
- الگوی عددی
 - عبارت جبری
 - متغیر
 - جملات متشابه
 - معادله
- در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.
- نوشتن جمله n ام یک الگو
 - پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن
 - تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
 - تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله
 - نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
 - پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری
 - ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات متشابه
 - مفهوم معادله و جواب معادله
 - ضرب عدد در پرانتز
 - روش حل معادله
 - ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- مقدر عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y - 3 - (2x - y - 7) =$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x + 2(x + 2) = 14$$

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸- شود.

۴- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۴۵ کیلوگرم از وزنش خود را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز

سوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.

$$2x - 1 = 7$$

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری

فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است:

(ب) چهار برابر تفاضل y و ۳

(الف) پنج مقدار بیشتر از n

(د) حاصل ضرب x و y تقسیم بر ۳

(ج) یک سوم عدد ۱۹

(i) $\frac{19}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (iv) $n+5$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$-5-8+9 =$$

$$7+3-18 =$$

$$-12+12+3 =$$

$$-4-5-6 =$$

$$-3+14-11 =$$

$$-8+12-4 =$$

۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$5f+8f+4+10f-9 =$$

$$3a+7+3a-5a-10 =$$

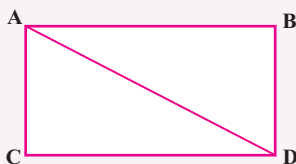
$$-4(x+1)+2(x+1) =$$

$$-6(y+x-1)+3(1-8-y) =$$

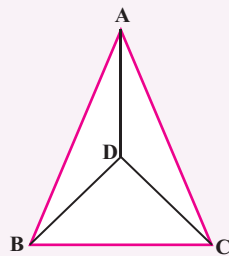
۴- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وترش ۵ سانتی متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث

استفاده کرده اید؟

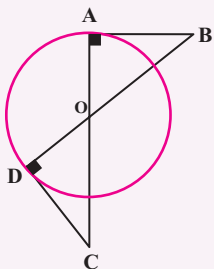
۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.



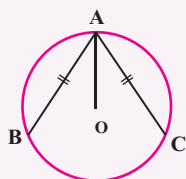
۶- در شکل مقابل $AC = AB$ و $DC = BD$ است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟



۷- با توجه به شکل دلیل تساوی دو پاره خط AB و DC و همچنین دو پاره خط OB و OC را بنویسید.



۸- می دانیم $AC = AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟



۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق ۱۸+ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون ۲۳ درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر ۳- شود.

-۱۲		-۴
-۲		-۱۸

۱۱- یک ماشین عددساز با قانون زیر کار می کند.

«عدد ورودی را در ۳ ضرب کن و حاصل را با ۷- جمع کن»

با وارد کردن عدد ۲+ به این دستگاه چه عددی خارج می شود؟

اگر عدد خارج شده ۵ باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟

$$۱۲- حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید. \quad -۱+۲-۳+۴-۵+...+۴۹+۵۰ =$$

علامت... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می کند.

۱۳- با کارت‌های عدد به صورت $\boxed{۶}$ $\boxed{۴}$ $\boxed{-۲}$ $\boxed{۰}$ $\boxed{-۱}$ $\boxed{-۳}$ $\boxed{-۵}$ $\boxed{-۷}$ جاهای خالی را کامل

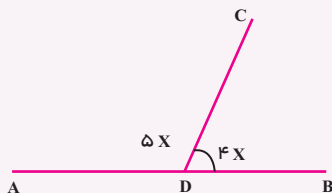
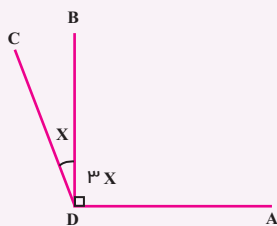
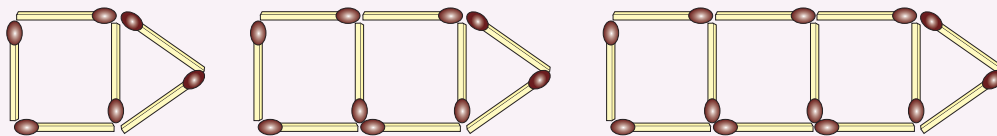
کنید.

$$\dots + \dots = -۱ \quad \dots + \dots = ۳ \quad \dots + \dots = ۵$$

$$\dots + \dots + \dots = \text{بیشترین مقدار ممکن} \quad \dots + \dots + \dots = \text{کمترین مقدار ممکن}$$

$$\dots + \dots = -۱$$

۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل‌های زیر است، تعداد چوب کبریت‌های لازم برای شکل n ام را پیدا کنید.





فصل ۵

سطح و حجم



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

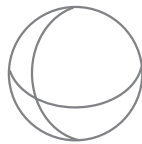
اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح می تواند به وجود آورد.



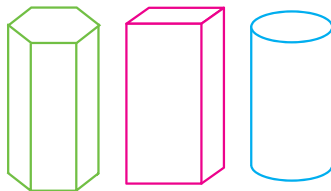
- ۱- به اطراف خود (کلاس - خانه - خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.
آیا چیزی پیدا می کنید که حجم نداشته باشد؟
در تصویر مقابل چه نوع حجم هایی را می بینید؟
آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟
آیا می توانید یک طبقه بندی از انواع حجم ها ارائه کنید؟

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیرهندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته تقسیم کرد. منشوری - کروی - هرمی. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

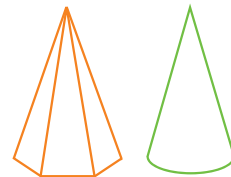
- ۱- در تصویر فعالیت بالا حجم های هندسی را با \checkmark و غیرهندسی را با \times مشخص کنید.
در حجم های هندسی نوع آن را تعیین کنید.
در حجم های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم هایی ساخته شده اند.
- ۲- با توجه به شکل های زیر خصوصیت های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم های کروی



حجم های منشوری



حجم های هرمی

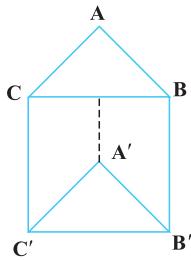
حجم های منشوری

حجم های مخروطی

حجم های کروی

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.
به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح‌های اطراف آن وجه جانبی، و به محل برخورد هر دو سطح یال و به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می‌گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه دارد؛ یال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.



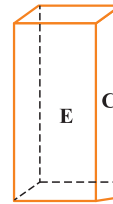
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور سه پهلو



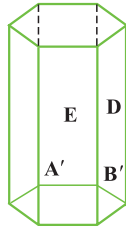
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور چهارپهلو



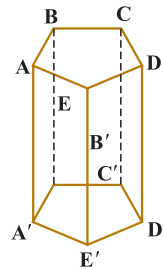
تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

قاعده‌ها :

منشور پنج پهلو منشور شش پهلو



تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها :

یال‌ها :

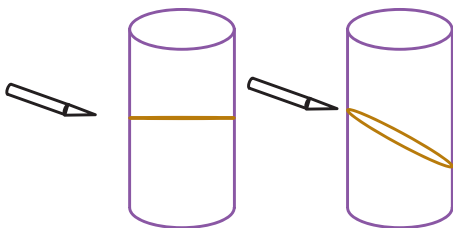
قاعده‌ها :

۲- برای اینکه در نام بردن یال و رأس چیزی جا نیفتد، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟

۳- اگر تعداد ضلع‌های قاعده منشور خیلی زیاد شود، به چه شکلی نزدیک می‌شود؟

۴- استوانه چند یال دارد؟ چند رأس؟ قاعده آن به چه شکلی است؟

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند



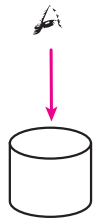
شکل‌های زیر آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن به چه شکلی است؟

همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید

منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار مقطع زدن می‌گویند.

نرم افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت

تمایل آنها را به کار ببرید.



۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟

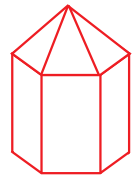
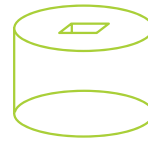
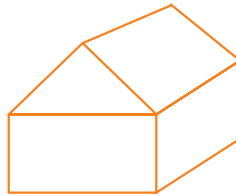
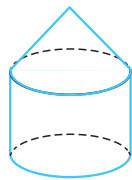
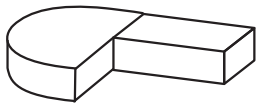
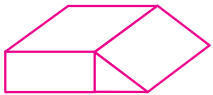
آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟

۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟

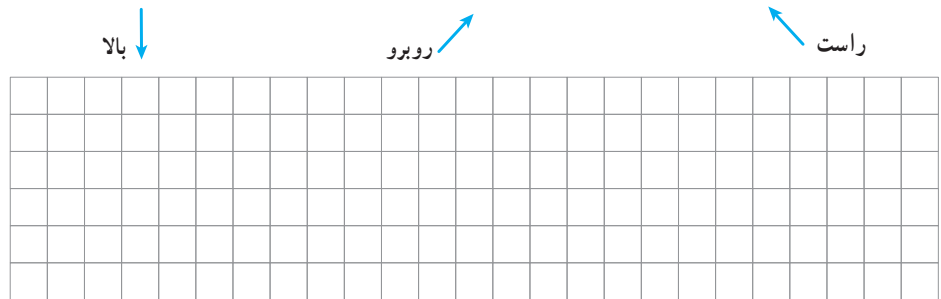
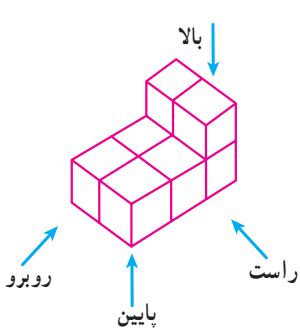
یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟

رأس های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟

۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر، ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟

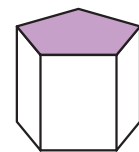
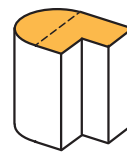
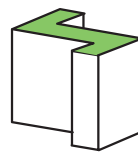
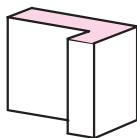
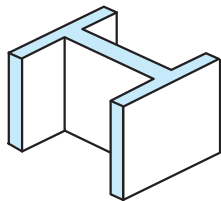


۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



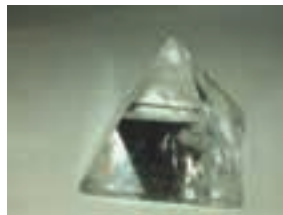
پایین ↑

۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).

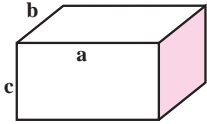


۶- بلورها کریستال های معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند، ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه مشخص کنید

۳ بلور زیر از چه حجم هایی درست شده اند؟



۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس جبر که در فصل قبل یاد گرفتید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.

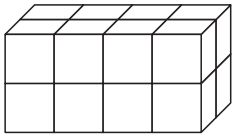


$$V = \text{حجم}$$

۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (2×4)

اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم.

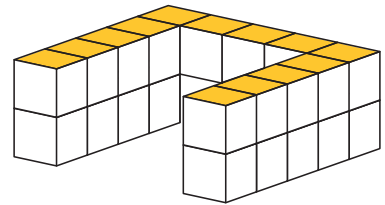
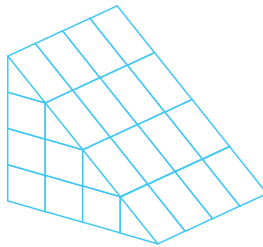
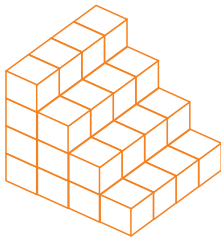
حجم آن چقدر می شود؟



اگر قاعده مکعب مستطیل 3×4 باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

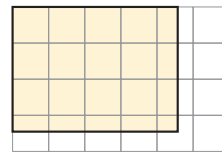
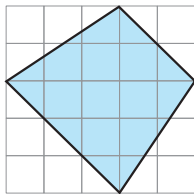
۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب

می گویند. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع های به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند

مربع به ضلع یک سانتی متر است. (می توانید از عددهای کسری هم استفاده کنید.)



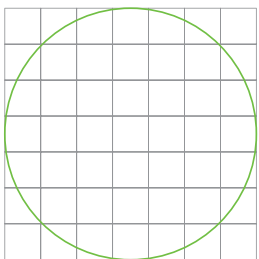
اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه

می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟

برای مثال قاعده یک استوانه که به شکل دایره است را با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم استوانه

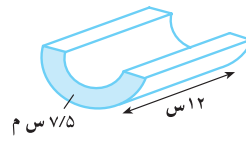
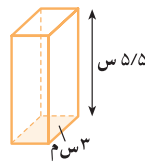
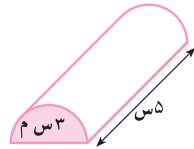
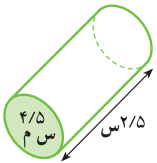
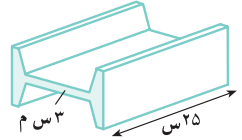
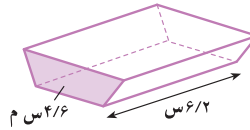
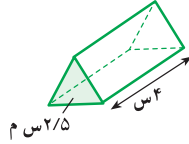
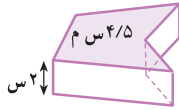
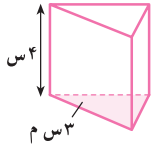
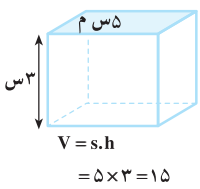
به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.



۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور

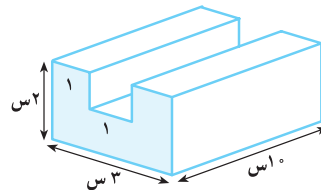
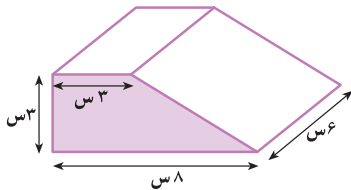
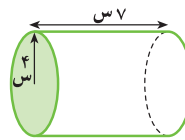
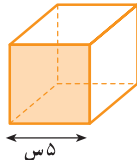
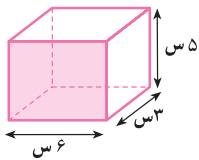
(S) و ارتفاع منشور (h) موجود است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر

شکل رابطه های جبری را بنویسید.



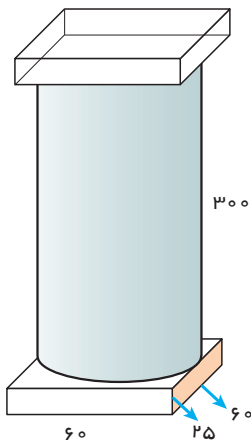
۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن $8/8$ متر و ارتفاعش

۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می گیرد؟



۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر

است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر جا می گیرد؟



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

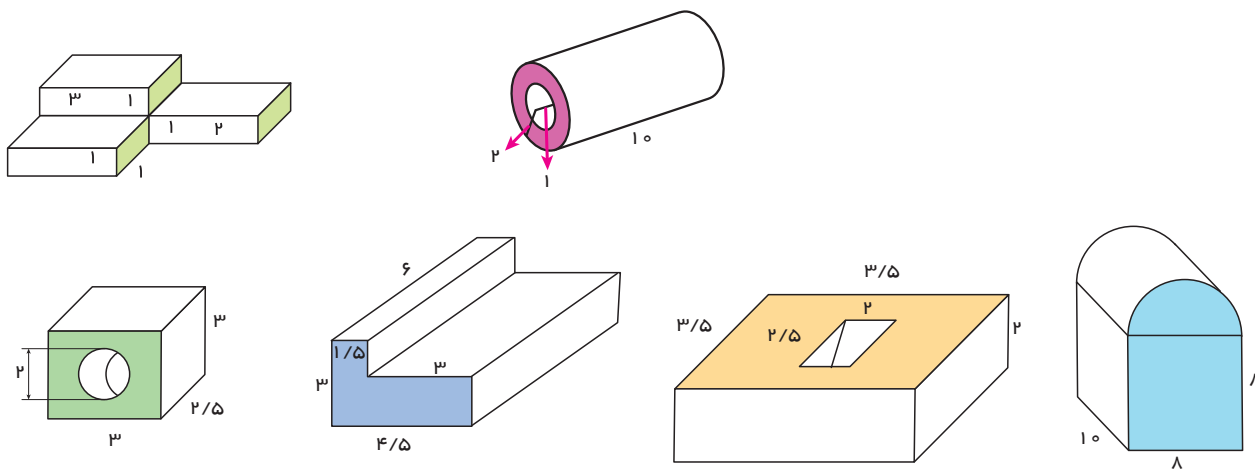
(کل شکل را مکعب مستطیل در نظر بگیرید)

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کرده و حجم سه تکه را جداگانه

حساب کنید و مجموع را به دست آورید. (شعاع قاعده استوانه چند است؟)

تفاوت دو جواب را به دست آورید.

