گروه پارس سیویل ارائه دهنده مطالبی در مورد مهندسی عمران میباشد.

همچنین شما قادر خواهید بود که با راه های ارتباطی که در وبلاگ گروه به نشانی

PARSCIVIL.BLOG.IR

معرفی شده است میتوانید با ارائه پیشنهادات و انتقادات خود، ما را در این راه راهنمایی و همراهی کنید.

گروه پارس سیویل در انجام انواع پروژه های درسی و غیر درسی ذکر شده در وبلاگ نیز همچنین همراه شما عزیزان می باشد.

منتظر حضور گرم شما عزیزان هستیم.

1 فصل اول:

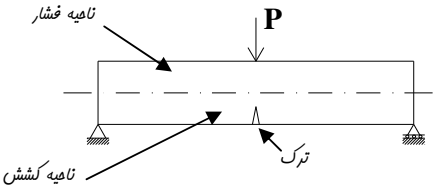
خواص بتن و فولاد

- ☑ **بتن آرمه**
- ☑ **ویژگی های بتن آرمه**
- ☑ **بتن**
- ☑ **خواص بتن**
- ☑ **نمونه برداری برای پذیرش بتن**
- ☑ **مدول الاستیسیته بتن** E_c
- ☑ **فولاد**

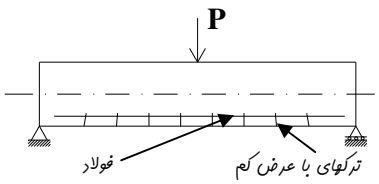
بتن آرمه(بتن مسلح):

بتنی که توسط فولاد مسلح شده است را بتن آرمه گویند. عموماً بتن را به علت ضعف کششی آن، توسط فولاد (در ناحیه کششی) تقویت می کنند که مجموعه حاصل بتن آرمه یا بتن مسلح نامیده می شود.

برای آزمایش، دو تیر بتنی مشابه مطابق شکل الف و ب را در نظر میگیریم که تیر بتنی شکل ب توسط فولاد در ناحیه کششی مسلح شده است و بعد از بارگذاری به صورت زیر، دیده می شود که تیر بتن آرمه ظرفیت باربری بسیار بالایی نسبت به تیر بتنی ساده (بدون فولاد) دارد. زیرا در تیر بتنی ساده با ایجاد اولین ترک در ناحیه کششی تیر دچار گسیختگی می گردد و در حالت مسلح به علت وجود فولاد در ناحیه کششی پس از ایجاد اولین ترک فولاد وارد عمل شده و در مقابل کشش مقاومت می کند تا زمانی که ترکهای بیشتری در این ناحیه بوجود آید و باعث گسیختگی در تیر گردد.



شکل 1- 1- الف: تیر بتنی ساده



شکل 1- 1- ب: تیر بتن آرمه

نکته: در آزمایشات دیده شده است که تیر بتن آرمه ظرفیت باربری تا حدود20 برابر تیرهای ساده (مسلح نشده) از خود نشان می دهد.

ویژگی های بتن آرمه:

از ویژگی های بتن آرمه می توان به موارد زیر اشاره کرد:

1- مقاومت فشاری خوب و شکل گیری عالی در درون قالب از جانب بتن.

2- چسبندگی خوب بین بتن سخت شده و فولاد.

3- ضریب انبساط حرارتی تقریبا یکسان بتن وفولاد.

$$\alpha_{concret} = 1.0\times10^{-6}\ {}^{1}/_{c}$$

$$\alpha_{steel} = 1.2\times10^{-6}\ {}^{1}/_{c}$$

4- مقاومت بالا در برابر آتش سوزی و خوردگی(از جانب بتن).

توجه: در سازه های بتن آرمه تحت اثر بار، امکان ایجاد ترک در قسمت کششی مقطع می باشد. البته این ترکها با چشم قابل رویت نیستند و بسیار کم اهمیت می باشند و استفاده از سازه را تحت تاثیر قرار نمی دهند.

بتن:

بتن ماده ای مرکب از سیمان، مصالح سنگی(شن و ماسه)، آب و گاهی مواقع مواد مضاف(افزودنی) می باشد که در ابتدا پس از اختلاط مواد فوق، به صورت خمیری است و بعد از مدتی به صورت جسمی سخت تبدیل می گردد.

وزن مخصوص بتن نرمال(بتنی که مصالح سنگی در آن استفاده شده باشد)تقریباً برابر

$$\gamma_{\text{بتن}} = 2300\,Kg/m^3 \cong 23\,KN/m^3$$

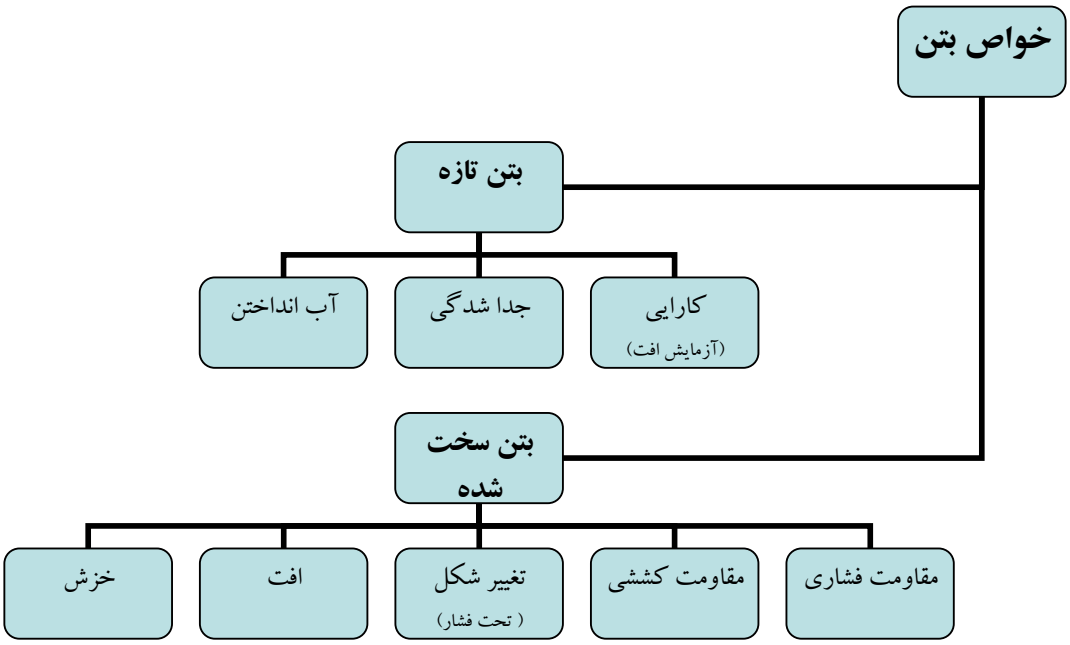
می باشد که اگر به صورت بتن آرمه بکار رود وزن مخصوص آن به مقدار

$$\gamma_{\text{بتن آرمه}} = 2400\,Kg/m^3 \cong 24\,KN/m^3$$

افزایش پیدا می کند.

خواص بتن:

خواص بتن را می توان در دو حالت بتن تازه و بتن سخت شده به صورت زیر خلاصه کرد:



توضیح: کارایی بتن تازه با استفاده از آزمایش افت اسلامپ تعیین می گردد که مقدار افت برای ساختمانهای معمولی بین 5 تا 7/5 سانتیمتر می باشد.

توضیح: جدا شدگی

توضیح: آب انداختن

1- مقاومت فشاری

برای تعیین مقاومت فشاری بتن از آزمایش مقاومت فشاری بر روی نمونه های استاندارد 28 روزه بتن استفاده می گردد. نمونه های استاندارد مورد استفاده در این آزمایش دو نوع می باشند.

- نمونه های استوانه ای 15×30Cm (استاندارد ایران و آمریکا) با مقاومت فشاری 28 روزه f_c
- نمونه های مکعبی 15×15Cm (استاندارد اروپا) با مقاومت فشاری 28 روزه f_{cu}

توجه: در شرایط معمول بین مقاومت فشاری دو نمونه استاندارد بالا رابطه زیر برقرار است:

$$f_c = 0.8\ f_{cu}$$

2- مقاومت کششی

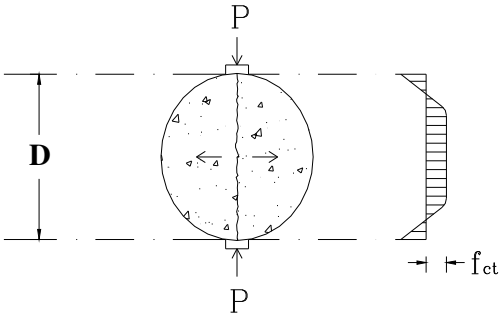
بطوری که آزمایشات نشان می دهد مقاومت کششی بتن در حدود 7 تا 11 درصد مقاومت فشاری آن می باشد بنابراین بتن در مقابل کشش ضعیف است. برای تعیین مقاومت کششی بتن از روشهای زیر استفاده می گردد.

- **آزمایش مقاومت کششی مستقیم:** که نمونه باید تحت نیروی کششی مستقیم و خالص قرار گیرد و به علت مشکل بودن آزمایش و ایجاد کشش خالص، متداول نمی باشد.
- **آزمایش مقاومت کششی غیر مستقیم:**

- آزمایش شکافت نمونه استوانه ای (روش برزیلی)
- آزمایش مدول گسیختگی (مقاومت کششی خمشی بتن)

آزمایش شکافت نمونه استوانه ای

در این آزمایش نمونه استوانه ای 30×15 به صورت افقی مطابق شکل در زیر دستگاه قرار داده می شود و نیروی P بر آن وارد می گردد تا نمونه دچار گسیختگی مطابق شکل گردد. مقاومت کششی بتن در این آزمایش از رابطه زیر بدست می آید.



شکل 1- 2: نمایش شکافت نمونه استوانه ای

$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi.D.L}$$

f_{ct} : مقاومت شکافت خوردگی بتن

D: قطر نمونه استوانه ای (در حالت استاندارد 15 سانتیمتر)

L: ارتفاع نمونه استوانه ای (در حالت استاندارد 30 سانتیمتر)

P: نیرویی که باعث شکافت نمونه می گردد.

توجه: مقاومت کششی بدست آمده از آزمایش بالا در حدود ٪ 15 بیشتر از مقاومت کششی بتن در آزمایش مستقیم می باشد.

مطابق آیین نامه آبا مقاومت کششی شکافت خوردگی بتن نرمال را می توان با استفاده از رابطه زیر از روی مقاومت فشاری نمونه استوانه ای استاندارد بدست آورد.

$$f_{ct} = 0.55\sqrt{f_c}$$

f_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2

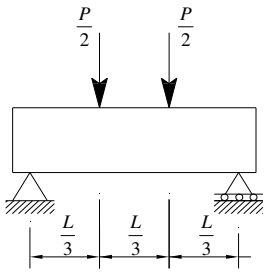
رابطه فوق در آیین نامه ACI به صورت زیر بیان شده است:

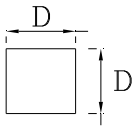
$$f_{ct} = 1.78\sqrt{f'_c}$$

f'_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب kg/cm^2

مقاومت کششی در خمش (مدول گسیختگی)

در این روش تیر بتنی با ابعاد D (به اندازه یک سوم طول دهانه) ساخته شده و بر روی دو تکیه گاه ساده به صورت زیر تحت بار متمرکز قرار می گیرد.





شکل 1- 3: نمونه آزمایش مدول گسیختگی

تنش بوجود آمده در ناحیه کششی برابر است با:

$$\sigma = \frac{M.C}{I}$$

$$M = \frac{P.L}{6} \quad , \quad C = \frac{D}{2} = \frac{L}{6} \quad , \quad I = \frac{D^4}{12} = \frac{L^4}{12 \times 81}$$

$$\Rightarrow \sigma = f_r = \frac{27P}{L^2}$$

مقاومت کششی بتن در لحظه گسیختگی مطابق آبا با استفاده از رابطه زیر بدست می آید.

$$f_r = 0.63\sqrt{f_c}$$

f_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2

طبق آیین نامه ACI مقاومت کششی بتن در خمش برابر است با:

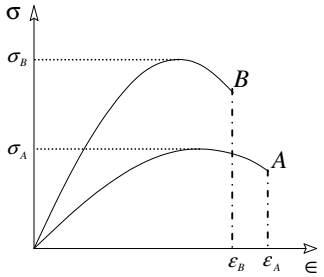
$$f_r = 2\sqrt{f_c'}$$

f_c' : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب kg/cm^2

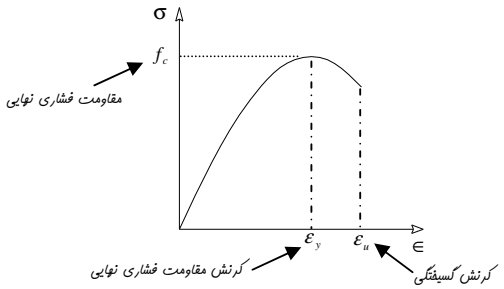
3- تغییر شکل تحت فشار

نمودار تنش – کرنش بتن که نشانگر رفتار بتن (تغییر شکل آن) در برابر نیروی فشاری می باشد را می توان به صورت زیر در نظر گرفت. شکل نمودار تنش- کرنش بستگی به مقاومت، عمر بتن در هنگام بارگذاری، سرعت بارگذاری، مشخصات سیمان و دانه ها و نوع و اندازه نمونه دارد. از خواص مهم این نمودار می توان به دو مورد زیر اشاره کرد.

- نمودار دارای قسمت اولیه خطی و در تنش های بالاتر دارای انحنا می باشد.
- بتن های کم مقاومت تر مانند نمونه A، تغییر شکل بیشتری دارند.($\sigma_A < \sigma_B \Leftarrow \varepsilon_A > \varepsilon_B$)



شکل 1- 4: اثر مقاومت فشاری بر نمودار تنش- کرنش بتن



شکل 1- 5: مشخصات نواحی مختلف نمودار تنش- کرنش بتن

مطابق نتایج بدست آمده از آزمایشات تجربی بر روی نمونه های بتنی با مقاومت های مختلف می توان گفت:

نکته1: کرنش در هنگام مقاومت فشاری نهائی در حدود 0/003 – 0/0015 می باشد.

نکته2: کرنش در هنگام گسیختگی در حدود 0/004 - 0/003 می باشد.

توضیح: طبق آئین نامه آبا حداکثر کرنش در دورترین تار فشاری بتن 0/003 در نظر گرفته می شود.

4- افت

تغییر حجم بتن بدون وابستگی به تاثیر نیروهای خارجی را افت یا جمع شدگی بتن گویند.

5- خزش

تغییر شکل پی در پی بتن به مرور زمان تحت اثر بار ثابت (به شرط آنکه تنش های ایجاد شده در بتن در محدوده الاستیک باشد) را خزش بتن گویند.

نمونه برداری برای پذیرش بتن

برای آنکه بتن ساخته شده در عمل دارای مشخصات مورد نیاز طراح باشد و بتوان آن را کنترل کرد از بتن نمونه برداری می شود. نمونه برداری می تواند از بتن تازه (برای آزمایشهای اسلامپ، مقاومت فشاری، مقاومت کششی و...) و یا از بتن سخت شده (کر گیری و...) باشد. بر روی نمونه های گرفته شده با توجه به استاندارد و آیین نامه مورد استفاده آزمایشهای لازم صورت می گیرد و در صورتی که نتایج بدست آمده شرایط مورد نیاز آیین نامه را بر آورده کنند بتن فوق مورد قبول می باشد.

برای آنکه بتوان گفت بتن مورد استفاده دارای مقاومت فشاری مناسب طرح می باشد (مقاومتی که طراح در نظر گرفته است f_c) مطابق آیین نامه بتن ایران باید مقاومت فشاری بدست آمده از سه نمونه متوالی یعنی f_1, f_2, f_3 شرایط زیر را داشته باشند(f_c : مقاومت فشاری مشخصه 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2).

1- در آزمایش فشاری سه نمونه متوالی مقاومت هیچکدام کمتر از مقاومت مشخصه نباشد.

$$f_1, f_2, f_3 \geq f_c (N/mm^2)$$

2- متوسط مقاومت نمونه ها حداقل $1.5\ N/mm^2$ بیشتر از مقاومت مشخصه باشد و کوچکترین مقاومت نمونه ها از مقاومت مشخصه منهای $4\ N/mm^2$ کمتر نباشد.

$$IF \qquad \bar{f} = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{3} \quad , \quad f_{\min} = \min(f_1, f_2, f_3)$$

$$\Rightarrow \quad \bar{f} \geq f_c + 1.5 (N/mm^2) \quad , \quad f_{\min} \geq f_c - 4 (N/mm^2)$$

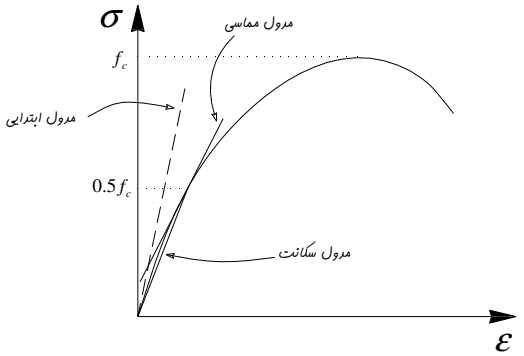
مدول الاستیسیته بتن E_C

با توجه به اینکه برخلاف فولاد، نمودار تنش-کرنش بتن به صورت خطی نمی باشد بنابراین نمی توان مدول الاستیسیته مشخصی و ثابتی برای آن در نظر گرفت. به همین جهت از تعاریف مدول ابتدایی، مدول مماسی و مدول سکانت استفاده می گردد.

مدول ابتدایی: شیب خط مماس به ابتدای منحنی تنش کرنش بتن را مدول ابتدایی گویند.

مدول مماسی: شیب خط مماس به منحنی تنش- کرنش در هر نقطه از منحنی را مدول مماسی در آن نقطه گویند.

مدول سکانت: شیب خط مماسی را که نقطه ابتدای منحنی را به نقطه نظیر تنش $0.5\ f_c$ متصل می کند، گویند.



شکل 1- 6: نمایش مدولهای ابتدایی، مماسی و سکانت در نمودار تنش- کرنش بتن

چون مدول الاستیسیته بتن ثابت نیست و بستگی به f_c آن دارد از مدول سکانت نظیر 25 تا 50 درصد مقاومت فشاری بتن به عنوان مدول الاستیسیته آن استفاده می گردد.

مطابق آیین نامه بتن ایران مدول الاستیسیته بتن از رابطه زیر بدست می آید.

$$E_c = 5000\sqrt{f_c} \qquad (10-1)$$

f_c : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب N/mm^2

در آیین نامه ACI رابطه فوق به صورت زیر ذکر شده است:

$$E_c = 15000\sqrt{f_c'}$$

f_c' : مقاومت فشاری 28 روزه نمونه استاندارد بر حسب kg/cm^2

برای مثال مدول الاستیسیته چند نوع بتن با مقاومت های مشخصه مختلف مطابق ACI در جدول زیر آمده است.

جدول 1- 1: نمایش مدول الاستیسیته چند نوع بتن با مقاومت های مختلف در ACI

$f_c'(kg/Cm^2)$	$E_c(kg/Cm^2)$
200	2.1×10^5
240	2.3×10^5
280	2.5×10^5

فولاد

فولاد آلیاژی پر مقاومت و شکل پذیر است که از آهن و کربن و عناصر دیگر از قبیل منگنز ساخته می شود و با توجه به میزان عناصر فوق در فولاد خواص آن تغییر می کند.

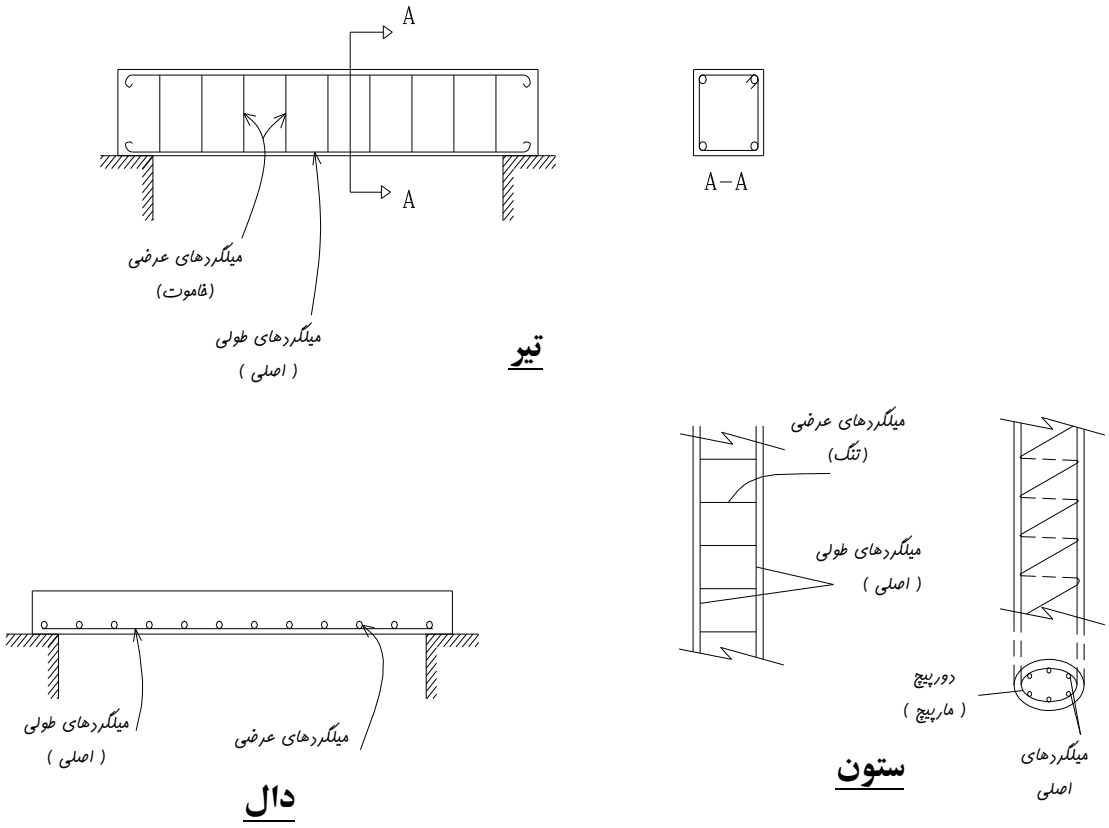
نکته1: افزودن کربن به آهن مقاومت را بالاتر اما خاصیت شکل پذیری را کاهش می دهد.

نکته2: میزان کربن فولاد در حدود 0/2 تا 0/3 درصد می باشد.

نکته3: افزودن منگنز به آهن نیز مقاومت را بالا می برد.

نقش فولاد در قطعات بتن مسلح را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- تحمل کشش مستقیم
- تحمل کشش ناشی از برش
- تحمل فشار در عناصر فشاری و خمشی



شکل 1- 7: کاربرد فولاد به صورت میلگرد در قطعات مختلف بتن مسلح

فولاد در ساختمانهای بتن مسلح (بتن آرمه) بصورتهای زیر مورد استفاده قرار می گیرد.

- میلگرد (آرماتور)
- شبکه یا توریهای جوش شده از مفتول
- مفتول
- کابل

میلگرد (آرماتور):

میلگرد ها به دو صورت ساده ϕ و آجدار $\overline{\phi}$ در بازار موجود می باشند. و به دلیل مسئله چسبندگی بهتر، امروزه به تاکید آیین نامه باید از نوع آجدار در قطعات سازه ای ساختمانها استفاده گردد.

همچنین از نظر مقاومتی سه نوع میلگرد در ایران با مشخصات زیر مطابق آیین نامه آبا وجود دارند که قطر آنها از 6 تا 32 متغیر بوده و در طولهای 12 متری تولید می گردند. در صورت نیاز به قطر بزرگتر و طول بیشتر باید به کارخانه سازنده سفارش داده شود. در غیر این صورت می توان از طریق وصله طولهای مورد نیاز را تامین کرد.

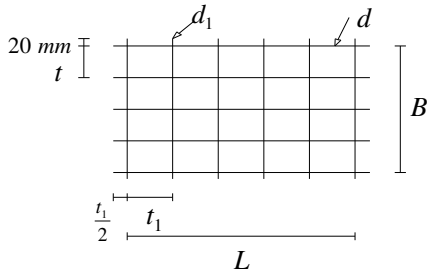
نکته: نمودار تنش- کرنش میلگرد مطابق آیین نامه آبا به صورت دو خطی (خطی- خمیری) و مدول الاستیسیته آن برای قسمت خطی نمودار برابر $2\times10^5\ N/mm^2$ در نظر گرفته می شود.

جدول 1- 2: مشخصات میلگرد های متداول در ایران مطابق آبا

استاندارد روسی	نامگذاری در آبا	$f_y(N/mm^2)$	$f_u(N/mm^2)$	$\varepsilon_u\%$
A_1	$S220$	220	380	25%
A_2	$S300$	300	500	19%
A_3	$S400$	400	800	14%

شبکه های جوش شده از مفتول

این شبکه ها از دو سری مفتول عمود بر هم تشکیل می گردد که توسط جوش به یکدیگر متصل شده اند. تنش جاری شدن مفتولها حداقل $500\ N/mm^2$ می باشد و در نوع صاف با علامت ϕ و در نوع آجدار با علامت $\overline{\phi}$ نمایش داده می شوند. شبکه ها در دالها، دیوارها، دیواره تونلها،عملیات نیلینگ و پوسته های نازکی که امکان عملیات آرماتور بندی با میلگرد نیست مورد استفاده قرار می گیرند و سرعت بسیار زیادی در اجرای عملیات آرماتوربندی بوجود می آورند. شبکه ها در طولهای حداکثر 9 متر و عرض حداکثر 2/5 متر ساخته می شوند.

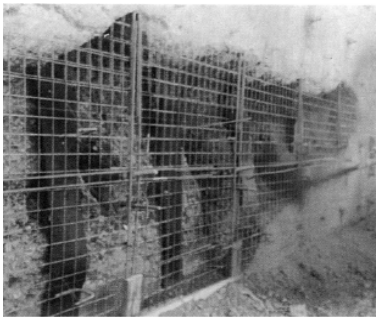


شکل 1- 8 : شبکه جوش شده از مفتول - WWF

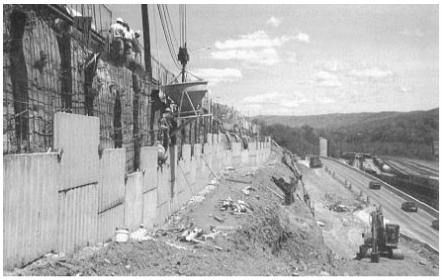
$$WWF\,\frac{t/t_1/\phi d/\phi d_1}{B/L}$$: علامت اختصاری

$$WWF\,\frac{250/200/\phi4/\phi8}{2300/5900}$$ مثال $\Rightarrow$

یعنی فاصله میلگردهای طولی $250\,mm$ و قطر آنها $4\ mm$ و فاصله میلگردهای عرضی $200\,mm$ و قطر آنها $8\ mm$ و پهنای شبکه $2300\ mm$ و طول شبکه $5900\ mm$ است.



Source: Porterfield et al. (1994).



Source: Elias et al. (2001).

Source: Porterfield et al. (1994).

شکل 1- 9 : استفاده از شبکه های جوش شده از مفتول در ساخت دیوارهای حایل و نیلینگ

مفتولها و کابلها

مفتولها به صورت تک در کارهای ساختمانی و یا به حالت گروهی که کابل نامیده می شوند در کارهای بتن پیش تنیده و پس تنیده مورد استفاده قرار می گیرند. معمولترین کابلها، کابل 7 مفتولی می باشد که در آن یک مفتول مرکزی توسط 6 مفتول محیطی به صورت مارپیچ درگیر شده است. کابلهای 7 مفتولی با مفتولهایی به قطر 1/5 تا 5 میلیمتر تولید می شوند که قطر کابل سه برابر قطر مفتول تشکیل دهنده آن می باشد. مقاومت نهایی کابلهای معمولی بین $1700\ N/mm^2$ تا $1850\ N/mm^2$ می باشند.

شکل 1- 9: کابلهای 3 و 7 مفتوله

2

فصل دوم:

روشهای طراحی سازه های بتن آرمه

- ☑ بار
- ☑ تامین ایمنی در مقابل فروریختگی
- ☑ روش تنش مجاز
- ☑ روش مقاومت نهایی
- ☑ روش حدی

طراحی سازه های بتن آرمه

هدف از طراحی سازه ها را می توان در دو مورد زیر خلاصه کرد.

1- تامین ایمنی در مقابل فرو ریختگی

2- عملکرد مناسب در زمان بهره برداری

توضیح1: ایمنی (safety) یک ساختمان یعنی آنکه مقاومت سازه در مقابل تمام بارهایی که احتمال اعمال آن بر سازه می رود کافی باشد.

توضیح2: خدمت پذیری (Serviceability) یک ساختمان عدم تجاوز تغییر شکلها و عرض ترکها از مقادیر مجاز و حداقل بودن لرزش ساختمان می باشد.

بار

بارهایی که بر یک سازه وارد می شوند به سه گروه تقسیم می گردند:

1- بارهای مرده

2- بارهای زنده

3- بارهای ناشی از طبیعت

بارهای مرده: بارهایی که از لحاظ مقدار و محل تاثیر در طول عمر سازه ثابت هستند. مانند وزن کفها، تیر و ستونها، دیوارها ، وزن تاسیسات ثابت ساختمانها و... که با توجه به ابعاد و اندازه آنها محاسبه می گردند.

بارهای زنده: بارهای زنده بارهایی هستند که مقدار و محل تاثیر آنها می تواند متغیر باشد و مقدار و نحوهٔ توزیع بار زنده در یک لحظه معین نامشخص و حتی حداکثر آن در طول عمر سازه با دقت معلوم نمی باشد. با این وجود آیین نامه 519 مقادیر مختلف بارهای زنده را برای طراحی در سازه های مختلف ارائه کرده است. این مقادیر از لحاظ آماری نزدیک به مقادیر حداکثر و بیشتر از مقادیر متوسط بارهای احتمالی وارد بر سازه می باشند.

بارهای ناشی از طبیعت پیرامون سازه: بارهای ناشی از عوامل طبیعی بر یک ساختمان شامل بار برف، بار ناشی از فشار و مکش باد، بار زلزله، بار ناشی از فشار خاک، نیروهای ناشی از انباشته شدن آب باران بر روی بامهای تخت، نیروهای ناشی از تغییرات درجه حرارت می شوند. این بارها نیز مانند بار زنده محل و مقدار آنها دقیقاً مشخص نیست و مقادیر ارائه شده در آیین نامه 519 نزدیک به مقادیر حداکثر می باشد.

تامین ایمنی در مقابل فروریختگی

در آنالیز و طراحی سازه ها بنا به دلایل زیر بکار گیری یک حاشیه اطمینان یا ضریب اطمینان ضروری می باشد.

1- متفاوت بودن مقدار و موقعیت مکانی واقعی بار با آنچه که در طرح در نظر گرفته شده است.

2- متفاوت بودن مقاومت حقیقی بتن و فولاد با آنچه که در طرح در نظر گرفته شده است.

3- ابعاد واقعی اعضای سازه کوچکتر از آنچه که در طرح در نظر گرفته شده است اجرا گردد.

4- در نظر گرفتن فرضیاتی جهت ساده نمودن محاسبات که ممکن است با رفتار حقیقی سازه انطباق نداشته باشد.

در محاسبات سازه های بتن آرمه بکارگیری حاشیه اطمینان در قالب روشهای متفاوتی از جمله **روش تنش مجاز** ، **روش مقاومت نهائی و روش حالت حدی** صورت می گیرد.

روش تنش مجاز

این روش قبلا با عنوان روش سرویس دهی ، امروزه به عنوان روش دیگر طراحی نامیده می شود.

در این روش ابتدا با استفاده از آیین نامه 519 و 2800 بارهای مرده، زنده، برف، باد و زلزله تعیین شده و با استفاده از روش تئوری الاستیک آنالیز سازه صورت می گیرد. سپس تنش های مجاز بدست آمده و مقطع با فرض برابری تنش های موجود و تنش های مجاز طراحی می گردد. مقادیر تنش های مجاز برای بتن و فولاد مطابق ACI به صورت زیر است:

تنش مجاز فشاری ناشی از خمش $f_c = 0.45 f'_c$

f'_c :مقاومت مشخصه نمونه استوانه ای استاندارد (طبق آیین نامه ACI)

تنش کششی مجاز در میلگرد $\begin{cases} 1400 \quad kg/cm^2 \quad if \quad F_y \le 3500 \quad kg/cm^2 \\ 1680 \quad kg/cm^2 \quad if \quad F_y \ge 4000 \quad kg/cm^2 \end{cases}$

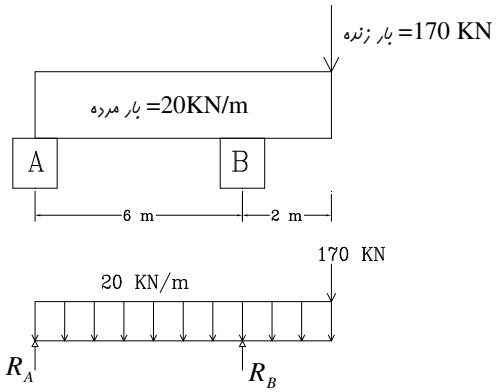
معایب روش تنش مجاز:

- استفاده از یک ضریب اطمینان برای تمام خطاهای گفته شده کافی نیست.
- بتن صرفاً در تنش های کوچک، الاستیک (خطی) است. لذا بکار بردن درصدی از مقاومت فشاری نمی تواند اطلاعاتی از اطمینان کلی سازه در مقابل فرو ریختگی بدهد.
- برای ستونهای لاغر مناسب نیست. ($\delta \ne K \times P$)
- اقتصادی نیست.
- در ارتباط با پایداری سازه ها که تحت اثر نیروهای واژگونی قرار گرفته است، مناسب نیست.

مثال : تیری مطابق شکل زیر تحت بار مرده و زنده یر روی دو پی A و B تکیه نموده است.

اولاً: وزن مورد نیاز پی A را به گونه ای تعیین کنید تا تیر واژگون نگردد.

ثانیاً: تحقیق کنید که تاثیر 7٪ افزایش بار زنده، روی وزن مورد نیاز پی A چقدر تاثیر می گذارد.



$$R_A = \frac{(170 \times 2 - 20 \times 8 \times 2)}{6} = 3.33\ KN$$

$$1.07 \times 170 = 181.9$$

$$R_A = \frac{(181.9 \times 2 - 20 \times 8 \times 2)}{6} = 7.33\ KN$$

توجه: افزایش جزئی در بار زنده (7٪) تاثیر زیادی (بیش از دو برابر) بر روی مقدار R_A دارد.

روش مقاومت نهایی

در این روش **رفتار غیر خطی بتن** و **مقاومت نهایی مصالح** در محاسبات در نظر گرفته می شود. مراحل محاسبات به صورت زیر است:

1- بدست آوردن بارهای ضریبدار

بار بهره برداری × ضریب بار = بار ضریبدار (U)

$$U = 1.4D + 1.7L$$
$$U = 0.75(1.4D + 1.7L + 1.7W)$$
$$U = .9D + 1.3W$$
$$U = 0.75(1.4D + 1.7L + 1.87E)$$
$$U = 0.9D + 1.43E$$
$$U = (1.4D + 1.7L + 1.7H)$$
$$U = 0.9D + 1.7H$$

D: بار مرده
L: بار زنده
E: بار زلزله
W: بار باد
H: بار فشار خاک

2- تعیین نیروهای داخلی به کمک آنالیز خطی

3- تعیین مقاومت طراحی با ضرب مقاومت اسمی در ضریب کاهش مقاومت ϕ

$$\text{مقاومت طراحی} = \phi.(V_n, M_n, P_n)$$

P_n, V_n, M_n: حداکثر مقاومت خمشی، برشی و محوری که مقطع قبل از گسیختگی دارا می باشد(مقاومت اسمی).

توضیح: مقاومت اسمی با استفاده از ابعاد مقطع، مقدار فولاد و مشخصات مکانیکی مصالح بدست می آید و ضریب ϕ نیز با توجه به اینکه عضو مورد طراحی تحت چه نیرویی می باشد، انتخاب می گردد. مثلاً برای قطعات خمشی $\phi = 0.9$ و برشی $\phi = 0.85$ ، ستون با تنگ $\phi = 0.7$ و ستون با دور پیچ $\phi = 0.75$ در نظر گرفته می شود.

معایب روش مقاومت نهایی:

- در این روش ضریب کاهش مقاومت برای فولاد و بتن یکسان در نظر گرفته می شود و چون کاهش مقاومت و ضعف این دو ماده یکسان نیست در نظر گرفتن یک ضریب کاهش مقاومت، یکی ایراد های این روش بشمار می رود.

روش حدی

روش طراحی در آیین نامه بتن ایران طراحی در حالت حدی است. حالتهای حدی حالاتی هستند که عضو تا رسیدن به آنها، وظایف خود را به طور کامل انجام می دهد ولی پس از رسیدن به هر یک از این حالتها، قادر به انجام وظایف خود در آن حالت نخواهد بود. در طراحی به روش حدی سازه طوری طراحی می شود که با ایمنی مشخصی، تحت هیچ یک از شرایط نامساعد بارگذاری به هیچ یک از حالات حدی نرسد. برای طراحی دو حالت مهم حدی نهایی و حدی بهره برداری مورد استفاده می باشد.

حالت حدی نهایی: به حالتی گفته می شود که حداکثر ظرفیت باربری عضو فرا رسیده است و دو حالت عمده آن حالت حدی نهایی گسیختگی و حالت حدی نهایی کمانش می باشد.

حالت حدی بهره برداری: حالتی است که حداکثر معیارهای بهره برداری مانند تغییر شکل، لرزش، ترک، پایایی به حداکثر معیار قابل قبول، رسیده باشد.

نکته: درآیین نامه بتن ایران روش کار به این صورت است که ابتدا طراحی بر اساس حالت حدی نهایی صورت می گیرد و سپس برای حالت حدی بهره برداری کنترل می گردد.

طراحی در حالت حدی نهایی:

در طراحی حدی نهایی، طراحی عضو چنان صورت می گیرد که مقاومت نهایی یا حداکثر ظرفیت باربری عضو در مقطع دلخواه بزرگتر یا مساوی نیروهای داخلی موجود در مقطع تحت اثر بارهای نهایی باشند. بارهای نهایی و مقاومت نهایی با استفاده از ضرایب ایمنی ϕ, γ_f بدست می آیند.

1- **ضرایب ایمنی در مورد بارها** γ_f **(ضرایب تشدید بار):** ضرایب بزرگتر از واحدی هستند که بسته به میزان عدم قطعیت در برآورد بار، متفاوت اند و طبق آیین نامه بتن ایران به صورت زیر در بارها ضرب می گردد و به بارهای ضریبدار بارهای نهایی نیز گفته می شود.

$U = 1.25D + 1.5L$

$U = 0.8(1.25D + 1.5L \pm 1.5W) \quad or \quad D + 1.2L \pm 1.2W$

$U = 0.85D \pm 1.2W$

$U = D + 1.2L + 1.2E$

$U = 0.85D \pm 1.2E$

$U = 1.25D + 1.5L + 1.5H$

$U = 0.85D + 1.5H$

D: بار مرده

L: بار زنده

E: بار زلزله

W: بار باد

H: فشار جانبی خاک

2- **ضرایب** کاهش **ظرفیت مصالح:** که به ضرایب تقلیل مقاومت معروف می باشند مقادیر کوچکتر از واحدی هستند که در مقادیر مقاومت مشخصه بتن و فولاد ضرب می شوند. این ضرایب به جهت عدم اطمینان در کیفیت مصالح، نحوه اجرا، درستی ابعاد و اندازه قطعات، در مقاومت مشخصه فولاد و بتن ضرب می شوند.

$\phi_c = 0.6$ ضریب کاهش مقاومت بتن

$\phi_s = 0.85$ ضریب کاهش مقاومت فولاد

کنترل در حالت حدی بهره برداری :

حالت حدی بهره برداری شامل دو حالت **حدی تغییر شکل** و **ترک خوردگی** است و تغییر شکل ها و عرض ترکهای ایجاد شده در هر عضو تحت اثر بارهای بهره برداری یا بار خدمت (بار بدون ضریب) باید کوچکتر از مقادیر مجاز باشند. در این حالت ضرایب کاهش مقاومت و افزایش بار برابر یک در نظر گرفته می شوند.

3

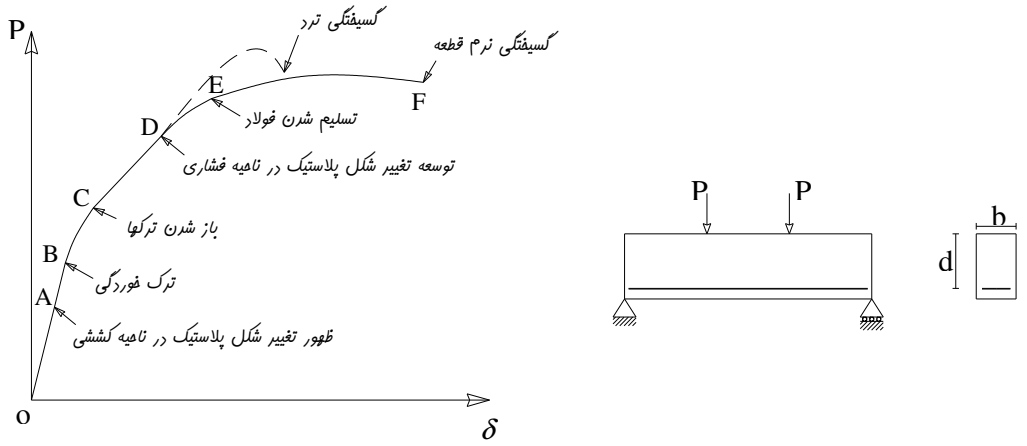
فصل سوم:

آنالیز و طراحی تیرها برای خمش

- ☑ **مشخصات بتن مسلح تحت اثر خمش**
- ☑ **تحلیل تیر تحت خمش**
  - **1- تحلیل مقطع ترک نخورده**
  - **2- تحلیل مقطع ترک خورده در حالت الاستیک**
  - **3- مقطع ترک خورده در حالت حدی نهائی**
- ☑ **مقاطع مستطیلی تک آرمه(با فولاد کششی تنها)**
- ☑ **مقاطع مستطیلی دوبله آرمه (با فولاد فشاری)**
- ☑ **آنالیز و طرح تیرهای با مقاطع T شکل**

مشخصات بتن مسلح تحت اثر خمش

تیر ساده بتن آرمه ای با ابعاد زیر تحت اثر بار P که مقدار آن از صفر شروع شده و به تدریج افزایش می یابد، قرار می گیرد. رفتار این تیر در مراحل مختلف به صورت نمودار در شکل نشان داده شده است.



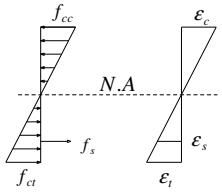
شکل 3- 1 : تیر بتن آرمه مورد آزمایش و نمودار نیرو- تغییر مکان در هنگام افزایش بار

نکته1: یک قطعه خمشی تحت اثر بارهای وارده در یکی از سه حالت زیر ممکن است قرار گیرد.

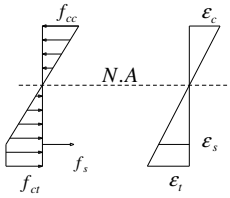
- **الاستیک : تنشهای خطی در مقطع ترک نخورده (ناحیه OA)**
- **الاستو پلاستیک : تنشهای خطی در مقطع ترک خورده (ناحیه CD)**
- **پلاستیک : تنشهای غیر خطی در حالت نهایی (ناحیه EF)**

نکته2: اگر تنش فشاری بتن کمتر از $0.5f_c$ و تنش فولاد نیز کمتر از تنش جاری شدن آن F_y باشد هر دو مصالح بصورت الاستیک و یا نزدیک به آن رفتار می نمایند.

1- ناحیه OA مربوط به حالتی است که تنشها کوچک هستند و فولاد و بتن با هم نیروهای واره را تحمل می کنند و نمودار تنش و کرنش به صورت زیر است.

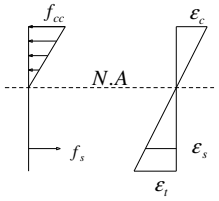


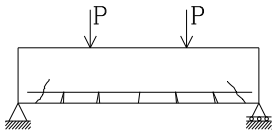
2- در ناحیه AB تغییر شکلهای پلاستیک در ناحیه کششی بوجود می آیند و نمودار تنش کرنش آن به صورت زیر است.



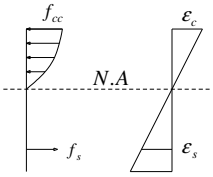
3- در نقطه B به علت افزایش تنش در ناحیه کششی و زیاد شدن آن از مدول گسیختگی(مقاومت کششی بتن در خمش) بتن در ناحیه کششی ترک می خورد و در محدوده B تا C بر تعداد ترکها افزوده می شود و به همین دلیل ناحیه BC به صورت غیر خطی می گردد.

4- در ناحیه CD با ایجاد ترک در بتن ناحیه کششی، بتن مقاومت خود را از دست می دهد و دیگر کشش را تحمل نمی کند در عوض فولادی که در ناحیه کششی قرار گرفته است تنشهای کششی را متحمل می شود و با افزایش تنش فولاد دچار تغییر شکل می شود و عرض ترکها در این ناحیه زیاد می گردد. مادامی که میزان تنش فشاری از $0.5f_c$ تجاوز نکرده باشد تنش متناسب با کرنش است.

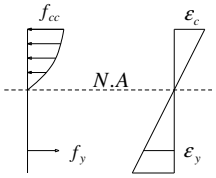




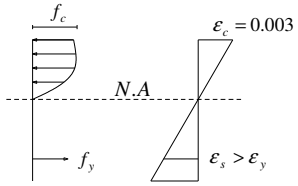
5- از نقطه D به بعد نمودار تنش کرنش به صورت غیر خطی می شود و با افزایش بار با اینکه تغییرات کرنش در ارتفاع خطی است تنش متناسب با کرنش تغییر نکرده و توزیع تنش فشاری در بتن به صورت غیر خطی می گردد و بر مقدار تنش کششی فولاد نیز افزوده می شود تا در نقطه E که فولاد جاری می گردد.



6- در حالتی که فولاد کششی به حد تسلیم نرسیده (به علت سطح مقطع زیاد فولاد در بتن) و بتن زودتر از تسلیم فولاد به مقاومت فشاری خود برسد بتن به طور ناگهانی از هم پاشیده می شود که به آن شکست ترد گویند و در نمودار به صورت خط چین نشان داده شده است. ولی در حالتی که مقطع برای حالت نرم طراحی شده باشد با افزایش تنش در فولاد و رسیدن تنش به حد تسلیم در نقطه E فولاد جاری می شود و با افزایش تغییر شکل فولاد در ناحیه کششی، ترکهای ایجاد شده به سمت بالا حرکت می کنند و از طول ناحیه فشاری کاسته می شود.



7- با کاهش طول ناحیه فشاری بتن و افزایش تنش فشاری، میزان کرنش در دورترین تار فشاری به حد 0.003 می رسد که سبب از هم پاشیدگی تیر می گردد در این حالت باری که سبب از هم پاشیدگی بتن می شود اندکی بیشتر از باری است که سبب تسلیم فولاد می شود.



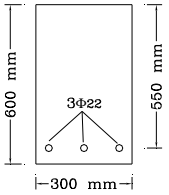
تحلیل تیر تحت خمش

1- تحلیل مقطع ترک نخورده

در این حالت مقدار تنش کششی از مدول گسیختگی کمتر و بتن در ناحیه کششی ترک نخورده است و طراحی بر مبنای حالت ترک نخورده برای حالاتی است که ایجاد ترک در قطعه مجاز نمی باشد (مثل مخازن گاز و ...) مناسب است. در تحلیل مقاطع ترک نخورده با تبدیل فولاد به بتن معادل آن و توزیع تنش خطی در ارتفاع مقطع، مقاومت مقطع و میزان تنش در هر نقطه ای از تار خنثی بدست می آید.

مثال1:

تیر بتن آرمه با مقطع زیر مفروض است. مطلوب است تعیین :



اولاً: تنش‌های ایجاد شده در مقطع توسط ممان خمشی 50 KN-m.

ثانیاً: مقدار ممان لازم برای ایجاد ترک در مقطع فوق.

$$E_s = 2\times10^5\ N/mm^2 \text{ و } f_y = 400\ N/mm^2 \text{ و } f_c = 30\ N/mm^2$$

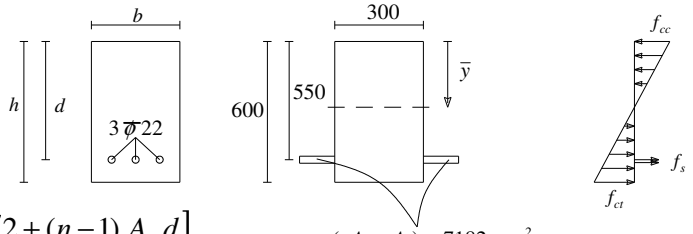
حل:

با فرض اینکه تنشها در ناحیه کششی از مدول گسیختگی بتن کمتر هستند و بتن ترک نمی خورد مقطع معادل را بدست می آوریم و سپس با بدست آوردن مقدار تنشها فرض اولیه را تایید می کنیم.

$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 5000\sqrt{30} = 0.277\times10^5\ N/mm^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2\times10^5}{0.277\times10^5} = 7.3$$

$$A_s = 1140\ mm^2$$



$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{[b.h.h/2 + (n-1).A_s.d]}{[b.h + (n-1).A_s]} = 310\ mm$$

$$I = \frac{b.h^3}{12} + b.h.(h/2 - \bar{y})^2 + A_s.(n-1).d^2 = 5.83\times10^9\ mm^4$$

$$f_{cc} = \frac{M.y_c}{I} = \frac{50\times10^6\times310}{5.83\times10^9} = 2.66\ N/mm^2$$

بتن ناحیه کششی ترک نخورده

$$f_{ct} = \frac{M.y_{ct}}{I} = \frac{50\times10^6\times290}{5.83\times10^9} = 2.49\ N/mm^2 < f_r = 0.63\sqrt{f_c} = 3.45$$

تنش در فولاد

$$f_s = n.\frac{M.y_s}{I} = 7.3\times\frac{50\times10^6\times240}{5.83\times10^9} = 15.03\ N/mm^2 < f_y$$

با توجه به اینکه تنشهای بدست آمده خیلی کمتر از مقاومت مشخصه بتن و تسلیم فولاد هستند مقطع در حالت الاستیک است و فرض اولیه صحیح می باشد.

حالت دوم:

با فرض مقطع ترک نخورده مانند قبل تنش کششی را در بتن بدست می آوریم و لنگری که باعث ترک خوردن مقطع می شود برابر است با:

$$f_{ct} = \frac{M.y_{ct}}{I} = f_r \;\Rightarrow\; M_{cr} = \frac{f_r.I}{y_{ct}}$$ لنگر ترک خوردگی

نکته1: در رابطه فوق I ممان اینرسی مقطع ترک نخورده است.

نکته2: در این رابطه y_{ct} فاصله تار خنثی تا دورترین تار کششی بتن است.

نکته3: اگر لنگر موجود بیشتر از لنگر ترک خوردگی باشد مقطع ترک خورده است

نکته4: برای بدست آوردن تنشها در مقطع ترک خورده باید از مشخصات مقطع ترک خورده در محاسبات استفاده گردد.

$$M_{cr} = \frac{f_r.I}{y_{ct}} = \frac{3.45\times5.83\times10^9}{290} = 69.4\times10^6\ N.mm$$
$$M_{cr} = 69.4\ KN.m$$

2- تحلیل مقطع ترک خورده در حالت الاستیک

وقتی که لنگر وارد بر مقطع بیشتر از لنگر ترک خوردگی باشد ناحیه کششی بتن ترک خورده و دیگر تنشی تحمل نمی کند و به جای آن فولاد وارد عمل شده و تنشها را تحمل می کند. در صورتی که تنش فشاری بتن کمتر از $0.5f_c$ و تنش فولاد نیز کمتر از تنش جاری شدن باشد هر دو مصالح به صورت الاستیک (خطی) و یا نزدیک به آن رفتار می کنند این وضعیت معمولاً در سازه های تحت بار خدمت بوجود می آید.

فرضیات لازم برای تحلیل الاستیک مقطع:

1- مقاطع صفحه ای عمود بر محور تیر، پس از خمش نیز به صورت صفحه باقی می مانند(تغییرات کرنش در ارتفاع تیر خطی است).
2- هم بتن و هم فولاد مسلح کننده از قانون هوک پیروی می کنند(تنش متناسب با کرنش است).
3- تغییرات تنش در ارتفاع مقطع به صورت خطی است.
4- از مقاومت کششی بتن صرفنظر می شود.
5- چسبندگی کافی بین بتن و فولاد وجود دارد تا مانع لغزش میلگرد در داخل بتن شود.

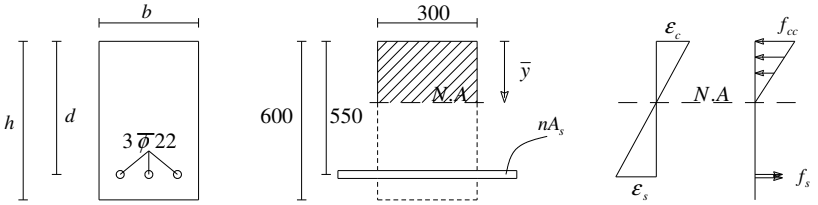
مثال2:

اگر ممان خمشی در مثال1 100 KN-m باشد مطلوب است تعیین تنش‌های وارده بر مقطع.

حل:

از آنجائیکه M_{cr}<موجود M است، مقطع بصورت ترک خورده می باشد لذا با توجه به ترک خوردگی مقطع مشخصات آن تغییر می کند و باید دوباره آنها را بدست آورد.

ابتدا با فرض رفتار خطی برای بتن ناحیه فشاری، تنش در دورترین تار فشاری مقطع بدست می آید. در صورتی که مقدار آن از $0.5f_c$ کمتر باشد بتن در ناحیه خطی بوده و فرض اولیه صحیح است.



$$b.\bar{y}.\bar{y}/2 = n.A_s.(d-\bar{y})$$

$$300\times 0.5\times \bar{y}^2 = 7.3\times 1140\times(550-\bar{y}) \rightarrow \bar{y} = 149\ mm$$

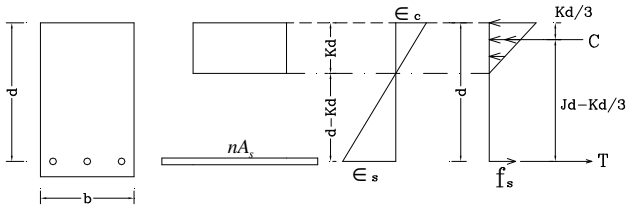
$$I = \frac{b.\bar{y}^3}{3} + n.A_s.(d-\bar{y})^2 = 1.67\times 10^9\ mm^4$$

$$f_{cc} = \frac{M.y_c}{I} = \frac{100\times 10^6\times 149}{1.67\times 10^9} = 8.9\ N/mm^2 \ < \frac{1}{2} f_c = 15\ N/mm^2$$

$$f_s = n.\frac{M.y_s}{I} = 7.3\times \frac{100\times 10^6\times(550-149)}{1.67\times 10^9} = 175.3\ N/mm^2 < f_y = 400\ N/mm^2$$

همانطور که دیده می شود تنشها در محدوده خطی هستند و فرض اولیه صحیح بوده است.

روش دوم:



$$kd = y = 149\ mm$$

$$Jd = d - \frac{kd}{3} = 550 - \frac{149}{3} = 500\ mm$$

$$c = \frac{1}{2} f_c.kd.b \qquad T = A_s.f_s$$

$$M = c.Jd = 0.5 f_c.kd.b.Jd \quad \Rightarrow \quad f_c = \frac{M}{0.5b.kd.Jd}$$

$$f_c = \frac{100\times 10^6}{0.5\times 300\times 149\times 500} = 8.9\ N/mm^2$$

$$M = T.Jd = A_s.f_s.Jd$$

$$f_s = \frac{M}{A_s.Jd} = \frac{100\times 10^6}{1140\times 500} = 175.3\ N/mm^2$$

با مقایسه دو حالت بالا نتایج زیر بدست می آید:

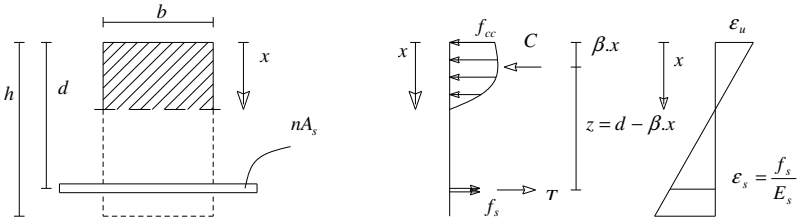
با افزایش لنگر خمشی به میزان 2 برابر و ترک خوردن مقطع تار خنثی به سمت ناحیه فشاری حرکت می کند بطوری که دیده می شود $\bar{y}$ از مقدار 310 به مقدار 149 میلیمتر کاهش می یابد. تنش در فولاد کششی از 15 به 175/3 و تنش در بتن از 2/66 به 8/9 نیوتن بر میلیمتر مربع افزایش می یابد و ممان اینرسی مقطع در اثر ترک خوردگی کاهش می یابد.

جدول 3- 1: مقایسه وضعیت مقطع بتنی در دو حالت ترک خورده و ترک نخورده

ملاحظات	مثال (2)	مثال (1)
با ایجاد ترک، تار خنثی به سمت بالا حرکت می‌نماید.	$\bar{y} = 149\ mm$	$\bar{y} = 310\ mm$ موقعیت تار خنثی
با دو برابر نمودن ممان خمشی تنشی در فولاد 12 برابر شد.	$f_s = 175.3 \frac{N}{mm^2}$	$f_s = 15$
در اثر ایجاد ترک ممان ایزسی کاهش یافته (70%) لذا با ایجاد ترک خیز به میزان قابل توجه افزایش می‌یابد	$1.67 \times 10^9\ mm^4$	$I = 5.83 \times 10^9\ mm^4$

3- مقطع ترک خورده در حالت حدی نهائی

همانطور که نمودارهای تنش کرنش نشان می دهند در حالت حدی نهایی با وجود خطی بودن کرنش در ارتفاع مقطع، تغییرات تنش با کرنش متناسب نبوده و تغییرات تنش در ارتفاع مقطع خطی نیست و اگر بتوان توزیع تنش فشاری بتن در حالت نهایی را توسط یک مدل هندسی تعریف نمود می توان مقاومت خمشی نهایی مقطع را به راحتی بدست آورد. مطابق آزمایشات بعمل آمده دیاگرام توزیع تنش در یک مقطع مستطیلی را در حالت مقاومت نهایی می توان به صورت سهمی زیر در نظر گرفت که دو حالت برای خرابی مقطع وجود دارد. حالت اول زمانی است که مقدار فولاد کششی زیاد نبوده و شکست نهایی با تسلیم فولاد صورت پذیرد و در حالت دوم به علت مقدار فولاد زیاد گسیختگی با شکست بتن فشاری ایجاد می گردد که به صورت ناگهانی می باشد.



برای بدست آوردن ظرفیت خمشی نهایی مقطع مستطیلی بالا، باید فرضیات زیر در نظر گرفته شود:

1- فاصله x دورترین تار فشاری بتن تا محور خنثی معلوم است.

2- برآیند تنشهای فشاری بتن برابر $C = f_{av}.b.x$ می باشد که b عرض مقطع و f_{av} تنش متوسط فشاری است.

3- محل اثر برآیند نیروی فشاری تا دورترین تا فشاری برابر $\beta.x$ است.

4- f_{av} ضریبی از f_c می باشد. $f_{av} = \alpha.f_c$

5- با اعمال ضریب کاهش مقاومت برای بتن مقدار C به صورت زیر می گردد. $C = \phi_c.\alpha.f_c.b.x$

6- مقادیر α, β به طور تجربی بوده و به مقدار f_c بستگی دارند.

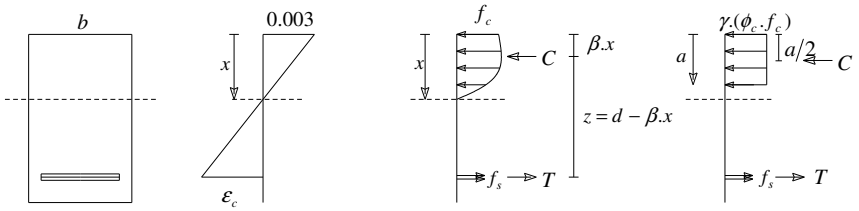
بلوک تنش مستطیلی (بلوک ویتنی)

همانطور که در بالا دیده می شود تعیین محل اثر و مقدار نیروی فشاری به صورت تجربی بوده و بستگی به f_c دارد. از طرفی محاسبه ظرفیت مقطع با استفاده از این روش کمی دشوار بوده و اگر طراح در محاسبات خود دچار اشتباه شود قادر به تشخیص آن نخواهد بود. لذا روش دیگری که بعد ها توسط ویتنی پیشنهاد گردید در ادامه ذکر می گردد. اگر چه این روش بصورت تقریبی می باشد ولی نتایج آن با دقت خوبی با نتایج اصلی مطابقت دارد. ضمن آنکه روند محاسبات ساده تر بوده و دیگر نیازی به در نظر گرفتن توزیع تنش فشاری به صورت سهمی (غیر خطی) نمی باشد.

نکته1: ویتنی با فرضیات زیر توزیع سهمی تنش فشاری را به یک توزیع یکنواخت مستطیلی تبدیل کرد.

1- مقدار نیروی فشاری با استفاده از ضریب γ به صورتی تعیین گردید که درست به اندازه نیروی فشاری در روش اصلی (توزیع غیر خطی) باشد.

2- محل اثر نیروی فشاری نیز با استفاده از ضریب β_1 درست در محل اثر نیروی فشاری در حالت غیر یکنواخت در نظر گرفته شد.



$C = \alpha.(\phi_c.f_c).b.x$ $\quad$ $C = \gamma.(\phi_c.f_c).b.a$

$T = A_s.f_y$ $\quad$ $T = A_s.f_y$

$a = \beta_1.x$

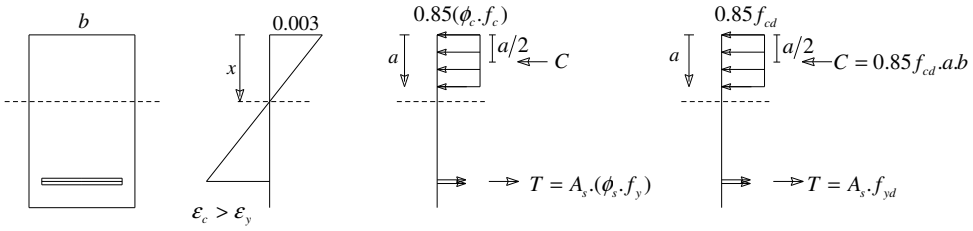
جدول 3- 2: تعیین ضرایب β_1 و γ با توجه به مقدار f_c

	f_c					
ضرایب	≤ 30	35	40	45	50	55
β_1	0.85	0.8	0.77	0.73	0.69	0.65
γ	0.85	0.85	0.85	0.85	0.86	0.86

نکته2: برای تعیین مقدار β_1 می توان از روابط زیر استفاده کرد.

$$f_c \leq 30\,N/mm^2 \qquad \rightarrow \beta_1 = 0.85$$
$$30\,N/mm^2 < f_c < 55\,N/mm^2 \qquad \rightarrow \beta_1 = 0.85 - 0.008 \times (f_c - 30)$$
$$f_c \geq 55\,N/mm^2 \qquad \rightarrow \beta_1 = 0.65$$

نکته3: همانگونه که در جدول بالا دیده می شود تغییرات γ بطور قابل توجهی زیاد نبوده و می توان مقدار آن را در بتن های با مقاومت معمولی برابر $\gamma = 0.85$ در نظر گرفت.



نکته4: با توجه به اینکه در مقطع فوق باید روابط تعادل برقرار باشد می توان مقدار a عمـق بلـوک تـنش ویتنـی و M_r ظرفیت نهایی مقطع را به صورت زیر بدست آورد.

$$T = C$$

$$A_s.f_{yd} = 0.85f_{cd}.a.b \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{A_s(\phi_s.f_y)}{0.85(\phi_c f_c).b}$$

$$M_r = C.(d - \frac{a}{2})$$

$$M_r = T.(d - \frac{a}{2}) \quad \Rightarrow \quad M_r = A_s.f_{yd}(d - \frac{a}{2}) \quad \Rightarrow \quad M_r = A_s.f_{yd}(d - 0.5 \times \frac{A_s.f_{yd}}{0.85f_{cd}.b})$$

نکته5: روش بلوک تنش ویتنی هر چند برای مقاطع مستطیلی ابداع شده است ولیکن تجربه نشان داده که برای مقاطع غیر مستطیلی نیز قابل قبول می باشد.

مقاطع مستطیلی با فولاد کششی تنها

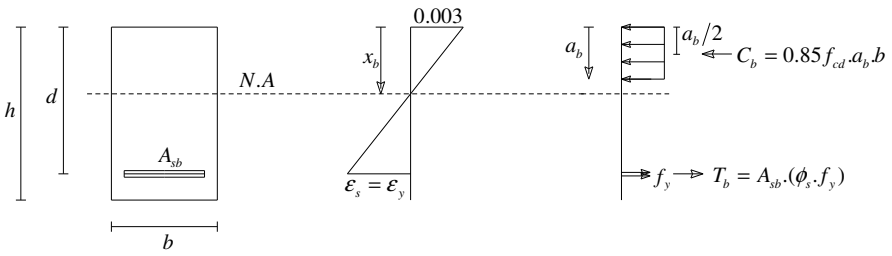
متداولترین مقاطع در سازه های بتن آرمه مقاطع مستطیلی با فولاد کششی تنها می باشند.در ایـن مقـاطع بـا توجـه بـه دو نـوع گسیختگی **نرم و ترد** یا به عبارتی مقطع کم فولاد و شکست فشاری، باید قبل از محاسبه M_r معیار کم یا زیاد بودن میلگـرد مشخص گردد.

نکته6: درصد فولاد در یک مقطع به صورت زیر تعریف می گردد که در این رابطه bعرض مقطع و d فاصله دورترین تـار فشاری مقطع تا مرکز ثقل فولاد های کششی می باشد.

$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

نکته7: درصد فولاد متعادل یا ρ_b نسبت فولادی است که در مرز بین کم یا زیاد بودن میلگرد در لحظه مقاومت نهائی قرار دارد و میزان فولادی است که به ازای آن درست در لحظه‌ای که کرنش در دورترین تار فشاری بتن بـه 0/003 مـی‌رسـد فولاد نیز به حد جاری شدن می‌رسد.

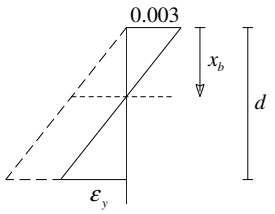
درصد فولاد متعادل یا بالانس در مقاطع مستطیلی با فولاد کششی تنها



از تشابه مثلثها در دیاگرام کرنش:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 + \varepsilon_y}{d}$$

$$x_b = \frac{0.003 \times d}{0.003 + \varepsilon_y} = \frac{600 \times d}{600 + f_y}$$



از رابطه تعادل نیروها:

$$T_b = C_b$$

$$C_b = 0.85\phi_c.f_c.a_b.b = 0.85\phi_c.f_c.(\beta_1.x_b).b$$

$$T_b = A_{sb}.(\phi_s.f_y) \quad , \quad A_{sb} = \rho_b.b.d \quad \Rightarrow \quad T_b = \rho_b.b.d.(\phi_s.f_y)$$

$$T_b = C_b$$

$$\rho_b.b.d.(\phi_s.f_y) = 0.85\phi_c.f_c.(\beta_1.x_b).b$$

$$\rho_b = \frac{0.85\phi_c.f_c.(\beta_1.x_b).b}{b.d.(\phi_s.f_y)} \quad , \quad x_b = \frac{600 \times d}{600 + f_y}$$

$$\rho_b = 0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600 + fy}$$

نکته8: آیین نامه بتن ایران (آبا) به منظور اطمینان از شکست نرم (شکل پذیر) حداکثر درصد فولاد کششی را به درصد فولاد متعادل ρ_b محدود می کند.

$$\rho_{Max} = \rho_b = 0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600 + fy}$$

همچنین برای محدودیت در بکارگیری حداقل میلگرد و جلوگیری از شکست ترد ناشی از کم بودن میلگردهای کششی آیین نامه لازم می داند که رابطه زیر برقرار باشد.

$$\rho \geq \rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y}$$

نتیجه : بنابراین برای ایجاد گسیختگی نرم باید

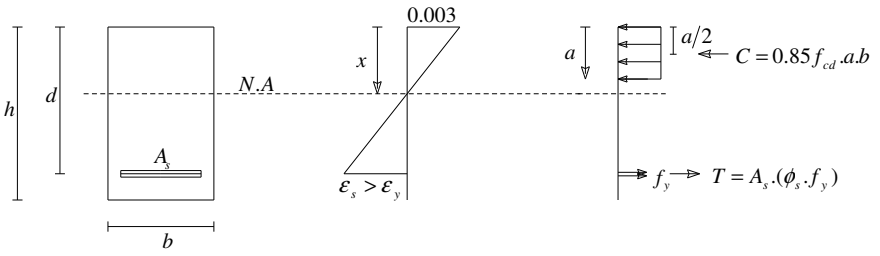
$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{Max}$$

و در صورت اینکه $\rho > \rho_{Max}$ باشد گسیختگی از نوع ترد است.