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه $4/0$ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود،

حجم آن $1/3$ برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا

یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۴ و ۳ و $1/5$ متر است. این حوض خالی را با شیرآبی که در هر دقیقه

۶۰ لیتر آب وارد آن می کند، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۴ سانتی متر است. آب داخل این پارچ

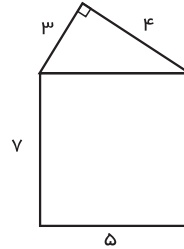
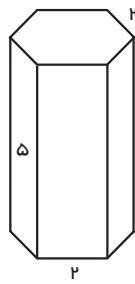
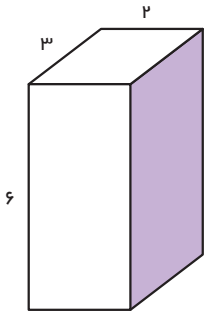
را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۲ سانتی متر است، می ریزیم. این آب چند لیوان

را پُر می کند؟

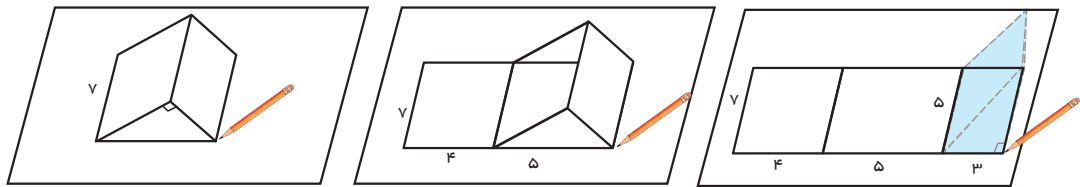
۶- قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور ۶

سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

۱- مساحت همهٔ وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه چه شکلی دارد؟
به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

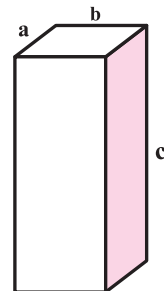
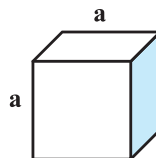
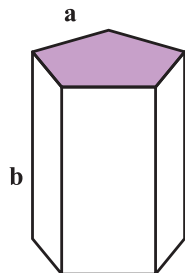
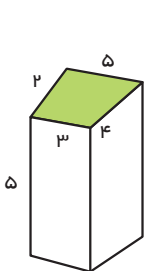


۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و به اندازهٔ طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.



با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟
۳- با توجه به سؤال ۲ بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با p و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطهٔ جبری مساحت جانبی منشورهای بالا را بنویسید.

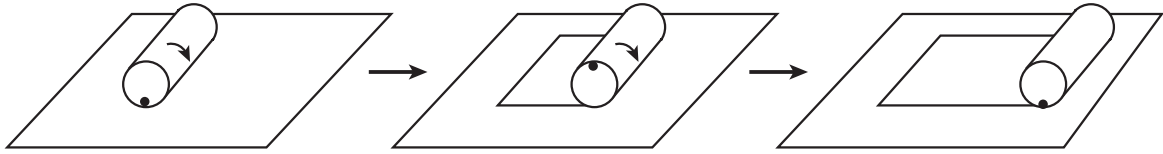
۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلوست که هر ضلع آن $\frac{1}{2}$ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنهٔ این ستون را

کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.

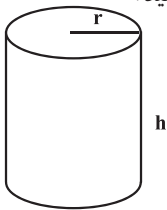


با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟

طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟

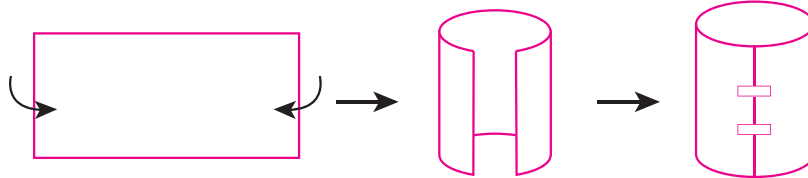
مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان دهید.



$S' = \dots\dots\dots$

۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.

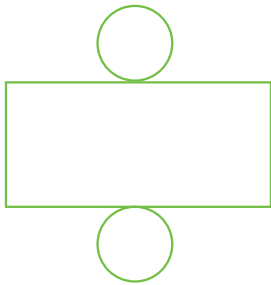


این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده

دارد. ۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند.

شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.

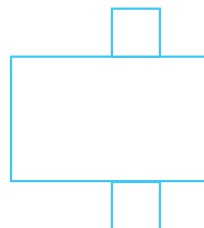
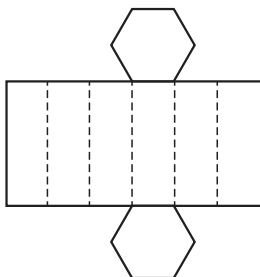
چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟



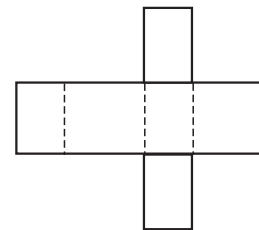
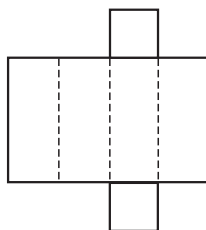
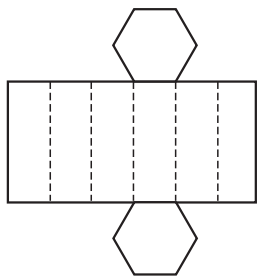
۲- گسترده یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در

شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟



۱- گسترده چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



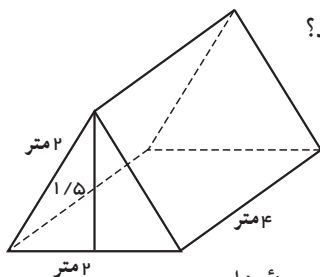
در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟

۲- یک غلتک بر روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟



۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک

شود. اگر چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی متر و قطر ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟

حجم این چادر چقدر است؟

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و

سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

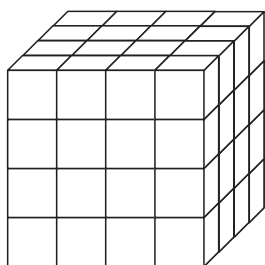
۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ cm بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این

جعبه حداقل چند سانتی متر کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل خواسته شده است؟

۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب

رنگ نمی شوند؟

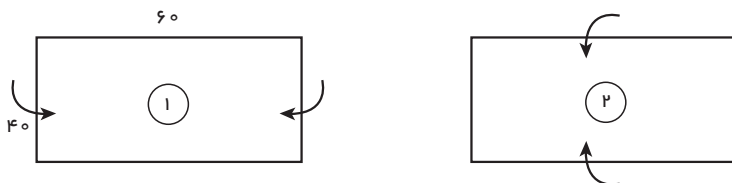


چند مکعب رنگ می شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟

۱- یک مستطیل به طول عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می‌کنیم تا استوانه به دست آید.



در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه‌های جبری کمک بگیرید. برای ساده‌تر شدن محاسبه‌ها عدد پی (π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

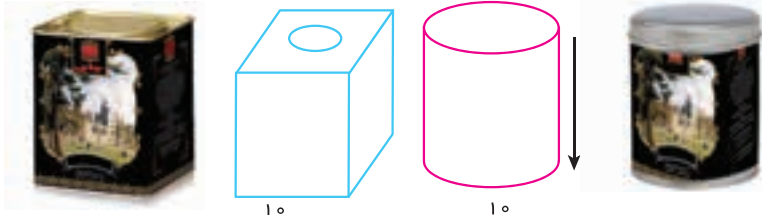
$$V_1 = h \times S = h \times r_1 \times r_1 \times \pi =$$

$$V_2 = h \times S =$$

با مقایسه حجم‌ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- یک کارخانه تولید چای دو نوع بسته‌بندی به شکل‌های زیر ارائه می‌کند. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه درست

شده‌اند. در کدام یک چای بیشتری جا می‌گیرد؟



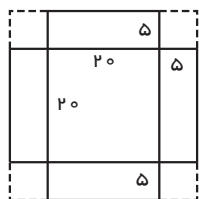
در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید.

باتوجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته‌بندی را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟

کدام نوع بسته‌بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می‌گیرد؟ چرا؟

برای بسته‌بندی شیرینی جعبه‌هایی را درست می‌کنند. شکل گسترده این جعبه‌ها به صورت زیر است و پس از تا کردن

مربع‌ها گوشه‌ها روی هم قرار می‌گیرند و جعبه درست می‌شود.

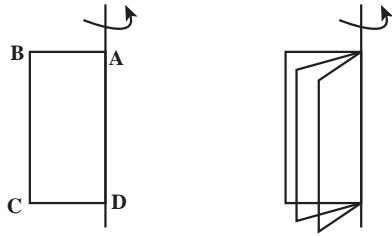


با توجه به اندازه‌های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

اگر به جای ۵ سانتی متر لبه‌ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم با همین مقوا حجم جعبه بیشتر می‌شود یا کمتر؟

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه

حرکت می‌کنند.



شما هم مانند شکل زیر کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟

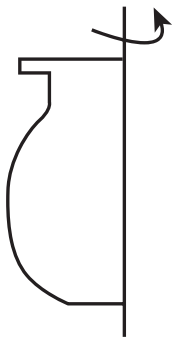
مشخصات آن حجم را بنویسید.

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.

۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.

حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفره و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید.

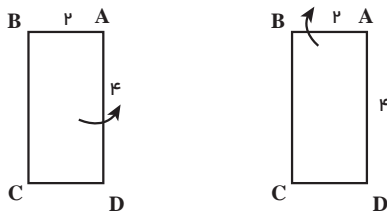
از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.



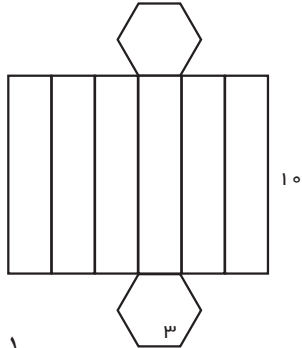
d

۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را

حساب کنید.



۱- یک مقوا به طول و عرض، ۲۰×۵ را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده‌ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد ۱۰×۱۰ را به شکل یک استوانه در آورده‌ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

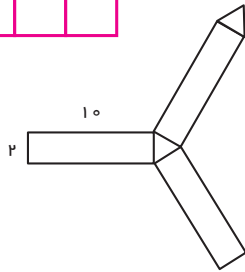
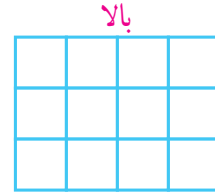
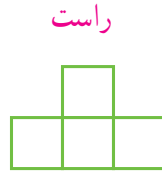
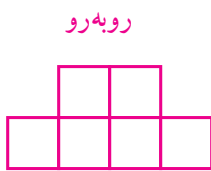


۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.

۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $۲ \frac{1}{۲}$ و ۴ و $۱ \frac{1}{۲}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

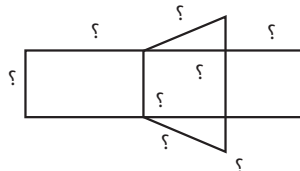
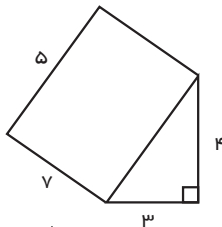
۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی متر و عرض ۱۰ سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است.)

۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و روبرو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.

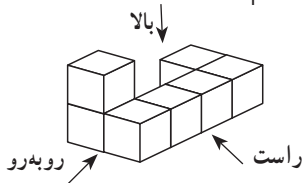


۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می‌دهد. مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع‌های گسترده آن را بنویسید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبرو چگونه دیده می‌شود؟



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- حجم هندسی
- حجم منشوری
- مساحت جانبی
- مساحت کل
- گسترده

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که به یک سطح مشخص درست شده‌اند.

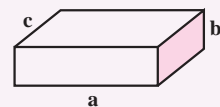
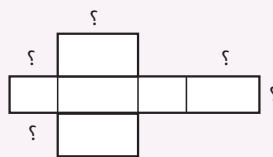
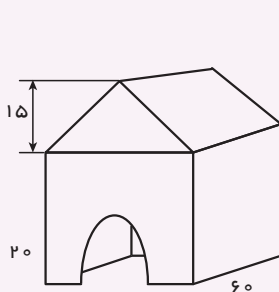
کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های زیر را توانستید انجام دهید. مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ منشور چهار پهلو با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه و ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.



ب) حجم شکل مقابل را به دست آورید.



فصل ۶

شمارنده‌ها و اعداد اول



- عدد اول
 - شمارنده اول
 - بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
 - کوچک‌ترین مضرب مشترک
- دسته‌بندی کردن و به‌خصوص ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم شده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.

۱- دانش‌آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. جدول تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟
در کدام رشته تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده‌ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

$$6 = 2 \times 3 \quad \text{یعنی دو دسته ۳ تایی } 2 \times 3 = 6$$

$$6 = 3 \times 2 \quad \text{یعنی دو دسته ۲ تایی } 3 \times 2 = 6$$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند).

$$10 \div 2 = 5 \quad \text{یعنی } 10 \text{ را می‌توان } 2 \text{ تا } 2 \text{ تا شمرد}$$

$$10 \div 5 = 2$$

$$10 \div 2 = 5$$

$$10 \div 5 = 2$$

۴- ۱۲ دایره را مانند نمونه به دسته‌های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به



این ترتیب شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.

۲, : شمارنده‌های ۱۲

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده‌های ۱۴ :

شمارنده‌های ۱۵ :

شمارنده‌های ۹ :

شمارنده‌های ۸ :

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد _____ شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد _____ است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد _____ است.

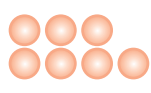
همه شمارنده‌های یک عدد _____ خرد عدد هستند.

بعضی از عددها فقط _____

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل _____ دارد.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹				
۱۵				
۴				
۱۴				
۵				
۱۳				

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد، عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰



۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟

۳- ۴ عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد.

۴- کدام یک از عددهای روبه‌رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ ۳۶۰ ، ۵۵۵ ، ۹۲۴ ، ۳۴۵

۵- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۴۰ ۳۰ ۲۰ ۱۸ ۲۴

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

— عدد ۲۹ اول است. — هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد.

— تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می‌شود.

— اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست.

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توان به گروه‌هایی با تعداد

مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می‌نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می‌توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده‌های ۱۸ هستند؟ چرا؟

آیا می‌توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده‌های یک عدد زوج است؟

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می‌تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

— مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ است.

— مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ است.

— مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ است.

پس از تکمیل کردن جمله‌های فوق (می‌توانید با حدس و آزمایش جمله‌ها را کامل کنید.) به سؤال زیر پاسخ دهید.

— آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می‌باشد؟

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲ :

شمارنده‌های ۳۵ :

شمارنده‌های ۱۴ :

شمارنده‌های ۹ :

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی اند؟ شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت :

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 =$$

$$80 =$$

$$210 =$$

$$20 =$$

$$100 =$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

=

=

=

=

=

=

=

=

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.

۱۰۰

۳۶

۸

۱۰۰ =

۳۶ =

۸ =

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{9}}{\cancel{3} \times \cancel{9}} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} =$$

$$\frac{28}{42} =$$

$$\frac{81}{32} =$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟



۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین 3° و 5° باشد؟

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است. $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشند.

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است. $b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی هستند؟

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

۱۸۰

۱۰۴

۲۹۷

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید.

۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

(الف) تمام عددها شمارنده اول دارند.

(ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

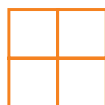
(ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.

(د) تعداد عددهای اول بی‌پایان‌اند.

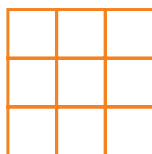
۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.



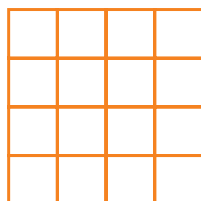
(۱)



(۲)



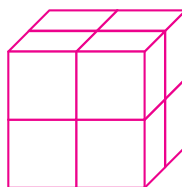
(۳)



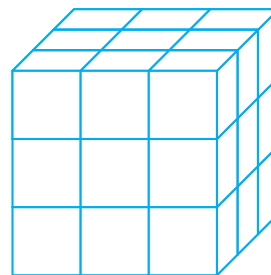
(۴)



(۱)



(۲)



(۳)



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان بر پا کرد؟ چرا؟

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم. امید از روش زیر استفاده کرد:

شمارنده‌های مشترک دو عدد = $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$: تمام شمارنده‌های ۱۸

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد = : تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می‌دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$(۱۲ \text{ و } ۱۴) =$$

$$(۲۰ \text{ و } ۳۰) =$$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$(۳۶ \text{ و } ۴۸) =$$

$$(۳۰ \text{ و } ۴۲) =$$

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم.

ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی

مناسب است؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی

مناسب است؟ چرا؟

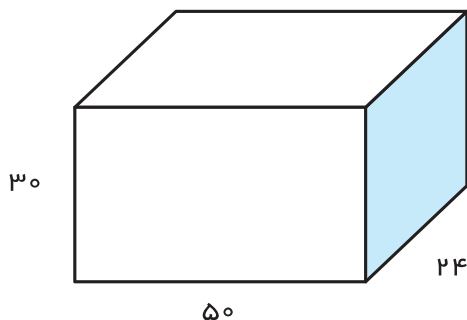
۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید

چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا

مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) =$$

$$(28 \text{ و } 36) =$$

$$(12 \text{ و } 36) =$$

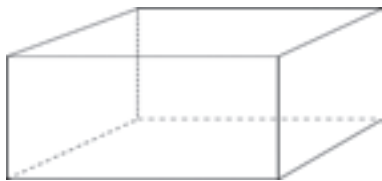
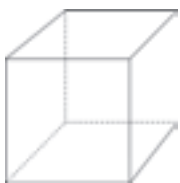
$$(12 \text{ و } 36 \text{ و } 28) =$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می‌شود؟



۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود.

اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش‌پذیر باشند، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است.

کوچک‌ترین مقسوم‌علیه مشترک (یا شمارنده مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} =$$

$$\frac{35}{245} =$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91 \text{ و } 117) =$$

$$(8 \text{ و } 216) =$$

$$(55 \text{ و } 121) =$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n$$

• ب.م.م دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

• اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a .