تذکر: اگر میزان سطح مقطع میلگرد بکار گرفته شده 33٪ بیشتر از مقدار لازم محاسبه شده باشد نیاز به کنترل $\rho_{\min}$ نمی باشد.

محاسبه ظرفیت خمشی مقطع تک آرمه

الف. حالت گسیختگی نرم $\rho_{\min} \le \rho \le \rho_{Max}$



از رابطه تعادل نیروها:

$$C = 0.85\phi_c.f_c.a.b$$
$$T = A_s.(\phi_s.f_y)$$
$$T = C$$
$$A_s.(\phi_s.f_y) = 0.85\phi_c.f_c.a.b$$
$$a = \frac{A_s.(\phi_s.f_y)}{0.85\phi_c.f_c.b} = \frac{A_s.f_{yd}}{0.85f_{cd}.b}$$

از رابطه تعادل ممان:

$$M_r = A_s.\phi_s.f_y.(d - \frac{a}{2})$$
$$M_r = A_s.f_{yd}.(d - \frac{a}{2})$$
$$M_r = A_s.f_{yd}.(d - 0.5\frac{A_s}{b}.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$

ظرفیت خمشی یک مقطع را می توان بر حسب درصد فولاد ρ نیز بیان کرد.

$$M_r = \rho.b.d^2.f_{yd}.(1 - 0.5\rho.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$

ب. حالت گسیختگی ترد $\rho > \rho_{Max}$

در عمل صرفنظر از فولاد مازاد بر حداکثر $\rho = \rho_{Max}$ اختیار می گردد و با استفاده از رابطه بالا مقدار M_r بر اساس ρ_{Max} تعیین می گردد.

$$M_r = b.d^2.\rho_{Max}.f_{yd}(1 - 0.5\rho_{Max}.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$
$$M_r \approx 0.2f_{cd}.b.d^2$$

حل مسائل تیرهای بتن آرمه تحت خمش

در هر حالت مشخصات مکانیکی مقطع معلوم است.

1- آنالیز مقطع: مشخصات مقطع مانند b, d, A_s معلوم می باشد و هدف بدست آوردن ممان مقاوم نهایی مقطع می باشد.

2- طراحی مقطع:

- مشخصات مربوط به بار بهره برداری w یا بار ضریب دار w_u، طول تیر L معلوم بوده و ابعاد مقطع b, d و میزان فولاد A_s تعیین می گردد.
- مشخصات مربوط به بار بهره برداری w یا بار ضریب دار w_u، طول تیر Lو ابعاد مقطع b, dمعلوم بوده و میزان فولاد A_s تعیین می گردد.

مراحل تحلیل برای آنالیز مقطع

گام اول: تعیین درصد فولاد ρبا توجه به مقدار A_sو ابعاد مقطع b, d

$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

گام دوم: محاسبه $\rho_{\min}$,ρ_{Max}و مقایسه آنها با ρ و تعیین نوع گسیختگی

گام سوم:

- اگر $\rho \le \rho_{Max}$باشد گسیختگی از نوع نرم بوده و ظرفیت نهایی مقطع از روابط زیر بدست می آید.

$$M_r = A_s.f_{yd}.(d - 0.5\frac{A_s}{b}.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$

$$M_r = \rho.b.d^2.f_{yd}.(1 - 0.5\rho.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$

- اگر $\rho > \rho_{Max}$باشد گسیختگی از نوع ترد است و با اختیار نمودن $\rho = \rho_{Max}$برای جلوگیری از شکست ترد، ظرفیت مقطع از روابط زیر بدست می آید.

$$M_r = b.d^2.\rho_{Max}.f_{yd}(1 - 0.5\rho_{Max}.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$

$$M_r \approx 0.2f_{cd}.b.d^2$$

مراحل تحلیل برای طراحی مقطع

گام اول: تعیین بار نهایی (بار ضریبدار) از روی بار بهره برداری

$$w_u = 1.25D + 1.5L$$

$$w_u = 1.0D + 1.2L \pm 1.2E$$

گام دوم: تعیین ممان خمشی لازم M_u با استفاده از آنالیز خطی

گام سوم: به منظور حصول اطمینان، ظرفیت خمشی مقطع حداقل باید برابر ممان خمشی لازم از آنالیز خطی مقطع باشد.

$M_u = M_r$

گام چهارم: تعیین($b.d^2$) حداقل با منظور نمودن $\rho = \rho_{Max}$, $M_r = M_u$ و با استفاده از رابطه زیر

$$(b.d^2)_{\text{حداقل}} = \frac{M_u}{\rho_{Max}.f_{yd}(1-0.5\rho_{Max}.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})}$$

$$m = \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}} = \frac{f_y}{f_{cd}} = \frac{f_y}{0.6\times f_c}$$

$$(b.d^2)_{\text{حداقل}} = \frac{M_u}{\rho_{Max}.f_{yd}(1-0.5\rho_{Max}.m)}$$

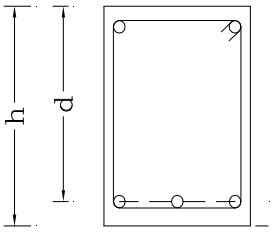
گام پنجم: کنترل حداقل ارتفاع مقطع برای کنترل تغییر شکل تیر

بر اساس آیین نامه بتن ایران در صورتی که $f_y = 400\ N/mm^2$ باشد حداقل ارتفاع تیر برابر است با:

$$h_{\min} = \begin{cases} \frac{L}{16} & \text{تیر ساده} \\ \frac{L}{18.5} & \text{تیر با یک سر پیوسته} \\ \frac{L}{21} & \text{تیر با دو سر پیوسته} \\ \frac{L}{8} & \text{تیر کنسول} \end{cases}$$

تذکر: در صورتی که $f_y \neq 400\ N/mm^2$ باشد مقادیر $h_{\min}$ باید در ضریب α زیر ضرب گردند.

$$\alpha = (0.4 + \frac{f_y}{670})$$



$$d = h - (\underbrace{\text{قطر میلگرد اصلی} + \text{قطر خاموت} + \text{ضخامت بتن محافظ میلگرد}}_{\frac{1}{2}})$$

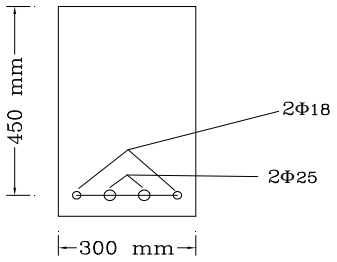
گام ششم: تعیین سطح مقطع فولاد A_s از رابطه زیر

$$A_s = \frac{0.85f_{cd}.b.d}{f_{yd}}.(1-\sqrt{(1-\frac{2M_u}{0.85f_{cd}.b.d^2})})$$

مثال 1 :

مطلوبست تعیین مقاومت خمشی نهائی مقطع نشان داده شده

$$f_c = 25\ N/mm^2$$
$$f_y = 400\ N/mm^2$$



گام اول:

$$A_s = 509 + 982 = 1491\ mm^2$$
$$\rho = \frac{A_s}{b.d} = \frac{1491}{300\times 450} = 0.011$$

گام دوم:

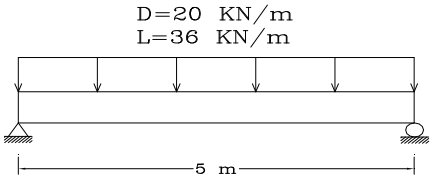
$$\rho_{\max} = 0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600+f_y}$$
$$\rho_{\max} = 0.6\times 0.85\times \frac{25}{400}.\frac{600}{1000} = 0.0191$$
$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$$
$$\rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}$$ گسیختگی نرم

گام سوم:

$$M_r = b.d^2.\rho.f_{yd}.(1-0.5\rho.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$
$$f_{yd} = 0.85\times 400 = 340\ N/mm^2$$
$$f_{cd} = 0.6\times 25 = 15\ N/mm^2$$
$$m = \frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}} = 26.7$$
$$M_r = \rho.b.d^2.f_{yd}.(1-0.5\rho.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$
$$M_r = \{(300)(450)^2(0.011)340[1-0.5(0.011)26.7]\}\times 10^{-6}$$
$$M_r = 194\ KN.m$$

مثال 2 :

مطلوبست طراحی تیر با مقطع مستطیل شکل



$$f_c = 25\,N/mm^2$$
$$f_y = 300\,N/mm^2$$

گام اول:

$$W_u = 1.25D + 1.5L$$
$$W_u = 1.25\times 20 + 1.5\times 36 = 79\,KN/m$$

گام دوم:

$$M_u = \frac{W.L^2}{8} = \frac{79\times 5^2}{8} = 246.9\,KN.m$$

گام سوم:

$$M_u = M_r = 246.9\,KN.m$$

گام چهارم:

$$(b.d^2)_{\text{حداقل}} = \frac{M_u}{\rho_{Max}.f_{yd}(1-0.5\rho_{Max}.m)}$$
$$m = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} = \frac{f_y}{f_{cd}} = \frac{f_y}{0.6\times f_c} = 20$$

$$\rho_{Max} = 0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600+fy} = 0.6\times 0.85\times \frac{25}{300}\times \frac{600}{600+300} = 0.0283$$
$$(b.d^2)_{\text{حداقل}} = \frac{246.9\times 10^6}{0.0283\times 255\times (1-0.5\times 0.0283\times 20)} = 47.72\times 10^6\ mm^3$$

گام پنجم:

$$h_{\min} = (0.4 + \frac{f_y}{670}) \times (\frac{L}{16})$$

$$h_{\min} = (0.4 + \frac{f_y}{670}) \times (\frac{5000}{16}) = 265\ mm$$

$h = 450\ mm^2$ انتخاب می کنیم

$$d = 450 - 50 = 400\ mm$$

$$b(400^2) = 47.72 \times 10^6 \quad \Rightarrow b = 298\ mm$$

$$use \quad b = 300\ mm \quad , \quad d = 400\ mm$$

$$b.d^2 = 300 \times 400^2 = 48 \times 10^6 > 47.72 \times 10^6$$

گام ششم:

$$A_s = \frac{0.85 f_{cd}.b.d}{f_{yd}}.(1 - \sqrt{(1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd}.b.d^2})})$$

$$A_s = \frac{0.85 \times 0.6 \times 25 \times 300 \times 400}{0.85 \times 300}.(1 - \sqrt{(1 - \frac{2 \times (246.9 \times 10^6)}{0.85 \times 0.6 \times 25 \times 300 \times (400^2)})})$$

$$A_s = 3363\ mm^2 \quad \Rightarrow \quad use \quad 4\phi 26 + 3\phi 24 \qquad A_s = 3480\ mm^2$$

چون ابعاد مقطع بر اساس ρ_{Max} تعیین و دقیقاً ابعاد بدست آمده انتخاب گردیده است(بزرگتر انتخاب نشده است) و سطح مقطع فولاد نیز بر اساس همان ابعاد محاسبه شده است، با کمی بزرگتر شدن سطح مقطع فولاد $\rho > \rho_{Max}$ می شود ولی از طرفی چون لنگر بزرگتر از M_u بر مقطع وارد نمی شود شکست ترد اتفاق نمی افتد.

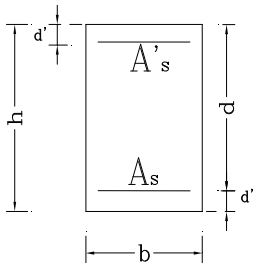
مقاطع مستطیلی دوبله آرمه (با فولاد فشاری):

در مواقعی که ابعاد مقطع برای طراح محدود شده باشد و لنگر خمشی موجود (وارد بر مقطع) بزرگتر از ظرفیت خمشی حداکثر مقطع در حالت تک آرمه باشد($M_r > M_{r\,Max}$) برای افزایش ظرفیت مقطع از فولاد مضاعف در ناحیه فشاری مقطع استفاده می گردد.

$$M_r > M_{r\,Max}$$

$$M_{r\,Max} = b.d^2.\rho_{Max}.f_{yd}(1-0.5\rho_{Max}.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$$

$$M_{r\,Max} \approx 0.2 f_{cd}.b.d^2$$



$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

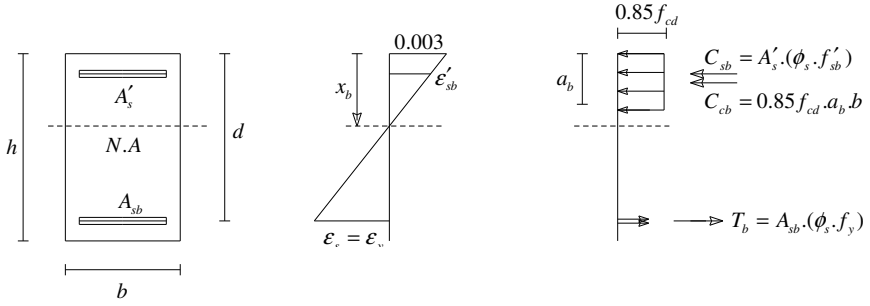
$$\rho' = \frac{A'_s}{b.d}$$

استفاده از میلگردهای فشاری دارای مزیت‌های زیر نیز می‌باشد:

1) خیز دراز مدت ناشی از خزش را کاهش می‌دهد.
2) تکیه‌گاهی برای خاموتها در ناحیه فشاری است.
3) مقاومت خمشی مقطع در صورت تعویض جهت ممان خمشی

معیار تسلیم میلگرد های کششی در مقاطع دوبله آرمه:

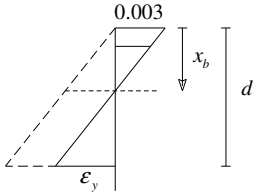
شرایط متعادل یا بالانس را برای مقاطع دوبله آرمه به صورتی در نظر می گیریم که وقتی کرنش در دورترین تار فشاری بتن به 0/003 می رسد فولاد کششی نیز به حد جاری شدن می رسد. در این شرایط ممکن است فولاد فشاری تسلیم شده یا هنوز به حد تسلیم نرسیده باشد.



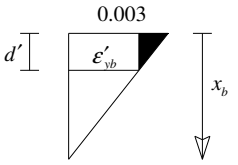
از دیاگرام کرنش و با استفاده از تشابه مثلثها :

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003+\varepsilon_y}{d}$$

$$x_b = \frac{0.003\times d}{0.003+\varepsilon_y} = \frac{600\times d}{600+f_y}$$



همچنین با نوشتن تشابه در دو مثلث دیگر:



$$\frac{0.003}{x_b}=\frac{0.003-\varepsilon'_{sb}}{d'}$$

$$\varepsilon'_{sb}=0.003-\frac{d'}{d}.(0.003+\varepsilon_y)$$

از دیاگرام تنش و نوشتن تعادل نیروها:

با صرفنظر از کاهش سطح بتن ناحیه فشاری به دلیل فولاد فشاری

$$T_b=C_{cb}+C_{sb}$$

$$A_{sb}.f_{yd}=0.85f_{cd}.a_b.b+A'_s.\phi_s.f'_{sb}$$

$$a_b=\beta_1.x_b$$

$$A_{sb}.(\phi_s.f_y)=0.85(0.6)f_c.(\beta_1.x_b).b+A'_s.(\phi_s.f'_{sb})$$

$$\frac{A_{sb}.\phi_s.f_y}{b.d.\phi_s.f_y}=\frac{0.85(0.6)f_c.\beta_1}{bd\phi_s f_y}.\frac{0.003\times d}{0.003+\varepsilon_y}.b+\frac{A'_s.\phi_s.f'_{sb}}{b.d.\phi_s.f_y}$$

$$\frac{A_{sb}}{b.d}=\overline{\rho}_b \quad , \quad \varepsilon_y=\frac{f_y}{2\times10^5} \quad , \quad \rho'=\frac{A'_s}{b.d}$$

$$\overline{\rho}_b=0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600+f_y}+\rho'\frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\overline{\rho}_b=\rho_b+\rho'.\frac{f'_{sb}}{f_y}$$

$$\boxed{\overline{\rho}_{Max}=0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600+f_y}+\rho'.\frac{f'_{sb}}{f_y}}$$

$$f'_{sb}=\begin{cases} f_y & \varepsilon'_{sb}\geq\varepsilon_y \\ E_s.\varepsilon'_{sb} & \varepsilon'_{sb}<\varepsilon_y \end{cases}$$

اگر فولاد فشاری تسلیم شده باشد $\varepsilon'_{sb}\geq\varepsilon_y$ و $f'_{sb}=f_y$ در نتیجه:

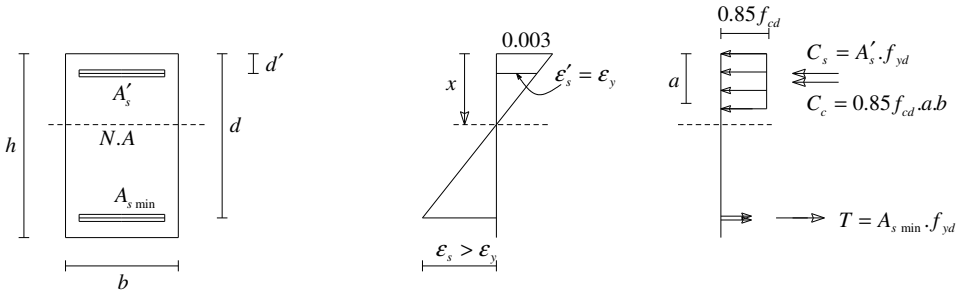
$$\overline{\rho}_b=\rho_b+\rho'$$

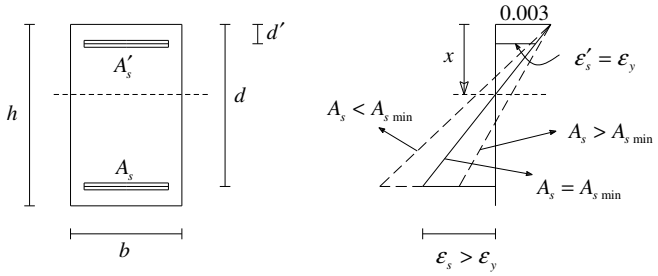
در حالت دوبله آرمه مطابق آبا برای ایجاد گسیختگی نرم حداکثر فولاد کششی به مقدار زیر محدود می شود:

$$\overline{\rho}_{Max}=\overline{\rho}_b$$

معیار تسلیم میلگرد های فشاری در مقاطع دوبله آرمه:

در این حالت با در نظر گرفتن این موضوع که قبل از گسیختگی بتن فشاری فولاد کششی حتماً جاری می شود، معیاری را در نظر می گیریم که به ازای آن معیار(حداقل فولاد در ناحیه کششی) وقتی کرنش در دورترین تار فشاری بتن به حد 0/003 می رسد فولاد فشاری جاری می گردد. این معیار در انتها با عنوان $\overline{\rho}_{\min}$ تعریف می گردد.





از دیاگرام کرنش با استفاده از تشابه مثلثها:

$$\frac{x}{0.003}=\frac{d'}{0.003-\varepsilon_y}$$

$$x=\frac{0.003}{0.003-\varepsilon_y}d'$$

از رابطه تعادل نیروها با صرفنظر از بتن جابه‌جا شده:

$$T=C_c+C_s$$

$$A_{s\min}.f_{yd}=0.85f_{cd}.a.b+A'_s.f_{yd}$$

با تقسیم طرفین رابطه فوق بر مقدار $(b.d.f_{yd})$ داریم:

$$\frac{A_{s\min}.f_{yd}}{b.d.f_{yd}}=\frac{0.85f_{cd}.\beta_1.x_b.b}{b.d.f_{yd}}+\frac{A'_s.f_{yd}}{b.d.f_{yd}}$$

$$\overline{\rho}_{\min}=0.85\beta_1.\frac{0.003}{0.003-\varepsilon_y}.\frac{f_{cd}}{f_{yd}}.\frac{d'}{d}+\rho'$$

اگر : $\varepsilon_y=\dfrac{f_y}{2\times10^5}$

$$\overline{\rho}_{\min}=0.85\beta_1.\frac{f_{cd}}{f_{yd}}.\frac{600}{600-f_y}.\frac{d'}{d}+\rho' \quad\Rightarrow\quad \boxed{\overline{\rho}_{\min}=0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600-f_y}.\frac{d'}{d}+\rho'}$$

محاسبه ظرفیت خمشی مقاطع دوبله آرمه:

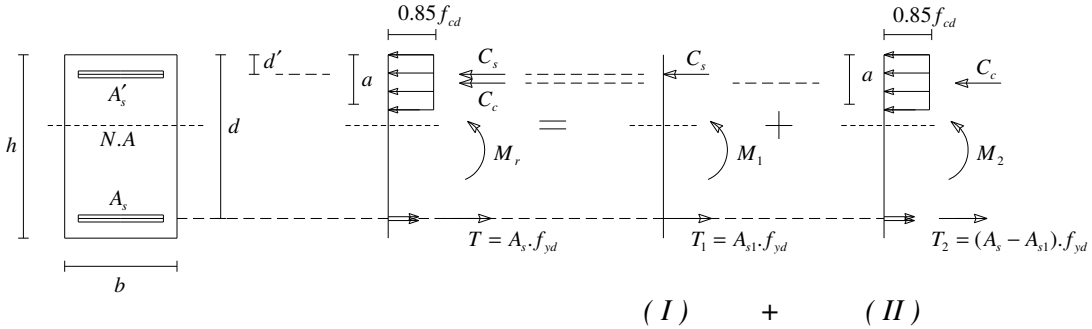
برای تعیین ظرفیت خمشی مقاطع دوبله آرمه همانند مقاطع تک آرمه ابتدا باید وضعیت تسلیم شدن میلگردهای کششی و فشاری مشخص گردد. و با توجه به اینکه در آیین نامه بتن ایران همواره ایجاد گسیختگی نرم مد نظر می باشد دو حالت برای تعیین ظرفیت خمشی مقطع باقی می ماند:

1) حالتی که میلگردهای فشاری جاری شده اند یا $\rho \geq \overline{\rho}_{\min}$.

2) حالتی که میلگرد های فشاری جاری نشده اند یا $\rho < \overline{\rho}_{\min}$.

توجه: برای تعیین ظرفیت خمشی مقاطع دوبله آرمه در حالتی که $\rho > \overline{\rho}_{Max}$ باشد برای عدم ایجاد گسیختگی ترد "مطابق آیین نامه بتن ایران" همواره $\rho = \overline{\rho}_{Max}$ در نظر گرفته می شود و ظرفیت خمشی مقطع با این فرض محاسبه می گردد.

1) ظرفیت خمشی مقطع وقتی فولاد کششی و فشاری هر دو جاری شده اند یا $\rho \leq \overline{\rho}_{Max}$, $\rho \geq \overline{\rho}_{\min}$



$$T_1 = A_{s1}.f_{yd}$$
$$C_c = 0.85 f_{cd}.a.b$$
$$T_2 = (A_s - A_{s1}).f_{yd}$$
$$C_s = A'_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd})$$

برای مقطع (I) :

با نوشتن رابطه تعادل نیروها

$$T_1 = C_s$$

$$A_{s1}.f_{yd} = A'_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd}) \quad \Rightarrow \quad A_{s1} = \frac{A'_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd})}{f_{yd}}$$

از رابطه تعادل ممان

$$M_1 = C_s.(d - d')$$
$$M_1 = A'_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd}).(d - d')$$

برای مقطع (II) :

با نوشتن رابطه تعادل نیروها

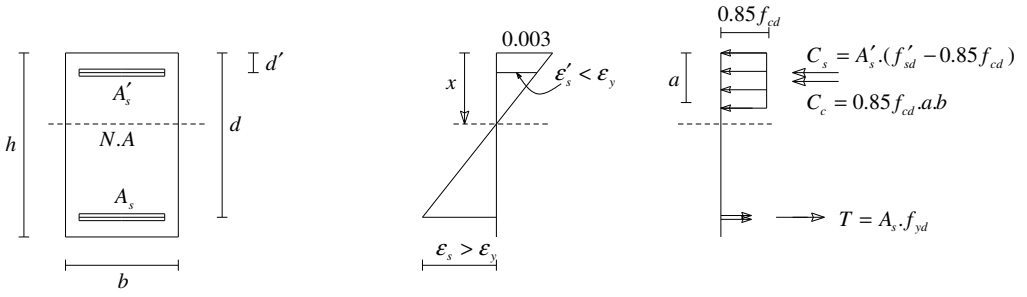
$$T_2 = C_c$$

$$0.85 f_{cd}.a.b = (A_s - A_{s1}).f_{yd} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{(A_s - A_{s1}).f_{yd}}{0.85 f_{cd}.b} \Rightarrow M_2 = 0.85 f_{cd}.a.b.(d - \frac{a}{2})$$

$$M_r = M_1 + M_2$$

2) ظرفیت خمشی مقطع وقتی فولاد کششی تسلیم شده ولی فولاد فشاری تسلیم نشده است. یا $\rho \le \overline{\rho}_{Max}$,

$$\rho < \overline{\rho}_{\min}$$



از دیاگرام کرنش و با استفاده از تشابه مثلثها:

$$\frac{0.003}{x} = \frac{\varepsilon_s'}{x - d'}$$

$$\varepsilon_s' = \frac{0.003}{x}(x - d')$$

$$f_s' = 0.003 E_s \frac{x - d'}{x} = 600(\frac{x - d'}{x})$$

از رابطه تعادل نیروها :

$$T = C_c + C_s$$

$$A_s.f_{yd} = 0.85 f_{cd}.a.b + A_s'.(f_{sd}' - 0.85 f_{cd})$$

$$f_{sd}' = \phi_s.f_s'$$

$$A_s.f_{yd} = 0.85 f_{cd}.(\beta_1.x).b + A_s'.(\phi_s.f_s' - 0.85 f_{cd})$$

$$A_s.f_{yd} = 0.85 f_{cd}.(\beta_1.x).b + A_s'.(\phi_s \times 600(\frac{x - d'}{x}) - 0.85 f_{cd})$$

$$0.85 f_{cd}.(\beta_1.x).b + A_s'.(\phi_s \times 600(\frac{x - d'}{x}) - 0.85 f_{cd}) - A_s.f_{yd} = 0$$

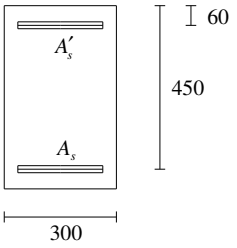
از حل معادله بالا بر حسب x می توان مقدار x و با توجه به آن مقدار تنش در فولاد فشاری f_s' را بدست آورد.

و از رابطه تعادل ممان، مقدار ممان مقاوم نهائی برابر است با:

$$M_r = 0.85 f_{cd}.a.b.(d - \frac{a}{2}) + A_s'.(f_{sd}' - 0.85 f_{cd})(d - d')$$

مثال:

مطلوبست تعیین ممان مقاوم نهائی مقطع نشان داده شده در شکل زیر.



$$A'_s\ ;\ 3\bar{\phi}28 \qquad f_c = 25 N/mm^2$$
$$A_s\ ;\ 4\bar{\phi}32 \qquad f_y = 400 N/mm^2$$

حل:

نکته: در آنالیز مقاطع دوبله آرمه ابتدا ρ با $\rho_{\max}$ مقایسه می گردد و اگر $\rho \le \rho_{\max}$ شد مقطع به صورت تک آرمه عمل می کند و با صرفنظر از فولاد فشاری ظرفیت آن با استفاده از روابط تک آرمه بدست می آید.

$$A'_s = 1848 mm^2$$
$$A_s = 3217 mm^2$$
$$\rho = \frac{A_s}{b.d} = \frac{3216}{300\times 450} = 0.0238$$
$$\rho' = \frac{A'_s}{b.d} = \frac{1848}{300\times 450} = 0.0137$$
$$\bar{\rho}_{\max} = \rho_{\max} + \rho' \frac{f'_{sb}}{f_y}$$
$$f_c \le 30 \quad \Rightarrow \quad \beta_1 = 0.85$$
$$\rho_{\max} = \rho_b = 0.6\beta_1 . \frac{f_c}{f_y} . \frac{600}{600+f_y} = 0.6\times 0.85 \times \frac{25}{400} . \frac{600}{600+400}$$
$$\rho_{\max} = 0.0191 \quad ; \quad \varepsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{60}{450}(0.003 + \frac{400}{2\times 10^5}) = 0.0023 > \varepsilon_y = \frac{400}{2\times 10^5} = 0.002$$
$$\bar{\rho}_{\max} = 0.0191 + 0.0137 = 0.0328$$
$$\rho < \bar{\rho}_{\max}$$

پس فولاد کششی تسلیم می شود.

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.6\beta_1 . \frac{f_c}{f_y} . \frac{600}{600-f_y} . \frac{d'}{d} + \rho'$$
$$\bar{\rho}_{\min} = 0.6\times 0.85 \times \frac{25}{400} . \frac{600}{600-400} . \frac{60}{450} + 0.0137$$
$$\bar{\rho}_{\min} = 0.0265$$
$$\rho < \bar{\rho}_{\min}$$

پس فولاد فشاری تسلیم نمی گردد.

از رابطه تعادل نیروها مقدار x تعیین می‌شود.

$$A_s f_{yd} = 085 f_{cd} . (\beta_1 . x) . b + A'_s . (f'_{sd} - 0.85 f_{cd})$$
$$f_{yd} = 0.85\times 400 = 340\ N/mm^2 \quad , \quad f_{cd} = 0.6(25) = 15\ N/mm^2$$
$$3216\times 340 = 0.85\times 15\times 0.85\times 300\times x + 1848\times \left[510\times \left(\frac{x-60}{x} \right) - 0.85 f_{cd} \right]$$

$$1.09\times10^{6} = 3251.25x + 0.943\times10^{6}\left(\frac{x-60}{x}\right) - 23562$$

$$x = 156.5\ mm$$

$$f_s' = 600\left(\frac{156.5-60}{156.5}\right) = 370\ N/mm^2 < f_y$$

$$f_{sd}' = 0.85(370) = 314.5\ N/mm^2$$

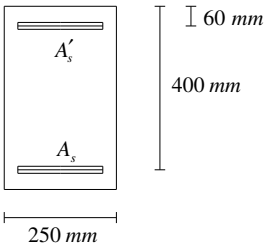
$$f_{sd}' - 0.85 f_{cd} = 314.5 - 0.85\times15 = 301.8\ N/mm^2$$

$$M_r = \{0.85(15)(0.85\times156.5)(300)(450-\frac{0.85\times156.5}{2} + 1848(301.8)(450-60)\}\times10^{-6}$$

$$M_r = 412.6 \quad KN.m$$

مثال:

مطلوب است طراحی میلگردهای لازم برای مقطع نشان داده شده در صورتیکه ممان نهائی مؤثر (ممان ضریب‌دار) 288 KN.m باشد.



$$f_c = 20 \quad N/mm^2$$

$$f_y = 300 \quad N/mm^2$$

کنترل نیاز به مقطع دوبله آرمه:

$$\rho_b = 0.0227 \Rightarrow \rho_{\max} = 0.0227$$

$$M_{r\max} = b.d^2.\rho_{\max}.f_{yd}.(1-0.5\rho_{\max}.\frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}})$$

$$f_{yd} = 0.85\times300 = 255\ N/mm^2$$

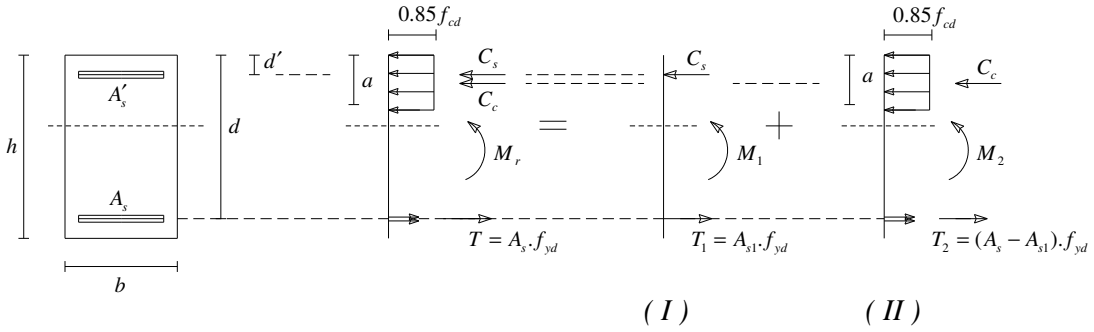
$$f_{cd} = 0.6\times20 = 12\ N/mm^2$$

$$M_{r\max} = 165.8\ KN.m < 288\ KN.m$$

نیاز به مقطع دوبله آرمه می‌باشد.

محاسبه سطح مقطع فولاد کششی:

روش اول:



در مقطع (II) :

$$(A_s - A_{s1}) = \rho_{\max} bd = 2270\ mm^2$$
$$M_2 = M_{r\max} = 165.8\ KN.m$$
$$M_1 = M_u - M_2 = 288 - 165.8 = 122.2\ KN.m$$

در مقطع (I) :

با فرض تسلیم فولاد فشاری

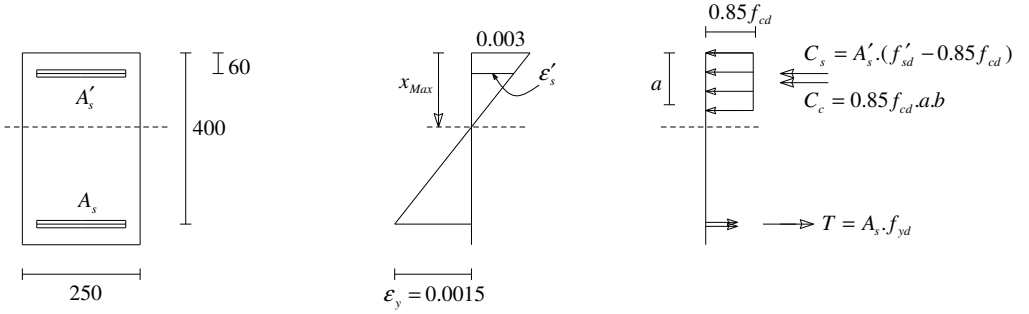
$$A'_s = \frac{M_1}{(f_{yd} - 0.85 f_{cd})(d - d')} = \frac{122.2\times10^6}{245(400-60)} = 1467\ mm^2$$
$$A'_s = 1467\ mm^2 \Rightarrow 3\bar{\phi}25(1473)$$
$$A_{s1} = A'_s . \frac{f_{yd} - 0.85 f_{cd}}{f_{yd}} = 14.73 \times \frac{255 - 0.85\times12}{255} = 1408\ mm^2$$
$$A_s - A_{s1} = 2270\ mm^2 \Rightarrow A_s = 3678\ mm^2 \Rightarrow 6\bar{\phi}28 \quad : A_s = 3690\ mm^2$$

کنترل تسلیم میلگردهای فشاری:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{3690}{250\times400} = 0.0369$$
$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{1473}{250\times400} = 0.0147$$
$$\bar{\rho}_{\min} = 0.6\beta_1 . \frac{f_c}{f_y} . \frac{600}{600 - f_y} . \frac{d'}{d} + \rho'$$
$$\bar{\rho}_{\min} = 0.0261$$
$$\rho > \bar{\rho}_{\min}$$

روش دوم :

از آنجایی که در روش اول تسلیم فولاد فشاری فرض می گردد و در انتها کنترل می شود که آیا فولاد فشاری تسلیم شده یا نه و اگر تسلیم نشده بود، باید دوباره روابط نوشته و محاسبه گردد. لذا زمان زیادی صرف طراحی می گردد بدین جهت در روش دوم، طراحی بر اساس تسلیم فولاد کششی و گسیختگی بتن فشاری (کرنش 0/003) و تعیین محل تار خنثی صورت می گیرد.



$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{2\times10^5} = \frac{300}{2\times10^5} = 0.0015$$

$$x_{\max} = \left(\frac{0.003}{0.003+\varepsilon_y}\right).d = \left(\frac{0.003}{0.0045}\right)\times(400) = 266.7\ mm$$

$$\frac{\varepsilon'_s}{266.7-60} = \frac{0.003}{266.7} \Rightarrow \varepsilon'_s = 0.0023 > \varepsilon_y$$

پس فولاد فشاری تسلیم شده است.

از رابطه تعادل ممان:

$$288\times10^6 = A'_s.(f_{yd} - 0.85f_{cd}).(d-d') + 0.85f_{cd}.a.b.(d-\frac{a}{2})$$

$$a = \beta_1.x = 226.7\ mm$$

$$288\times10^6 = A'_s.(255-0.85\times12).(400-60) + 0.85\times12\times226.7\times250\times(400-\frac{226.7}{2})$$

$$A'_s = 1469\ mm^2 \Rightarrow 3\bar{\phi}25 : (A'_s = 1473\ mm^2)$$

از رابطه تعادل نیروها:

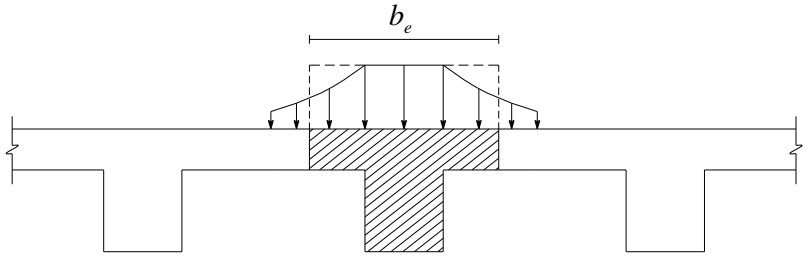
$$A_s.f_{yd} = A'_s.(f_{yd} - 0.85f_{cd}) + 0.85f_{cd}.a.b$$

$$A_s\times255 = 1469\times(255-0.85\times(12)) + 0.85\times12\times226.7\times250$$

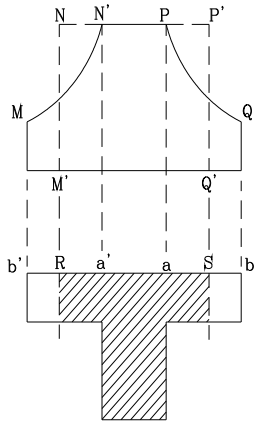
$$A_s = 3677\ mm^2 \Rightarrow 6\bar{\phi}28 : (A_s = 3690\ mm^2)$$

آنالیز و طرح تیرهای با مقاطع T شکل:

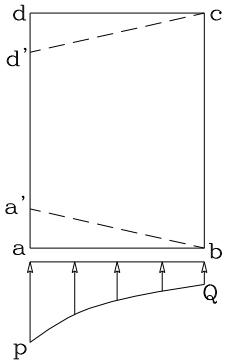
دال: پوسته بتنی که در ساختمان دو طبقه را از هم جدا می کند و بصورت بتن آرمه، تیرچه بلوک و ... اجرا می گردد.
در سقفهایی که تیر به همراه دال سقف، قالب بندی و به طور همزمان بتن ریزی می شود در هنگام اعمال لنگر خمشی مثبت (لنگر خمشی که باعث ایجاد تنش فشاری در دال گردد.) دال و تیر با هم عمل می کنند و قسمتی از دال نیز تحت خمش قرار می گیرد و بواسطه خمش، تنشهای فشاری بر روی دال و تیر به وجود می آید. اما توزیع این تنشها بر روی دال و تیر یکنواخت نیستند بنابراین در محاسبات قسمتی از طول دال را به عنوان عرض موثر b_e با تنشهای فشاری یکنواخت در نظر می گیرند.



شکل 3- 5-الف : توزیع تنش فشاری (تحت اثر خمش) در تیر و دال بتن آرمه که باهم بتن ریزی شده اند.



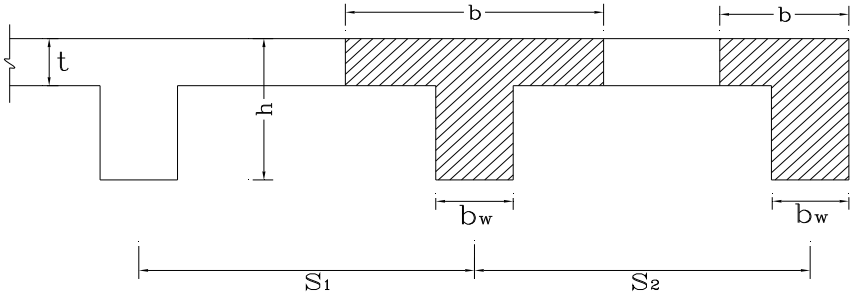
شکل 3- 5-ب : توزیع تنش در تیر و دال بتن آرمه



شکل 3- 5-ج : توزیع تنش و کرنش در عرض ab

شکل 3- 5 : تعیین عرض موثر در تیر و دال بتن آرمه که باهم بتن ریزی شده اند.

همانطور که در شکل دیده می شود عرض مؤثر RS وابسته به طول تیر، شرایط گیرداری تیر و نحوه بارگذاری بوده و تغییر می کند. لذا در آیین نامه بتن ایران ضوابطی برای تعیین عرض موثر با توجه به پارامترهای تاثیر گذار بیان شده است.
به مجموعه دال و تیر که باهم خمش را تحمل می کنند، تیر T شکل گویند.



در تیر های **T** شکل مطابق آبا عرض موثر برابر کوچکترین مقادیر زیر انتخاب می گردد:

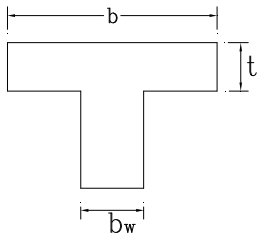
$$b = \min \begin{cases} b \le L_u/4 & \text{برای تیرهای یکسره} \\ b \le 2/5\, L_u & \text{برای تیرهای ساده} \\ b \le 16t + b_W \\ b \le 0.5(s_1 + s_2) \end{cases}$$

در تیر های **L** شکل مطابق آبا عرض موثر برابر کوچکترین مقادیر زیر انتخاب می گردد:

$$b = \min \begin{cases} b \le L_u/12 + b_W \\ b \le 6t + b_W \\ b \le 0.5 \times (s_2 - b_W) + b_W \end{cases}$$

در روابط بالا L_u فاصله داخل به داخل تیر (طول آزاد) است.

در تیرهای T شکل مجزا برای آنکه تیر بتواند به صورت Tشکل عمل کند، ابعاد باید به گونه ای باشند تا روابط زیر برای آنها برقرار باشد.



$$b \le 4b_W$$

$$t \ge \frac{b_W}{2}$$

آنالیز تیرهای T شکل:

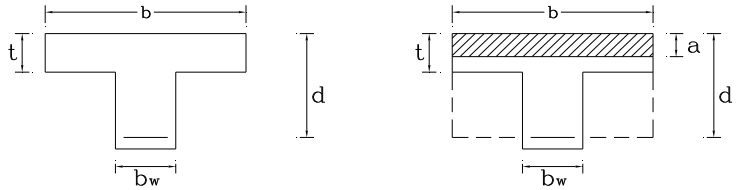
در مسائلی که تعیین ظرفیت خمشی مقطع T شکل مد نظر می باشد به ترتیب زیر عمل می کنیم:

1) فرض می کنیم بلوک تنش در بال قرار می گیرد و مقطع به صورت مستطیلی عمل می کند.

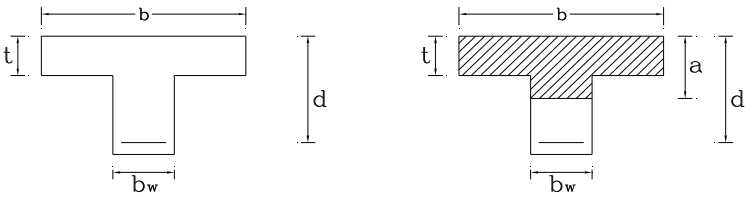
2) با فرض تسلیم فولاد کششی و از رابطه تعادل نیروهای مقطع مقدار a را بدست می آوریم.

$$a = \frac{A_s . f_{yd}}{0.85 f_{cd} . b}$$

3) اگر $a \le t$ بدست آمد فرض ما صحیح بوده و مقطع همانند یک مقطع مستطیلی عمل می کند و ظرفیت خمشی با استفاده از روابط مقطع مستطیلی تک آرمه و کنترل نوع شکست محاسبه می گردد.



4) اگر $a > t$ شود فرض اولیه نادرست بوده و مقطع به صورت T شکل عمل می کند و ظرفیت مقطع باید با توجه عملکرد آن (T شکل) تعیین گردد.



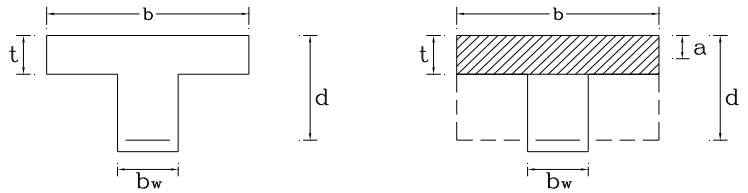
توجه:

در بالا موقعیت بلوک تنش با فرض تسلیم شدن میلگرد کششی انجام شده است. این فرض در بیشتر موارد صحیح می باشد چرا که ناحیه فشاری بزرگی توسط بال تیر تأمین می شود ولی بهر حال معیار تسلیم میلگرد کششی باید تعیین شود.

طراحی تیرهای T شکل:

برای طراحی مقاطع T شکل به ترتیب زیر عمل می کنیم:

1) فرض می کنیم $a = t$ و با در نظر گرفتن مقطع به صورت مستطیلی، ظرفیت مقطع M_r را بدست می آوریم.



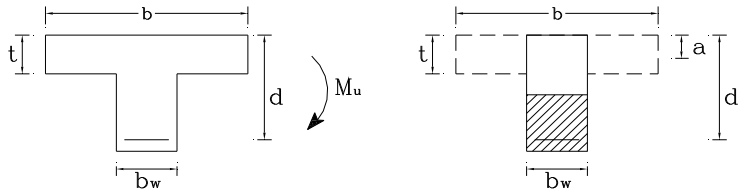
$$M_r = 0.85 f_{cd}.a.b.(d - \frac{a}{2}) = 0.85 f_{cd}.t.b.(d - \frac{t}{2})$$

2) اگر $M_u \le M_r$ باشد مقطع به صورت مستطیلی عمل کرده و روابط مقاطع مستطیلی تک آرمه برای آن صادق است و فولاد مورد نیاز برای آن از رابطه زیر بدست می آید.

$$A_s = \frac{0.85 f_{cd}.b.d}{f_{yd}}.(1 - \sqrt{(1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd}.b.d^2})})$$

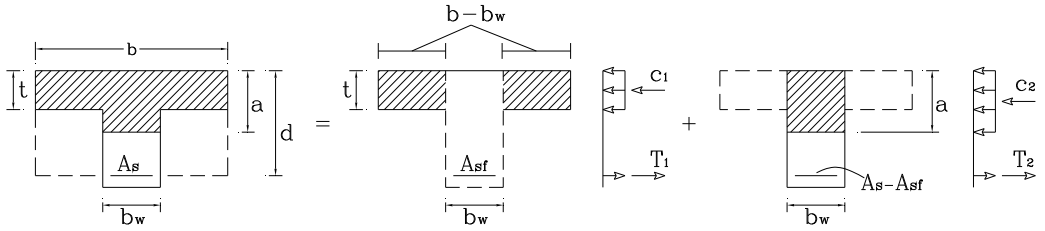
3) اگر $M_u > M_r$ باشد مقطع به صورت T شکل عمل کرده و طراحی بر اساس مقاطع T شکل صورت می گیرد.

نکته1: در آنالیز و طراحی مقاطع T شکل در صورتی که ممان منفی بر مقطع اثر کند، بطوری که بالهای تیر تحت کشش قرار گیرند، مقطع دیگر به صورت T عمل نمی کند بلکه رفتار آن همانند یک مقطع مستطیلی با عرض b_W می باشد.



ظرفیت خمشی مقاطع T شکل:

برای تعیین ظرفیت خمشی مقاطع T شکل همانند شکل زیر مقطع را به دو قسمت تبدیل می کنیم. قسمت اول شامل بالهای فشاری و سهمی از فولاد کششی A_{sf} می باشد که نیروهای آنها باهم در تعادل اند و قسمت دوم باقیمانده فولاد کششی و ناحیه فشاری بتن می باشد.



(I) *(II)*

با فرض تسلیم میلگرد کششی داریم:

$$C_1 = 0.85 f_{cd}.(b - b_W).t$$
$$T_1 = A_{sf}.f_{yd}$$
$$C_2 = 0.85 f_{cd}.a.b_W$$
$$T_2 = (A_s - A_{sf}).f_{yd}$$

در مقطع I:

از رابطه تعادل نیروها

$$C_1 = T_1$$
$$A_{sf}.f_{yd} = 0.85 f_{cd}.(b - b_W)$$
$$A_{sf} = \frac{0.85 f_{cd}.(b - b_W)}{f_{yd}}$$

از رابطه تعادل ممان

$$M_{r1} = A_{sf}.f_{yd}.(d - \frac{t}{2})$$

در مقطع II:

از رابطه تعادل نیروها

$$C_2 = T_2$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}).f_{yd}}{0.85 f_{cd}.b_W}$$

از رابطه تعادل ممان

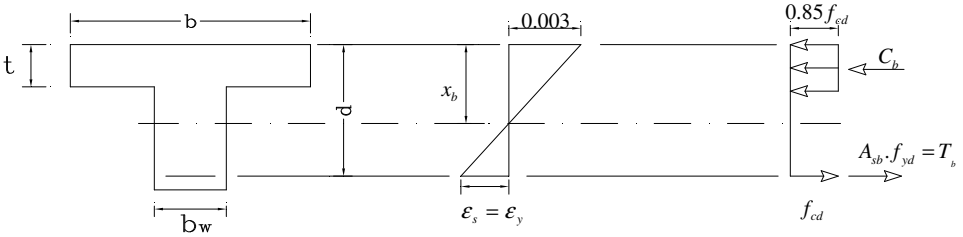
$$M_{r2} = (A_s - A_{sf}).f_{yd}(d - \frac{a}{2})$$

ممان خمشی اسمی مقطع T شکل برابر است با:

$$M_r = M_{r1} + M_{r2}$$

تعیین معیار تسلیم شدن میلگردهای کششی (تعیین حداکثر میلگرد کششی)

برای شرایط متعادل:



به کمک دیاگرام توزیع کرنش و با استفاده از تشابه مثلثها:

$$x_b = (\frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y}).d$$

از تعادل نیروها وبا در نظر گرفتن مقاطع **I**، **II** از قسمت قبل:

$$T_b = C_b$$

$$T_b = C_1 + C_2$$

$$A_{sb}.(\phi_s.f_y) = 0.85(\phi_c.f_c).(b - b_W).t + 0.85(\phi_c.f_c).a.b_W$$

$$A_{sb}.(\phi_s.f_y) = A_{sf}.(\phi_s.f_y) + 0.85(\phi_c.f_c).\beta_1.(\frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y}.d).b_W$$

طرفین را بر $b_W.d.f_{yd}$ تقسیم می کنیم :

$$\frac{A_{sb}.(\phi_s.f_y)}{b_W.d.f_{yd}} = \frac{A_{sf}.(\phi_s.f_y)}{b_W.d.f_{yd}} + \frac{0.85(\phi_c.f_c)}{b_W.d.f_{yd}}.\beta_1.(\frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y}.d).b_W$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_W.d} \quad , \quad \rho'_b = \frac{A_{sb}}{b_W.d}$$

$\frac{f_y}{2\times10^5}$

$$\rho'_b = \rho_f + \underbrace{0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600 + f_y}}_{\rho_b} = \rho_f + \rho_b$$

$\rho'_b = \rho_b + \rho_f$

برای تأمین ایمنی به منظور جلوگیری از گسیختگی ترد، طبق آیین نامه آبا:

$\rho'_{Max} = \rho'_b = \rho_b + \rho_f$

نکته2: اگر $\rho = \frac{A_s}{b_W .d} \le \rho'_{Max}$ مقطع کم فولاد و گسیختگی از نوع نرم می باشد و ظرفیت خمشی نهایی مقطع از رابطه زیر بدست می آید.

$$M_r = A_{sf} .f_{yd} .(d - \frac{t}{2}) + (A_s - A_{sf}).f_{yd}(d - \frac{a}{2})$$

نکته3: اگر $\rho > \rho'_{Max}$ باشد گسیختگی از نوع ترد بوده و برای جلوگیری از شکست ترد در تعیین ظرفیت خمشی $\rho = \rho'_{Max}$ در نظر گرفته می شود.

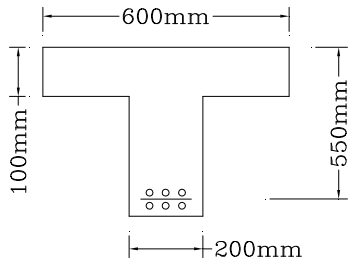
نکته4: حداقل نسبت میلگرد طولی $\rho_{\min}$ مطابق آبا از روابط زیر بدست می آید.

$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y}$$

$$A_{s\min} = \rho_{\min} .b_W .d$$

مثال :

مطلوب است مقاومت خمشی نهائی مقطع T شکل زیر .



$A_S : 6\bar{\phi}28$

$A_s = 3696 \ \text{mm}^2$

$f_c = 20 \ \text{N/mm}^2$

$f_y = 400 \ \text{N/mm}^2$

1- ابتدا کنترل عرض و ضخامت تیر

$b = 600 \le 4b_W = 800$

$t \ge \frac{b_W}{2} = 100 \ mm$

2- تعیین عمق بلوک تنش و مشخص نمودن آتالیز مقطع تیر بصورت مستطیل شکل یا T شکل.

* ابتدا فرض می کنیم بلوک تنش در بال تیر قرار گیرد و آرماتور کششی تسلیم شده است.

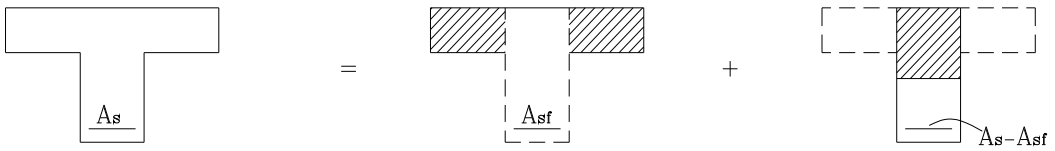
$$a = \frac{A_s .f_{yd}}{0.85 f_{cd} .b}$$

$a = \frac{3696 \times (0.85 \times 400)}{0.85 \times (0.6 \times 20) \times (600)} = 205 > t = 100 \Rightarrow$ مقطع T شکل عمل می کند

3- تعیین معیار تسلیم شدن آرماتور کششی

$\rho'_{\max} = \rho_b + \rho_f$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_W .d}$$



$$A_{sf} = \frac{0.85 f_{cd}.(b - b_W).t}{f_{yd}}$$

$$A_{Sf} = \frac{0.85 \times (12) \times (600 - 200) \times 100}{340} = 1200\ mm^2$$

$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_W.d} = \frac{1200}{200 \times 550} = 0.0109$$

$$\rho_b = 0.6\beta_1 .\ \frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600 + f_y}$$

$$\rho_b = 0.0153$$

$$\rho'_{max} = (\rho_b + \rho_f) = 0.0262$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_W.d} = \frac{3696}{200 \times 550} = 0.0336$$

$\rho > \rho'_{max} \Rightarrow \rho = \rho'_{max} = 0.0262$ برای جلوگیری از شکست ترد

$$A_s = \rho'_{max}.(b_W.d) = 2882\ \ mm^2$$

4- تعیین ظرفیت مقطع

$$M_r = A_{sf}.f_{yd}.(d - \frac{t}{2}) + (A_s - A_{sf}).f_{yd}.(d - \frac{a}{2})$$

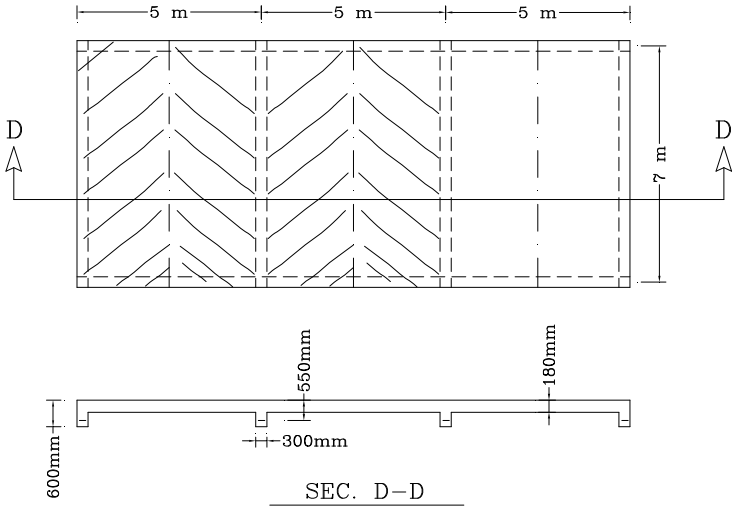
$$a = \frac{(A_s - A_{sf}).f_{yd}}{0.85 f_{cd}.b_W} = \frac{(2882 - 1200) \times 340}{0.85 \times 12 \times 200} = 280\ \text{mm}$$

$$M_r = \left\{1200(340)(550 - \frac{100}{2}) + (2882 - 1200)(340)(550 - \frac{280}{2})\right\} \times 10^{-6}$$

$$M_r = 438\ \text{kN.m}$$

مثال :

کف بتن آرمه ای مطابق شکل بر روی تیرهای اصلی قرار دارد. در صورتیکه بار مرده و زنده کف به ترتیب $6.5\ kN/m^2$، $3.5\ kN/m^2$ باشد مقدار آرماتور کششی لازم برای تیر AB را تعیین کنید.



$\gamma_c = 24\ \text{kN/m}^3$

$f_c = 25\ \text{N/mm}^2$

$f_y = 400\ \text{N/mm}^2$

1- تعیین لنگر ماکزیمم وارد بر تیر

$$\text{وزن تیر} = (0.6-0.18).(0.3).(24) = 3.02\ kN/m$$

$$W_{D_{\text{زنده}}} = 6.5\times(5) = 32.5\ kN/m$$

$$W_{D_{\text{کل}}} = 32.5 + 3.02 = 35.5\ kN/m$$

$$W_L = 3.5\times(5) = 17.5\ kN/m$$

$$W_u = 1.25W_D + 1.5W_L$$

$$W_u = 1.25\times(35.5) + 1.5\times(17.5) = 70.63\ kN/m$$

$$M_u = \frac{W_u.L^2}{8} = \frac{70.63\times(7)^2}{8} = 432.6\ kN.m$$

2- تعیین عرض مؤثر بال تیر

$$L_u \approx L = 7\ m$$

$$b = \min\begin{cases} b = \dfrac{2}{5}\times(7000) = 2800\ mm \\ b = 16t + b_W = 16\times(180) + 300 = 3180\ mm \\ b = s = 5000mm \end{cases} \quad \Rightarrow b = 2800\ mm$$

3- تعیین مقطع بصورت T یا مستطیل . برای طراحی فرض می کنیم a = t = 180 mm

$$M_r = 0.85 f_{cd}.b \cdot t\,(d - \frac{t}{2})$$

$$f_{cd} = 0.6 \times (25) = 15\ \mathrm{N}/mm^2$$

$$\mathrm{M_r} = \left[0.85 \times (15) \times (2800) \times (180) \times (550 - \frac{180}{2}) \right] \times 10^{-6}$$

$$M_r = 2956\ kN.m > M_u = 432.6\ kN.m$$

لذا مقطع بصورت مستطیل در نظر گرفته می شود .

$$A_s = \frac{0.85 f_{cd}.b.d}{f_{yd}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{0.85 f_{cd}.b.d^2}} \right]$$

$$A_s = \frac{0.85(15)(2800)(550)}{340} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times (432.6 \times 10^6)}{0.85(15)(2800)(550)^2}} \right]$$

$$A_s = 2362\ mm^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w.d} = \frac{2362}{300 \times (550)} = 0.0143$$

$$\rho_{\max} = 0.6\beta_1 . \frac{f_c}{f_y} . \frac{600}{600 + f_y} = 0.0191$$

$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$$

$$\Rightarrow A_{s\min} = 0.0035(300)(550) = 578\ mm^2 < A_s = 2362\ mm^2$$

4

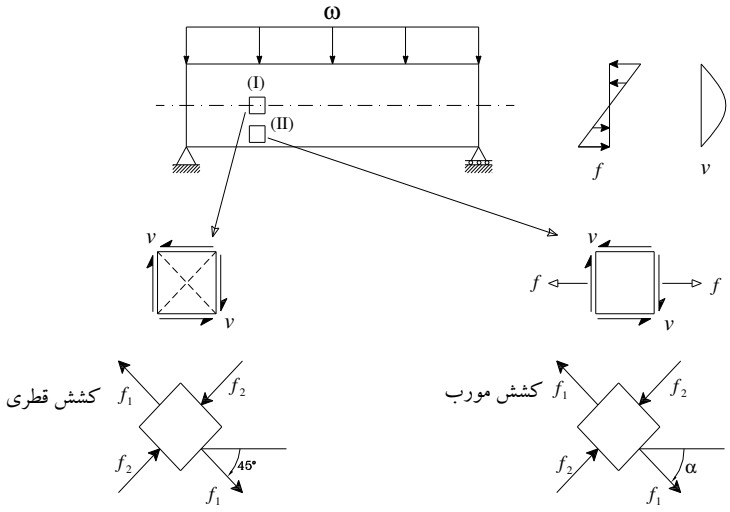
فصل چهارم:

آنالیز و طراحی تیرهای بتن مسلح برای برش

- ☑ **آنالیز و طراحی تیرها برای برش**
- ☑ **تیرهای بتن مسلح بدون میلگرد برشی**
- ☑ **رفتار تیر های بتن آرمه بعد از ایجاد ترک برشی**
- ☑ **تیرهای بتن مسلح با آرماتور برشی (خاموت)**
  - **1- تیر با خاموتهای قائم**
  - **2- تیر با خاموتهای مایل**
- ☑ **آنالیز و طراحی تیرها برای برش بر اساس آبا**
- ☑ **مقطع بحرانی برای کنترل برش و تعیین V_u**
- ☑ **روش گام به گام تعیین خاموتها در تیرها**

آنالیز و طراحی تیرها برای برش

تیر ساده ای تحت اثر بار ω را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. برای تیر همگن و الاستیک زیر المانهای نشان داده شده بر روی تار خنثی و در فاصله بین تار خنثی و تار کششی دارای تنشهایی مطابق زیر می باشند. صفحات اصلی و تنشهای اصلی مطابق زیر و به صورت کششی و فشاری تعیین می گردند.



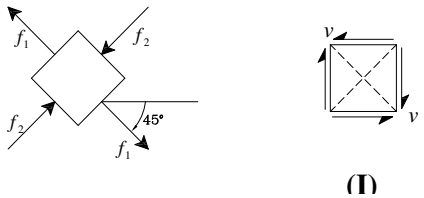
1) المان **I** چون بر روی محور خنثی قرار دارد، فقط تنش های برشی بر روی المان وجود داشته و تنشهای خمشی صفر می باشند. بنابراین اگر با استفاده از روابط تنشهای اصلی مقدار و امتداد آن تنشها را بدست آوریم داریم:

$$\sigma_{1,2} = (\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}) \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2})^2 + \tau^2{}_{xy}}$$

$$f_{1,2} = \pm v$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x + \sigma_y}$$

$$\tan 2\alpha = \infty \quad \Rightarrow \alpha = 45°$$



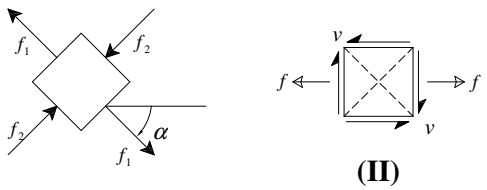
(I)

2) المان **II** دارای تنشهای کششی و برشی می باشد و به این جهت تنشهای اصلی و امتداد صفحات آنها به صورت زیر بدست می آید.

$$\sigma_{1,2} = (\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}) \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2})^2 + \tau^2{}_{xy}}$$

$$f_{1,2} = \frac{f}{2} \pm \sqrt{(\frac{f}{2})^2 + v^2}$$

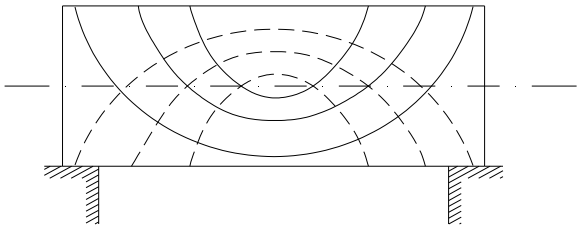
$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x + \sigma_y} = \frac{2v}{f}$$



(II)

3) المانهای واقع بر تارهای انتهایی کششی و فشاری فقط دارای تنشهای خمشی (کششی و فشاری) می باشند و تنشهای برشی در آنها صفر است.

مسیر تنش برای تیر تحت بار گسترده



نکته: تنشهای کششی در تیرها محدود به تنش خمشی نیستند در نتیجه برش خالص و یا ترکیب برش و خمش در نقاط مختلف تیر نیز تنش کششی بوجود می آید .
نکته: برای حالت برش خالص ، کشش قطری و برای حالت ترکیب برش و خمش ، کشش مورب نامیده می شود که از نظر سهولت حالت اخیر را نیز کشش قطری می نامند.

تیرهای بتن مسلح بدون میلگرد برشی

همانطور که دیده شد برای یک تیر همگن و الاستیک می توان تنشهای برشی را در ارتفاع مقطع به صورت نشان داده شده و براساس رابطه تنش برشی بیان کرد.

$$\tau = \frac{V.Q}{I.t}$$

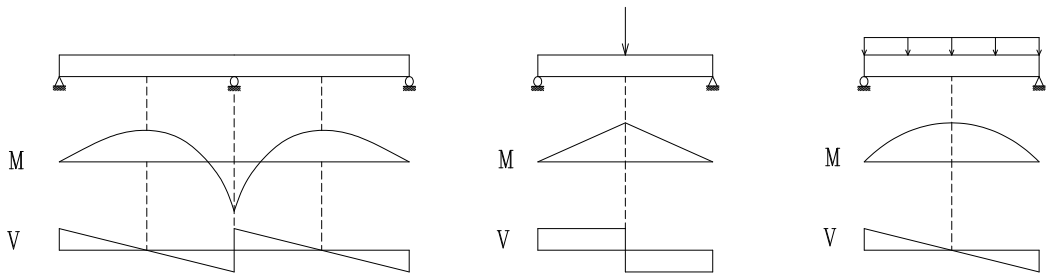
اما درباره یک تیر بتن آرمه به دلایل زیر این رابطه صادق نمی باشند.

اولاً: غیر خطی بودن مشخصه بتن فشاری و عدم تشابه بتن در فشار و کشش .
دوماً: رابطه فوق اثر میلگرد های کششی را در نظر نمی گیرد.

بنابراین با توجه به توزیع پیچیده تنشهای برشی در مقطع بتن آرمه، در حالتی که ترک خمشی هنوز ایجاد نشده و یا ایجاد شده ولی به علت وجود میلگردهای طولی به سمت ناحیه فشاری پیشروی نکرده است می توان تنش برشی را در مقطع به صورت یکنواخت زیر در نظر گرفت.

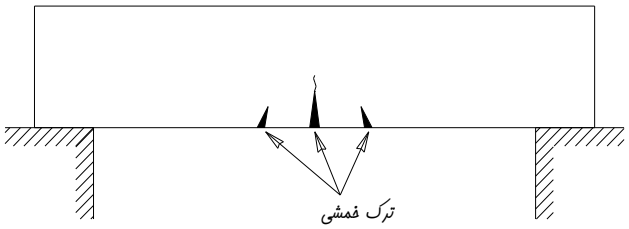
$$v = \frac{V}{b.d}$$

که در مقاطع T شکل $b = b_w$ می گردد و تنش متوسط فوق در نواحی تار خنثی از تنش برشی حداکثر کوچکتر می باشد. بنابراین با توجه به مقدار لنگر خمشی و نیروی برشی در طول تیر، می توان وضعیت ترک خوردگی تیر را به صورت زیر خلاصه کرد:



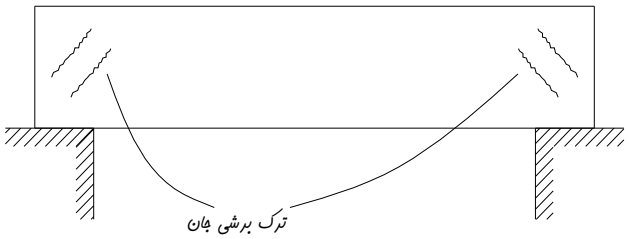
1) جایی که ممان خمشی زیاد ولی نیروی برشی ناچیز باشد

در این حالت به علت وجود ممان خمشی زیاد ترکهای خمشی در محل ممان ماکزیمم شکل گرفته و از تارهای کششی آغاز شده و در ارتفاع مقطع توسعه می یابند.