۱- مضرب‌های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می‌آید. مضرب‌های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و — و — و — و — و $3 \times (-1)$ و 3×0 و 3×1 و — و — و — و — و — و ...
 ... و — و — و — و — و 3×0 و 3×1 و — و — و — و — و — و ...

۲- مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می‌آید. مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

... و — و — و — و — و ۶ و ۴ و ۲ : مضرب‌های ۲

: مضرب‌های ۷

: مضرب‌های ۵

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

اولین مضرب ۷ : سومین مضرب ۶ : دهمین مضرب ۹ :

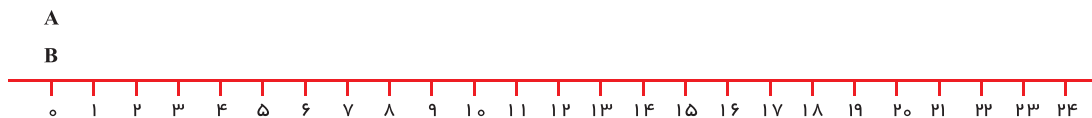
۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ ۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟

در یک بازی رایانه‌ای مهره A، ۶ تا ۶ حرکت می‌کند و مهره B، ۴ تا ۴ حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟



: مضارب A

: مضارب مشترک

: مضارب B

: کوچک ترین مضرب مشترک

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[۴ و ۶] = ۱۲$$

به‌عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸ :

مضارب ۱۲ :

مضارب مشترک ۱۸ و ۱۲ : $[۱۲ و ۱۸] =$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$[۱۲ و ۱۸] =$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شماره‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۵$$

$$B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$$

$$[A و B] = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۲ \times ۵$$

۱- تساوی $۴ \times ۴ = ۲۴$ را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شماره‌دهنده است. ششمین مضرب عدد ۲۴ است.

۶ شماره‌دهنده است. چهارمین مضرب عدد است.

عددهای و شماره‌دهنده است. عدد بر و قابل قسمت

است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا

می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها

به‌دست آورید.

$$\frac{۵}{۶} + \frac{۴}{۹} = \frac{\quad}{۱۸}$$

$$[۶ و ۹] = ۱۸$$

$$\frac{۷}{۱۵} + \frac{۹}{۲۰} =$$

$$[۱۵ و ۲۰] =$$

$$\frac{۱۵}{۱۲} - \frac{۷}{۱۸} =$$

$$[۱۲ و ۱۸] =$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می‌کند. اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط‌های A و B همزمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور هم‌زمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟



۲- یک بیست دومیدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل بیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

□ اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌پذیر باشند، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.

□ اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

□ ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$$n = [1 \text{ و } n] \quad \square$$

$$n = [n \text{ و } n] \quad \square$$

□ ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.

□ حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به‌صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$$[20 \text{ و } 30] = \quad (5 \text{ و } 7) = \quad (15 \text{ و } 3) = \quad [12 \text{ و } 4] =$$

$$[30 \text{ و } 50] = \quad (38 \text{ و } 19) = \quad [15 \text{ و } 30] = \quad (4 \text{ و } 9) =$$

$$[4 \text{ و } 9] = \quad [3 \text{ و } 2 \text{ و } 7] = \quad (3 \text{ و } 2 \text{ و } 7) = \quad [4 \text{ و } 6] =$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدداول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ ب.م.م □ ک.م.م
در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عدد به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن ب.م.م دو عدد
- پیدا کردن ک.م.م دو عدد
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$60 = \quad \quad \quad 72 =$$

۳- عددهای اول بین 50° تا 80° را بنویسید.

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

۱- تعداد قطرهای یک n ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید، از چه راهبردهایی برای حل این

مسئله استفاده کردید؟

۲- اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a - 5b + 3b - 7b =$$

$$9x - 8a + 2x - 3x =$$

$$5a - 2a - 9a + 4b =$$

$$2(a-b) - 3(b-a) =$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

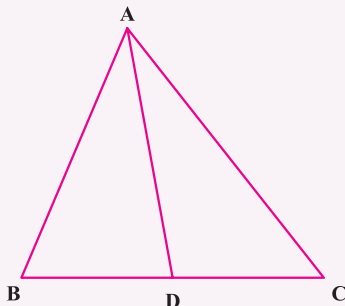
$$9x + 8 = -10$$

$$4x - 4 = 8$$

$$3x + 18 = -12$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

۶- در شکل زیر تمام پاره خط ها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید.



۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

راه حل خود را توضیح دهید.

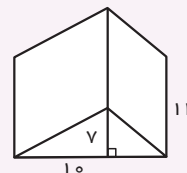
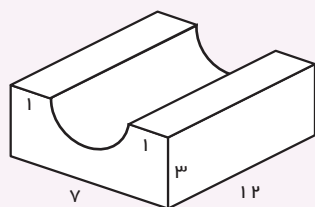
۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهار تا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و ۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر نیز داشته باشد.

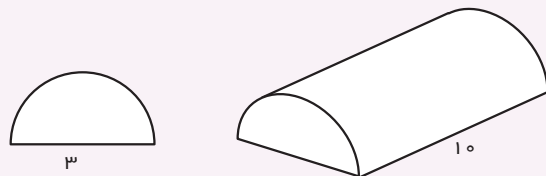
۱۰- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

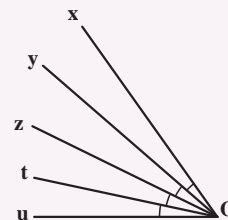
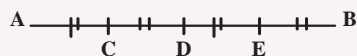
۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.



۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر باشد.



۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$AD = \dots\dots DE$

$\hat{u}\hat{O}t + t\hat{O}z =$

$AB - DE = \dots\dots + \dots\dots$

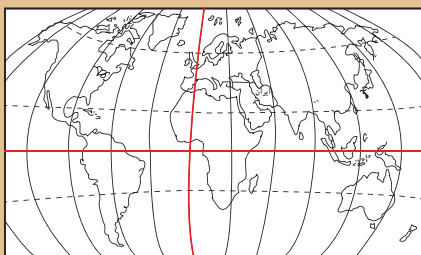
$x\hat{O}u = \dots\dots y\hat{O}z$

$AE = \dots\dots AB$

$y\hat{O}u = \dots\dots x\hat{O}u$

$AC - CE + \dots\dots = AB$

$y\hat{O}u - z\hat{O}t = \dots\dots + \dots\dots$



فصل ۷

بردار و مختصات



- پاره خط جهت دار
- بردارهای مساوی و قرینه
- مختصات
- بردار انتقال

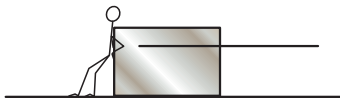
تعیین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما، مسیریابی و هدایت آن در فضا و یا یک کشتی در دریا با داشتن مختصات آن شیء در هر لحظه امکان پذیر است. بیان موقعیت اشیاء با عدد امکان کار با رایانه را نیز فراهم می کند تا بر کار سرعت و نقش بیشتری بدهد.



۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه زیر این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با فلش نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به طول 1 نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند روی شکل مشخص شده است، اگر اندازه نیرویی که شخص

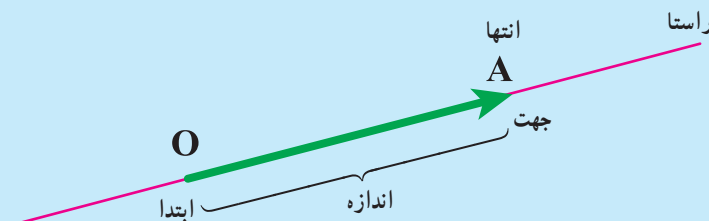
وارد کرده است را با 1 نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید.

در شکل زیر همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.



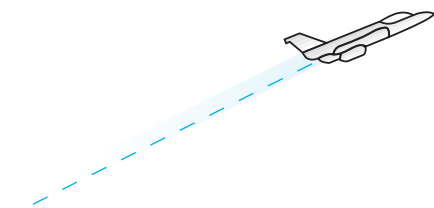
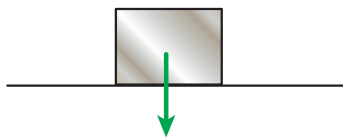
راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید.

در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار OA را به صورت \overline{OA} نشان می دهیم.

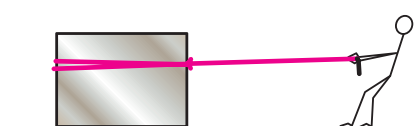


در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده

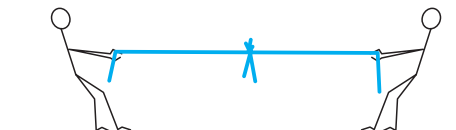
در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



مسیر حرکت هواپیما



نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.



نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند.

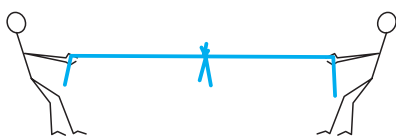
۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.

- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند.
- اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید.

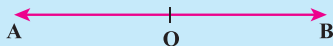


۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشی هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان دهید.

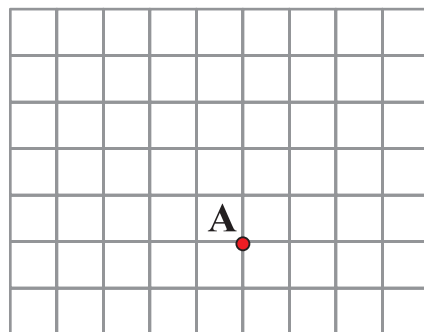
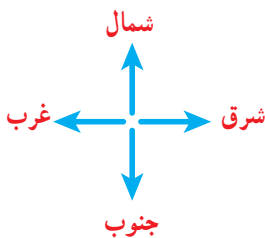
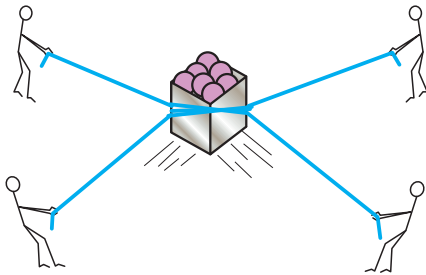


در فعالیت‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



۱- شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می‌کشند. نیروهایی که به این جعبه وارد می‌شود را با

بردار در تصویر از بالا نشان دهید.



۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده شده حرکت

نقطه A را نشان دهید.

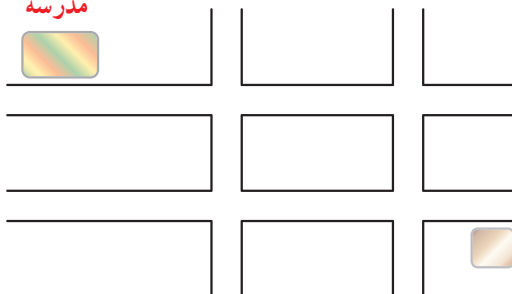
از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به

سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت

جنوب حرکت کنید. محل نهایی نقطه را با B نشان

دهید.

مدرسه



۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به

مدرسه، حرکت‌های او را با بردار نشان دهید.

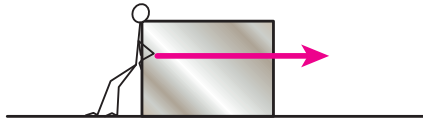
۴- بردار AB، ۳- است، یعنی ۳ واحد در جهت منفی محور از

نقطه A به نقطه B حرکت کرده‌ایم. ابتدای این بردار نقطه +۱ محور و انتهای آن نقطه -۲ است.

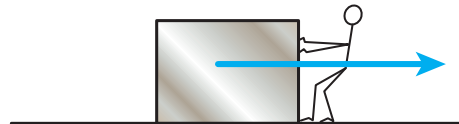


با توجه به نمونه فوق ابتدا، انتها و اندازه بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.

۱- در شکل‌های زیر دو نفر نیروهای با اندازه‌های برابر به جسم وارد می‌کنند. یک نفر در حال هل دادن جسم و یک نفر در حال کشیدن آن است.



در حال هل دادن



در حال کشیدن

توضیح دهید چرا این دو بردار مساوی هستند.

۲- با توجه به محور اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.



این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟

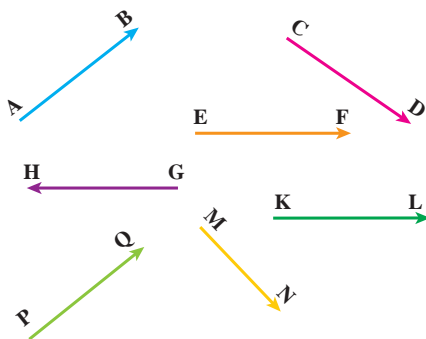


۱- مساوی با بردار AB، ۳ بردار رسم کنید.

۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



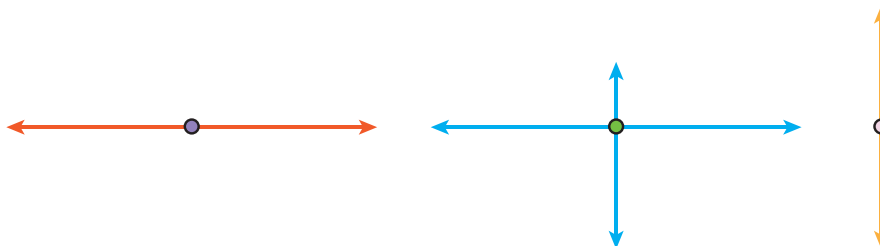
۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



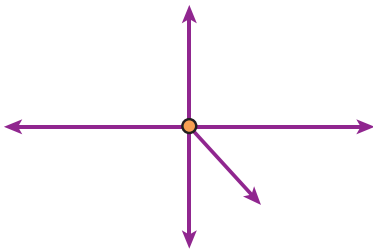
A • B

۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است. حرکت او را با یک بردار نشان دهید.
 اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگردد حرکت دوم را نیز با یک بردار نشان دهید.
 این دو بردار را از نظر راستا، اندازه و جهت مقایسه کنید.
 آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟
 مجموع حرکت این فرد چقدر است؟

۲- با توجه به نیروهای وارد بر جسم زیر و بردارهای قرینه، مشخص کنید جسم به کدام سمت حرکت می کند. دلیل خود را توضیح دهید.

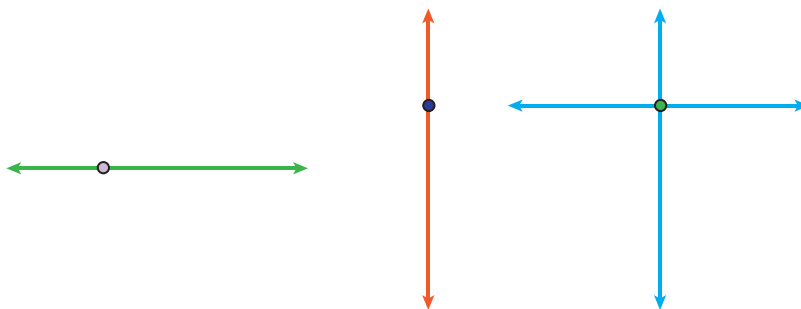


۳- با توجه به نیروهای وارد شده در شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می کند؟ چرا؟

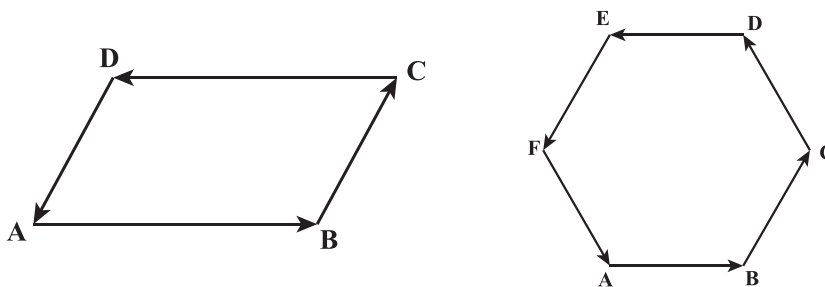


۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طولهای مختلف نشان داده شده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت

حرکت می کند؟

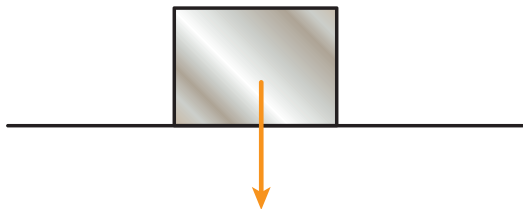


۲- با توجه به شکل های زیر بردارهای قرینه را نام ببرید.