2) جایی که ممان خمشی ناچیز و نیروی برشی زیاد باشد

در این محدوده به علت وجود نیروی برشی زیاد در حوالی تار خنثی(محل تنش برشی حداکثر)، ترکهای برشی با زوایای نزدیک به 45 درجه تشکیل شده و به سمت بالا و پایین گسترش می یابند. این ترکها را ترکهای برشی جان گویند که بیشتر در محل نکیه گاههای تیرهای ساده و نقاط عطف تیر های سراسری بوجود می آیند.



به صورت تجربی تنش برشی مقاوم بتن در این حالت برابر است با:

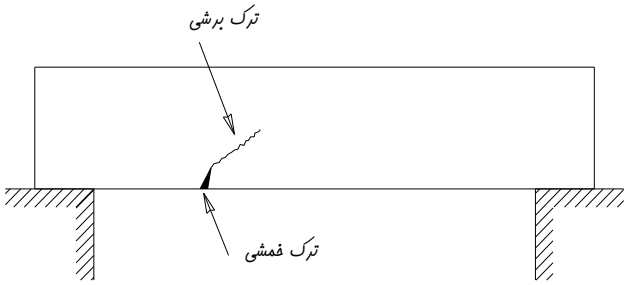
$$v_{cr} = 0.3\sqrt{f_c}$$

و یا برش ترک خوردگی برابر است با:

$$V_{cr} = 0.3\sqrt{f_c}b.d$$

3) جایی که ممان خمشی و نیروی برشی هر دو زیاد باشند

در این حالت ابتدا ترک خمشی به علت ایجاد تنشهای کششی ناشی از خمش، در محل تنش خمشی مکزیمم شکل می گیرد و با ایجاد این ترکها سطح موثر برای تحمل برش کاهش می یابد و زمینه برای ایجاد ترک برشی فراهم می گردد و با افزایش تنش برشی ترک برشی در ادامه ترک خمشی و به صورت مورب ایجاد می گردد. این نوع ترکها با عنوان ترک برشی– خمشی شناخته می گردند.



در این حالت به طور تجربی تنش برشی مقاوم بتن برابر است با:

$$v_{cr} = 0.15\sqrt{f_c}$$

و یا برش ترک خوردگی برابر است با:

$$V_{cr} = 0.15\sqrt{f_c}b.d$$

نکته1: همانطور که از رابطه بالا دیده می شود ممان خمشی بزرگ مقاومت برشی قطعات را کاهش می دهد.
نکته2: وجود میلگردهای طولی کششی باعث افزایش ظرفیت برشی قطعات می گردد زیرا با افزایش میلگردهای فوق تنش موجود در آنها کاهش یافته و کرنش و تغییر طول آنها هم کم می شود و به این ترتیب زمان ایجاد ترک برشی به تعویق می افتد و یا به عبارتی ظرفیت برشی مقطع افزایش می یابد.
تاثیر میلگردهای طولی و ممان خمشی، در ظرفیت برشی قطعات بتن آرمه را می توان از رابطه زیر مشاهده کرد.

$$v_{cr} = 0.15\sqrt{f_c} + 17.5\frac{\rho.V.d}{M} \le 0.3\sqrt{f_c}$$

مطابق **"آیین نامه بتن ایران"** مقاومت برشی بتن برابر مقدار زیر در نظر گرفته می شود.

1) تیر تحت اثر برش و خمش

$$v_c = 0.2\phi_c\sqrt{f_c}$$
$$V_c = 0.2\phi_c\sqrt{f_c}b_w.d$$

یا بطور دقیقتر

$$V_c = (0.95v_c + 12\rho_W.\frac{V_u.d}{M_u}).b_w.d \le 1.75v_c.b_W.d$$

در عبارت فوق باید $\frac{V_u.d}{M_u} \le 1$ باشد.

M_u :لنگر ضریبدار در محل اثر V_u

2) تیر تحت اثر برش و خمش و بار محوری فشاری

$$V_c = 0.2\phi_c\sqrt{f_c}.(1+\frac{N_u}{12A_g}).b_w.d$$

یا بطور دقیقتر

$$V_c = (0.95v_c + 12\rho_W.\frac{V_u.d}{M_m}).b_w.d \le 1.75v_c\sqrt{(1+\frac{N_u}{3A_g}}.b_W.d$$

$$M_m = M_u - N_u.\frac{4h-d}{8}$$

N_u : بار محوری ضریبدار بدون علامت

A_g : سطح مقطع کل

تذکر: در حالت فوق اگر M_m منفی شود مقاومت برشی بتن از رابطه زیر بدست می آید.

$$V_c = 1.75 v_c \sqrt{(1+\frac{N_u}{3A_g}}.b_W.d$$

3) تیر تحت اثر برش و خمش و بار محوری کششی

$$V_{cr} = 0.2\phi_c\sqrt{f_c}.(1-\frac{N_u}{3A_g}).b_w.d$$

نکته: در جالت بار محوری کششی در جهت اطمینان می توان فرض کرد که مقاومت برشی بتن برابر صفر می باشد و کل نیروی برشی را فولاد برشی تحمل می کند.

رفتار تیر های بتن آرمه(بدون خاموت) بعد از ایجاد ترک برشی

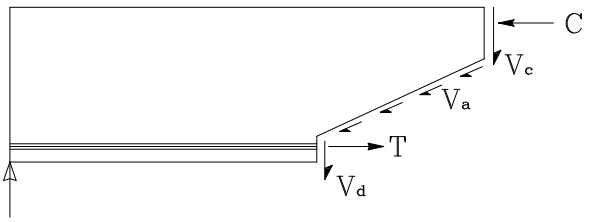
رفتار تیر های بتن آرمه غیر مسلح برشی در هنگام ترک قطری به دو صورت می باشد.

1) **تیرهای کم عمق:** در این تیرها با رسیدن مقاومت بتن به حد مقاومت برشی، ترک قطری ایجاد شده و در سراسر مقطع گسترش می یابد و شکست تیر به صورت ناگهانی می باشد که برای جلوگیری از آن باید خاموتهای برشی در مقطع قرار داده شود.
2) **تیرهای عمیق:** در این تیرها پس از ایجاد ترک برشی، توسعه آنها تا ناحیه فشاری ادامه می یابد و سپس متوقف می شود از آن لحظه به بعد تیر اضافه مقاومتی از خود نشان داده و سپس دچار گسیختگی می گردد. این اضافه مقاومت را می توان ناشی از عوامل زیر دانست.:

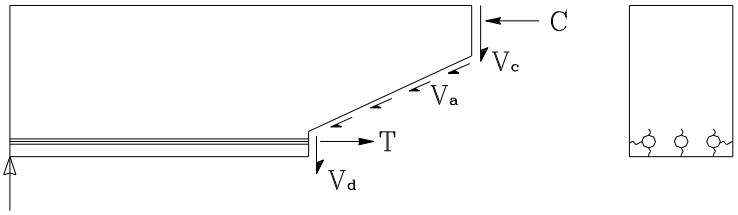
الف) مقاومت برشی بتن ترک نخورده V_c

ب) نیروی ناشی از درگیر بودن دانه های سنگی در محل ترک (قفل و بست میان دانه ای) V_a

ج) عملکرد شاخه ای میلگرد طولی V_d



به واسطه ایجاد نیروی برشی در میلگرد های طولی تنشهای فشاری و کششی بین میلگرد و بتن پوشش آن بوجود می آید که با افزایش آن ترکهای طولی در امتداد میلگرد ظاهر می گردد به رفتار میلگرد های فوق برای تحمل نیروی برشی **عملکرد شاخه ای** گویند.



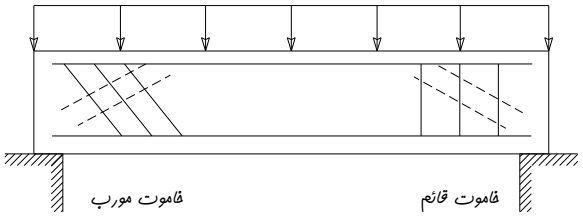
تیرهای بتن مسلح با آرماتور برشی (خاموت)

همانطور که ابتدای این فصل ذکر گردید نه تنها تنشهای خمشی بلکه تنشهای برشی خالص و ترکیب تنشهای خمشی و برشی در طول تیر می توانند باعث ایجاد کشش شوند که این اثر برای تیرهای بتنی که در کشش ضعیف می باشند یک تهدید به شمار می رود و برای جبران آن نیاز به میلگردهای برشی می باشد. میلگرد های برشی تا قبل از ایجاد ترک، نیروهای قابل توجهی را تحمل نمی کنند ولی با ایجاد ترک قطری عملکرد این میلگردها آغاز می گردد. بنابراین به منظور استفاده بهینه از آنها بهتر است که این میلگردها بر ترکها عمود باشند ولی به دو علت زیر این کار عملاً صورت نمی گیرد.

1) رعایت دقیق زاویه خاموتها در طول تیر بسیار مشکل است.

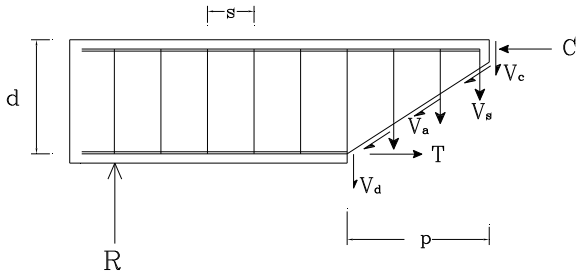
2) زاویه ترکها در طول تیر تغییر می کند.

بنابراین در بیشتر موارد میلگردهای برشی به صورت قائم و عمود بر محور طولی تیر قرار داده می شوند.



تیر با خاموتهای قائم :

در حالت استفاده از خاموتهای قائم و با در نظر گرفتن شرایط تسلیم برای این آرماتورها می توان روابط زیر را نوشت.



$$V = V_c + V_d + V_{ay} + V_s$$

$$V = V_{cr} + n.A_V.f_y$$

A_V :سطح مقطع خاموتها

n :تعداد خاموتها در فاصله p

در صورتیکه زاویه ترک در حدود 45° فرض شود که عملاً هم حدوداً همین مقدار است لذا:

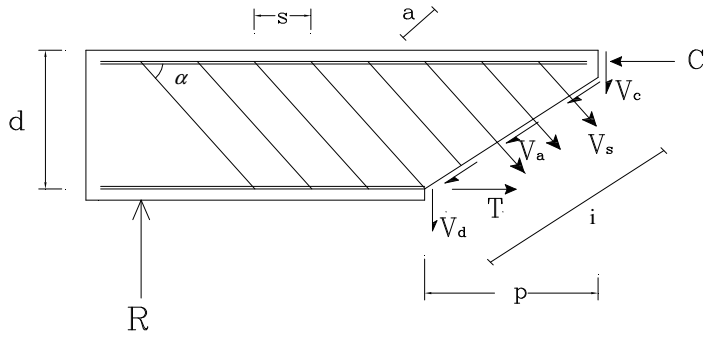
$$p = d$$

$$n = \frac{d}{s}$$

$$V = V_{cr} + \frac{A_v . f_y . d}{s}$$

$$\nu = \nu_{cr} + \frac{A_v . f_y}{b.s}$$

تیر با خاموتهای مایل :



$$V = V_c + V_{ay} + V_d + V_{sy}$$

$$V = V_{cr} + n.A_V . f_y . \sin\alpha$$

$$n = \frac{i}{a}$$

$$i = \frac{p}{\cos\theta}$$

θ: زاویه ترک

$$n = \frac{p}{a.\cos\theta}$$

$$S = a.\cos\theta + a.\sin\theta / \tan\alpha$$

$$S = a.(\cos\theta + \frac{\sin\theta}{\tan\alpha})$$

$$a = \frac{S}{\cos\theta + \frac{\sin\theta}{\tan\alpha}} = \frac{S}{\sin\theta.\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \sin\theta.\frac{1}{\tan\alpha}}$$

$$a = \frac{S}{\sin\theta.(\cot\theta + \cot\alpha)}$$

$$n = \frac{p/\cos\theta}{S/\sin\theta.(\cot\theta + \cot\alpha)}$$

$$n = \frac{p}{S}.\frac{\sin\theta}{\cos\theta}.(\cot\theta + \cot\alpha)$$

$$n = \frac{p}{S}.\tan\theta.(\cot\theta + \cot\alpha)$$

$$n = \frac{p}{s}.(1 + \cot\alpha.\tan\theta)$$

$$V = V_{cr} + \frac{p}{S}(1 + \cot\alpha.\tan\theta).A_{v.}f_y.\sin\alpha$$

زاویه تمایل ترک در تیرها نزدیک به $45°$ است .

$$\tan\theta \approx 1$$

$$p = d$$

$$V = V_{cr} + \frac{d}{S}.(1 + \cot\alpha).A_v.f_y.\sin\alpha$$

$$V = V_{cr} + \frac{d}{S}.(\sin\alpha + \cos\alpha).A_v.f_y$$

زاویه تمایل خاموتها معمولاً برابر $\alpha = 45°$ در نظر گرفته می شود.

$$\sin\alpha = \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

برای خاموتهای مایل

$$V_r = V_{cr} + \sqrt{2}\frac{A_v.f_y.d}{S}$$

مقایسه ظرفیت برشی خاموتهای قائم و مورب با زاویه 45 درجه:

همانطور که دیده شد ظرفیت برشی خاموتهای مورب برابر است با:

$$V_r = V_{cr} + \sqrt{2}\frac{A_v.f_y.d}{S}$$

و برای خاموتهای قائم

$$V_r = V_{cr} + \frac{A_v.f_y.d}{S}$$

ملاحظه می شود خاموتها بصورت مایل $\sqrt{2}$ برابر موثرتر از قائم می باشند.

آنالیز و طراحی تیرها برای برش بر اساس آبا

برای آنکه در مقطع بحرانی یک تیر ظرفیت برشی تیر کافی باشد باید:

$$V_u \le V_r$$

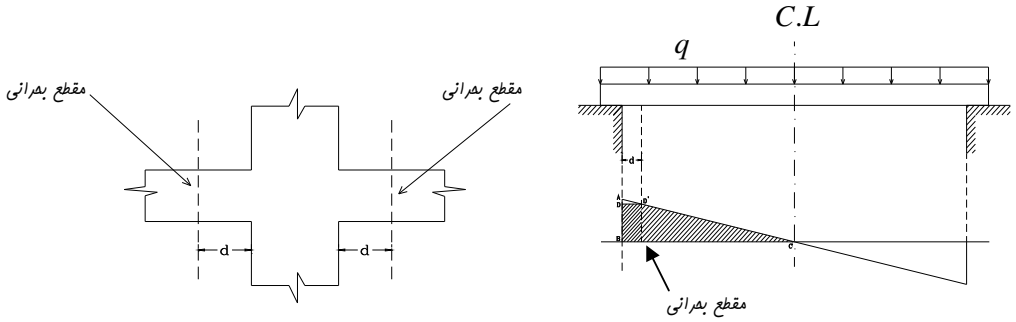
V_r: مقاومت برشی نهائی مقطع

V_u: نیروی برشی نهائی ناشی از بارهای ضریبدار

که مقطع بحرانی به صورت زیر تعریف می گردد.

مقطع بحرانی برای کنترل برش و تعیین V_u

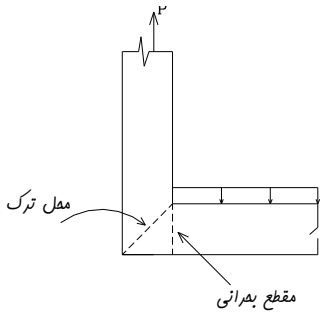
مقطع بحرانی برای تیرها در محل بیشترین برش می باشد که در مورد تیرهای ساده با بار گسترده در محل تکیه گاه است اما در حالتی که عکس العمل تکیه گاهی به صورت فشاری باشد چون عکس العمل فوق باعث فشرده شدن مقطع ترک خورده در هم و افزایش ظرفیت برشی آن می شود آیین نامه مقطع بحرانی را به فاصله d از بر تکیه گاه در نظر می گیرد.



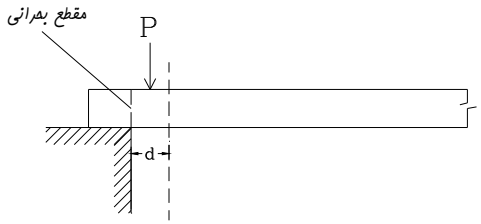
نکته:

اما در دو حالت زیر برای تکیه گاه ها مقطع بحرانی درست در لبه تکه گاه در نظر گرفته می شود.

الف) عکس العمل تکیه گاهی به صورت کششی باشد.



ب) زمانی که در فاصله d از بر تکیه گاه نیروی متمرکز داشته باشیم.



توجه1:

در مقاطع بتنی مسلح شده برای برش، هر کدام از بتن و فولاد سهمی از نیروی برشی را تحمل می کنند که به مجموع آنها ظرفیت برشی نهایی مقطع V_r گویند.

$$V_r = V_c + V_s = V_u$$
$$V_s = V_u - V_c$$

توجه2:

توجه شود که اگر نیروی برشی سهم فولاد V_s از $V_{S\,Max} = 4V_c$ بیشتر شود ابعاد مقطع باد افزایش یابد.

$$V_{S\ \max} = 4V_c = 0.8\phi_c \sqrt{f_c} b_W d$$

"آیین نامه بتن ایران " حداکثر تنش برشی سهم خاموتهای قائم را به ($3\ Mpa, 0.5\sqrt{f_c}$) محدود می کند.

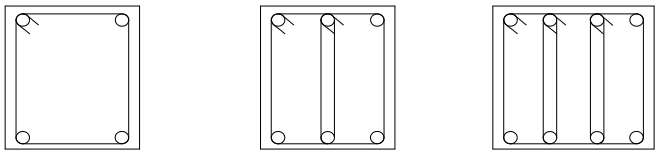
توجه 3 :

به منظور جلوگیری از ازدیاد عرض ترکهای قطری باید:

خاموت $f_y \le 400\ N/mm^2$

توجه 4 :

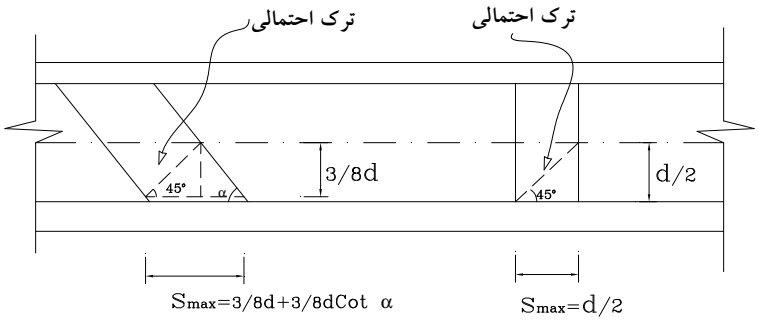
در رابطه تعیین V_s، سطح مقطع یک شاخه خاموت نمی باشد. بلکه تعداد کل ساقهای خاموت است که اگر تیر را مقطع افقی بزنیم آن تعداد خاموت را قطع می کند.



$A_V = 2A_S$	$A_V = 4A_S$	$A_V = 6A_S$
دو شاخه	چهار شاخه	شش شاخه

توجه 5 :

به جهت آنکه در هنگام ایجاد ترک قطری، هر ترک حداقل از یک خاموت عبور کند باید حداکثر فاصله خاموتها به مقادیر زیر محدود گردد.



الف) خاموتهای قائم :

$$S_{Max} = d/2$$

ب) خاموتهای مورب:

$$S_{Max} = \frac{3}{8}d + \frac{3}{8}d.Cot\alpha$$

توصیه های آیین نامه ای برای حداکثر فاصله خاموتها :

الف) اگر $V_S \le 0.4\phi_c.\sqrt{f_c}.b_W.d$:

1. برای خاموتهای قائم :

$$S_{\max} = \frac{d}{2} \le 60cm$$

2. برای خاموتهای مایل :

$$S_{\max} = \frac{3}{8}d + \frac{3}{8}d.\cot\alpha$$

اگر $\alpha = 45^\circ$

$$S_{Max} = 0.75d \le 60cm$$

ب) اگر $V_S > 0.4\phi_c.\sqrt{f_c}.b_W.d$:

1. برای خاموتهای قائم :

$$S_{\max} = \frac{d}{4} \le 30cm$$

2. برای خاموتهای مایل :

$$S_{\max} = \frac{3}{16}d + \frac{3}{16}d.\cot\alpha$$

اگر $\alpha = 45^\circ$

$$S_{\max} = 0.375d \le 30 \ \ \text{cm}$$

توصیه عملی:

به عنوان یک توصیه عملی پیشنهاد می شود که همواره فاصله خاموتها بیشتر از ده سانتیمتر انتخاب گردد. بجز مواردی که آیین نامه به منظور شکل پذیری بیشتر استفاده از خاموتها و تنگهای با فاصله کمتر را تاکید نموده است.

توجه 6 :

مطابق آبا اگر $V_c/2 < V_u < V_c$ باشد، باید خاموتهای حداقل زیر در مقطع قرار داده شوند، بجز موارد استثنای زیر که می توان از قرار دادن خاموت در مقطع صرفنظر کرد.

1) دالها

2) فونداسیونها

3) تیرهایی که کل ارتفاع تیر از 25 cm یا 2/5 برابر ضخامت بال و یا از نصف عرض جان تجاوز نکند.

$$A_{\text{V min}} = 0.35\frac{b_W.S}{f_y}$$

$$\left(\frac{A_v}{S}\right)_{\min} = \frac{0.35b_W}{f_y}$$

توجه 7 :

اگر $V_u < V_c/2$ باشد، نیاز به خاموت حداقل نیست، ولی به عنوان یک توصیه عملی حتی اگر $V_u < V_c/2$ باشد حداقل خاموت در تیر قرار می گیرد.

روش گام به گام تعیین خاموتها در تیرها

گام اول : تعیین V_u در مقطع بحرانی

گام دوم : تعیین نیروی برشی مقاوم بتن V_c

$$V_c = 0.2\phi_c.\sqrt{f_c}.b_W.d$$

گام سوم : اگر $V_c/2 < V_u < V_c$ باشد حداقل خاموتها به کار گرفته می شود.

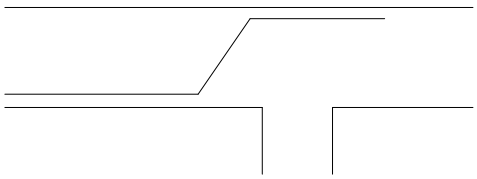
$$1) A_{V\ \min} = 0.35\frac{b_W.S}{f_y}$$

$$2) S_{Max} = d/2$$

گام چهارم : اگر $V_u < V_c/2$ باشد باآنکه نیاز به خاموت نداریم ولی حداقل خاموت طبق گام قبل در تیر قرار داده می شود.

گام پنجم: در صورتی که $V_u > V_c$ باشد، نیاز به خاموت محاسباتی داریم که با توجه به مسایل اجرایی و موارد ذکر شده، بیشتر از نوع خاموت قائم استفاده می گردد.

نکته: البته در مواقعی که میلگردهای طولی به سمت بالا خم زده می شوند ناحیه میانی آنها می تواند عامل موثر در تحمل برش باشد که روابط مربوطه به طور کامل در آیین نامه آبا موجود است. ولی در محاسبات می توان ظرفیت برشی آنها را به عنوان ضریب اطمینان در نظر نگرفت.



$$V_s = V_u - V_c$$

- اگر $V_s > 4V_c$ نیاز به افزایش ابعاد مقطع می باشد و پس از کنترل و تصحیح احتمالی از رابطه زیر با اختیار نمودن قطر خاموت ، فاصله خاموت ها بدست می آید.

$$S = \frac{A_v.\phi_s.f_y.d}{V_s}$$

- اگر $2V_c < V_s < 4V_c$ باشد فاصله خاموتها کمترین مقادیر زیر است.

$$1) S = \frac{A_v.\phi_s.f_y.d}{V_s}$$

$$2) S_{Max} = \min(d/4, 30\ Cm)$$

$$3) A_{V\ \min} = 0.35\frac{b_W.S}{f_y} \Rightarrow S_{Max} = \frac{A_{v\min}.f_y}{0.35b_W}$$

- اگر $V_s < 2V_c$ باشد فاصله خاموتها کمترین مقادیر زیر است.

$$1) S = \frac{A_v \phi_s f_y d}{V_s}$$

$$2) S_{Max} = \min(d/2, 60\ Cm)$$

$$3) A_{V\ \min} = 0.35\frac{b_W . S}{f_y} \Rightarrow S_{Max} = \frac{A_{v\min} . f_y}{0.35 b_W}$$

گام ششم : کنترل خاموت حداقل

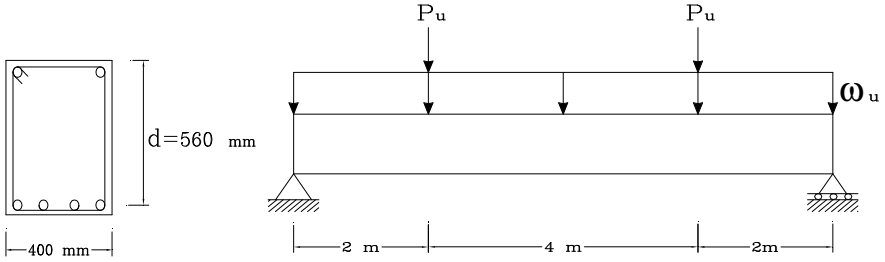
باید توجه شود که در کلیه مقاطع نسبت زیر رعایت گردد.

$$\left(\frac{A_V}{S}\right)_{\text{موجود}} \geq \left(\frac{A_V}{S}\right)_{\min}$$

مـثـال :

تیر ساده ای مطابق شکل در اختیار است. فواصل خاموتهای قائم را تعیین کنید.

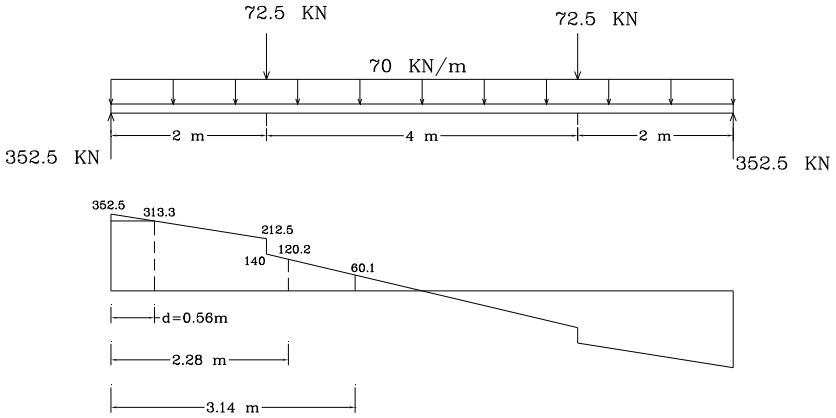
$$f_c = 20\ N/mm^2 \qquad P_{DL} = 10KN \quad , \quad P_{LL} = 40KN$$
$$f_y = 400\ N/mm^2 \qquad \omega_{DL} = 20\ kN/m \quad , \quad \omega_{LL} = 30\ kN/m$$



حل:

با استفاده از بارهای ضریبدار دیاگرام برش را رسم می کنیم و بر روی آن نقاط مربوط به نیروهای V_c و $V_c/2$ و نیروی مقطع بحرانی (به فاصله d از بر تکیه گاه) را بدست می آوریم.

$$P_u = 1.25P_{DL} + 1.5P_{LL} = 72.5\ kN$$
$$\omega_u = 1.25\omega_{DL} + 1.5\omega_{LL} = 70\ kN/m$$



$$V_c = 0.2\phi_c.\sqrt{f_c}.b_W.d$$

$$V_c = 0.2(0.6)\sqrt{20}(400)(560)\times10^{-3} = 120.2 \quad kN$$

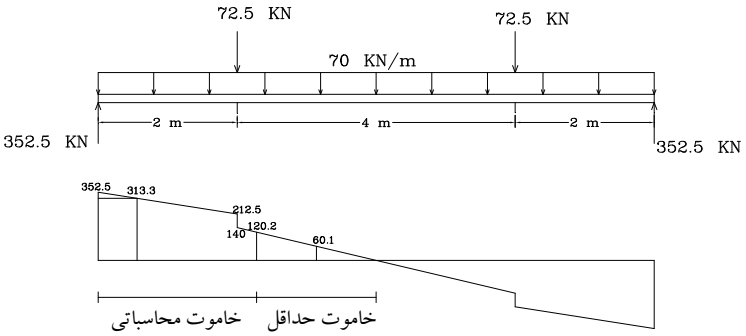
$$\frac{V_c}{2} = 60.1 \quad kN$$

با توجه به نمودار برش در بالا می توان گفت:

در فاصله $0 < x < 2.28$ احتیاج به خاموت می باشد که فاصله خاموت ها باید تعیین شود.

در فاصله $2.28 < x < 3.14$ احتیاج به خاموت حداقل می باشد.

در فاصله $3.14 < x < 4$ نیاز به خاموت نیست، ولی بعنوان یک توصیه عملی حداقل خاموت نیزدر اینجا قرار می گیرد.



تعیین فاصله خاموت ها در ناحیه محاسباتی:

در ابتدا از خاموت دو شاخه و نمره 10 استفاده می گردد.

$$A_V = 2\times\left[\frac{\pi.d^2}{4}\right] = 2\pi\frac{10^2}{4} = 157 \ mm^2$$

$$V_r = V_u = 313.3\,kN$$

$$V_s = V_r - V_c = 313.3 - 120.2 = 193.1\,kN$$

کنترل $V_{s\max}$ که آیا $V_s > V_{s\max}$ می باشد ؟

$$V_{s\max} = 4V_c = 0.8\phi_c \sqrt{f_c}.b_W.d = 0.8(0.6)\sqrt{20}(400)(560)\times 10^{-3}$$

$$V_{s\max} = 481\ kN$$

$$V_s = 193.1 < 481$$

$$2V_c = 0.4\phi_c \sqrt{f_c}.b_W.d = 241\ kN$$

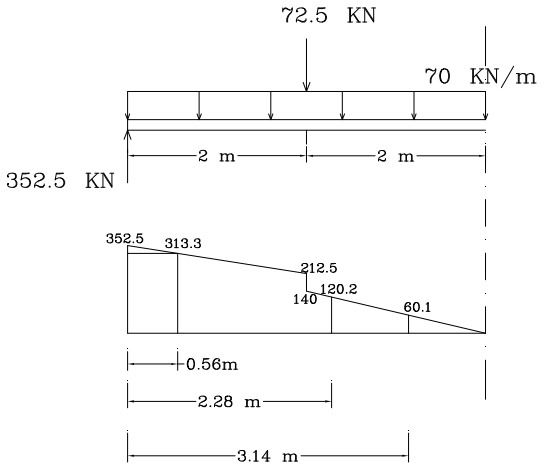
$$V_s < 0.4\phi_c \sqrt{f_c} b_W.d$$

$$1)\ S_{\max} = \frac{d}{2} = \frac{560}{2} = 280\ mm$$

$$2)\ S = \frac{A_V.\phi_s.f_y.d}{V_s} = \frac{157(0.85)(400)(560)}{193.1\times 10^3} = 155\ mm$$

$$3)\left(\frac{A_V}{S}\right)_{\min} = \frac{0.35b_W}{f_y} = \frac{0.35(400)}{400} = 0.35$$

$$S_{\max} = \frac{157}{0.35} = 449\ mm > 280\ mm$$



همانطور که در رابطه 2 در بالا دیده می شود از آنجایی که V_c در طول تیر ثابت می باشد و V_u به سمت وسط تیر کم می شود که باعث کاهش V_s و افزایش S می گردد تا زمانی که به مقدار $d/2 = 280\ mm$ محدود گردد.
بنابراین می توان گفت:
در فاصله $0 < x < 0.56$ فاصله خاموت ها $150\ mm$ اختیار می شود.
در فاصله $0.56 < x < 2.28$ فاصله خاموت ها بین $150\ mm$ تا $280\ mm$ متغیر است.

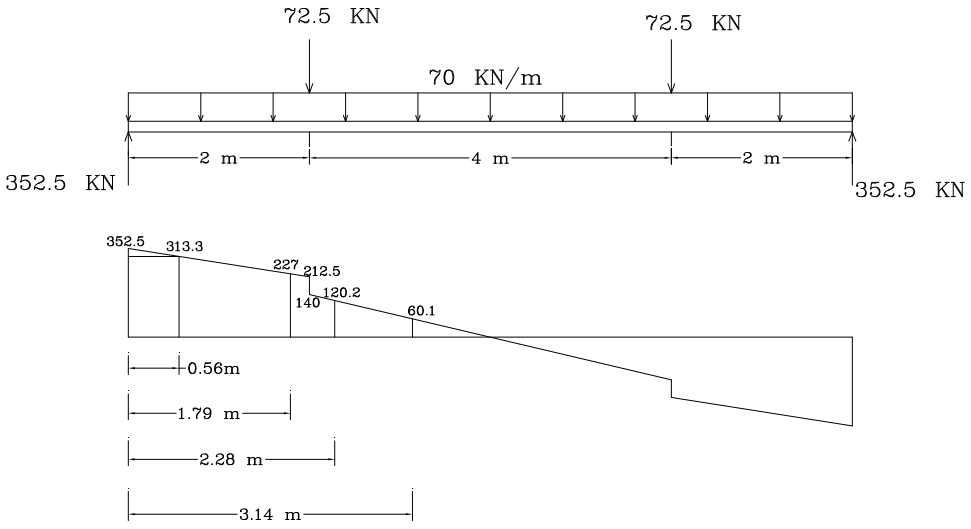
از آنجایی که امکان تغییرات S به صورت فوق در عمل نمی باشد لذا این ناحیه را به دو قسمت تبدیل می کنیم. یعنی ناحیه ای که فاصله خاموتها $150\ mm$ است و ناحیه ای که فاصله آنها برابر خاموت حداقل یعنی $S = 280\ mm$ می باشد.برای این کار ابتدا V_S را برای شرایطی که $S = 280\ mm$ می باشد حساب می کنیم سپس با توجه به آن مقدار V_u را بدست آورده و بر روی نمودار محل آن را تعیین می کنیم .

$$V_s = \frac{A_V.\phi_s.f_y.d}{S} = \frac{157(0.85)(400)(560)\times10^{-3}}{280} = 106.8\ kN$$

$$V_r = V_c + V_s = 120.2 + 106.8 = 227\ kN$$

$$V_u = V_r = 227\ kN$$

$$352.5 - 70x = 227 \Rightarrow x = 1.79\ m$$



در فاصله $0 < x < 1.79$ فاصله خاموتها $150\ mm$

در فاصله $1.79 < x < 2.28$ فاصله خاموتها $280\ mm$

همچنین در فاصله $2.28 < x < 3.14$ نیز فاصله خاموتها $280\ mm$

در فاصله $3.14 < x < 4$ نیاز به خاموت نیست ولی توصیه می شود در این فاصله نیز خاموت حداقل به فواصل $280\ mm$ قرار گیرد .

نتیجه :

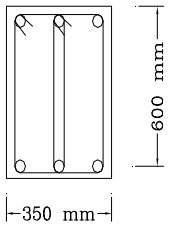
در فاصله 1/8 متر ابتدایی خاموت دو شاخه 10 به تعداد 13 عدد در فواصل 15سانتیمتر و در فاصله 24 سانتیمتر بعد یک خاموت دو شاخه 10 کار گذاشته می شود.

اینک از فاصله2/04 متر تا وسط تیر، خاموت دو شاخه 10 به تعداد 7 عدد در فواصل 28 سانتیمتری قرار می گیرد.

نیمه دیگر تیر نیز به طور مشابه خاموت گذاشته می شود.

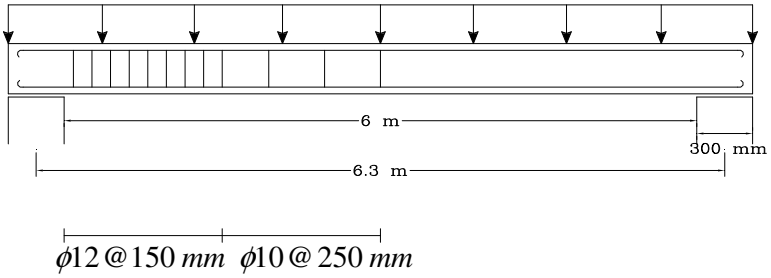
مثال :

تیر ساده ای با طول آزاد 6 متر مطابق شکل در اختیار است. مطلوبست مقدار بار نهائی گسترده ضریبدار که می توان بر اساس مقاومت برشی این تیر بر آن اعمال کرد.



$$f_c = 25\ N/mm^2$$
$$f_y = 300\ N/mm^2$$

خاموت نمره 12 برای 1/5 متر کناری هر 15 سانتیمتر
خاموت نمره 10 برای 3 متر میانی هر 25 سانتیمتر

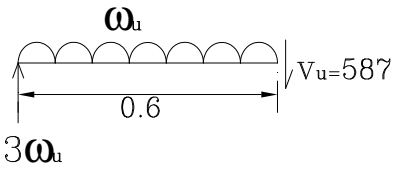


$\phi 12 @ 150\ mm \quad \phi 10 @ 250\ mm$

حل:

در فاصله $d = 0.6m$ از لبه تکیه گاه داریم:

$$V_r = V_c + V_s$$
$$V_c = 0.2\phi_c.\sqrt{f_c}.b_W.d = 0.2\times 0.6\times\sqrt{25}\times 350\times 600\times 10^{-3} = 126\ kN$$
$$V_s = \frac{A_V.\phi_c.f_y.d}{S} \qquad A_V = 4\pi\times\frac{12^2}{4} = 452\ mm^2$$
$$V_s = \frac{452(0.85)(300)(600)\times 10^{-3}}{150} = 461\ kN$$
$$V_{s\ \max} = 4V_c = 504$$
$$V_s = 461 < V_{s\ \max}$$
$$V_r = V_c + V_s = 126 + 461 = 587\ kN$$
$$V_u = V_r = 587\ kN$$
$$3w_u - 0.6w_u = 587$$
$$w_u = 245\ \ kN/m$$



با توجه به w_u بدست آمده از بالا در فاصله 1/5 از لبه تکیه گاه برش برابر است با :

$$3(245) - 245(1.5) = V_u$$
$$V_u = 368\ \ KN$$

برای مقاطع در فاصله 1/5 متر به بعد از لبه تکیه گاه ظرفیت برشی مقطع برابر است با:

$$V_r = V_c + V_s$$

$$A_v = 4\pi \times \frac{10^2}{4} = 314\ mm^2$$

$$V_s = \frac{A_v \phi_s f_y d}{S} = \frac{314(0.85)(300)(600)\times 10^{-3}}{250} = 192\ kN$$

$$V_{r\ \text{مقطع}} = V_c + V_s = 126 + 192 = 318\ kN$$

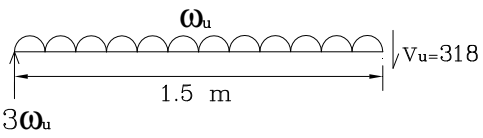
$$V_{r\ \text{مقطع}} < V_u$$

لذا:

$$V_{r\ \text{لازم}} = 318\ kN$$

$$3w_u - 1.5w_u = 318\ kN$$

$$w_u = 212\ kN/m$$



پس بار نهایی گسترده ضریبدار که می توان بر اساس مقاومت برشی مقطع به آن اعمال کرد برابر است با:

$$w_u = 212\ kN/m$$

کنترل فاصله خاموتها

$$V_{s\ \max} = 4V_c = 504\ \ kN$$

$$\frac{V_{s\max}}{2} = 252\ \ kN$$

$$V_s = 192 < 252 KN \Rightarrow S_{\max} = \frac{d}{2} = 30\ cm > 25\ cm$$

$$\left(\frac{A_v}{S}\right)_{\min} = \frac{0.35 b_W}{f_y}$$

$$S_{\max} = \frac{A_V f_y}{0.35 b_W} = 769\ \ mm$$

5

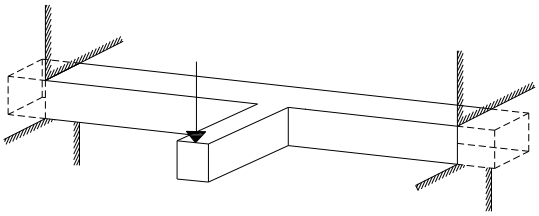
فصل پنجم:

آنالیز و طراحی تیرهای بتن مسلح برای پیچش

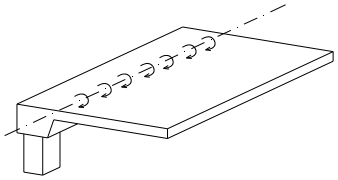
- ☑ تنش پیچشی
- ☑ تیر تحت پیچش خالص
- ☑ تنش برشی ترک خوردگی τ_{cr}
- ☑ طراحی پیچشی اعضای بتن مسلح
- ☑ مقاومت پیچشی (ترک خورده) اعضای بتن مسلح
- ☑ اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی در یک عضو بتنی غیر مسلح
- ☑ اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی بر اعضای بتنی مسلح
- ☑ مقاومت پیچشی مقاطع غیر مستطیلی و مقاطع بسته توخالی
- ☑ روش گام به گام برای طراحی پیچشی
- ☑ ممان پیچشی نهائی در تیرهای لبه‌ای (پیچش سازگاری)

طراحی اعضای بتن مسلح در مقابل پیچش

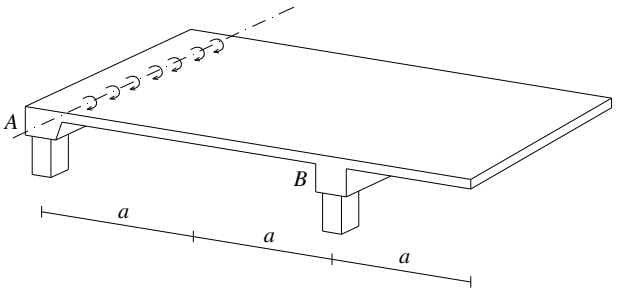
شکل زیر تیرهایی را نشان می دهد که تحت اثر پیچش قرار دارند. در حالت ج تیر A به عنوان یک تیر لبه تحت پیچش قرار می گیرد ولی به علت یکسان بودن سطح بارگیر در دو سمت تیر B عملا پیچش در تیر بوجود نمی آید.



الف



ب



ج

نکته: پیچش در تیرهای کناری (لبه) که یک طرف آن بار دارد یا تیرهای محیطی که کنسول دارند اتفاق می افتد بنابراین سعی می شود بارهای توزیع شده روی تیرها به صورت متقارن باشد.

تنش پیچشی

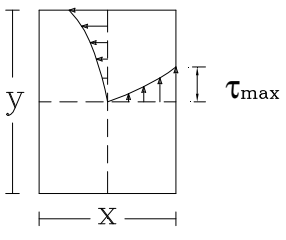
تنش ناشی از پیچش به صورت برش در مقطع ظاهر می گردد که:

- در مقاطع دایره ای با استفاده از فرمول زیر می توان مقدار این تنش را بدست آورد.

$$\tau = \frac{T.r}{J}$$

- در مقاطع مستطیل شکل بر خلاف مقاطع دایره ای پیچش باعث اعوجاج در مقطع می گردد و دیگر روابط بالا صادق نمی باشد و مقدار تنش را می توان توسط رابطه سن و نان تعیین کرد.

y/x	1			∞
α	0.208			0.333



$$\tau_{\max} = \frac{T}{\alpha.x^2.y}$$

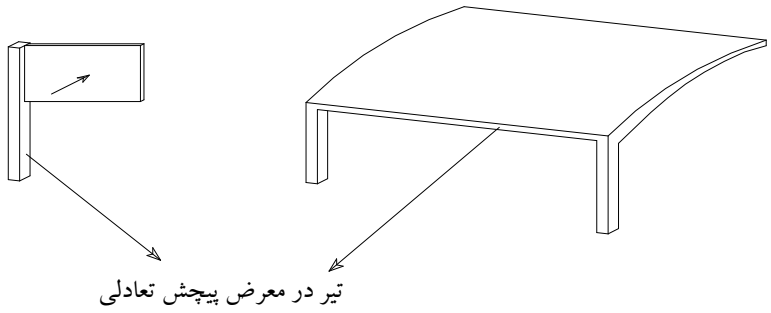
x : ضلع کوچکتر

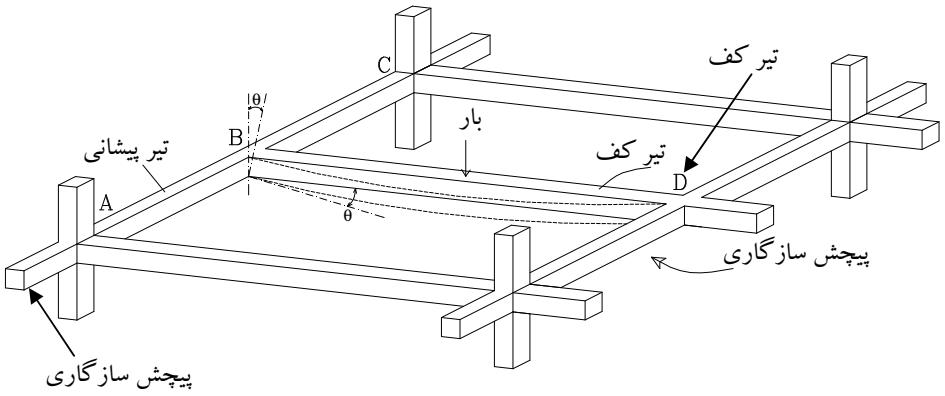
y : ضلع بزرگتر

نکته : ضریب α با توجه به نسبت طول به عرض و جدول بالا تعیین می گرددکه تقریبا می توان آن را برابر $1/3 = 0.333$ در نظر گرفت.
نکته : در مقاطع مستطیلی بیشترین تنش برشی در وسط ضلع بزرگتر بوجود می آید و در گوشه ها مقدار آن صفر است.
نکته : توزیع کرنش در اثر پیچش برای مقاطع غیر دایره ای غیر یکنواخت است.

پیچش به دو صورت در اعضای بتن آرمه به وجود می آید:

1. **پیچش تعادلی : ممان پیچشی برای بر قراری تعادل ایجاد می شود و از سختی اعضاء مستقل است و صرفاً توسط روابط ایستایی تعیین می شود .**
2. **پیچش سازگاری : در اکثر اعضای بتن آرمه ممان پیچشی به این صورت بوجود می آید و عضو برای حفظ سازگاری تغییر شکلها ناجار به پیچش می گردد و مقدار ممان پیچشی عضو به سختی پیچشی عضو نسبت به سختی اعضای متصل به آن، بستگی دارد.**

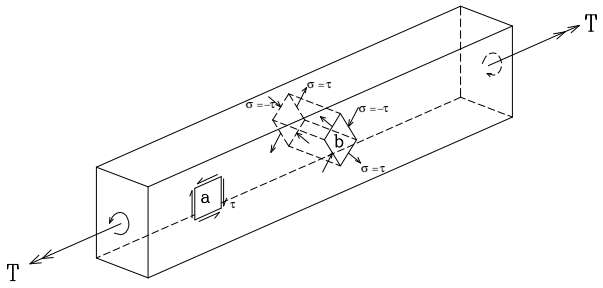




اگر اجرای تیرهای BD, AC با هم صورت گیرد (با هم بتن ریزی گردند) در اثر بار، خمش در تیر BD بوجود می آید که این خمش در تیر AC به پیچش تبدیل می گردد. به عبارتی انحنای خمشی تیر BD باعث پیچش در تیر AC برای حفظ سازگاری تغییر شکلها می گردد.

تیر تحت پیچش خالص

اگر تیر زیر را تحت پیچش خالص در نظر بگیریم دیده می شود که المان a تحت تنشهای برشی خالص قرار گرفته است. اگر المان b مشابه a به اندازه 45 درجه دوران نماید، تنشها تبدیل به تنشهای اصلی کششی و فشاری $|\sigma| = \tau$ می گردند.



وضعیت فوق مشابه وضعیتی است که در مکانیسم برش حاصل می گردد با این تفاوت که در پیچش جهت تنشهای برشی در دو گونه مقطع با یکدیگر مخالف هستند.

در صورتیکه مقدار تنش کششی از مقدار مقاومت کششی بتن تجاوز کند ترک قطری در سطح خارجی تیر در محل بیشترین تنش کششی ظاهر شده و به سرعت در تمام مقطع عرضی تیر گسترش پیدا می کند.

نکته: در مقاطعی که تحت پیچش قرار دارند تنشهای دو طرف مقطع عکس هم می باشند لذا ترک که در راستای تنش فشاری اصلی ظاهر می گردد مقطع را دور می زند.

تنش برشی ترک خوردگی τ_{cr}

تنش برشی ترک خوردگی به 85٪ مدول گسیختگی محدود می گردد. بنابراین می توان نوشت:

$$\tau_{cr} = 0.85 f_r = 0.85 \times (0.6\sqrt{f_c})$$
$$\tau_{cr} = 0.5\sqrt{f_c}$$

از طرفی برای مقاطع مستطیلی تحت پیچش تنش برشی ماکزیمم در وسط ضلع بزرگتر بوجود آمده و برابر است با:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{0.33x^2.y} = \frac{3T}{x^2.y}$$

زمانی که تنش برشی ماکزیمم به حد ترک خوردگی برسد مقطع ترک می خورد پس می توان ممان ترک خوردگی را به صورت زیر بدست آورد.

$$\tau_{cr} = \tau_{\max}$$
$$\tau_{cr} = 0.5\sqrt{f_c} = \frac{3T}{x^2.y} \quad \Rightarrow \quad T_{cr} = 0.5\sqrt{f_c}.\frac{x^2.y}{3}$$

رابطه فوق در آیین نامه بتن ایران (آبا) به صورت زیر بیان شده است:

$$T_{cr} = 0.4\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left(\frac{{A_c}^2}{P_c} \right) \qquad (4)$$

T_{cr}: ممان پیچشی ترک خوردگی

A_c : مساحت کل مقطع بتنی

P_c : محیط خارجی مقطع بتنی

ϕ_c: ضریب تقلیل مقاومت بتن $\phi_c = 0.6$

f_c : مقاومت مشخصه نمونه استوانه ای بتن

نکته: در صورتی که پیچش در مقاطع بتنی بیشتر از T_{cr} گردد($T > T_{cr}$)، مقطع دچار ترک می شود و نیاز است که برای پیچش طراحی شود.

طراحی پیچشی اعضای بتن مسلح

برای تحمل پیچش دو نوع آرماتور در عضو استفاده می شود.

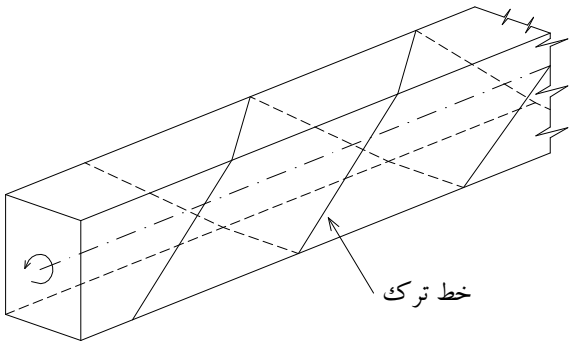
الف) آرماتور طولی: تحت عمل شاخه ای مقاومت پیچشی مقطع را صرفاً به اندازه 15 ٪ نسبت به معادله 4 افزایش می دهد.

ب) خاموت بسته

وقتی عضو بتن مسلح با آرماتورهای طولی و خاموت مسلح می‌گردد، با رسیدن ممان پیچشی به مقدار T_{cr} (رابطه 4) اولین ترک به صورت حلقوی ظاهر می‌گردد ولی

- با توجه به حضور میلگرد عضو نمی‌شکند.
- بدلیل ترک برداشتن و جدا شدن دانه‌های بتن، مقاومت پیچشی بتن به حدود **نصف** مقدار رابطه 4 می‌رسد.

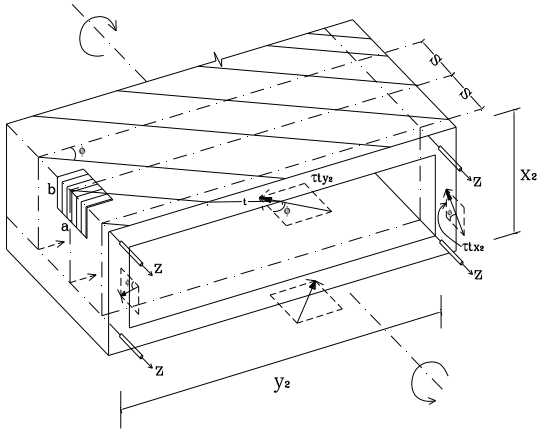
.



مقاومت پیچشی (ترک خورده) اعضای بتن مسلح

براساس مدل خرپای فضایی از بتن به عنوان عضو فشاری بین دو ترک استفاده می شود و تقریباً تمام مقاومت پیچشی، ناشی از خاموتها، میلگردهای طولی و بتن احاطه کننده میلگردها می‌باشد.

لذا خاموتها و میلگردهای طولی و لایه بتن پیرامونی تشکیل یک لوله جدار نازک می‌دهد و به شکل یک خرپای فضایی مدل می‌گردد. میلگردهای طولی گوشه بعنوان اعضای طولی کششی، خاموتها بعنوان اعضای قائم کششی و بتن بین ترک‌ها بعنوان اعضای فشاری قطریدر این مدل لحاظ می گردند.



x_2, y_2: فاصله بین میلگردهای طولی

در مقطع جانبی از لوله ، نیروی فشاری قطری در بتن دارای یک مؤلفه مماسی می‌باشدکه تنش برشی را بوجود مـی‌آورد تـا برابر ممان پیچشی T مقاومت نماید.

$$\sum F_z = 0$$

$$4z = 2\frac{\tau.t.x_2}{\tan\phi} + 2\frac{\tau.t.y_2}{\tan\phi}$$

واز تعادل دورانی:

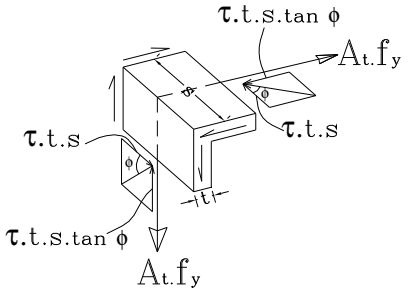
$$T_r = \tau.t.y_2.x_2 + \tau.t.x_2.y_2$$

اگر برشی از این لوله جدار نازک را مطابق شکل در نظر بگیریم با نوشتن تعادل نیروها در امتداد نیروی کششی حلقه داریم:

$$A_t.f_y = \tau.t.s.\tan\phi$$

$$\tan\phi = \frac{A_t.f_y}{\tau.t.s}$$

A_t: سطح مقطع یک ساق خاموت بسته



رابطه فوق را در معادله 5 قرار می‌دهیم.

$$2Z = \frac{(\tau.t)^2 s.x_2}{A_t.f_y} + \frac{(\tau.t)^2 s.y_2}{A_t.f_y}$$

$$2Z = \frac{(\tau.t)^2.s}{A_t.f_y}(x_2 + y_2) \quad * \quad 5(a)$$

$$Z = (\frac{A_l}{4}) f_y$$

A_l : سطح مقطع کلیه میلگرد های طولی

حال در رابطه (a) 5 جایگزین می کنیم.

$$2\frac{A_l.f_y}{4} = \frac{(\tau.t)^2.S}{A_l.f_y}(x_2 + y_2)$$

$$\tau.t = \sqrt{\frac{A_l.f_y.A_t.f_y}{2S.(x_2 + y_2)}} \qquad * \qquad 5(b)$$

رابطه 6 را یکبار دیگر می‌نویسیم

$$T_r = 2\tau.t.(x_2.y_2)$$

$$T_r = 2x_2.y_2.\sqrt{\frac{A_l.f_y.A_t.f_y}{2S.(x_2 + y_2)}} \qquad * \qquad 6(a)$$

میلگردهای طولی

تأثیر میلگردهای طولی در یک عضو بتنی به صورتهای زیر می باشد:

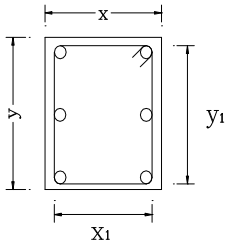
- ایجاد یک تکیه گاه برای خاموت در گوشه
- افزایش مقاومت پیچشی به دلیل عمل شاخه‌ای
- آزمایشات نشان می‌دهد که پس از ایجاد ترک حلقوی، عضو تمایل به افزایش طولی دارد که وجود میلگردهای طولی از این عمل و افزایش عرض ترک جلوگیری می‌نمایند.

نکته: براساس آزمایشات بعمل آمده حجم میلگردهای طولی در واحد طول عضو باید در حدود 0/7تا 1/5 برابر حجم خاموتها در همان طول باشد که این دو حجم در محاسبات مساوی در نظر گرفته می‌شود.

$$A_l = 2A_t \frac{x_1 + y_1}{S} \qquad (7)$$

x_1: ضلع کوچک خاموت بسته

y_1 : ضلع بزرگ خاموت بسته



با قرار دادن مقدار "7" در معادله 6(a) نتیجه می‌شود که:

$$T_r = 2\left[\frac{A_t.f_y}{S}\right]x_2.y_2\sqrt{\frac{x_1+y_1}{x_2+y_2}} \qquad 6(b)$$

اگر $x_1 \approx x_2$ و $y_1 \approx y_2$ در نظر گرفته شود.

$$T_r = 2\left(\frac{A_t.f_y}{S}\right)x_2.y_2 \qquad 6(c)$$

نکته: بر مبنای مدل خرپای فضایی، مقاومت پیچشی بتن در نظر گرفته نمی‌شود و آئین‌نامه بتن ایران، مقاومت پیچشی مقطع را برمبناء مدل خرپای فضایی در نظر می‌گیرد.

نکته: در آیین نامه بتن ایران پیچش توسط فولاد تحمل می شود ولی برش توسط بتن و فولاد

نکته: همانگونه که در رابطه زیر نشان داده شده چون سطح محصور شده توسط جریان برش دقیقا معلوم نیست برای اطمینان ضریب 0/85 در رابطه بالا به صورت زیر اعمال گردیده است.

$$T_s = 2A_t(0.85x_1.y_1)\frac{\phi_s.f_y}{S}$$

$$T_s = 2A_t(0.85A_{oh})\frac{\phi_s.f_y}{S} \qquad (8)$$

T_s: مقاومت پیچشی نهایی تأمین شده توسط میلگردهای پیچشی

A_t: سطح مقطع یک ساق خاموت بسته

A_o: حاصلضرب $x_1.y_1$، که x_1 و y_1 اضلاع محور به محور خاموت بسته اند.

S: فواصل خاموت

مقدار آرماتور پیچشی طولی برای رسیدن به مقدار T_s در رابطه بالا به شرح زیر می‌باشد.

$$A_l = 2A_t.\left(\frac{x_1+y_1}{S}\right) = A_t.\frac{P_h}{S}$$

که $\mathrm{P_h} = 2(\mathrm{x_1}+\mathrm{y_1})$

P_h: محیط سطح محصور شده بوسیله محورهای اضلاع خاموت بسته پیچشی خارجی.

از مقایسه رابطه 6c با 6

$$T_r = 2\tau.t(x_2.y_2) \qquad (6)$$

$$T_r = 2\left(\frac{A_t.f_y}{S}\right)(x_2.y_2) \qquad (6c)$$

می توان دریافت که: $\tau.t = \frac{A_t f_y}{S}$

با جایگزینی رابطه بالا در رابطه $\tan\phi = \frac{A_t.f_y}{\tau.t.s}$ نتیجه می‌شود:

$$\tan\phi = \frac{A_t.f_y.S}{A_t.f_y.S} = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \phi = 45°$$

نکته: بنابراین ترکها با زاویه 45 درجه تشکیل شده و باتوجه به تغییر جهت تنش برشی، مقطع را دور می زنند.

اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی در یک عضو بتنی غیر مسلح

در یک عضو بتنی غیر مسلح ترک نخورده، نیروی برشی و ممان پیچشی ایجاد تنش برشی می‌نماید، لذا می‌بایستی انتظار داشت که در صورت توأم دو نیروی فوق، مقاومت عضو بتنی کمتر از حالتی باشد که عضو تحت اثر هر یک از دو نیرو بطور مجزا قرار گیرد.

تحلیل تئوری در خصوص اثر متقابل نیروی برشی ـ ممان پیچشی وجود ندارد و بر مبنای مطالعات آزمایشگاهی

$$\left(\frac{V_c}{V_{c\circ}}\right)^2+\left(\frac{T_c}{T_{c\circ}}\right)^2=1 \qquad (9)$$

$V_{c\circ}$ = مقاومت برشی عضو بتنی غیر مسلح وقتی تحت نیروی برشی تنها قرار دارد.

V_c = مقاومت برشی تحت اثر توأم نیروی برشی و ممان پیچشی.

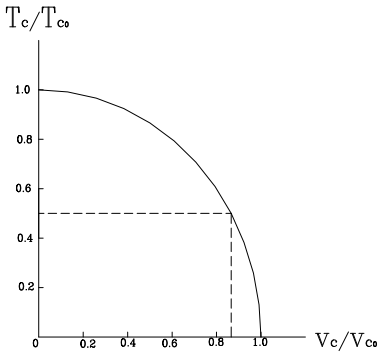
$T_{c\circ}$ = مقاومت پیچشی عضو بتنی غیر مسلح وقتی که تحت ممان پیچشی تنها قرار دارد.

T_c = مقاومت پیچشی تحت اثر توأم نیروی برشی و ممان پیچشی.

نکته: در جهت اطمینان می توان $T_{co}=0.067\sqrt{f_c}x^2y$ در نظر گرفت.

مطابق نمودار زیر اگر برای مثال یک عضو، ممان پیچشی مساوی $\frac{T_{co}}{2}$ یعنی نصف ممان پیچشی خالص را حمل نماید، همزمان با آن در حدود $0.85V_{co}$ ظرفیت نیروی برشی دارد، که در واقع 15٪ کمتر از حالتی است که اصلاً ممان پیچشی وجود ندارد.

لذا می‌توان نتیجه گرفت که اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی خیلی شدید نیست.



اثر متقابل نیروی برشی و ممان پیچشی بر اعضای بتنی مسلح

از آزمایشات انجام شده بر روی عضو بتن مسلح که تحت اثر توأم نیروی برشی و ممان پیچشی قرار دارد، نتایج زیر بدست می‌آید:

1) آن قسمت از مقاومت پیچشی که توسط بتن ایجاد می‌شود، می‌تواند از رابطه اثر متقابل (9) بدست آید.

2) برای حمل ممان پیچشی بیشتر از مقاومت بتن همان اندازه خاموت بسته و آرماتور طولی لازم می‌باشد که در حالت پیچشی خالص لازم بود.

توجه : آرماتورهای لازم برای پیچش باید بر آرماتورهای لازم خمشی و برشی اضافه گردند.

نکته1: آیین نامه بتن ایران (آبا) چه در حالت پیچش خالص و چه در حالت اثر توأم برش و پیچش مقاومت بتن در مقابل پیچش را نادیده گرفته و تمام مقاومت بالقوه بتن را اختصاص به نیروی برشی می‌دهد.

$$V_c = 0.2\phi_c\sqrt{f_c}\,b_w d$$

نکته2: طبق آئین‌نامه آبا برای طراحی اعضای تحت اثر توأم برش و پیچش باید مقطع یکبار برای برش و بار دیگر برای پیچش طراحی شود و آرماتورهای بدست آمده در هر یک با هم جمع و این آرماتورها در صورت لزوم به آرماتورهای مورد نیاز برای سایر تلاشها افزوده شوند.

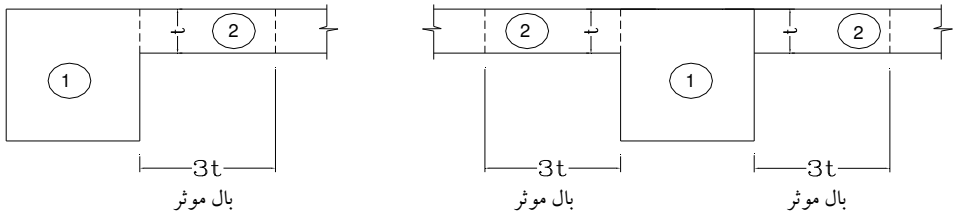
توجه : در صورتیکه ممان پیچشی نهائی Tu از مقدار 0.25 Tcr کمتر باشد نیازی به طراحی پیچشی نمی‌باشد.

$$0.25T_{cr} = 0.1\,\phi_c\sqrt{f_c}\left(\frac{A_c^2}{P_c}\right) \qquad (11)$$

نکته3: ابعاد مقطعی که تحت اثر توأم برش و پیچش قرار می‌گیرد باید به نحوی انتخاب شود که رابطه زیر برقرار باشد. محدودیت فوق برای جلوگیری از خرد شدن بتن در اثر فشار قطری، پیش از فرا رسیدن Tcr و جاری شدن فولاد است.

$$\frac{V_u}{b_w d} + \frac{T_u\,2(x_1 + y_1)}{(x_1 y_1)^2} \le 0.25\ \phi_c f_c \qquad (\mathbf{12})$$

مقاومت پیچشی مقاطع غیر مستطیلی و مقاطع بسته توخالی



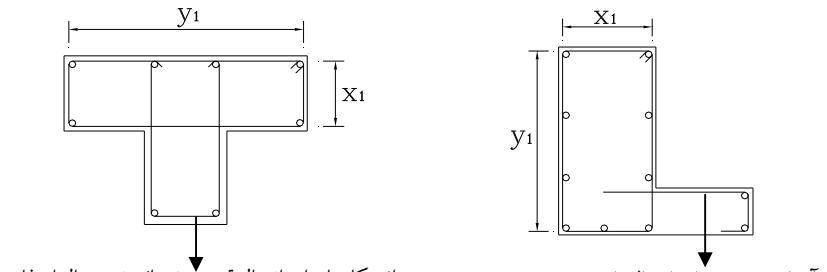
در مقاطع T شکل و L شکل

1) برای محاسبه آرماتورهای پیچشی و قرار دادن آن در مقطع، بزرگترین و اصلی‌ترین مستطیل موجود در مقطع مشخص شده و محاسبات مربوط به پیچش برای این مستطیل انجام می‌شود و آرماتورهای پیچشی در آن قسمت جای می‌گیرند.

2) برای محاسبه T_{cr} (رابطه 4) در محاسبه A_c و P_c می‌توان ازکل مقطع استفاده نمود، آئین نامه آبا خیلی دقیق در این خصوص اظهار نظر ننموده شاید بهتر باشد در جهت اطمینان A_c و P_c برای بزرگترین مستطیل در مقطع محاسبه گردد.

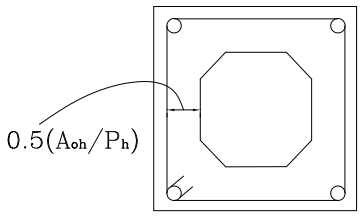
نکته: با در نظر گرفتن بزرگترین مستطیل مقدار T_{cr} کاهش می یابد و هنگام مقایسه T_u با $0.25T_{cr}$ ضریب اطمینان بیشتری حاصل می گردد.

نکته: خاموتها برای بزرگترین مستطیل محاسبه و به صورت بسته قرار می گیرند.



3) مقاومت پیچشی مقاطع بسته توخالی در حدود مقاومت پیچشی مقاطع توپر می‌باشد با این شرط که فاصله محورهای اضلاع آرماتور پیچشی عرضی تا وجه درونی کمتر از $0.5\frac{A_{oh}}{P_h}$ نباشد.

$$A_{oh} = x_1\ y_1$$
$$P_h = 2(x_1 + y_1)$$



روش گام به گام برای طراحی پیچشی

1) نیروی برشی ضریبدار V_u و ممان پیچشی نهائی محاسبه می‌گردد.

توجه : مقطع بحرانی برای محاسبه T_u همانند V_u به اندازه d از تکیه گاه انتخاب می‌شود.