۱- در شکل زیر نیرو و وزن جسم با یک بردار مشخص شده است، نیرویی که زمین به جسم وارد می‌کند را با یک بردار

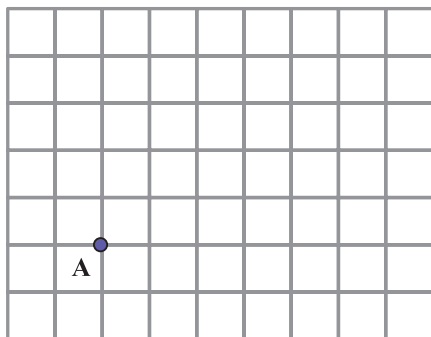
نمایش دهید. چرا جسم روی زمین می‌ماند و حرکت نمی‌کند؟



۲- شخصی در نقطه A ایستاده است، اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به

سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتها ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند به

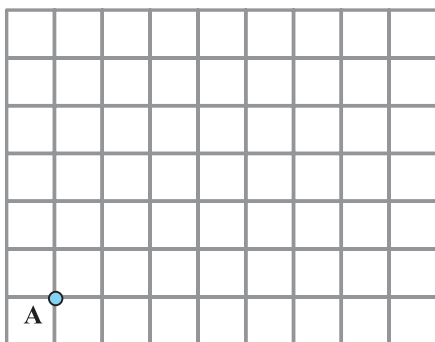
نقطه B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد. ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴

واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر شخص دیگر از همان نقطه A، ۴ واحد به

سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟



۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند با چه حرکتی

به نقطه A می‌رسد؟

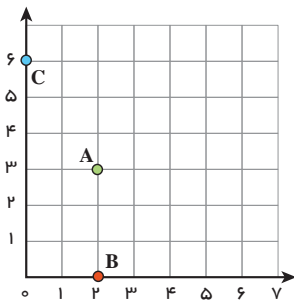
حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود با چه حرکتی به محل اول خود

برمی‌گردد؟

۵- قرینه شمال چه جهتی است؟

قرینه شرق چه جهتی است؟

قرینه شمال شرقی چه جهتی است؟



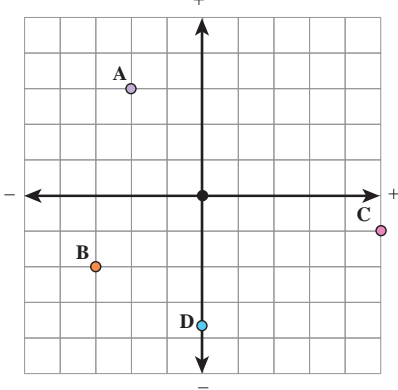
۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

نقاط $E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4/5 \end{bmatrix}$ و $F = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $G = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

۲- با توجه به محور عددهای صحیح که در فصل اول آموختید محورهای زیر را در جهت‌های منفی ادامه دادیم تا

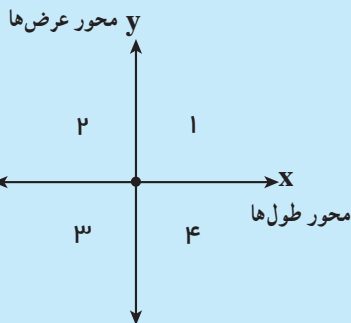


محورهای مختصات کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

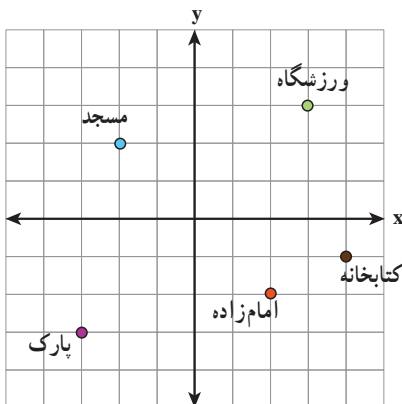


محورهای مختصات صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیه ۱ و ۴ و همچنین ۲ و ۳ را نیز مشخص کنید.



با توجه به تصویر روبه‌رو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

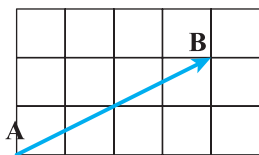
۱- مختصات ورزشگاه چیست؟

۲- مختصات چه بنایی $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ است؟

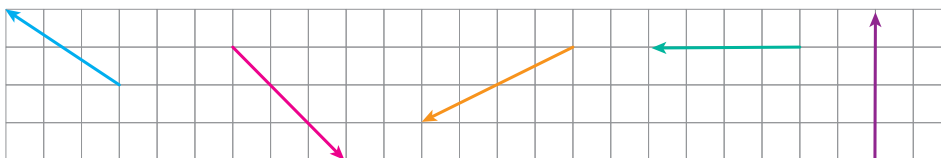
۳- مختصات مسجد چیست؟

۴- کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟

۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B با بردار AB نشان داده شده است.



اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت می‌کنیم). مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲- در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحه مختصات می‌توانیم به صورت $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ نمایش دهیم. مختصات سایر بردارها را بنویسید.

طول جغرافیایی هر نقطه با نصف‌النهار که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی هر نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در نقشه مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف‌النهارها (خط‌های عمودی) و نصف‌النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



۱- مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.

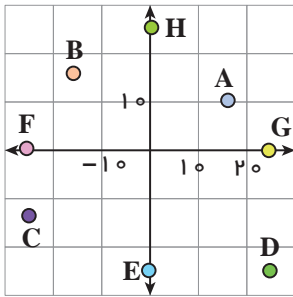
قاهره : دارالسلام :

الجزیره :

۲- اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به‌صورت تقریبی با

یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

۳- از رباط تا لاگوس را با چه برداری می‌توان پیمود؟

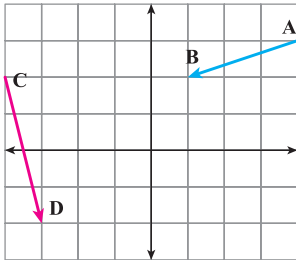


۱- با توجه به شکل مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.

$$A \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$E \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

۲- بردار $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را در محور مختصات زیر طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد.



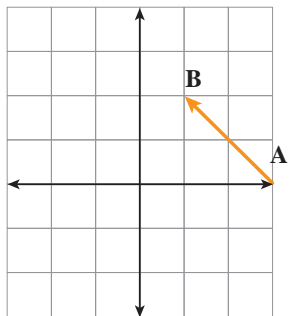
مختصات نقطه انتهای آن را بنویسید.

با توجه به شکل، مختصات نقطه م و بردارهای زیر را بنویسید.

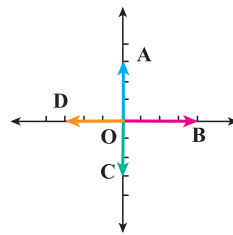
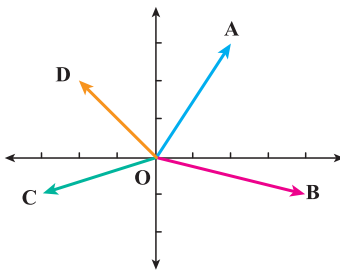
$$A = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \quad \overline{CD} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

۳- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینه بردار AB را نسبت به محور طول ها رسم

کنید و مختصات قرینه \overline{AB} را بنویسید. قرینه بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید و مختصاتش را بنویسید.

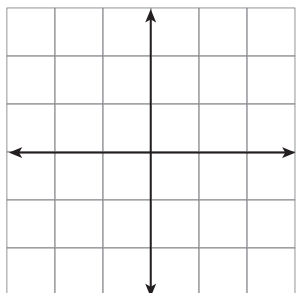


۴- مختصات بردارها را در شکل های زیر بنویسید.



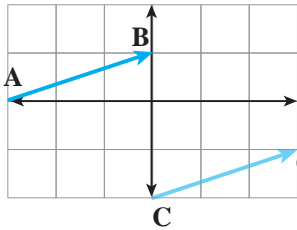
۵- از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$ با بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و سپس با بردار $\overline{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا

به نقطه C برسیم. با چه برداری می توانستیم از A به C حرکت کنیم؟



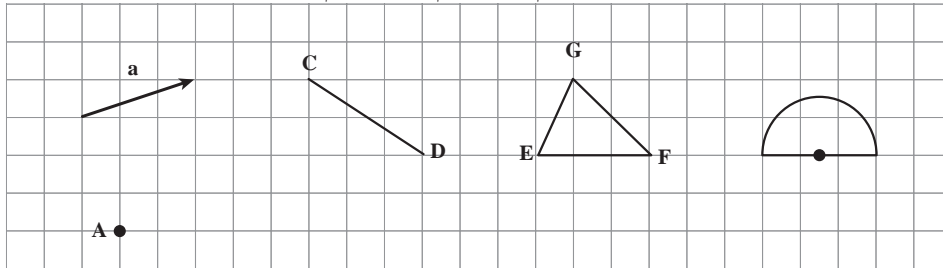
۶- مشخص کنید که نقاط مقابل در کدام ناحیه قرار دارد.

$$A = \begin{bmatrix} -250 \\ -180 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 47 \\ -81 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -141 \\ 252 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -200 \\ 5 \end{bmatrix}$$



۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید:
 واحد در جهت محور xها و واحد در جهت محور yها
 مختصات بردار AB را بنویسید.
 $\overline{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$
 با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردیم. مختصات بردار CC' را مشخص کنید.

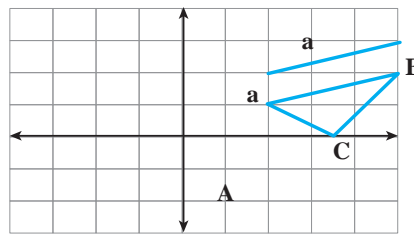
۲- هر یک از شکل‌های زیر را با بردار \vec{a} منتقل کنید. (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید.)



۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار \vec{a} انتقال دهید و مثلث جدید را A'C'B' بنامید. مختصات رأس‌ها را بنویسید.

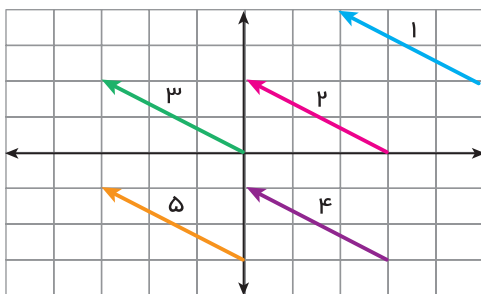
$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$



مختصات بردار انتقال \vec{a} را هم بنویسید: $\vec{a} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ چه رابطه‌ای بین رأس‌های مثلث، قبل و بعد انتقال وجود دارد؟

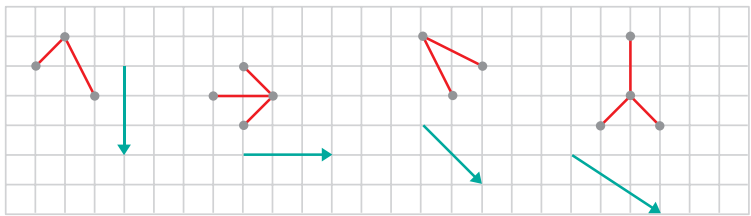
۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.
 چه رابطه‌ای بین ابتدا و انتها و مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دارند.



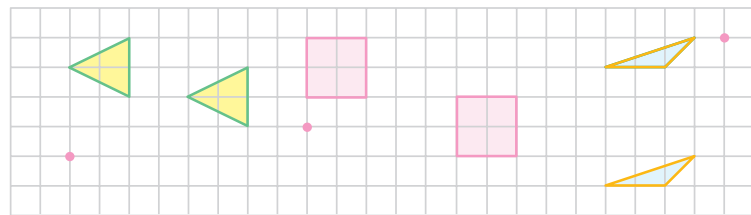
بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا					
مختصات بردار					
مختصات انتها					

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می‌توان یک جمع متناظر برای بردار نوشت به کمک این جمع و با معلوم بودن ۲ مختصات می‌توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد.

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید. متناظر با هر کدام یک جمع بنویسید.



انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

۳- مختصات موردنظر را به دست آورید.

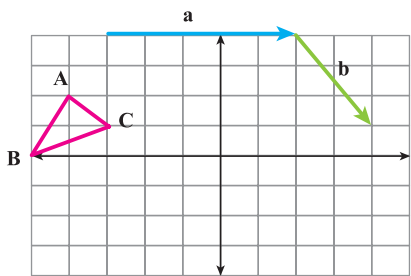
$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad -2 + x = 3 \quad , \quad 1 + y = -4$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ پیدا کنید.

نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.



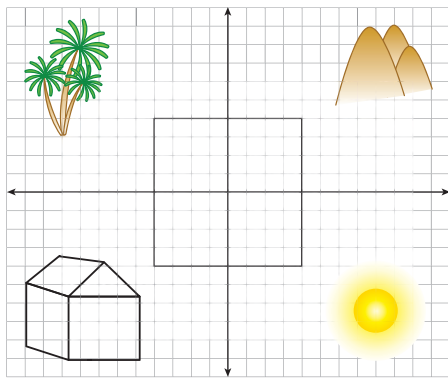
$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

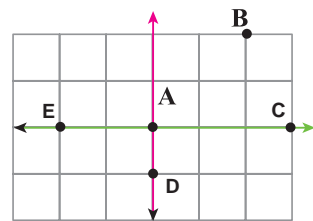
حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D، E و F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط A، B و C مستقیماً به D، E و F منتقل می شوند؟

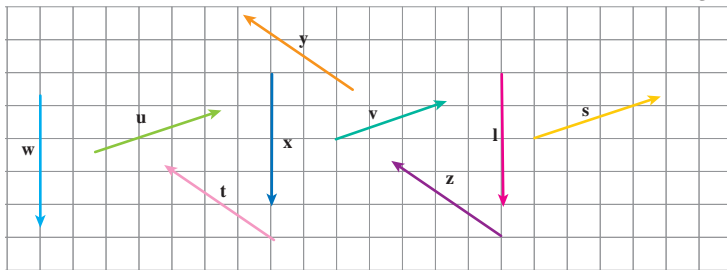


۱- هر یک از اجزای نقاشی را با بردار انتقال دلخواه به محل مناسب در کادر انتقال دهید و مختصات بردار انتقال را بنویسید.



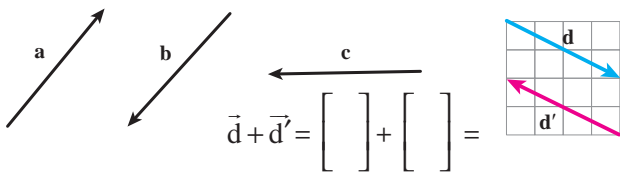
۲- مسیر حرکت از A به B، به C، به D و به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.

می‌توانید این بازی را به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر نقطه می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع را به نقطه مشخص شده انتقال می‌دهد.



۳- بردارهای مساوی را مشخص کنید.

۴- بردار قرینه هر بردار را رسم کنید و تساوی‌ها را کامل کنید.

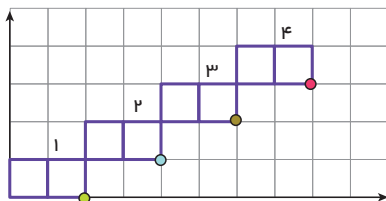


$$\vec{d} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = -\vec{d}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می‌شود؟

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

۵- در محور مختصات مقابل در کاشی شماره n مختصات گوشه‌ای که با علامت • مشخص شده است را به صورت جبری بنویسید.



۶- در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سعید مهره خود را از خانه‌ای به مختصات

$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم

اکنون مهره سعید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

۷- اگر نقطه A به مختصات $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ منتقل کنیم تا به نقطه B برسیم مختصات نقطه B را به صورت جبری بنویسید.

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ بردار □ راستا □ بردار انتقال □ پاره‌خط جهت‌دار

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

□ ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار □ بردار قرینه و بردار صفر

□ مختصات نقطه در صفحه □ ۴ ناحیهٔ محور مختصات

□ بردار انتقال □ بردارهای مساوی

□ جمع متناظر با بردار

□ پیدا کردن مختصات بردار

کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دورهٔ دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.

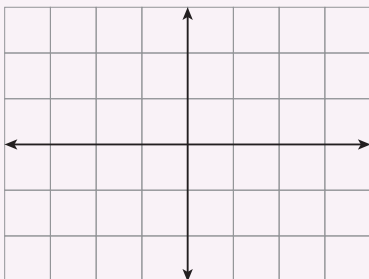
در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

نقطهٔ A را با بردار \overline{BC} منتقل کنید و مختصات نقطهٔ منتقل شده را بنویسید.

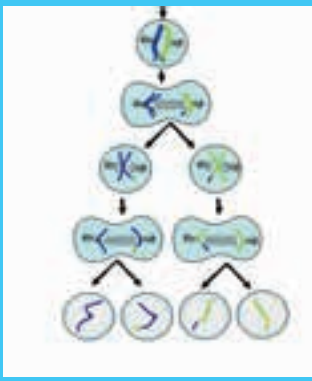
بدون رسم شکل ابتدا مختصات بردار \overline{BC} را پیدا کنید.

بدون رسم شکل انتقال را انجام دهید.



۲- بردار خواسته را رسم کنید :

بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ابتدا در $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بردار $\overline{CD} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ انتها در $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



توان و جذر

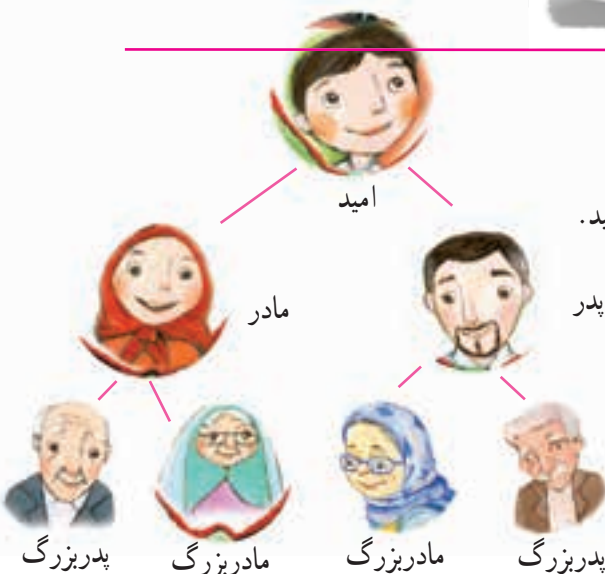
فصل ۸



وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحی پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

- تعریف توان
- محاسبه عبارتهای توان دار
- ساده کردن عبارتهای توان دار
- جذر و ریشه

تعریف توان



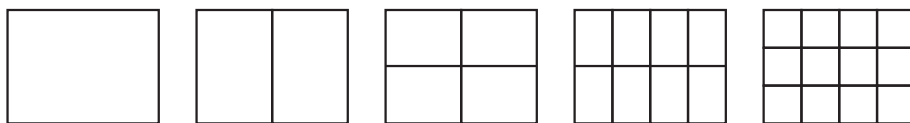
۱- امید می داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ ها و مادر بزرگ های امیدند. او می خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل زیر را کشید.