2) کنترل ضرورت طراحی برای پیچش

$$0.25T_{cr} = 0.1\ \phi_c.\sqrt{f_c}.(\frac{{A_c}^2}{P_c})$$

3) ابعاد مقطع باید بنحوی باشد که رابطه 12 را ارضاء کند و گرنه باید ابعاد را افزایش داد.

$$\frac{V_u}{b_w.d} + \frac{T_u 2(x_1 + y_1)}{(x_1.y_1)^2} \le 0.25\phi_c.f_c$$

4) در صورت برقراری شرط‌های فوق، سطح **یک ساق** خاموت بسته برای مقاومت پیچشی برابر است با:

$$\frac{A_t}{S} = \frac{T_u}{2(0.85)x_1.y_1(\phi_s.f_y)}$$

5) سطح دو ساق خاموت برای مقاومت در مقابل برش، از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$V_s = V_u - V_c$$
$$\frac{A_v}{S} = \frac{V_s}{(\phi_s.f_y).d}$$

A_v : سطح دو ساق خاموت بسته

6) سطح دوساق خاموت برای اثر مشترک برش و پیچش از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{A_{tv}}{S} = 2\frac{A_t}{S} + \frac{A_v}{S} > (\frac{A_{tv}}{S})_{\min}$$

7) به منظور ایجاد شکل پذیری لازم، خاموت حداقل زیر نیاز می باشد.

$$\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{\min} = 0.35\frac{b_w}{f_y}$$

A_{tv} : سطح دو ساق خاموت

توجه : کنترل برای حداکثر فاصله خاموتها :

1) کنترل فاصله حداکثر بر مبنای برش ($\frac{d}{2}$ یا $\frac{d}{4}$)

2) از جنبه پیچشی، S (فاصله خاموتها) نباید از $\frac{x_1 + y_1}{4}$ یا 300^{mm} تجاوز نماید (هرکدام که کوچکتر است).

8) محاسبه سطح مقطع آرماتورهای طولی

$$A_l = 2\frac{A_t}{S}.(x_1 + y_1)$$

نکته: آرماتورهای طولی باید بطور یکنواخت در حول محیط مقطع توزیع شوند.

نکته: حداقل قطر آرماتورهای طولی $\frac{S}{16}$ میلی‌متر است.

نکته: حداکثر فاصله آرماتورهای طولی 300mm

نکته: در محل اتصال تیر به ستون، این میلگردها باید به اندازه طول مهاری در داخل ستون مهار شده باشد.

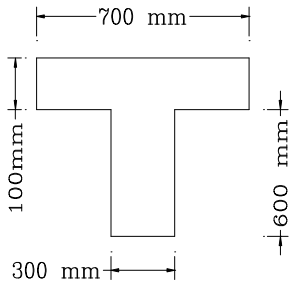
نکته: آرماتورهای طولی پیچشی علاوه بر آرماتورهای خمشی می‌باشند و مساحت آنها باید بر آرماتورهای خمشی که جداگانه محاسبه شده‌اند، اضافه گردد.

نکته: طبق آئین‌نامه میلگردهای پیچشی حداقل لازم است به اندازه bt+d (bt عرض مؤثر و d عمق مؤثر) از نقطه‌ای که از لحاظ تئوری احتیاج به میلگردهای پیچشی نداریم، ادامه یابد.

مثال:

یک ممان پیچشی $T_u = 11 \quad KN.m$ بر مقطع نشان داده شده مؤثر می‌باشد، آیا ضرورتی بر طراحی پیچشی می‌باشد؟

$$f_c = 30 \, N/mm^2$$



$$0.25 \quad T_{cr} = ?$$

$$0.1 \quad \phi_c.\sqrt{f_c}\left[\frac{A_c^2}{P_c}\right]$$

از جهت اطمینان برای محاسبه A_c و P_c بزرگترین مستطیل مقطع را در نظر می‌گیریم.

$$A_c = 300\times 700 = 21\times 10^4 \quad mm^2$$

$$P_c = 2(300+700) = 2\times 10^3 \quad mm$$

$$0.1 \quad \phi_c\sqrt{30}\left[\frac{(21\times 10^4)^2}{2\times 10^3}\right]\times 10^{-6} = 7.2 \; KN.m < 11 \; KN.m$$

لازم است برای پیچش طراحی شود.

البته در صورتیکه کل سطح مقطع را هم در نظر بگیریم بازهم نیاز به طراحی پیچش می‌باشد.

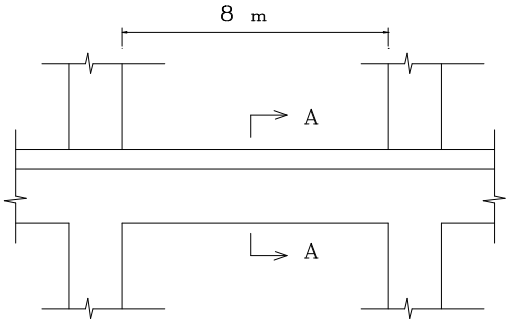
با در نظر گرفتن کل سطح مقطع

$$A_c = 25\times10^4 \quad mm^2$$
$$P_c = 2.8\times10^3 \quad mm$$
$$0.1\ \phi_c\sqrt{30}\left[\frac{(25\times10^4)^2}{2.8\times10^3}\right]\times10^{-6} = 7.34\ KN.m < 11\ KN.m$$

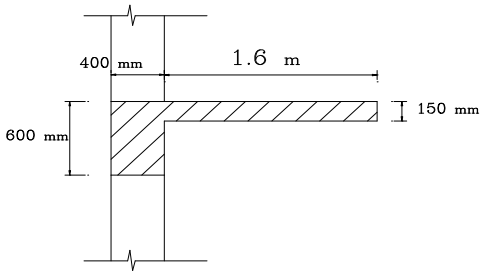
مثال:

تیر نشان داده شده در تصویر یک بالکن یکپارچه به عرض 1.6 m را از محور تیر حمل می‌کند. بر روی بالکن بار زنده $2.45\,KN/m^2$ مؤثر می‌باشد. ارتفاع مؤثر تیر برابر $540\ mm$ و فاصلهٔ سطح خارجی تیر تا میانتار خاموت برابر $45\ mm$ است. خاموت لازم برای برش و پیچش و میلگردهای طولی مورد نیاز برای پیچش را تعیین کنید.

$$\gamma_c = 24\frac{KN}{m^3}, f_c = 30\frac{N}{mm^2}, f_y = 400\frac{N}{mm^2}$$



تیر بالکن دار



مقطع $A-A$ تیر بالکن دار

تعیین بارهای وارده بر تیر

1) دال

$$W_D = 1.6\times0.15\times24 = 5.76\ KN/m$$
$$W_L = 2.45\times1.6 = 3.92\ KN/m$$
$$Wu_s = 1.25W_D + 1.5W_L = 1.25(5.76) + 1.5(3.92) = 13.08\ KN/m$$

2) تیر

$$W_D = 0.6\times0.4\times24 = 5.76\ KN/m$$
$$W_L = 0.4\times2.45 = 0.98\ KN/m$$
$$Wu_b = 1.25\times5.76 + 1.5\times0.98 = 8.67\ KN/m$$

تعیین بار گسترده وارده بر تیر

$$W_u = 13.08 + 8.67 = 21.75\ KN/m$$

ممان پیچشی گسترده وارده بر تیر

$$T_u = 13.08 \times 1.0 = 13.08 \ KN.m/m$$

نیروی برشی در لبه تکیه گاه

$$V_u = \frac{21.75 \times 8}{2} = 87 \quad KN$$

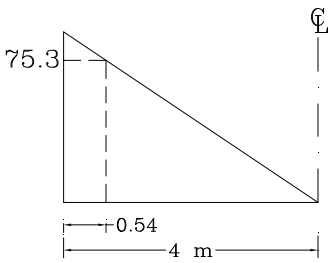
ممان پیچشی در لبهٔ تکیه‌گاه

$$T_u = \frac{13.08 \times 8}{2} = 52.3 \ KN.m$$

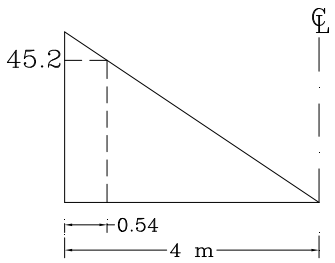
تعیین V_u و T_u در مقطع بحرانی (به فاصله d از لبه تکیه‌گاه)

$$V_u = 87 - 21.75 \times (0.54) = 75.3 \ KN$$

$$T_u = 52.3 - 13.08 \times (0.54) = 45.2 \quad KN.m$$



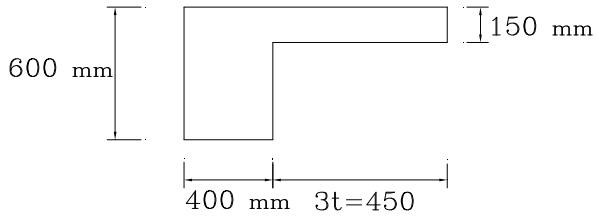
دیاگرام V_u



دیاگرام T_u

کنترل ضرورت طراحی برای پیچش

$$0.25T_{cr} = 0.1\phi_c \sqrt{f_c} \left(\frac{A_c^{\ 2}}{P_c} \right)$$



جهت اطمینان بزرگترین مستطیل مقطع را برای محاسبه A_c و P_c بکار می‌گیریم.

$$A_c = 400 \times 600 = 240000 \quad mm^2$$

$$P_c = 2(400 + 600) = 2000 \quad mm$$

$$0.1(0.6)\sqrt{30}\left[\frac{(240000)^2}{2000}\right]\times10^{-6}=9.46<45.2\ KN.m$$

نیاز به طراحی پیچشی می‌باشد.

کنترل کافی بودن ابعاد مقطع

$$\frac{V_u}{b_w.d}+\frac{T_u\,2(x_1+y_1)}{(x_1.y_1)^2}\le 0.25\,\phi_c f_c$$
$$x_1=400-2(45)=310\ mm$$
$$y_1=600-2(45)=510\ mm$$
$$\frac{75.3\times10^3}{400\times540}+\frac{45.2\times10^6(2)(310+510)}{(310\times510)^2}=3.31<4.5$$

تعیین مساحت یک ساق خاموت پیچشی

$$\frac{A_t}{S}=\frac{T_u}{2(0.85)x_1.y_1(\phi_s.f_y)}$$
$$\frac{A_t}{S}=\frac{45.2\times10^6}{2(0.85)(310\times510)(0.85\times400)}=0.49\,\frac{mm^2}{mm}$$

طراحی خاموت برشی

$$V_u=75.3\ KN$$
$$V_c=0.2\phi_c.\sqrt{f_c}.b_w.d$$
$$V_c=0.2(0.6)\sqrt{30}(400)(540)\times10^{-3}=142\ KN$$

$V_u<V_c$ پس نیاز به طراحی و محاسبه خاموت برشی نمی‌باشد

تعیین مساحت دو ساق خاموت لازم برای ترکیب برش و پیچش

$$\frac{A_{tv}}{S}=2\frac{A_t}{S}+\frac{A_v}{S}$$
$$\frac{A_{tv}}{S}=2\times0.49+0=0.98\ mm^2/mm$$

کنترل خاموت حداقل

$$\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{\min}=0.35\frac{b_w}{f_y}=0.35\times\frac{400}{400}=0.35$$
$$\frac{A_{tv}}{S}=0.98>0.35$$

با استفاده از خاموت $\phi = 10$

$A = 157\ mm^2$

$S = \frac{157}{098} = 160.3\ mm$

فاصله حداکثر خاموت‌ها

- بر مبنای برش $S_{\max} = \frac{d}{2} = 270mm$
- بر مبنای پیچشی $S_{\max} = \frac{x_1 + y_1}{4} = \frac{310 + 510}{4} = 205\ mm$
- $S_{\max} = 300\ mm$

$S = 160.3\ mm < 205\ mm$

use $S = 150$ mm

تعیین مساحت سطح مقطع میلگردهای طولی

نکته: مقدار حجم میلگرد طولی در واحد طول برابر است با حجم میلگرد های عرضی در واحد طول

$A_l = 2\frac{A_t}{S}(x_1 + y_1)$

$A_l = 2(0.49)(310 + 510) = 804\ mm^2$

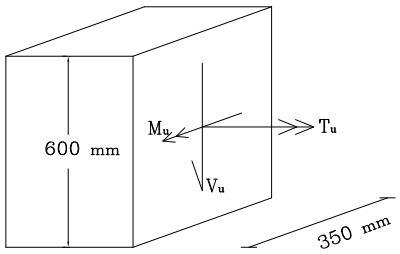
$use \quad 6\phi 14$

چهار میلگرد در چهار گوشه و دو میلگرد در میان ارتفاع

مثال:

در یک مقطع تیر، نیروهای داخلی برابر است با $V_u = 234^{KN}$ و $\mathrm{M_u} = 332^{\mathrm{KN-m}}$ و $\mathrm{T_u} = 50^{\mathrm{KN-m}}$ آیا مقطع به عمق $540\ mm$ و عرض $350\ mm$ کافی می‌باشد؟ در صورتیکه مقطع کافی نباشد، چه عرضی برای مقطع می‌باید در نظر گرفت. ثانیاً میلگردهای تیر را طراحی کنید.

$$f_c = 25\ N/mm^2\ ,\ f_y = 400\ N/mm^2$$



کنترل ضرورت برای طراحی پیچشی

$$0.25T_{cr} = 0.1\phi_c \sqrt{f_c}\,(\frac{A_c^2}{P_c})$$

$$A_c^2 = (350\times 600)^2 = 4.41\times 10^{10}\ mm^2$$

$$P_c = (350+600)\times 2 = 1900\ mm$$

$$0.1(0.6)\sqrt{25}\,(\frac{4.41\times 10^{10}}{1900})\times 10^{-6} = 6.96$$

$\mathrm{T_u} = 50 > 6.96$ نیاز به طراحی پیچشی می‌باشد

کنترل ابعاد مقطع

$$\frac{V_u}{b_w.d} + \frac{T_u\, 2(x_1+y_1)}{(x_1.y_1)^2} \le 0.25\phi_c.f_c$$

$$x_1 = 350 - 2(45) = 260$$

$$y_1 = 600 - 2(45) = 510$$

$$\frac{234\times 10^3}{350\times 540} + \frac{50\times 10^6 (2)(260+510)}{(260\times 510)^2} = 5.61 > 0.25\phi_c.f_c = 3.75$$

نیاز به تغییر ابعاد مقطع می‌باشد. بنابراین عرض مقطع را $b = 450\ mm$ انتخاب می‌کنیم.

$$x_1 = 450 - 90 = 360$$

$$y_1 = 510$$

$$\frac{234\times 10^3}{450\times 540} + \frac{50\times 10^6 \times (2)(360+510)}{(360\times 510)^2} = 3.54 < 3.75$$

با ابعاد جدید ضرورت طراحی برای پیچشی را کنترل می کنیم.

$$0.1\phi_c\sqrt{f_c}\frac{A_c^2}{P_c}$$

$$A_c^2=(450\times600)^2=7.29\times10^{10}\ mm^2$$

$$P_c=2(450+600)=2100\ mm$$

$$\left[0.1(0.6)\sqrt{25}\frac{7.29\times10}{2100}\right]^{10}\times10^{-6}=10.41$$

$T_u=50>10.41$ نیاز به طراحی پیچشی می‌باشد.

تعیین مساحت یک ساق خاموت پیچشی

$$\frac{A_t}{S}=\frac{T_u}{2(0.85)x_1.y_1(\phi_s.f_y)}$$

$$\frac{A_t}{S}=\frac{50\times10^6}{2(0.85)(360)(510)(0.85\times400)}=0.47\frac{mm^2}{mm}$$

طراحی خاموت برشی

$$\mathrm{V_u}=234\ \mathrm{KN}$$

$$\mathrm{V_c}=0.2\phi_c\sqrt{f_c}b_w.d=\left[0.2(0.6)\sqrt{25}(450)(540)\right]\times10^{-3}$$

$$V_c=145.8\ KN$$

$$V_s=234-145.8=88.2\ KN$$

کنترل ابعاد مقطع

$$V_s<4V_c$$

$$88.2<4(145.8)$$

در صورتیکه V_s بزرگتر از $0.4\phi_c\sqrt{f_c}b_wd$ باشد حداکثر s(فاصله خاموتها) $\frac{d}{4}$ یا $300\ mm$و در غیر اینصورت حداکثر s برابر $\frac{d}{2}$ یا $600\ mm$(هرکدام که کوچکتر باشد)است.

$$\frac{A_v}{S}=\frac{V_s}{\phi_s f_y d}=\frac{88.2\times10^3}{0.85(400)(540)}=0.48$$

$$\frac{A_{tv}}{S}=2\frac{A_t}{S}+\frac{A_v}{S}=2(0.47)+0.48=1.42$$

$$\left(\frac{A_{tv}}{S}\right)_{\min}=0.35\frac{b_w}{f_y}=0.35\frac{450}{400}=0.39$$

$$\frac{A_{tv}}{S}=1.42>0.39$$

با استفاده از خاموت $12\ (2A_s = 226)$

$$S = \frac{226}{1.42} = 159mm$$

فاصله حداکثر خاموت

$$\min\left(\frac{x_1 + y_1}{4}, 300, \frac{d}{2}\right)$$

$$\min(\ 218,300,270\ )$$

$$S_{\max} = 218$$

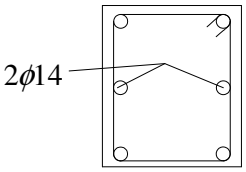
$$S = 159 < 218 \qquad \Rightarrow \qquad use \qquad S = 150\ mm$$

تعیین سطح مقطع میلگردهای طولی

$$A_l = 2\frac{A_t}{S}(x_1 + y_1)$$

$$A_l = 2(0.47)(360 + 510) = 818\ mm^2$$

$$use \qquad 6\phi 14$$



تعیین آرماتور خمشی (طولی)

$$A_s = \frac{0.85\, f_{cd}.b.d}{f_{yd}}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_u}{0.85\, f_{cd}.b.d^2}}\right]$$

$$f_{cd} = \phi_c.f_c = 0.6(25) = 15$$

$$f_{yd} = \phi_s.f_y = 0.85(400) = 340$$

$$A_s = \frac{0.85(15)(450)(540)}{340}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2(332 \times 10^6)}{0.85(15)(450)(540)^2}}\right]$$

$$A_s = 2036\ mm^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2036}{450 \times 540} = 0.0084$$

$$\rho_{\max} = \rho_b = 0.6\beta_1\ \frac{f_c}{f_y}\ \frac{600}{600 + f_y}$$

$$\rho_{\max} = 0.6(0.85)\frac{25}{400} \times \frac{600}{600 + 400} = 0.0191$$

$$\rho_{\min} = \frac{1.4}{f_y} = \frac{1.4}{400} = 0.0035$$

$$\rho_{\min} < \rho = 0.0084 < \rho_{\max}$$

آرماتورهای طولی لازم

در بالا $use \quad 2\phi 14$

در میان ارتفاع $use \quad 2\phi 14$

در پائین $A_{sr} = 2036 + \frac{818}{3} = 2309 mm^2$

$use \quad 4\phi 24 + 2\phi 18 \; (A_s = 2318 mm^2)$

ممان پیچشی نهائی در تیرهای لبه‌ای (پیچش سازگاری)

در مسائل پیچش نامعین، در صورت امکان باز پخش نیروهای داخلی، می‌توان حداکثر ممان پیچشی نهائی را برابر $T_u = 0.67 T_{cr}$ در مقطع بحرانی عضو تحت پیچش در نظر گرفت و فولادهای پیچشی را برای مقابله با آن منظور نمود.

نکته: در چنین مواردی می‌توان اثر کاهش دهنده این ممان پیچشی را در طراحی اعضای مجاور منظور نمود.

نکته: توزیع ممان پیچشی (ناشی از اثر دال‌ها روی تیرهای باربر) را می‌توان یک توزیع خطی در نظر گرفت.

مثال:

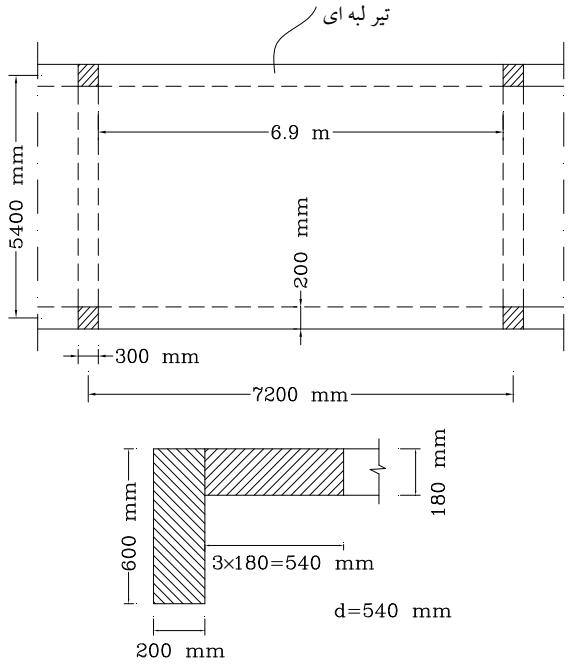
برای سیستم تیر و دال نشان داده شده در تصویر زیر مطلوب است ترسیم دیاگرام نیروی برشی و ممان پیچشی تیر لبه‌ای و طراحی میلگردهای عرضی برشی و پیچشی و طولی از جهت پیچشی. ثانیاً ترسیم دیاگرام ممان خمشی دال.

* برای شیب بندی و ایزولاسیون $0.5 \, KN/m^2$ در نظر گرفته شود.

$f_c = 20 \, N/mm^2$

$W_L = 7.5 \, KN/m^2$

$\gamma_c = 24 \; KN/m^3$



محاسبه بار مرده و زنده تیر لبه‌ای

وزن تیر $= 0.6 \times 0.2 \times 24 = 2.9\ KN/m$

وزن انتقالی دال $= \frac{5.2}{2} \times 0.18 \times 24 = 11.2\ KN/m$

شیب بندی ایزولاسیون $= \frac{5.6}{2} \times 0.5 = 1.4\ KN/m$

بارمرده کل $W_{DL} = 15.5\ KN/m$

$$W_L = \frac{5.6}{2} \times 7.5 = 21\ KN/m$$

$$W_u = 1.25W_{DL} + 1.5W_L \quad = 1.25(15.5) + 1.5(21) = 51\ KN/m$$

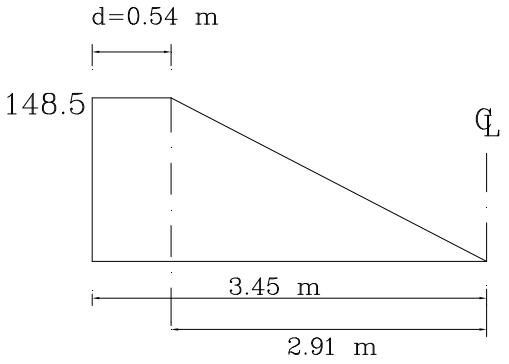
نیروی برشی تیر لبه ای در لبه ستون

$$V_u = 51 \times \frac{6.9}{2} = 176\ KN$$

نیروی برشی به فاصله d از لبه ستون

$$V_u = 176 - 51(0.54) = 148.5\ KN$$

دیاگرام نیروی برشی برای نصف دهانه



تعیین ممان پیچشی در مقطع بحرانی (به فاصله d از لبه تکیه‌گاه)

$$T_u = 0.67T_{cr} = 0.67(0.4\phi_c \cdot \sqrt{f_c} \cdot \frac{A_c^2}{P_c})$$

برای محاسبه Ac و Pc کل مقطع L شکل را در نظر می‌گیریم.

$$A_c = 600 \times 200 + 540 \times 180 = 217200\ mm^2$$

$$P_c = 2(600 + 200) + 2(540) = 2680\ mm^2$$

$$A_c^2 = 4.72 \times 10^{10}\ mm^4$$

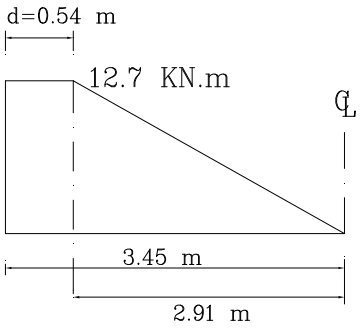
$$T_u = 0.67\left[0.4\times0.6\sqrt{20}\,\frac{4.72\times10^{10}}{2680}\right]\times10^{-6}$$

$$T_u = 12.7\,KN.m$$

t_u: شدت بار پیچشی

$$t_u = \frac{12.7}{2.91} = 4.4\,\frac{KN.m}{m}$$

دیاگرام ممان پیچشی برای نصف دهانه



کنترل ضرورت برای طراحی پیچشی

$$0.25T_{cr} = 0.1\phi_c.\sqrt{f_c}.\left(\frac{A_c^2}{P_c}\right)$$

$$=0.1(0.6)\sqrt{20}\left(\frac{4.72\times10^{10}}{2680}\right)\times10^{-6}$$

$$=4.73KN.m$$

$$T_u > 0.25T_{cr}$$

نیاز به طراحی پیچشی میباشد.

کنترل ابعاد مقطع و ...

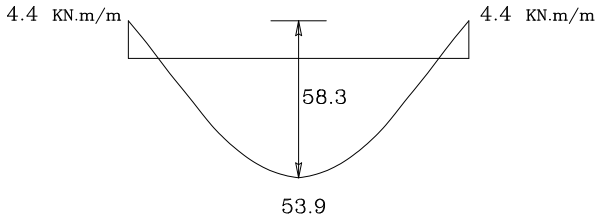
دیاگرام ممان خمشی دال

$$W_D = 0.18\times24+0.5 = 4.8\ KN/m^2$$

$$W_L = 7.5\ KN/m^2$$

$$W_u = 1.25W_D + 1.5W_L = 17.25\ KN/m^2$$

با در نظر گرفتن دال بصورت تیرهایی به عرض واحد ممان در وسط دهانه تیر در حالت ساده $W.l^2/8$ می گردد.



$$M_u = \frac{17.25\,(5.2)^2}{8} = 58.3\ kN.m/m$$

$$M = 58.3 - 4.4 = 53.9\ kN.m/m$$

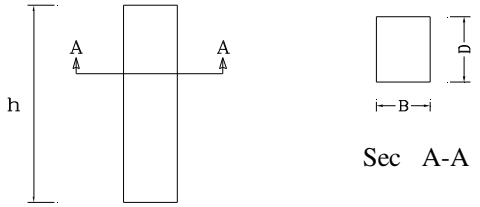
فصل ششم: ٦

آنالیز و طراحی ستون

- ☑ آنالیز و طراحی ستون
- ☑ نقش آرماتورهای طولی و عرضی در ستون
- ☑ ضوابط آئین نامه آبا برای ستونهای تنگدار و دورپیچ دار
- ☑ ستونهای کوتاه تحت اثر بار محوری (فشاری)
- ☑ مرکز پلاستیک
- ☑ ستونهای کوتاه تحت اثر نیروی محوری و ممان خمشی
- ☑ منحنی اثر متقابل فشار و خمش
- ☑ آنالیز و طراحی ستونها با استفاده از نمودارهای اثر متقابل فشار و خمش
- ☑ آنالیز و طراحی ستونها با توزیع آرماتور در محیط مقطع مستطیل شکل
- ☑ آنالیز و طراحی ستونها با مقاطع دایره ای شکل
- ☑ تخمین ابعاد مقطع ستون
- ☑ خمش دو محوره

آنالیز و طراحی ستون

ستون به عضوی اطلاق می‌شود که نسبت ارتفاع به بعد حداقل مقطع بزرگتر یا مساوی ۳ باشد.



شکل ۶- ۱: نمایش یک ستون با ابعاد و ارتفاع آن

$$if \quad B < D$$

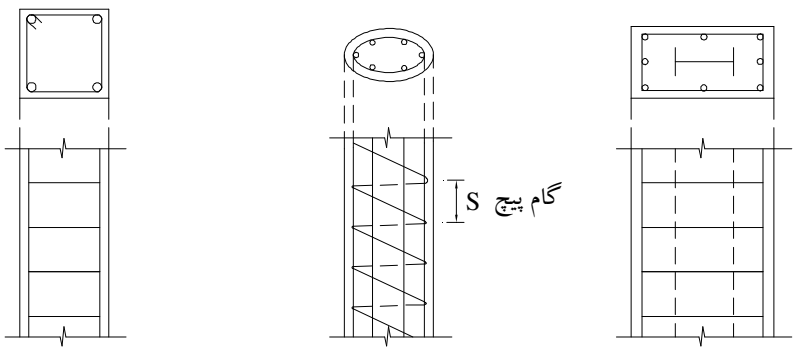
$$\frac{h}{B} \geq 3$$

نکته۱: ستونها عمدتاً تحت اثر بار محوری به همراه ممان خمشی بوده و بندرت فقط تحت تأثیر بار محوری تنها (خالص) قرار می گیرند.
نکته۲: ستونهایی که نسبت ارتفاع به بعد آنها زیاد باشند ستون لاغر نامیده شده و کمانش در تخریب آنها موثر می گردد.
نکته۳: در ستونهایی که این نسبت کوچک باشد ستون چاق یا کوتاه نامیده می شود.
نکته٤: در ستونهای لاغر ممان وارده را افزایش می دهیم و ستون را همانند یک ستون کوتاه طراحی می کنیم.

ستونهای بتن مسلح شامل:

بتن+ میلگرد ← **میلگرد طولی** + **میلگرد عرضی**

میلگرد عرضی:
- **تنگ:** در ستونهای با مقطع مربع و مستطیل
- **دورپیچ:** در ستونهای با مقطع دایره



ستونهای تنگدار　　ستون دور پیچ دار　　ستون مرکب

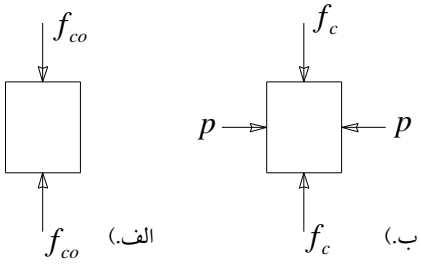
شکل ۶- ۲: نمایش انواع ستونها با مقاطع مختلف و میلگردهای عرضی به صورت تنگ و دورپیچ

نقش آرماتورهای طولی و عرضی در ستون:

نقش آرماتورهای طولی: جهت مقاومت در برابر فشار و کشش بکار می روند.

نقش آرماتورهای عرضی:

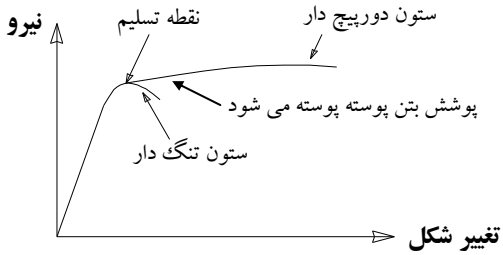
۱. نگهداری آرماتورهای طولی در محل خود در هنگام بتن‌ریزی
۲. کم کردن طول آرماتور طولی
۳. مانع از انبساط جانبی بتن در هسته مرکزی



شکل ۶-۳: مقاومت فشاری نمونه در دو حالت
الف.) بدون محدودیت جانبی ب.) با محدودیت جانبی

$$f_c = f_{co} + 4.1p$$

۴. دور پیچ کردن خاصیت تغییر شکل پذیری بتن را افزایش می‌دهد.



شکل ۶-۴: نمودار نیرو - تغییر شکل دو ستون تنگدار و دورپیچ دار تحت اثر بارگذاری افزایشی

اختلاف ستون های دور پیچ دار با ستون های تنگ دار :

روش طراحی ستون های دور پیچ و ستون های تنگ دار یکی می باشد. چون $P_{r\max}$ هر دو آنها مساوی است. ولی در صورت استفاده از ستون های دور پیچ شکل پذیری ستون بیشتر شده و در اثر نیروهای جانبی زلزله، نیروهای کمتری در ستونها ایجاد می شود و همچنین در سازه های ویژه در مقابل زلزله استفاده از ستونهای دور پیچ الزامی بوده و مجاز به استفاده از ستونهای تنگدار نمی باشیم. اختلاف اساسی این ستونها از مرحله شکست به بعد می باشد.

رفتار ستونهای تنگ دار مطابق نمودار، تا قبل از رسیدن به نقطه تسلیم مشابه ستونهای دورپیچ است ولی پس از رسیدن به مقاومت نهایی از هم پاشیده شده و قابلیت تحمل تغییر شکلهای اضافی را ندارند و به طور ناگهانی می شکنند.

در ستونهای دورپیچ پس از رسیدن به مقاومت نهایی، فقط پوسته خارجی بتن از هم می پاشد و خاموتهای مارپیچ شروع به عمل دورگیری و محدود کردن بتن شکسته هسته مرکزی را نموده و به همین جهت ستون می تواند تغییر شکلهای بیشتری را تحمل کند.

ضوابط آئین نامه آبا برای ستونهای تنگدار و دورپیچ دار:

۱. تنگ با قطر حداقل $\frac{1}{3}$ قطر برای میلگردهای طولی نمره ۳۰ و کمتر بکار گرفته شود و قطر حداقل ۱۰ میلیمتر برای میلگردهای طولی نمره بالاتر، در هر حال نباید کمتر از ۶ میلیمتر باشد.

۲. فاصله تنگها باید برابر با کوچکترین مقدار زیر اختیار شود:

- قطر آرماتور طولی× ۱۶
- قطر تنگ × ۴۸
- کوچکترین بعد مقطع ستون
- ۳۰۰ mm

نکته: برای شکل پذیری های متوسط و زیاد مقادیر فوق کمتر می گردد.

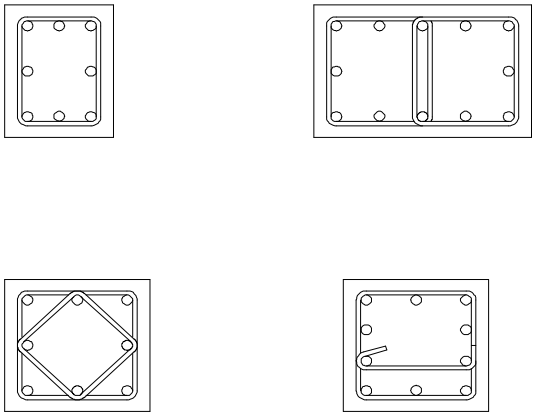
۳. حداقل تعداد میلگردهای طولی در مواردی که ستونهای مستطیلی تنگدار استفاده می شود (۴ عدد) و در مورد ستونهای دایره ای با دور پیچ ۶ عدد است.

۴. قطر حداقل دور پیچ ۶ میلیمتر است.

۵. فاصله آزاد دور پیچ حداقل ۲/۵ و حداکثر ۷/۵ سانتیمتر است.