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟
 ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نیره می گویند).
 ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
	۲×۲	پدر بزرگ و مادر بزرگ
۸		نسل سوم
	$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$	نسل چهارم
		نسل هفتم

۲- یک کاغذ را چند بار تا می زنیم و هر بار تعداد قسمت هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می شماریم. چه الگویی در

تعداد قسمت ها می بینید؟



تعداد تا

۰

۱

۲

۳

۴

تعداد قسمت ها

۲

۲×۲

$۲ \times ۲ \times ۲$

$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت های بالا پیشنهاد می کنید؟

$$\underbrace{۲ \times ۲ \times ۲ \times \dots \times ۲}_n$$

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵. در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.
 $(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$

عبارت	شکل ساده شده	خواننده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	2×7		
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$			
	1^2		
	2×1		
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$		

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارتهای زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4 =$$

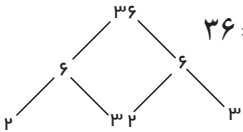
$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$

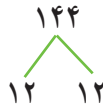
$$a \times a \times a =$$

$$b \times b =$$

۲- عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64$$

$$5^2 = 5 \times 2$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$$

$$2^2 = 3^2$$

$$9^2 = 18$$

$$(\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{81}$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$$

$$5^2 = 2^5$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$$

۴- تساویها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a =$$

$$b^2 =$$

$$(\frac{a}{b})^2 =$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} =$$

$$x \times x =$$

$$(y + x)(y + x) =$$

$$(ab)^2 =$$

$$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} =$$

۵- در تکثیر سلولها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلولها خودشان به ۲ سلول تقسیم

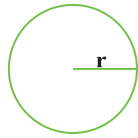
می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	2×2				
به صورت توان دار	2^1	2^2				

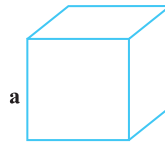
۱- با توجه به شکل‌های زیر مساحت و حجم‌های خواسته شده را با عبارت‌های توان‌دار جبری نمایش دهید.



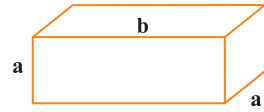
$$S = a \times a$$



$$S = \frac{3}{14} \times r \times r =$$



$$V = a \times a \times a =$$



$$V =$$

۲- جمله‌های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

□ هر عدد به توان یک برابر خودش می‌شود: $a^1 = a$

□ یک به توان هر عدد برابر یک می‌شود:

□ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲: = مجذور a

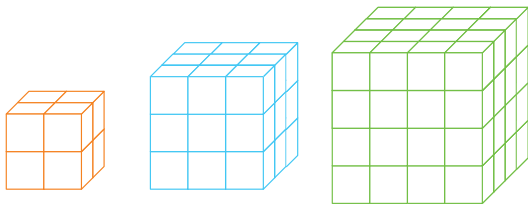
□ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳: = مکعب x

□ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با.....:

۳- تعداد مکعب‌های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد

مکعب n تایی

توان‌دار نشان دهید.



۴- حاصل هر عبارت توان‌دار را به دست آورید.

$3^2 =$	$4^2 =$	$5^2 =$	$6^2 =$	$7^2 =$
$8^2 =$	$9^2 =$	$10^2 =$	$11^2 =$	$12^2 =$
= مجذور دو	= مجذور یک	= مکعب دو	= مکعب یک	
$\frac{2^3}{5^2} =$	$(\frac{3}{4})^3 =$	$\frac{2^4}{7} =$	$\circ/2^2 =$	
$\circ/\circ 1^2 =$	$1/1^2 =$	$2/1^2 =$	$\circ/5^2 =$	

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 =$	$3^2 =$		

۶- حاصل عددهای $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می‌توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم

کنید؟ چرا؟

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^3 \times 4 + 1^0}{9^2 - 5^2} = \frac{\dots \times 4 + 1^0}{\dots - \dots} = \frac{\dots + 1^0}{\dots} = \dots = \dots$$

ساده کردن محاسبه جمع و تفریق محاسبه ضرب محاسبه توان ها

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times \quad - (\quad + 2) = \quad - \quad =$$

$$\frac{1^0 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{1^0 \div \quad + 9 \times 4}{\quad + \quad} = \quad + \quad =$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 =$$

$$2^5 \times 3^2 =$$

$$2^5 - 3^2 =$$

$$2^5 \div 8 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} =$$

$$5^2 - 5 \times 2 =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$2^4 - 3^2 + 1^5 =$$

$$5^1 + 1^5 + 0^5 =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2$$

$$(4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

$$5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2$$

$$2^2 \times 2^4 = 2^7$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8$$

۱- مانند نمونه عبارتهای توان دار را محاسبه کنید.

$$2^2 = 2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^2 = (-2) \times (-2) \quad (-2)^3 =$$

$$(-2)^4 = \quad (-2)^5 = \quad (-2)^6 =$$

با توجه به توانها و حاصل عبارتهای چه نتیجه ای می گیرید؟

۲- عبارتهای زیر را محاسبه کنید.

$$-2^2 = 2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^2 =$$

$$-2^4 = \quad (-2)^4 =$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \longrightarrow 2^5 \longrightarrow 2^4 \longrightarrow 2^3 \longrightarrow 2^2 \longrightarrow 2^1 \longrightarrow 2^0$$

$$64 \longrightarrow 32 \longrightarrow 16 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow$$

ارتباط بین عددهای توان دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = \quad (-5)^2 = \quad -1^5 =$$

$$(-1)^5 = \quad (-1)^4 = \quad -1^4 = \quad 7^0 =$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^0 = \quad (-9)^0 = \quad 0^5 + 1/1^0 = \quad 4 + 2^0 =$$

$$-1^5 = \quad 2^2 = \quad (-2)^2 \quad 5^0 =$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^0 \bigcirc 2^1 \quad 7^0 \bigcirc 7^1 \quad \left(\frac{3}{5}\right)^2 \bigcirc 2^0 \quad (-2) \bigcirc (-2)^1$$



۱- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{aligned} (3+2)^\circ &= 2^\circ + 3^\circ & \left(\frac{1}{2}\right)^\circ &> \left(-\frac{1}{2}\right)^\circ & \left(-\frac{2}{3}\right)^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^\circ &> 1 \\ 4 + 2^\circ &= 6 & 2^\circ + 3^\circ + 5^\circ &= 1 & 4^\circ &< (-2)^\circ \end{aligned}$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 =$$

$$5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 =$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$$4235 = 4000 + 200 + 30 + 5 =$$

$$9207 =$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب

استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n					
n^4					

برای $n=1$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟



۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2$$

۱- زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}}$$

سیما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه‌گیری سیما را با یک تساوی نشان دهید.

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^6$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$\begin{aligned} 4^2 \times 4^3 &= & 7^3 \times 7^3 &= \\ x^2 \times x^3 &= & a^3 \times a^4 &= \end{aligned}$$

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارتهای توان دار با پایه‌های مساوی بنویسید.
۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت تواندار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت تواندار بنویسید.

$$\begin{aligned} 2^7 &= 2^5 \times 2^2 & 2^7 &= \times & 2^7 &= \times \times \\ 5^9 &= \times & 5^9 &= \times & 5^9 &= \times \times \end{aligned}$$

۱- حاصل عبارتهای زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$$\begin{aligned} 5^3 \times 5^4 &= & (-2)^4 \times (-2)^2 &= & (-4)^3 \times (-4)^5 &= \\ 7^3 \times 7 &= & \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 &= & 1/5^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 &= \end{aligned}$$

۲- با باز کردن عبارت تواندار جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^2 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 9^2 \quad 2^6 = \quad 4^4 = \quad 5^4 =$$

۳- اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$2^3 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 10 \times 10 = 10^2 =$$

$$3^2 \times 4^2 =$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times 5^3 =$$

$$a^2 \times b^2 =$$

$$x^2 \times y^2 =$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به دست آورید.

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$2^2 \times 3^4 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 3^5 =$$

$$(-2)^6 \times (-1)^6 =$$

$$(-2)^5 \times 3^5 =$$

$$x^2 \times y^2 =$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$$15^7 =$$

$$10^4 =$$

$$12^8 =$$

$$(xy)^1 =$$

$$(xyz)^2 =$$

$$3^5 =$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^2 \times 5^4 \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}} \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7^2 \times 7^3 \times 9^5 =$$

ضرب با پایه‌های مساوی ضرب با توان‌های مساوی

$$2^2 \times 6^3 \times 3^7 \times 4^7 = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6) =$$

$$2^a \times 2^b =$$

۲- عبارت توان‌دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

به جای a و b عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

۱- در تساوی‌های زیر به جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی‌های عددی بسازید.

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$۱۲۱ =$$

$$۲۵۶ =$$

$$۴۴۱ =$$

$$۱۰۰۰۰ =$$

۳- مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آنها: الف) $۲^۳$ ب) ۲×۳ ج) $۵^۲$ باشد.

۴- عددهای توان‌دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $۹^۲$ و $۸^۱$ و $۶^۰$ و $۴^۱۰$ و $۳^۵$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^{۱۲}$$

$$۳^۲ \times ۲^۳ = ۶^۵$$

$$۴^۳ + ۲^۳ = ۶^۳$$

$$۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^۷$$

$$۳^۲ \times ۲^۲ = ۶^۲$$

$$۴^۱ + ۳^۱ = ۷^۱$$

$$(-۲^۳) \times ۷^۳ = (-۱۴)^۳ \quad \left(\frac{۲}{۳}\right)^۰ \times \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷$$

۶- کدام یک از عبارت‌های زیر $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۲$ را نشان می‌دهد؟

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲+۲+۲}{۳}$$

$$\frac{۳ \times ۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} \times ۳$$

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} + ۳$$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال‌ها را جواب دهید.

$۴^۰$	$۴^۱$	$۴^۲$	$۴^۳$	$۴^۴$	$۴^۵$	$۴^۶$	$۴^۷$	$۴^۸$
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

حاصل عبارت ۴۰۹۶×۶۵۵۳۶ را به صورت توان‌دار بنویسید.

تعداد رقم‌های $۴^۱۰$ را پیش‌بینی کنید. $۴^۲۰$ چند رقمی می‌شود؟ چرا؟

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$۳^۲ - ۱^۲ = ()^۲ \quad ۶^۲ - ۳^۲ = ()^۲ \quad ۱۰^۲ - ۶^۲ = ()^۲ \quad ۲۱^۲ - ۱۵^۲ = ()^۲$$

۹- در جای خالی یکی از عمل‌های $+$ یا $-$ یا \times یا \div را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$۲^۵ \square ۸ = ۴$$

$$۳^۲ \square ۷^۲ = ۵۸$$

$$(-۷)^{\circ} \square ۸^۱ = ۳^۲$$

$$۲^۶ \square ۱۶ = ۲^{\circ} \square ۳^۲$$

۱- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های ۲۵×۵۰ سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳		$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{7}{4}$		$\frac{0}{9}$
مساحت مربع	۹	۱۶			۸۱	$\frac{121}{36}$	۴۰۰	

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

$$x^2 = 15$$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد.

در تساوی $۳^۲ = ۹$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	
ریشه دوم	۳ و -۳			۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-۳)^۲=۹$ $۳^۲=۹$			

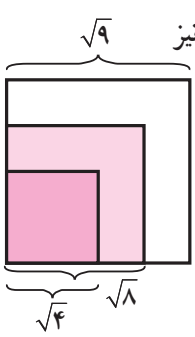
توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳^۲ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با (-۳)^۲ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.
 ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$.

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{16} = & -\sqrt{16} = & \sqrt{36} = & -\sqrt{81} = \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = & -\sqrt{\frac{9}{25}} = & \sqrt{49} = & \sqrt{\frac{1}{81}} = \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{25} > 5 & \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} = 5 \times 2 & \sqrt{25} = 25 \\ \sqrt{25} = 5^2 & \sqrt{25} = -5 & -\sqrt{25} = -5 & \sqrt{25} < 5 \end{array}$$



۱- مربع به مساحت‌های ۴، ۸ و ۹ سانتی متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.
 $\sqrt{8} <$
 به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
	۱۷		
	۶۱		
			$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

۱- می‌خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{28} \cong$

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{20} \cong$$

$$\sqrt{14} \cong$$

$$\sqrt{8} \cong$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟ $\sqrt{-25} = ?$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست‌اند؟

$$\sqrt{5} > 4$$

$$\sqrt{6} \text{ بین } 5 \text{ و } 7 \text{ است}$$

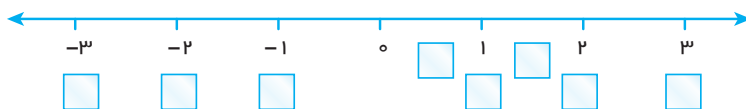
$$\sqrt{15} < \sqrt{21}$$

$$\sqrt{12} < 4$$

$$\sqrt{40} \text{ بین } 5 \text{ و } 7 \text{ است}$$

$$\sqrt{3} > 2$$

۳- به جای \square در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $\sqrt{1}$ ، $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ، $-\sqrt{1}$ ، $\sqrt{\frac{9}{4}}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و $-\sqrt{7}$ ریشه‌های هستند. ب) مجذور عدد صفر همان است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه است.

د) هر عدد مثبت دارای ریشه دوم است که یکی از آنها دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{30}$$

$$\sqrt{40}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

توان • پایه • مجذور • مکعب • جذر • جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان دار
- محاسبه یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب
- تأثیر پراتز در محاسبه عبارت توان دار
- محاسبه عبارت توان دار با پایه‌های منفی
- توان صفر
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی
- مفهوم مجذور و مکعب

کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$-1^2 + 2^2 \times 3^2 + (2^2 + 0^2)^1$$

۲- عبارت توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{45} = (0/25)^2$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید.

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} =$$

$$-\sqrt{25} =$$

۱- حاصل عبارت ها را پیدا کنید.

$$\frac{(+49) \times (-65)}{(+13) \times (-35)} =$$

$$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)} =$$

$$(-4-3) \div (-7) =$$

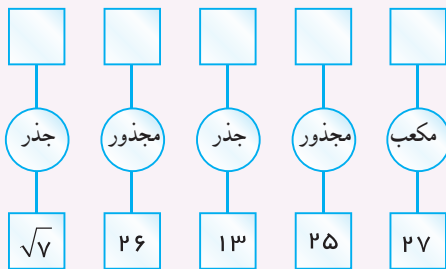
$$(7-18) \times (-2) =$$

۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با a^2 . اگر از ضلع مربع 20% کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می شود؟

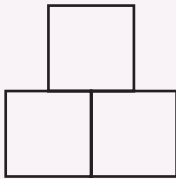
۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

۵ و ۲۵ و ۱۲۵ و _____ و _____ و _____ و _____

۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند.)



۶- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. قرینه این پاره خط را نسبت

به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های A' و B' را بنویسید.

۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ قرینه این مثلث را نسبت به

مبدأ مختصات پیدا کنید.

مختصات بردار AB را بنویسید.

جمع متناظر با بردار AC را بنویسید.

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع 10° و شعاع قاعده ۳ بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع

10° که قاعده اش مربعی به ضلع ۳ است؟

۹- آیا اگر هر عدد را به توان ۲ برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

۱۰- حاصل ضرب های زیر را بنویسید.

$$2x \times 3x =$$

$$-6x^2 \times 7x =$$

$$-4x \times x^2 \times 8x^3 =$$

۱۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x+1) - 2(1-x) =$$

$$2(x-1) + 3x - 1 - x =$$

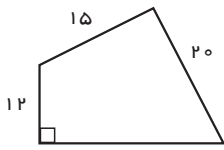
$$3(x^2y - xy^2) - 2(y^2x - yx^2) =$$

$$x^2 - x - 1 - 3(x-1) - 1 =$$

۱۲- با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادله $x^2 - 3x = 18$ را به دست آورید.

۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور 10° سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و

مساحت کل آن را پیدا کنید.



۱۴- عبارت توان دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^7 \times \left(1\frac{1}{5}\right)^2 =$$

۱۵- عدد 144 را تجزیه کنید و به صورت توان دار بنویسید.

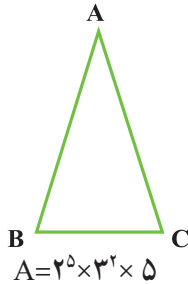
۱۶- ب.م.م و ک.م.م عددهای زیر را پیدا کنید.

۲۴ و ۳۶

۱۲ و ۴۸

۵۰ و ۳۵

۱۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می کند؟



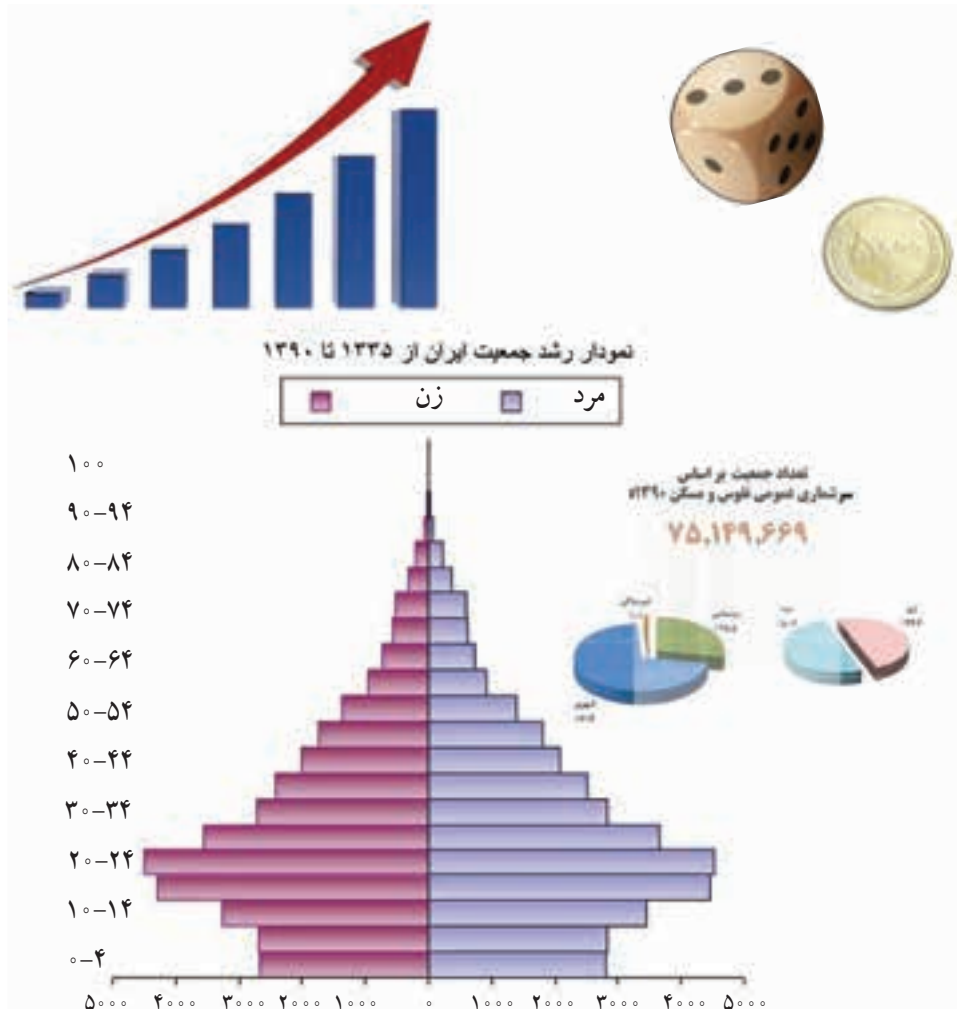
۱۸- ب.م.م و ک.م.م دو عدد A و B را به دست آورید.

$$B = 2^3 \times 3^5 \times 7$$



فصل ۹

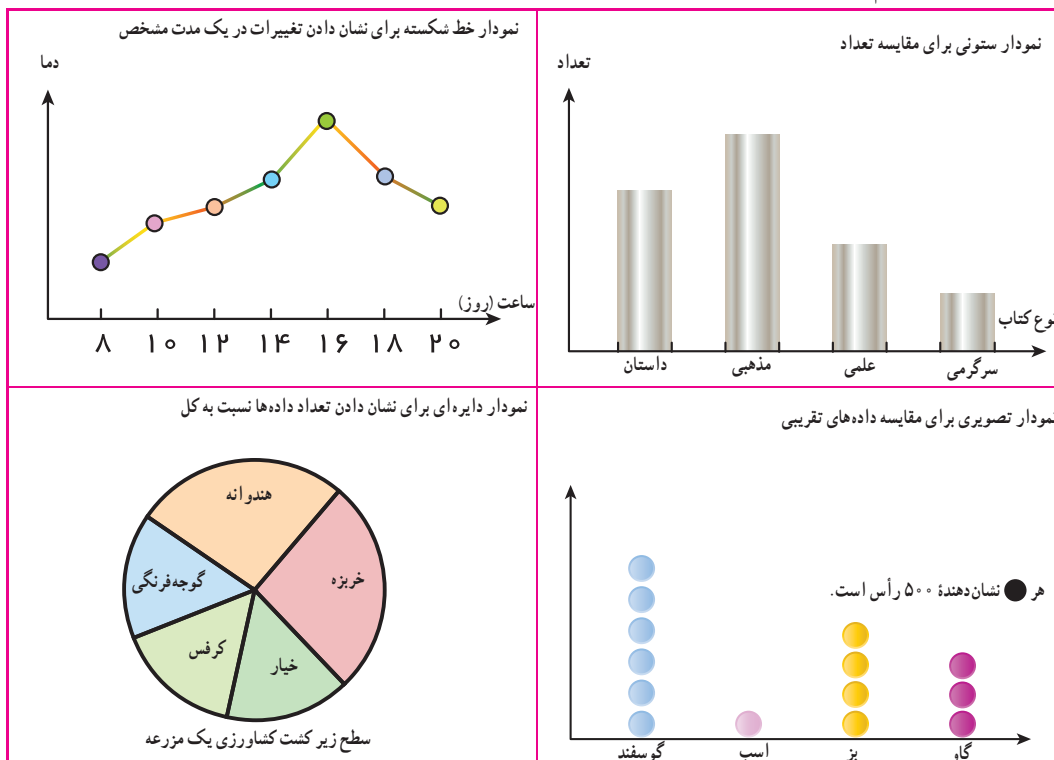
آمار و احتمال



- دسته‌بندی داده‌ها
- میانگین داده‌ها
- مفهوم احتمال و پیشامد
- احتمال ریاضی

جمع‌آوری، تفسیر و تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی وقایع کمک می‌کند. در پیش‌بینی کردن، موضوع احتمال وارد می‌شود. به همین علت در پیش‌بینی وضعیت هوا هم به آمار و احتمالات جمع‌آوری شده نیاز است و هم به علوم مربوط به احتمالات تا یک کارشناس بتواند با دقت کافی پیشامدها را پیش‌بینی کند.

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا برحسب سانتی‌متر مشخص شده

است. ($n=40$)

۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۴ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱
 ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰
 ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۶۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

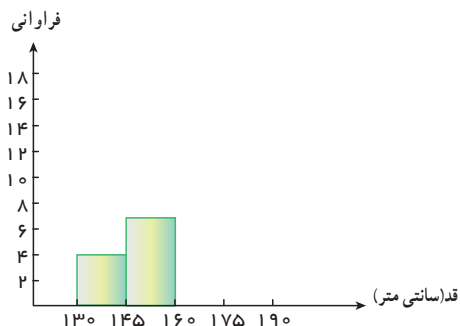
کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

معنای $130 \leq x < 145$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین $<$ و \leq وجود دارد؟

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته‌ها
		$130 \leq x < 145$
		$145 \leq x < 160$
		$160 \leq x < 175$
		$175 \leq x < 190$
		$190 \leq x < 205$

با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.
 ۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.

۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

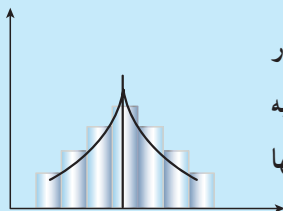
۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟

۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟

برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار بلوکی متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیداکردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

۰	۰	-۱	-۲	-۳	۰	-۲	-۱	۰	۰	+۶	+۷	+۸	+۸	+۷	۰	-۱	+۶	+۷
۰	۰	-۱	-۲	-۳	۰	-۲	-۱	۰	۰	+۶	+۷	+۸	+۸	+۷	۰	-۱	+۶	+۷
۰	۰	-۱	-۲	-۳	۰	-۲	-۱	۰	۰	+۶	+۷	+۸	+۸	+۷	۰	-۱	+۶	+۷

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۸	۹	۱۳	۱۱	۱۴	۱۳/۵	۱۲	۱۳	۱۲/۵	۹/۵	۱۵	۱۸	۱۶
۱۵	۱۳	۵	۷	۸/۵	۱۱	۱۶/۵	۱۵/۵	۱۷	۱۸/۵	۱۹	۱۴	۱۵
۲۰	۱۲/۵	۶	۱۴	۱۷	۱۸	۱۱/۵	۱۰/۵	۱۴				

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۷۱	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۸	۱۶۳	۱۷۲	۱۶۸	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۱	۱۶۳	۱۶۵	۱۵۹	۱۵۶
۱۵۶	۱۶۵	۱۵۸	۱۶۹	۱۵۳	۱۷۰	۱۶۹	۱۵۷	۱۵۸	۱۵۲	۱۵۹	۱۶۷	۱۶۸	۱۶۳	

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

تعداد دانش‌آموز



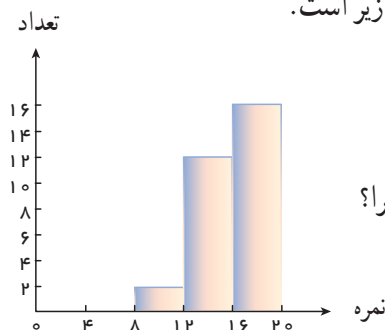
کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.

- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟



میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵ ۱۶/۵ ۱۴ ۱۸/۵ ۱۹ ۱۷ ۱۵ ۱۶ ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

- ۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد 40° نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.
- ۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته $130 < x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای 130° و 145 را به دست آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.
- ۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.
- برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته $205 - 190$ قرار دارد به جای آن عدد $197/5$ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا $197/5$ وجود دارد؟

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین 40° عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش چقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته \times فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
			$130 < X \leq 145$
			$145 < X \leq 160$
			$160 < X \leq 175$
			$175 < X \leq 195$
			$195 < X \leq 205$
			مجموع

میانگین = _____ = _____

۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین‌های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته‌ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$	--- /			
$4 \leq x < 8$	////			
		۸	۱۰	
$12 \leq x < 16$				
	--- ////		۱۸	
جمع		۴۴		

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه‌ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده‌اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

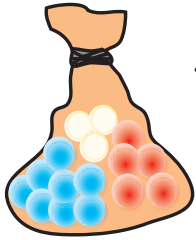
۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش‌آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان نمره‌اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش‌آموزان نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند. اگر این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این سؤال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

حالا فرض کنید همه دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند و معدل کلاس ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش‌آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش‌آموز را کنار بگذاریم معدل کلاس چند می‌شود؟



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوردیم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟

۲- یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟
«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می‌آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردن همهٔ سؤال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»
از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجهٔ آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد.

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

امکان ندارد	احتمال دارد
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی‌کند.
- هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید.
- یک سکه را انداختیم، رو می‌آید.
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است.
- من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آماده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.



۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

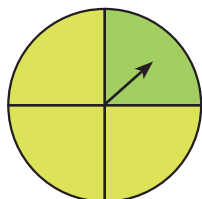
● انداختن یک سکه :

● انداختن یک تاس :

● حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد :

● در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از

کیسه بیرون می‌آید :



● رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد.

۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳,۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۵,۳) نشان می‌دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟

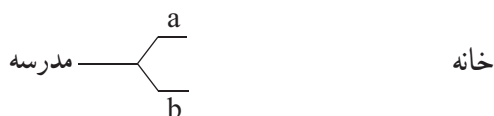
۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه

برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق

بیفتد؟



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

● اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).

● حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

(یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.)

● حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۴، ۷، ۵ و ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید.

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟



۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

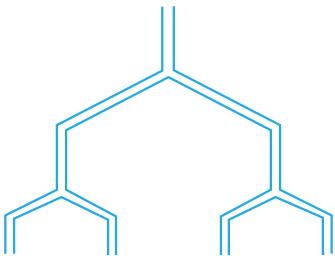
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟

(الف) این بار حتماً پشت می‌آید. (ب) این بار هم رو می‌آید. (ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است.

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان‌دار نشان دهید.



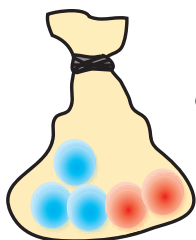
۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

مهره داشته باشد.)



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

هر ۵ دانش‌آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار آبی و چند بار قرمز است؟ اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی در آمده است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟ حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟

اگر آزمایش ۱۰۰ دانش‌آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک‌تر می‌شوند؟ وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: قرمز: آبی:

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟ آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟

در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

را با $n(a)$ و تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می‌دهیم. پس:

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن — و احتمال پشت آمدن آن — است.

وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید —، عدد ۲ بیاید — و عدد ۶ بیاید — است.

۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟

چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند. $n(\text{زوج آمدن}) = ۳$

چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید. $n(\text{تمام حالت‌ها}) = ۶$

پس: $P = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$

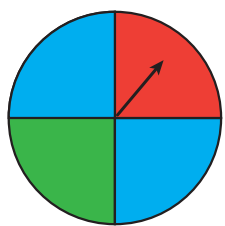
۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

احتمال رو آمدن = $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۱$
 انداختن سکه
 احتمال پشت آمدن =

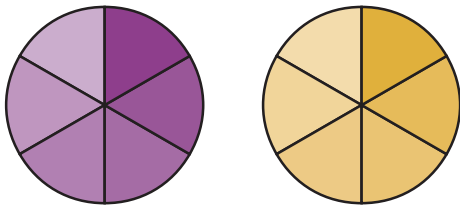
انداختن تاس: $\frac{۱}{۶} + \frac{۲}{۶} + \frac{۳}{۶} + \frac{۴}{۶} + \frac{۵}{۶} + \frac{۶}{۶} = ۲$

ایستادن عقربه روی یک رنگ



= احتمال رنگ سبز
 = احتمال رنگ قرمز $\rightarrow \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} = ۱$
 = احتمال رنگ آبی

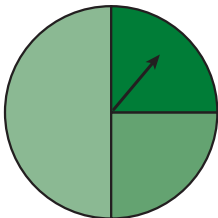
چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟



۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟



۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در کدام یک بیشتر است؟ چرا؟



۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{11}$ آنها زرد، $\frac{1}{4}$ آنها سفید و $\frac{1}{4}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر است؟

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم، احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

● آمار ● داده ● دامنه تغییرات ● حدود دسته ● متوسط دسته ● فراوانی

در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

● دانستن کاربرد هر یک از نمودارها ● پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها

● رسم نمودار بلوکی ● درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی

● پیدا کردن میانگین چند عدد ● پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها

● درک مفهوم پیشامد ● نوشتن تمام پیشامدهای ممکن

● درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد ● پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد

● احتمال ریاضی یک پیشامد ● پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن

● احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. ● مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

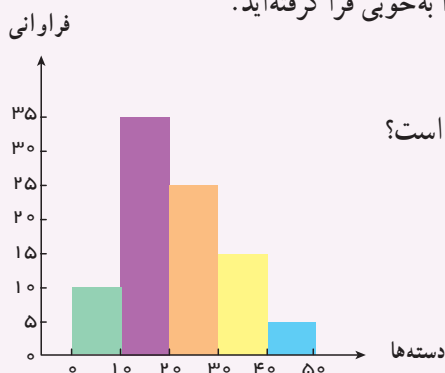
پیشامدها را پیش‌بینی کنیم.

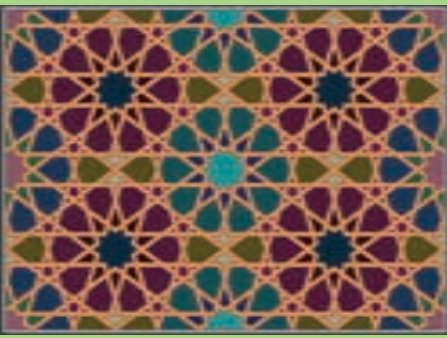
تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟





فصل ۱۰

ترسیم های هندسی و توازی

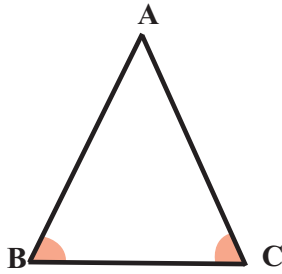


- مثلث و اجزاء آن
- ترسیم های هندسی
- اصول توازی
- خط های موازی و مورب

مهندسان در طراحی یک سازه پل یا ساختمان از قضیه ها و مسائل هندسی استفاده می کنند. به همین دلیل مهندس کسی است که هندسه می داند. آنها پس از طراحی یک سازه با کمک مفاهیم و قضایای هندسی، طرح خود را به صورت یک نقشه ارائه می کنند.
آیا شما می خواهید مهندس شوید؟

۱- انواع مثلث در زیر نوشته شده است. شکل هر کدام را رسم کنید.

مثلث متساوی الاضلاع مثلث متساوی الساقین مثلث قائم الزاویه مثلث مختلف الاضلاع



۲- شکل مقابل مثلث متساوی الساقین است. $(AB=AC)$.

چرا دو زاویه C و B با هم مساوی اند؟

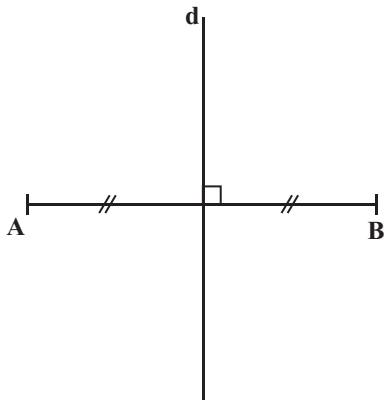
(ابتدا نیمساز زاویه A را رسم کنید.)

۳- خط d عمود منصف پاره خط AB است. یعنی هم بر AB عمود است و هم آن را نصف می کند. نقطه دلخواه M را

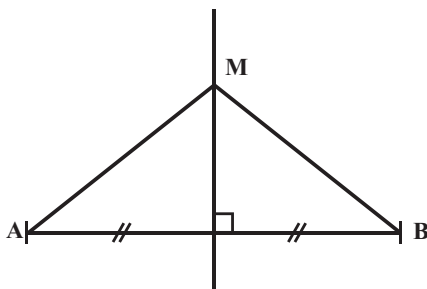
روی عمود منصف در نظر بگیرید و به دو سر پاره خط وصل کنید. MA و MB را اندازه بگیرید. با سه نقطه دیگر این کار را

تکرار کنید.

چه نتیجه ای می گیرید؟



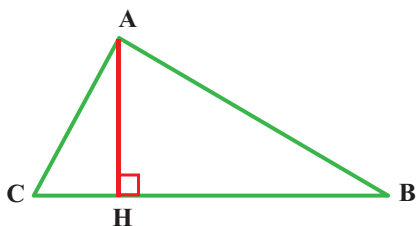
۴- نقطه M روی عمود منصف AB است. چرا $MA = MB$ است.



۱- در مثلث ABC ارتفاع نظیر رأس A یا ارتفاع وارد بر قاعده BC را رسم کرده ایم. شما ارتفاع نظیر رأس B را رسم

کنید. پای عمود را H' بنامید.

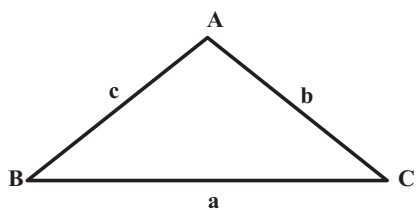
چرا تساوی مقابل درست است؟ $AH \times BC = BH' \times AC$



۲- برای سهولت نام گذاری ضلع های مقابل هر رأس را به صورت مقابل نام گذاری می کنیم. می توان ارتفاع وارد بر

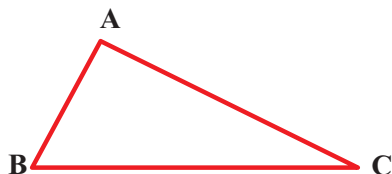
قاعده ها را به صورت h_a نیز نام گذاری کرد. چرا تساوی مقابل درست است؟

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$$



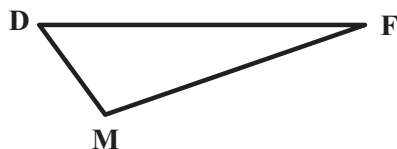
۳- میانه یعنی پاره خطی که از هر رأس به وسط ضلع مقابل آن وصل می شود. یک مثلث چند میانه دارد؟ چرا؟

میانه های مثلث مقابل را رسم کنید.



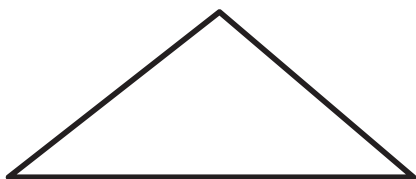
۴- یک مثلث چند نیمساز دارد؟ چرا؟

نیمسازها را رسم کنید.



۵- یک مثلث چند عمود منصف دارد؟ چرا؟

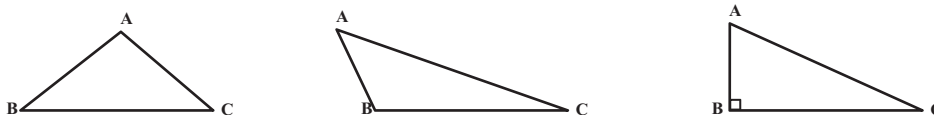
عمود منصف های مثلث را رسم کنید.



۶- اجزای مثلث (میانه، نیمساز، ارتفاع و عمود منصف) یک ویژگی مشترک دارند. با توجه به سؤال های بالا ویژگی

مشترک آنها را بیان کنید.

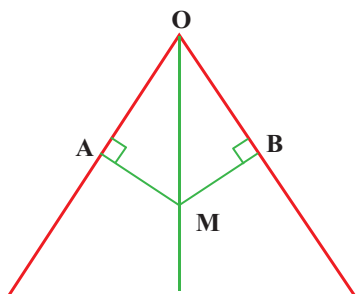
۱- در مثلث‌های داده شده هر سه ارتفاع را رسم کنید. از مقایسه آنها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۲- آیا محل برخورد سه نیمساز یک مثلث همیشه داخل مثلث است؟ چرا؟
برای مثلث‌های مختلف امتحان کنید.

۳- روی نیمساز زاویه O نقطه‌ای مثل M انتخاب شده است. فاصله نقطه M را از دو ضلع زاویه به دست آورید. ۳ نقطه

دیگر روی نیمساز در نظر بگیرید. فاصله آنها را از دو ضلع به دست آورید، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



براساس نتیجه‌ای که گرفتید تعریفی برای نیمساز زاویه ارائه کنید.

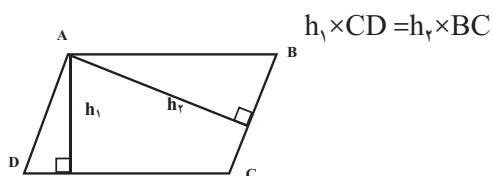
(نیمساز مجموعه نقاطی است که)

۴- قرار است یک مجتمع خدماتی شامل مدرسه، درمانگاه و ورزشگاه برای استفاده سه دهکده مشخص شده در نقشه

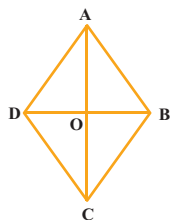
ساخته شود به طوری که فاصله این مجتمع سه دهکده به یک اندازه باشد. محل ساختمان مجتمع را مشخص کنید. تعیین محل

ساخت مجتمع به چه عوامل دیگری بستگی دارد؟

۵- در شکل متوازی‌الاضلاع روبرو چرا تساوی درست است؟

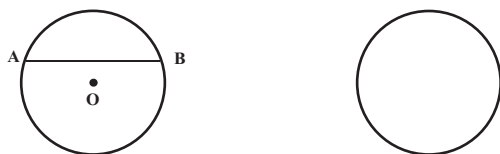


۶- چرا قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند؟



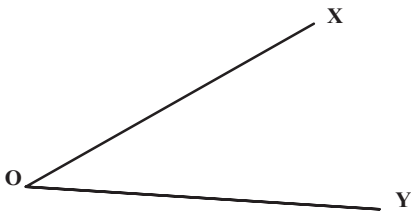
۷- چرا عمودمنصف پاره خط AB از مرکز دایره می‌گذرد؟

با توجه به سؤال بالا مرکز دایره مقابل را پیدا کنید.



روش رسم نیمساز یک زاویه را در دوره دبستان آموخته اید. مراحل زیر را دنبال کنید و به سؤال‌ها پاسخ دهید تا متوجه شوید چرا با این روش نیمساز زاویه به دست می‌آید.

۱- دهانه پیرگار را به دلخواه باز کنید. به مرکز O یک کمان (قسمتی از دایره) را رسم کنید تا نیم خط‌های OX و OY را در A و B قطع کند. چرا $OA=OB$ است؟

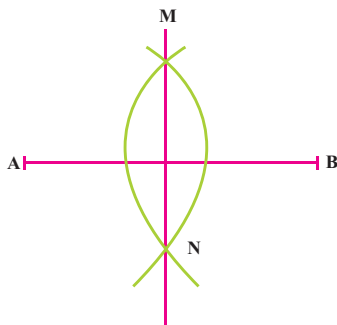


۲- به مرکزهای A و B، به شعاع دلخواه دو کمان مساوی رسم کنید تا یکدیگر را در C قطع کند. چرا $BC=AC$ است؟

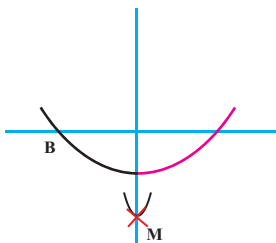
۳- O را به C وصل کنید. چرا OC نیمساز زاویه A است؟

مانند فعالیت بالا مراحل ترسیم شکل‌ها را بنویسید و دلیل بیاورید که چرا با انجام این مراحل شکل مورد نظر رسم می‌شود.

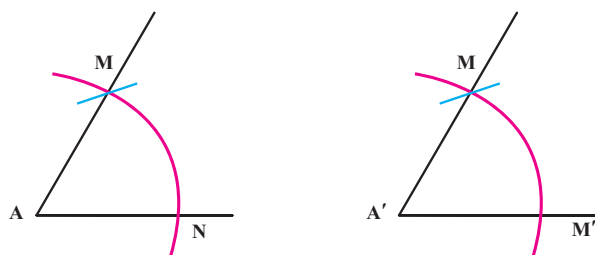
۱- رسم عمود منصف پاره خط AB



۲- رسم خط عمود از یک نقطه خارج خط

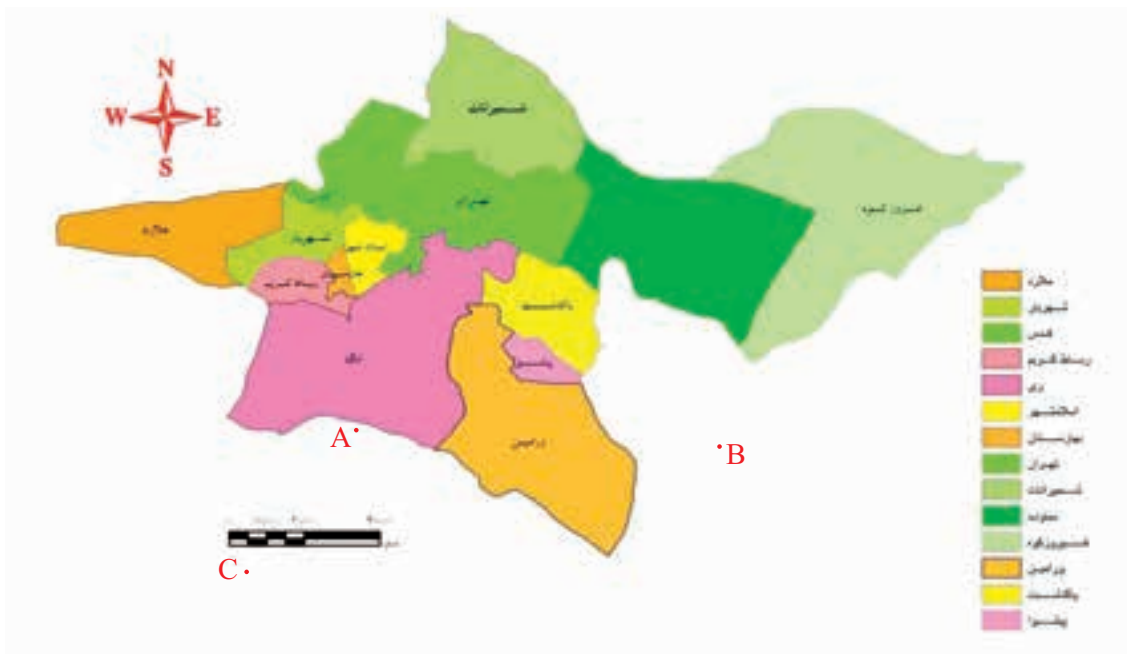


۳- رسم زاویه مساوی با یک زاویه دیگر

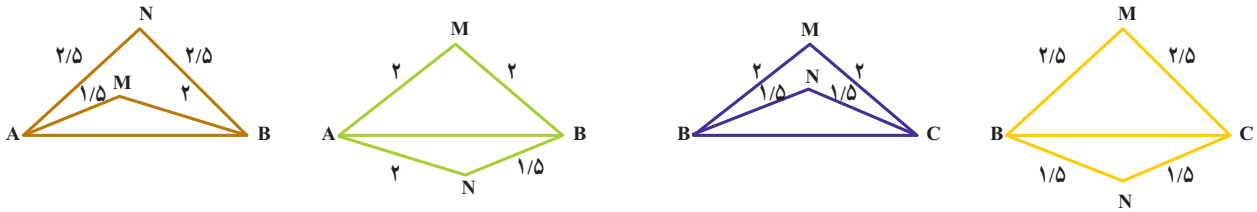


در کتاب مطالعات اجتماعی و در درس جغرافی با نقشه و مقیاس آن آشنا شده‌اید. وقتی می‌گوییم مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰ یا $\frac{1}{100}$ است، می‌توانیم این عدد را به صورت‌های مختلف تفسیر کنیم. برای مثال ۱۰۰ متر واقعی یک متر روی نقشه است، یا ۱۰۰ سانتی‌متر در واقعیت برای یک سانتی‌متر روی نقشه است. مقیاس نقشه زیر ۱ به ۱۰۰۰۰۰ است. تفسیر مقیاس را بنویسید.

فاصله نقاط A، B و C را از یکدیگر روی نقشه پیدا کنید و بنویسید در اندازه واقعی این فاصله‌ها چند متر هستند؟



۱- در کدام شکل خط MN عمود منصف پاره خط AB است؟ چرا؟



۲- با پرگار، خط کش و نقاله شکل های زیر را رسم کنید.

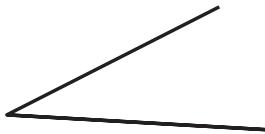
الف) پاره خطی به طول ۵ سانتی متر و عمود منصف آن

ب) یک زاویه 120° درجه و نیمساز آن با پرگار

پ) یک زاویه دلخواه و زاویه دیگری که با آن مساوی باشد.

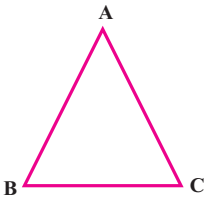
۳- یک زاویه رسم کنید و با کمک پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۴- زاویه مقابل را سه برابر کنید.

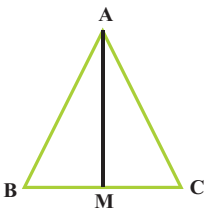


۵- یک پاره خط رسم کنید و با پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۶- مثلث ABC متساوی الساقین است. چرا اگر عمود منصف BC را رسم کنیم، از رأس A می گذرد؟

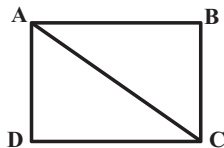


۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. میانه AM را رسم کرده ایم. چرا AM نیمساز زاویه A نیز محسوب می شود؟



۸- اگر قطر مربع را رسم کنیم آیا نیمساز زاویه ها هم محسوب می شود؟ چرا؟

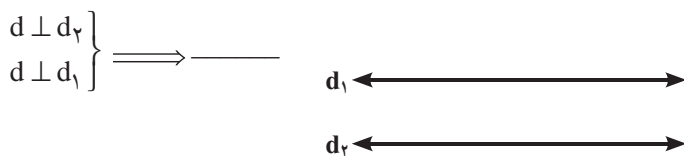
آیا در مستطیل هم همین طور است؟ چرا؟



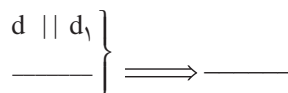
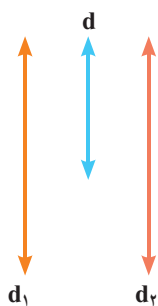
۱- دو خط d_1 و d_2 را به خط d به صورت عمود رسم کنید. آیا این دو خط با هم موازی اند؟ (یعنی عمود بودن و \perp یعنی موازی بودن) نتیجه گیری مقابل را کامل کنید.



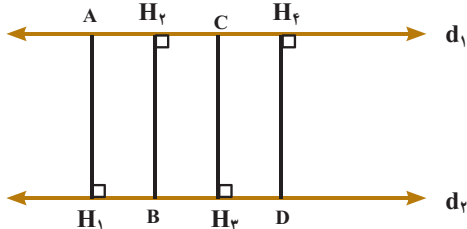
۲- خط های d_1 و d_2 با هم موازی اند. خط d را بر d_1 عمود کنید و امتداد دهید. آیا خط d بر خط d_2 هم عمود می شود؟



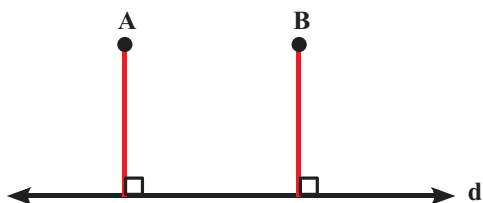
۳- دو خط d_1 و d_2 با هم موازی اند. دو خط d_2 و d نیز با یکدیگر موازی اند. آیا دو خط d_1 و d_2 خودشان با هم موازی می شوند؟



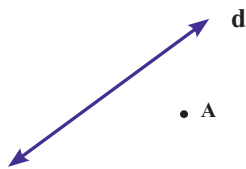
۴- اگر d_1 موازی d_2 باشد، فاصله نقاط را تا خط مقابل آن پیدا کنید. چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟



۵- فاصله نقاط A و B از خط d با هم برابر است. آیا خطی که از A و B می گذرد موازی d است؟



۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل از نقطه A خطی به موازات خط d رسم کنید.

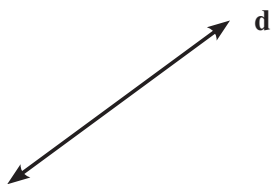


۲- خطی موازی d رسم کنید که فاصله اش از آن ۲ سانتی متر باشد.



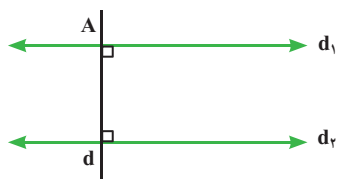
۳- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله ۲ سانتی متر باشند.

توضیح دهید که چگونه می توان دلیل آورد که این نقاط به فاصله ۲ سانتی متر از خط d هستند.



۴- دو خط موازی با خط عمود آنها زاویه های برابر می سازد. یک خط مورب طوری رسم کنید که دو خط موازی را

قطع کند. آیا این خط نیز با دو خط موازی، زاویه های مساوی می سازد؟



۵- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله کمتر از یک سانتی متر هستند.



۶- تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر هستند.

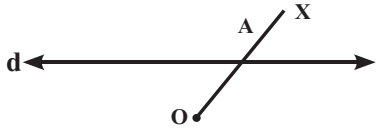


۷- تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی مترند و از خط d هم به فاصله ۱ سانتی متر قرار دارند.



۱- در شکل زیر خط‌های d و d' با هم موازی و به فاصله ۲ سانتی متر از یکدیگر قرار دارند. فاصله نقطه A از خط d'

چقدر است؟



آیا روی نیم خط Ox نقطه دیگری می‌توان یافت که فاصله آن از خط d' ، ۲ سانتی متر

باشد؟ چرا؟

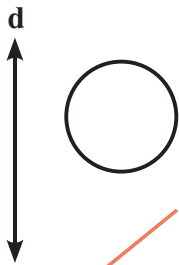


۲- نقاطی از پاره خط AB پیدا کنید که فاصله آنها از خط d برابر ۲ سانتی متر باشد.

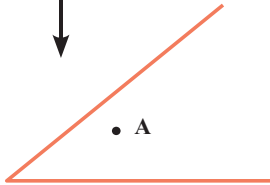


۳- نقاطی از دایره را پیدا کنید که فاصله آنها تا خط d کمتر از $1/5$ سانتی متر باشد. کدام نقاط دایره فاصله‌ای برابر با

$1/5$ سانتی متر تا خط d دارند؟



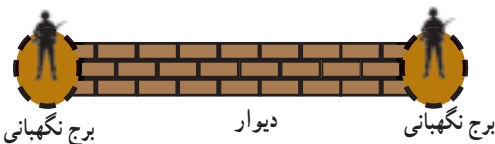
۴- از نقطه A به موازات ضلع‌های زاویه خطی رسم کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید.



۵- روی نقشه زیر دیوار یک پادگان به طول 100 متر و دو برج نگهبانی در دو طرف دیوار دیده می‌شود. دو نگهبان تا

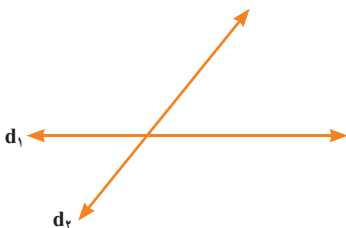
فاصله 20 متری را به خوبی می‌بینند اگر قرار باشد از دو طرف دیوار به فاصله 30 متر را تحت نظر داشته باشند، کدام قسمت از

زمین اطراف دیوار کمترین دید را خواهد داشت؟ مقیاس نقشه 5 به 1000 است.



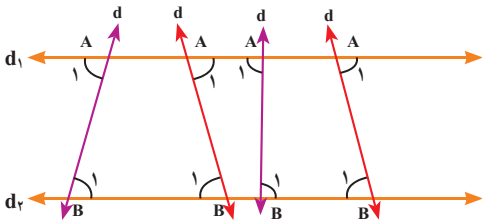
۶- نقاطی را پیدا کنید که از خط d_1 به فاصله 1 سانتی متر و از خط d_2 به فاصله $1/5$ سانتی متر باشند. این مسئله چند

جواب دارد؟ جواب‌ها را مشخص کنید.



۱- در شکل زیر خط‌های d_1 و d_2 با هم موازی‌اند. خط مورب d در چهار حالت این دو خط را قطع کرده است در هر

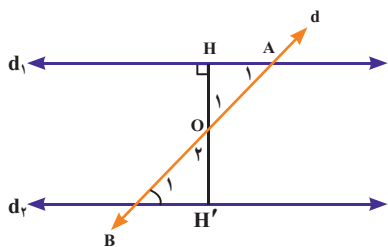
حالت زاویه‌های A_1 و B_1 را اندازه بگیرید.



۲- در شکل زیر دو خط d_1 و d_2 با هم موازی‌اند و خط d آنها را در A و B قطع کرده است. با پاسخ دادن به سؤال‌های

زیر دلیل بیاورید که چرا $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ از نقطه O بر خط d_1 عمود کردیم و امتداد دادیم تا خط d_2 را قطع کند چرا OH' نیز بر d_2

عمود است؟ $\{d_1 \parallel d_2\}$



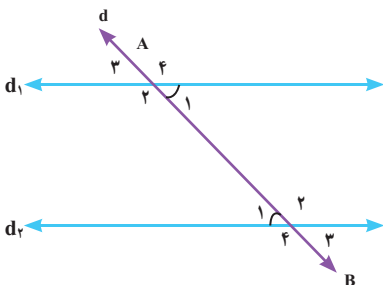
می‌دانیم در هر مثلث مجموع زاویه‌ها 180° است. نتیجه‌گیری مقابل را کامل کنید.

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{O}_1 + \hat{H} &= 180^\circ \\ \dots + \dots + \dots &= 180^\circ \\ \hat{H} &= \hat{H}' \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

۳- در شکل زیر $d_1 \parallel d_2$ و آنها را قطع کرده است.

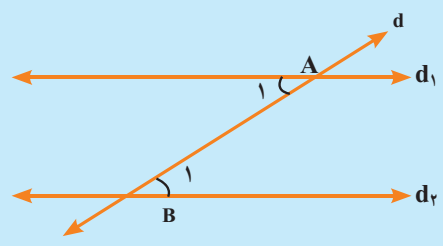
چرا $\hat{B}_1 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1 = \hat{A}_3$

$\hat{A}_2 = \hat{A}_4 = \hat{B}_2 = \hat{B}_4$

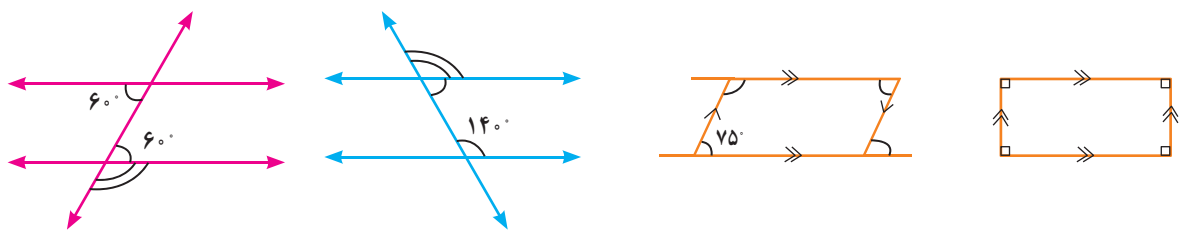


در شکل زیر خطوط موازی و مورب دیده می‌شوند. هنگام حل مسائل به صورت زیر استدلال خود را می‌نویسیم.

$$(d_1 \parallel d_2 \text{ و } d \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1$$

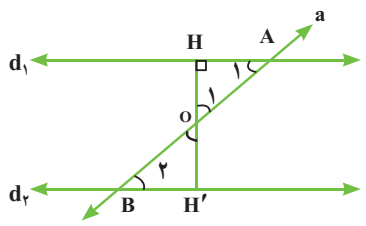


۱- باتوجه به خطوط موازی و مورب رسم شده اندازه زاویه‌های مشخص شده را در شکل‌های زیر بنویسید.



۲- خط a دو خط d_1 و d_2 را طوری قطع کرده است که $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$ است. از نقطه O وسط AB بر d_1 عمود می‌کنیم و

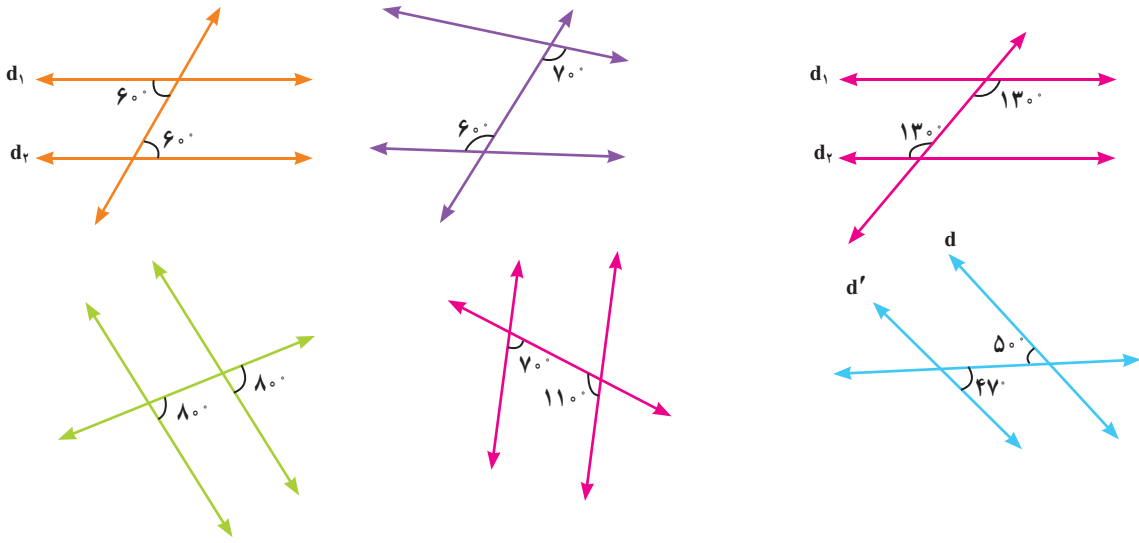
امتداد می‌دهیم تا d_2 را قطع کند.



چرا دو مثلث OHA و OH'B باهم برابرند؟ چرا $\angle H = 90^\circ$ ؟
اگر HH' بر دو خط d_1 و d_2 عمود باشند، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\left. \begin{array}{l} HH' \perp d_1 \\ HH' \perp d_2 \end{array} \right\}$$

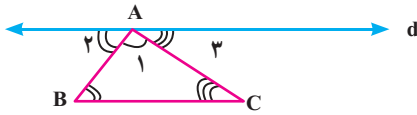
۳- در کدام یک از شکل‌های زیر خط‌ها موازی‌اند؟



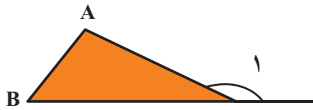
۱- دو خط با زاویه‌های برابر خط d را قطع می‌کنند. آیا همیشه این دو خط با هم موازی می‌شوند؟ چرا؟



۲- با توجه به شکل زیر استدلال کنید که مجموع زاویه‌های یک مثلث 180° است. (خط d موازی BC است.)

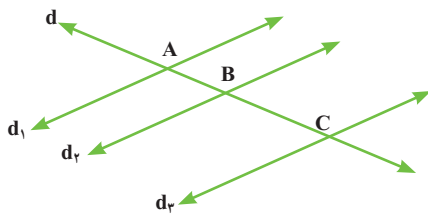


۳- با توجه به شکل مقابل توضیح دهید چرا $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$ ؟

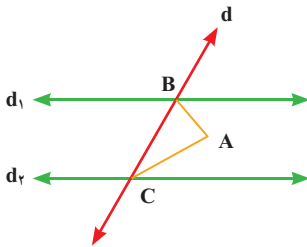


۴- با توجه به شکل زیر خطوط d_1, d_2, d_3 موازی اند و خط d آنها را قطع کرده است. زاویه‌های مساوی را در شکل

نشان دهید و نام ببرید.



۵- در شکل زیر دو خط d_1, d_2 با هم موازی اند خطوط AB و AC نیمساز دو زاویه اند. زاویه A چند درجه است؟



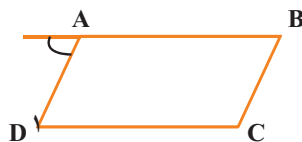
۶- مجموع زاویه‌های یک ضلعی ۵ چند درجه است؟

۷- مجموع زاویه‌های یک ضلعی ۷ چند درجه است؟

۸- چهارضلعی مقابل متوازی الاضلاع است.

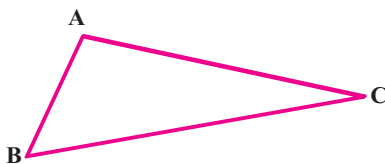
چرا $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$ ؟

چرا \hat{C} و \hat{D} مکمل هستند؟



۹- نیمساز زاویه A را رسم کنید (AD) . از نقطه D به موازات ضلع AB رسم کنید تا AC را در E قطع کند (DE) .

چرا مثلث ABE متساوی الساقین است؟



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آن را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عمود منصف □ ارتفاع □ نیمساز □ میانه □ مقیاس □ اصل

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- | | |
|-----------------------------|--|
| □ خاصیت مثلث متساوی الساقین | □ خاصیت عمود منصف |
| □ ویژگی اجزای یک مثلث | □ توجه و استدلال کردن برای روش‌های ترسیم‌های هندسی |
| □ مقیاس نقشه | □ اصل‌های متوازی |
| □ رسم دو خط موازی | □ رسم دو خط موازی از نقطه داده شده |
| □ قضیه موازی و مورب | □ عکس قضیه موازی و مورب |

مهم‌ترین کاربرد این درس در تبدیل مسائل واقعی به یک مسئله هندسی است که به آن مدلسازی هندسی می‌گوییم. ضمن آنکه در این فصل شما با روش استدلال کردن و بیان آن استدلال آشنا می‌شوید.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

- چرا ۳ عمود منصف یک مثلث در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟
- شکل زیر متوازی‌الاضلاع است (فقط می‌دانیم چه ضلع‌های موازی یکدیگرند) چرا دو مثلث ABD و BCD با هم برابرند؟

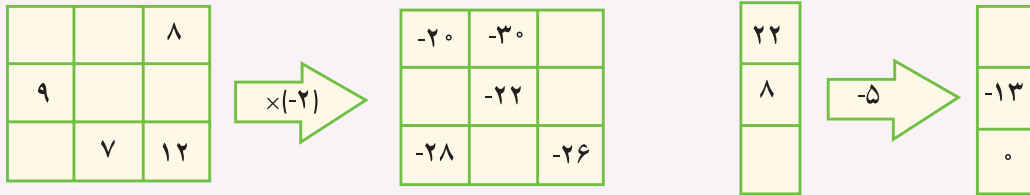


- مجموعه‌ای از نقاط را پیدا کنید که از خط d به فاصله کمتر از ۲ سانتی‌متر و از نقطه A به فاصله بیشتر از $1/5$



سانتی‌متر باشد.

۱- نمودارها را کامل کنید.



۲- از عددی ۲ بار جذر گرفتیم. حاصل آن عدد آن عدد ۴ شد. عدد مورد نظر را پیدا کنید.

۳- علی یک جعبه مکعب شکل را با کاغذ رنگی به طور کامل پوشاند (کاغذها روی هم قرار نگرفتند) اگر ۶۶۰ سانتی متر مربع کاغذ مصرف شده باشد. اندازه ضلع مکعب چقدر است؟

۴- نقطه M به مختصات $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$ و نقطه N به مختصات $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید.
 (۱) بردار MN را مشخص کنید و مختصات آن را بنویسید.

(۲) مثلث ABC را به مختصات $A = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$ در صفحه رسم کنید.

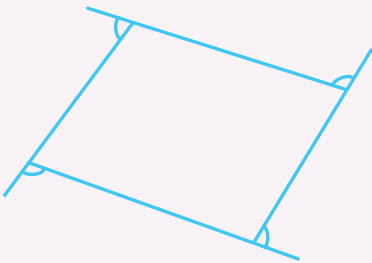
(۳) مثلث ABC را با بردار MN انتقال دهید تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید.

(۴) آیا اضلاع این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟

(۵) آیا اضلاع این دو مثلث با هم موازی اند؟ چرا؟

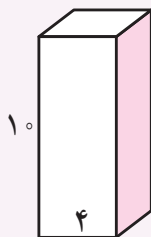
(۶) آیا مساحت این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟

۵- در شکل مقابل مجموع زاویه های مشخص را پیدا کنید.

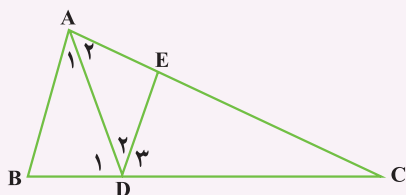


۶- مجموع زاویه‌های یک n ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید. در حل این مسئله از چه راهبردی استفاده کردید؟

۷- قاعده شکل مقابل به صورت مربع است. ارتفاع آن 10° سانتی متر است. حجم و مساحت جانبی این شکل را پیدا کنید.



۸- در شکل مقابل DE موازی AB است. کدام زاویه‌ها با هم برابرند؟



۹- عبارت جبری زیر را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای $x=2$ و $y=-2$ پیدا کنید.

$$-2(x-y-1)+2(1-x+2y)+2x^2-4y^2=$$

۱۰- عبارتهای توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$2^3 \times 5^3 \times 10^5 \times 50^2 =$$

$$(-2)^4 \times 2^5 =$$

$$(1/5)^3 \times (-\frac{3}{4})^4 \times (1\frac{1}{4})^1 =$$

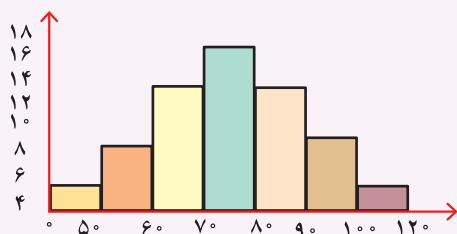
$$-8^3 \times 8^4 \times 8 =$$

۱۱- احتمال اینکه اگر دو سکه را بندازیم و هر دو رو بیاید، چقدر است؟

۱۲- احتمال اینکه یک تاس ۱۲ وجهی را که عددهای ۱ تا ۱۲ روی آن نوشته شده، بیندازیم و مضرب ۵ بیاید،

چقدر است؟

۱۳- با توجه به نمودار زیر جدول فراوانی را رسم کرده و میانگین داده‌ها را پیدا کنید.



۱۴- مجموعه نقاطی را پیدا کنید که فاصله آن از خط d ۲ سانتی متر و از نقطه A به اندازه $1/5$ سانتی متر باشد.

این مسئله در حالت‌های مختلف چند جواب دارد؟

در چه صورت جواب ندارد؟

بیشترین تعداد نقطه با این شرایط چند تاست؟