توجه۱:
توصیه می شود که فاصله تنگها در دو انتهای ستون در طولی برابر:
$\frac{1}{6}$ طول ستون یا بزرگترین بعد مقطع ستون و یا ۵۰۰ میلیمتر (هر کدام که بزرگترند) از نصف مقادیر مقرر شده توسط آئین نامه بیشتر نباشد.

توجه۲:
تنگها باید طوری قرار گیرند که تمام آرماتورهای طولی کناری و ما بقیه آرماتورها را بصورت یک در میان در گوشه ها در بر گیرند.



شکل ۶- ۵: نحوه قرارگیری تنگها و احاطه کردن میلگردهای طولی به صورت یک در میان در گوشه ها

۶. سطح مقطع آرماتورهای طولی نباید از ٪۰/۸ سطح مقطع ستون کمتر و از ٪۸ سطح مقطع آن بیشتر باشد.

- **حد پائین به منظور جلوگیری از شکست ناگهانی**
- **حد بالا به علت مشکلات اجرایی و حفظ فاصله بین آرماتورهای طولی**

نکته: در مناطق زلزله خیز حداکثر سطح مقطع آرماتورهای طولی به ٪٤ محدود می شود.

۷. در ستونهای تنگدار و یا دور پیچ دار حداقل فاصله آزاد آرماتورهای طولی (S) برابر بزرگترین دو مقدار زیر است:

- $S \geq 1.5 d_b$
- $S \geq 4 \quad \text{cm}$

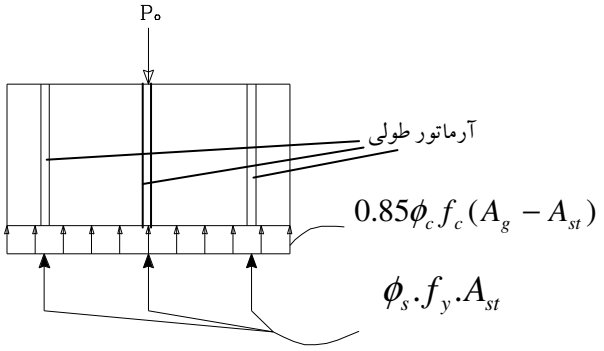
ستونهای کوتاه تحت اثر بار محوری (فشاری)

طراحی این ستونها بر مبنای مقاومت نهائی است که در آن مقاومت نهایی ستون تابع

۱ـ مقاومت تسلیم فولاد

۲ـ مقاومت فشاری بتن

می باشد.



شکل ۶-۶: برش طولی یک ستون کوتاه تحت نیروی محوری خالص

$$P_{ro} = \underbrace{0.85\ \phi_c . f_c\ .(A_g - A_{st})}_{\text{سهم بتن}} + \underbrace{\phi_s . f_y . A_{st}}_{\text{سهم فولاد}} \qquad (۱-٦)$$

نکته۱: ضریب ۰/۸۵ در رابطه بالا به دلایل زیر ضرب شده است:

۱- مقاومت فشاری که برای بتن در نظر می گیریم مقاومت نمونه های استاندارد بتن است و هرچقدر قطر نمونه زیادتر شود پراکندگی بتن بیشتر است.

۲- سرعت بارگذاری هر چه کمتر باشد خزش بیشتر است.

نکته۲:

با توجه به خروج از مرکزیت اتفاقی در اثر ساخت و خارج از محور بودن تکیه گاه طبق آبا:

$$P_{r\max} = 0.8 P_{ro}$$

برای ستونهای تنگدار و دورپیچ:

$$P_{r\max} = 0.8\times\left[0.85\times\phi_c.f_c\left(A_g - A_{st}\right)+\phi_s.f_y.A_{st}\right] \qquad (۲-٦)$$

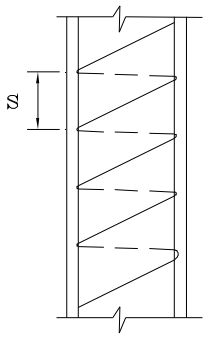
که باید

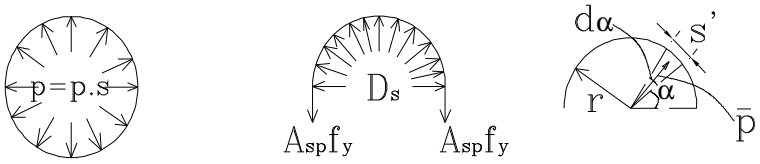
$$P_u \le P_{r\max}$$

P_u: بار محوری ضریبدار ستون

$$\mathrm{P_u} \le 0.8\mathrm{P_{ro}}$$

توجه : در مورد ستونهای دورپیچ مقاومت ستون بیشتر از آنچه در فرمول فوق نشان داده شده، می‌باشد.





شکل ۶-۷: ستون با مقطع دایره ای و آرماتورهای دورپیچ و تنشهای ناشی از احاطه کردن آرماتورهای دورپیچ

فرض می‌کنیم که در اثر فشار جانبی بتن، فولاد دورپیچ بحد جاری شدن برسد.

$$\sum F_y = 0$$

$$2A_{sp}.f_y = 2\int_0^{\pi/2}(\overline{P}.S').\sin\alpha$$

$$2A_{sp}.f_y = 2\int_0^{\pi/2}P.S.(r.d\alpha).\sin\alpha$$

$$= 2P.r.S\int_0^{\pi/2}\sin\alpha.d\alpha$$

$$2A_{sp}.f_y = 2P.r.S \qquad ,2r = D_c$$

D_c: قطر بتن هسته مرکزی

A_{sp}: سطح مقطع دور پیچ

$$P = \frac{2A_{sp}.f_y}{S.D_c} = \frac{2A_{sp}.(\pi.D_c).f_y}{4S.\frac{\pi.D_c^2}{4}}$$

$$P = \frac{V_{sp}.f_y}{2V_c} = \frac{1}{2}\times\frac{V_{sp}}{V_c}.f_y$$

V_{sp}: حجم میلگرد دور پیچ در یک حلقه

V_c: حجم بتن هسته مرکزی

$$\rho_s = \frac{V_{sp}}{V_c} \qquad (۳-۶)$$

$$P = \frac{1}{2}\rho_s . f_y$$

با در نظر گرفتن ازدیاد مقاومت بتن در اثر فشار جانبی

$$f_c' = f_{co} + 4.1P \qquad , P = \frac{1}{2}\rho_s . f_y$$

$$f_c' = 0.85 f_c + 2.05\rho_s . f_y \qquad (۴-۶)$$

توجه: در اثر دور پیچ اضافه مقاومتی برابر $2.05\rho_s . f_y$ در بتن دورپیچ شده بوجود می‌آید.

حداقل درصد میلگرد دور پیچ براساس آئین‌نامه آبا:

نکته: مقدار دور پیچ باید به اندازه‌ای باشد که ازدیاد مقاومت در بتن جبران کم شدن مقطع در اثر از بین رفتن پوشش بتنی را بنماید.

$\overline{A}_c = A_g - A_c$ ⟵ سطح مقطع بتن در هسته مرکزی

$\overline{A}_c$ ↓ سطح پوشش بتنی خارجی ستون

$\overline{A}_c$ ↘ سطح مقطع ستون بدون در نظرگرفتن میلگردهای طولی

کم شدن مقاومت ستون در اثر از بین رفتن پوشش سطحی

$$\Delta P = \overline{A}_c(0.85 f_c) = 0.85 f_c (A_g - A_c)$$

از طرفی ازدیاد مقاومت بتن در اثر دور پیچ

$$\Delta P' = 2.05\rho_s . f_y . A_c$$

$$\Delta P = \Delta P'$$

$$0.85 f_c . (A_g - A_c) = 2.05\rho_s . f_y . A_c$$

$$\rho_s = 0.415 \frac{(A_g - A_c).f_c}{A_c . f_y} \qquad (۵-۶)$$

که آئین‌نامه رابطه بالا را به صورت زیر مقرر می‌دارد:

$$\rho_s = 0.45 \times \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) . \frac{f_c}{f_y} \qquad (۶-۶)$$

ρ_s: حداقل مقدار میلگرد دور پیچ

$$\rho_s = \frac{V_{sp}}{V_c} = \frac{A_{sp}.\pi.D_c}{\frac{\pi.D_c^2}{4}.S}$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}.(D_c)}{S.D_c^2}$$

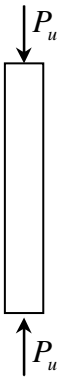
$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{S.D_c} \qquad \Rightarrow \qquad S = \frac{4A_{sp}}{\rho_s.D_c} \qquad (۶-۷)$$

که مقدار S مطابق آبا به مقادیر زیر محدود می شود:

$$25\ mm \le S \le 75\ mm \qquad (۶-۸)$$

مثال :

مطلوب است اولاً: تعیین ابعاد مقطع ستون مستطیل شکل زیر ثانیاً : تعیین میلگردهای طولی و عرضی



$$P_L = 800\ KN$$
$$P_D = 600\ KN$$
$$f_c = 28\ N/mm^2$$
$$f_y = 420\ N/mm^2$$

حل:

$$P_u = 1.25P_{DL} + 1.5P_{LL}$$
$$P_u = 1.25(600) + 1.5(800) = 1950KN$$

فرض می کنیم:

$$A_{st} = 0.02Ag \begin{cases} Min = 0.008Ag \\ Max = 0.08Ag \end{cases}$$

$$P_u = 0.8\left[0.85\phi_c.f_c.(Ag - A_{st}) + \phi_s.f_y.A_{st}\right]$$
$$1950\times10^3 = 0.8\times\left[0.85\times0.6\times28\times(Ag - 0.02Ag) + 0.85\times420\times0.02Ag\right]$$
$$1950\times10^3 = 16.91Ag \qquad \Rightarrow \qquad Ag = 115333\ mm^2$$
$$\sqrt{Ag} = 340\ mm$$
$$use \qquad 350\,mm\times350\,mm \qquad Ag = 122500\ mm^2$$

$$P_u = 0.8 \times [0.85\phi_c . f_c . (Ag - A_{st}) + A_{st} . \phi_s . f_y]$$

$$P_u = 0.8 \times [0.85 \times 0.6 \times 28 \times (122500 - A_{st}) + A_{st} \times 0.85 \times 420]$$

$$P_u = 1950 \times 10^3$$

$$A_{st} = 2008 \ mm^2 \qquad use\ 8\phi 18 \Rightarrow \qquad A_{st} = 2040 \ mm^2$$

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{2040}{122500} = 0.017 = 1.7\%$$

$$1\% \le \rho \le 8\%$$

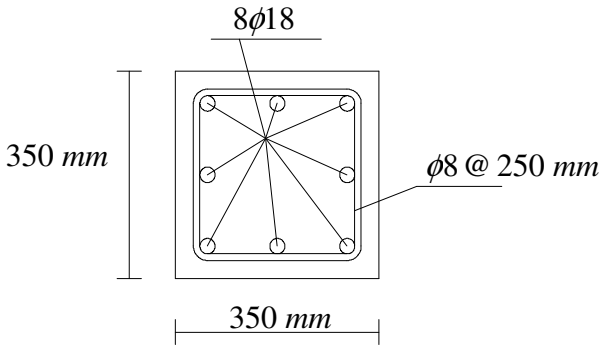
طراحی تنگ:

$$\frac{1}{3} \times (18) = 6 \ mm$$

برای تنگ از $\phi 8$ استفاده می کنیم.

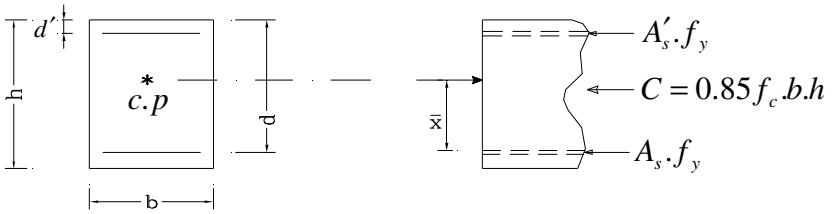
- ۲۸۸= قطر آرماتور طولی× ۱۶
- ۳۸۴= قطر تنگ × ۴۸
- ۳۵۰= کوچکترین بعد مقطع ستون
- ۳۰۰ *mm*

فاصله تنگها را برابر ۲۵۰ میلیمتر انتخاب می کنیم.که در دو انتهای ستون مقدار آن نصف می گردد.



مرکز پلاستیک

مرکز ثقل نیروهای مقطع در حد نهایی و یا در حد پلاستیک شدن فولاد و بتن را **مرکز پلاستیک** می نامند.



شکل ۶-۸: نمایش یک مقطع مستطیلی و مرکز پلاستیک آن

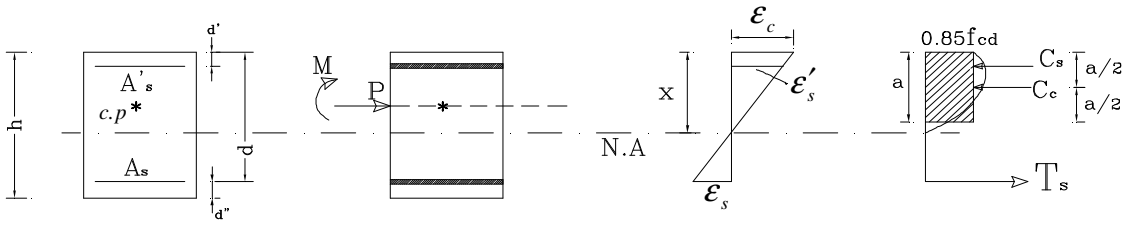
با ممانگیری نسبت به مرکز فولاد A_s، $\bar{x}$ بدست می‌آید.

$$\bar{x} = \frac{0.85 f_c.b.h.\left(\frac{d-d'}{2}\right) + A'_s.f_y.(d-d')}{0.85 f_c.b.h + A_s.f_y + A'_s.f_y} \qquad (۹-۶)$$

نکته: در صورتیکه $A_s = A'_s$ باشد مرکز ثقل پلاستیک (مرکز پلاستیک) بر مرکز سطح مقطع، منطبق می‌باشد.

ستونهای کوتاه تحت اثر نیروی محوری و ممان خمشی

ستون با مقطع مستطیل

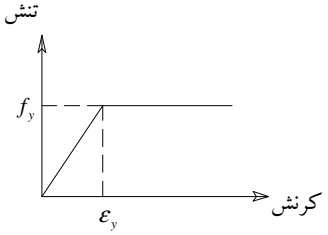


در تحلیل این مقاطع نکات زیر در نظر گرفته می شود:

نکته۱: به جای ممان M می توان نیروی P را با خروج از مرکزیت e نسبت به مرکز پلاستیک در نظر گرفت.

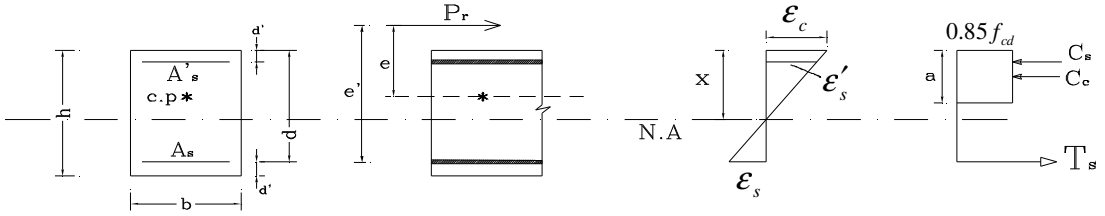
نکته۲: حد نهایی کرنشی که بتن تحمل می‌کند برابر با 0.003 است.

نکته۳: نمودار تنش ـ کرنش فولاد با رفتار الاستو پلاستیک در نظر گرفته می شود.



نکته٤: از مقاومت کششی بتن صرفنظر می‌شود.

نکته٥: در ناحیه فشاری، بجای توزیع تنش غیرخطی واقعی، می‌توان توزیع تنش در بتن را به صورت توزیع تنش یکنواخت (بلوک تنش) بکار گرفت.



$c.p$: مرکز پلاستیک

e: فاصله نقطه اثر P_r تا مرکز پلاستیک

e': فاصله نقطه اثر P_r تا مرکز فولاد کششی

$$C_c = 0.85 f_{cd} ab \qquad (۱۰-٦)$$

$$C_s = A'_s.\phi_s.f'_s \qquad (۱۱-٦)$$

$$T_s = A_s.\phi_s.f_s \qquad (۱۲-٦)$$

در بالا از کاهش سطح مقطع بتن در اثر وجود آرماتورهای فشاری صرفنظر شده است.
در صورتیکه بخواهیم این موارد را در نظر بگیریم:

$$C_s = A'_s.(\phi_s.f'_s - 0.85 f'_{cd}) \qquad (۱۳-٦)$$

C و C_s و T_s را می‌توان به P_r و e به کمک

۱ـ روابط تعادل
$$\sum F_x = 0$$
$$\sum M = 0$$

۲ـ دیاگرام توزیع کرنش که تا مرحله گسیختگی خطی می‌باشد، ربط داد.

با توجه به دیاگرام کرنش می توان نوشت:

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_s} = \frac{x}{x-d'} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon'_s = \frac{x-d'}{x}\varepsilon_c \quad \Rightarrow \quad \varepsilon'_s = \frac{x-d'}{x} \times (0.003) \qquad (۱٤-٦)$$

$$f'_s = E.\varepsilon'_s = \frac{x-d'}{x}(0.003) \times 2 \times 10^5$$

$$f'_s = 600\left(\frac{x-d'}{x}\right) \qquad (۱٥-٦)$$

همچنین

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s}=\frac{x}{d-x}\Rightarrow\varepsilon_s=\frac{d-x}{x}\varepsilon_c\Rightarrow\varepsilon_s=\frac{d-x}{x}(0.003) \qquad (۱۶-۶)$$

$$f_s=E.\varepsilon_s=\frac{d-x}{x}(0.003)\times2\times10^5$$

$$f_s=600(\frac{d-x}{x}) \qquad (۱۷-۶)$$

نکته۱: تسلیم شدن f_s, f_s' بستگی به خروج از مرکزیت بار و مقدار f_y, f_c دارد.

نکته۲: برای هر مقطع با ابعاد و مشخصات مکانیکی داده شده یک خروج از مرکزیت خاصی وجود دارد، بطوریکه اگر نیرو با آن خروج از مرکزیت اعمال شود گسیختگی بطور همزمان با تسلیم شدن فولاد کششی و له شدن بتن انجام می‌گیرد. به عبارت دیگر بطور همزمان کرنش فشاری در دورترین تار بتن به 0.003 و کرنش فولاد کششی به تسلیم می‌رسد. در این حالت وضعیت فولاد فشاری مشخص نیست و باید کنترل شود که تسلیم شده یا نه!

$$\varepsilon_c=0.003$$
$$\varepsilon_s=\varepsilon_y$$
$$f_s=f_y$$

(با بدست آوردن کرنشها و تنشها و مقایسه آنها با تنش و کرنش تسلیم، باید کنترل شودکه آیا $f_s'=f_y$.یا نه!)

این حالت خاص را، **شرایط متعادل** می‌نامند که مرز بین دو ناحیه **کنترل فشار** و **کنترل کشش** می‌باشد.

تعریف ناحیه کنترل کشش وکنترل فشار:

۱) برای خروج از مرکزیت‌های کوچک، بتن در فشار له‌شده و گسیخته می‌شود. درحالیکه فولاد کششی به مقاومت تسلیم نرسیده، فولاد فشاری دراین حالت ممکن است تسلیم شده باشد یا خیر.

$$f_s<f_y$$
$$f_s=600\frac{d-x}{x}$$
$$f_s'=600\frac{x-d'}{x} \qquad \leftarrow \text{ تسلیم شدن آن باید کنترل شود}$$

۲) برای خروج از مرکزیت‌های بزرگ ابتدا گسیختگی با تسلیم شدن فولاد کششی آغاز و به دنبال آن محور خنثی به سمت ناحیهٔ فشاری پیشروی نموده تا اینکه منجر به خرد شدن بتن به عنوان گسیختگی فشاری ثانویه گردد. در این حالت فولاد کششی ابتدا تسلیم می‌شود.

$$f_s=f_y$$
$$f_s'=600\frac{x-d'}{x} \qquad \leftarrow \text{ تسلیم شدن آن باید کنترل شود}$$

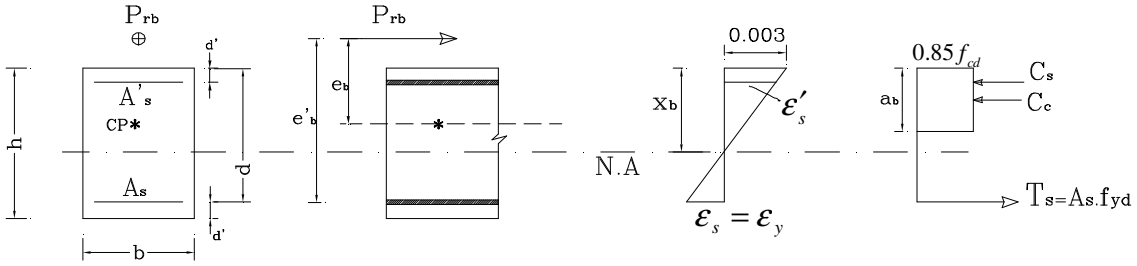
نکته: در کلیه تحلیل های زیر $A'_s = A_s$ در نظر گرفته می شود لذا مقطع متقارن (که غالباً در عمل نیز چنین مـی‌باشـد) و مرکز پلاستیک بر مرکز سطح مقطع، منطبق می باشد.

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{A'_s}{bd}$$

بررسی وضعیت گسیختگی یک مقطع مستطیلی:

در این قسمت مقطع در سه حالت که امکان گسیختگی وجود دارد یعنی حالـت گـسیختگی متعـادل، گـسیختگی در ناحیـه کنترل کشش و گسیختگی در ناحیه کنترل فشار مورد بررسی قرار می گیرد و در تحلیل یک مقطع با توجه به شرایط و نوع گسیختگی از روابط بدست آمده برای آن حالت استفاده می گردد.

۱ـ حالت گسیختگی متعادل



از دیاگرام توزیع کرنش و تشابه مثلثها:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 + \varepsilon_y}{d}$$

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y}.d \quad \Rightarrow \quad x_b = \frac{600}{f_y + 600}.d \qquad (۱۸-٦)$$

از رابط تعادل $\sum F_x = 0$ می‌توان P_{rb} را بدست آورد.

$$\sum F_x = 0$$

$$P_{rb} = C_c + C_s - T_s$$

$$P_{rb} = 0.85 f_{cd}.a_b.b + A_s.\phi_s.f'_s - A_s.\phi_s.f_y \qquad (۱۹-٦)$$

از دیاگرام توزیع کرنش و تشابه مثلثها :

$$f'_s = 600\frac{x_b - d'}{x_b}$$

در صورتیکه فولاد فشاری تسلیم شده باشد یعنی $f'_s \geq f_y$ باید $f'_s = f_y$ لحاظ گردد.

در رابطه بالا $a_b = \beta_1.x_b$

$f_c \le 28 \quad N/mm^2 \Rightarrow \beta_1 = 0.85$

به کمک رابطه تعادل ممان نسبت به مرکز پلاستیک می توان نوشت:

$$\sum M_{c.p} = 0$$

$$P_{rb}.e_b = c_c.(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}) + c_s.(\frac{h}{2} - d') + T_s.(\frac{h}{2} - d') \qquad (۲۰-٦)$$

با معلوم بودن P_{rb} از رابطه بالا می‌توان e_b را بدست آورد.

توجه : در روابط بالا از کاهش سطح مقطع بتن در اثر وجود آرماتور فشاری صرفنظر شده که اگر بخواهیم آن را در نظر بگیریم

$$C_s = A'_s.(f_{sd} - 0.85 f_{cd})$$

۲- گسیختگی مقطع در ناحیه کنترل فشار (له شدن بتن)

زمانیکه خروج از مرکزیت بار از خروج از مرکزیت حالت بالانس کمتر باشد قبل از اینکه فولاد کششی به حد جای شدن برسد بتن در فشار له شده و گسیختگی بوقوع می پیوندد.

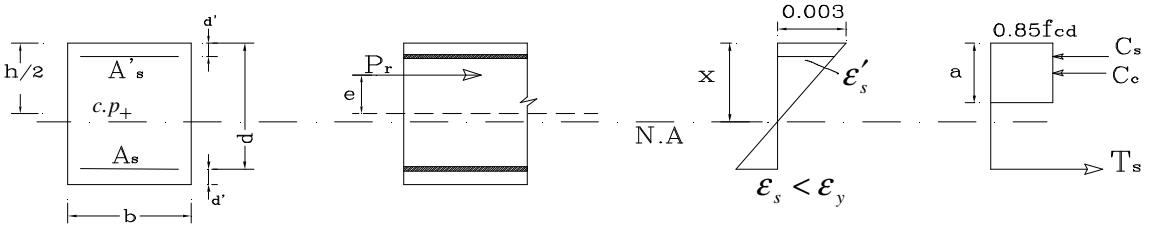
$e < e_b$

$f_s < f_y$

$f'_s = f_y \leftarrow$ باید کنترل شود.

$f'_s = 600\frac{x - d'}{x}$ ممکن است فولاد فشاری تسلیم نشده باشد که در آن صورت

برای تعیین مقاومت مقطع، از رابطه خطی تغییرات کرنش و روابط تعادل کمک می‌گیریم.



$C_c = 0.85 f_{cd}.a.b$

$a = \beta_1.x$

$C_c = 0.85\beta_1.f_{cd}.x.b$

$C_s = A_s.\phi_s.f_y \qquad (f'_s = f_y$ باید بعداً کنترل شود)

$$T_s = A_s.\phi_s.f_s = A_s.\phi_s \times 600(\frac{d-x}{x})$$

$$\sum F_x = 0$$

$$C_c + C_s - T_s = P_r$$

$$0.85 f_{cd}.\beta_1.x.b + A_s.f_{yd} - A_s.\phi_s \times \left(600\left(\frac{d-x}{x}\right)\right) = P_r \qquad (۲۱-۶)$$

که x را می توان به کمک رابطه تعادل ممان بدست آورد. با ممان گیری نسبت به محل اثر P_r

$$\sum M_{p_r} = 0$$

$$C_c.\left[e - \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right)\right] - C_s.\left(\frac{h}{2} - d' - e\right) - T_s.\left(\frac{h}{2} - d' + e\right) = 0 \qquad (۲۲-۶)$$

$$C_c = 0.85\beta_1.f_{cd}.x.b$$

$$C_s = A_s.f_{yd} \qquad or \qquad C_s = A_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd})$$

$$T_s = A_s.\phi_s \times 600\left(\frac{d-x}{x}\right) \qquad (۲۳-۶)$$

از رابطه بالا که یک معادله درجه ۳ می‌باشد x بدست می آید. سپس $f_s' = f_y$ کنترل می شود و با توجه به آن می توان P_r را از رابطه زیر بدست آورد.

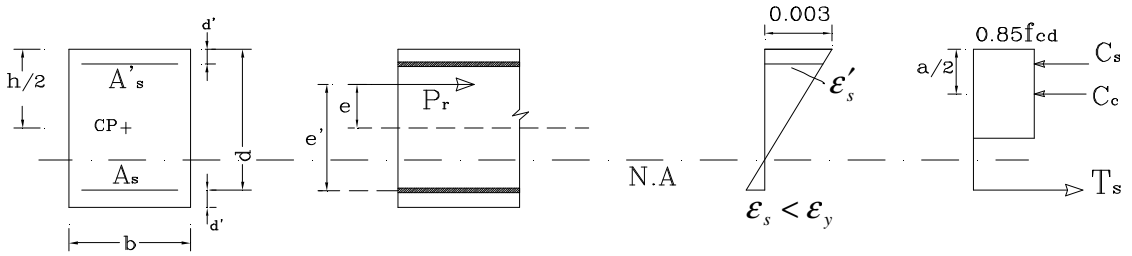
$$C_c + C_s - T_s = P_r$$

رابطه ویتنی

با توجه به اینکه تحلیل مقطع از روش ارائه شده در بالا کمی دشوار و پیچیده است ویتنی با در نظر گرفتن فرضیاتی به صورت زیر روابط را ساده تر کرد.

- فرض a = 0.54 d
- از سطح بتن جابجا شده توسط فولاد صرفنظر کرد.

اگر چه مقادیر بدست آمده از این روش تقریبی هستند ولی با نتایج دقیق همخوانی خوبی دارند.



$$\sum M_{T_s} = 0$$

$$P_r.(e + \frac{d-d'}{2}) = C_c.(d - \frac{a}{2}) + C_s.(d-d')$$

$$C_c = 0.85 f_{cd}.a.b = 0.85 f_{cd}.(0.54d).(b) = 0.459 f_{cd}.b.d$$

$$C_c.(d - \frac{a}{2}) = 0.459 f_{cd}.b.d(d - \frac{0.54d}{2}) = \frac{1}{3} f_{cd}.b.d^2$$

$$C_s = A_s.f_{yd}$$

f_s ممکن است کوچکتر از f_y باشد ولی معمولاً در مقاومت نهایی به حالت تسلیم می‌رسد.

$$P_r(e + \frac{d-d'}{2}) = \frac{1}{3} f_{cd}.b.d^2 + A_s.f_{yd}.(d-d')$$

$$P_r = \frac{1/3\, f_{cd}.b.d^2}{e + \frac{1}{2}(d-d')} + \frac{A_s.f_{yd}.(d-d')}{e + \frac{1}{2}(d-d')}$$

در رابطه فوق صورت و مخرج کسر اول در $\frac{h}{d^2}$ و در کسر دوم صورت و مخرج در $\frac{1}{(d-d')}$ ضرب می‌شود.

$$P_r = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3h.e}{d^2} + \frac{3(d-d').h}{2d^2}} + \frac{A_s.f_{yd}}{\frac{e}{d-d'} + \frac{1}{2}}$$

می‌دانیم به ازاء $e = 0$ مقدار $P_r = P_{ro}$

$$P_r = P_{r0} = 0.85 f_{cd}.b.h + 2A_s.f_{yd}$$

با استفاده از رابطه اخیر و رابطه بالا برای P_r و جایگزین نمودن $e = 0$ نتیجه می‌شود:

$$P_{ro} = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3(d-d').h}{2d^2}} + 2A_s.f_{yd}$$

$$\underbrace{P_{ro} - 2A_s.f_{yd}}_{0.85 f_{cd}.b.h} = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3(d-d').h}{2d^2}}$$

$$0.85 f_{cd}.b.h = \frac{f_{cd}.b.h}{\frac{3(d-d').h}{2d^2}}$$

$$\frac{3(d-d').h}{2d^2} = \frac{1}{0.85} = 1.18$$

بنابراین رابطه P_r بصورت زیر بدست می‌آید:

$$P_r = \frac{b.h.f_{cd}}{\frac{3h.e}{d^2} + 1.18} + \frac{A_s.f_{yd}}{\frac{e}{d-d'} + 0.5}$$

رابطه تقریبی ویتنی (۲۴-۶)

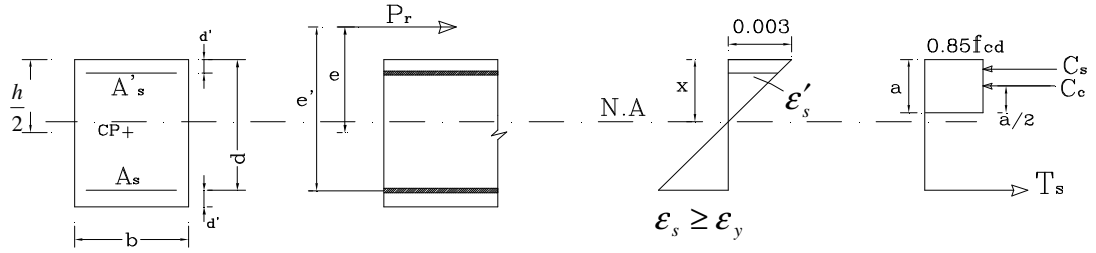
۳ـ گسیختگی مقطع در ناحیه کنترل کشش (تسلیم شدن فولاد کششی)

در این حالت خروج از مرکزیت نیرو از خروج از مرکزیت حالت متعادل بیشتر بوده و سبب می شود که ابتدا فولاد کششی به حد جاری شدن و سپس کرنش در بتن به حد ۰/۰۰۳ برسد. یعنی:

$$e > e_b$$
$$f_s = f_y$$
$$f_s' = f_y$$

که اگر $f_s' < f_y$ باشد در اینصورت:

$$f_s' = 600\left(\frac{x-d'}{x}\right)$$



$$F_x = 0 \Rightarrow P_r = C_c + C_s - T_s$$
$$C_c = 0.85\, f_{cd}.\beta_1.x.b$$
$$T_s = A_s.f_{yd}$$
$$C_s = A_s.(f_{yd} - 0.85\, f_{cd})$$

که $f_s' = f_y$ بعداً باید کنترل شود.

$$T_s = A_s.f_{yd}$$
$$P_r = 0.85\beta_1.f_{cd}.x.b + A_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd}) - A_s.f_{yd}$$
$$P_r = 0.85 f_{cd}(\beta_1.x.b - A_s) \qquad (۲۵-۶)$$

که x با استفاده از رابطه تعادل ممان نسبت به محل اثر P_r بدست می‌آید.

$$\sum M_{p_r} = 0$$
$$C_c.\left[e - \frac{h}{2} + \frac{a}{2}\right] + C_s.\left[e - \frac{h}{2} + d'\right] - T_s.\left[\frac{h}{2} - d' + e\right] = 0 \qquad (۲۶-۶)$$

$$0.85\beta_1.f_{cd}.x.b\left(e-\frac{h}{2}+\frac{\beta_1.x}{2}\right)+A_s\left(f_{yd}-0.85f_{cd}\right)\left(e-\frac{h}{2}+d'\right)-A_s.f_{yd}\left(\frac{h}{2}-d'+e\right)=0$$

$$x=d.\left[\frac{1-e'/d}{\beta_1}+\sqrt{\left(\frac{1-e'/d}{\beta_1}\right)^2+\frac{2\rho.\left[(\mu-1)\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}{\beta_1^2}}\right] \qquad (۲۷-۶)$$

$$e'=e+\frac{h}{2}-d' \quad ; \quad \rho=\frac{A_s}{bd} \quad ; \quad \mu=\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}}$$

از مقدار x بدست آمده می توان f_s' را کنترل نمود.

در صورتیکه $f_s'=f_y$ باشد مقدار x را در رابطهٔ P_r جایگزین و P_r به صورت زیر بدست می آید.

$$P_r=0.85f_{cd}(\beta_1.x.b-A_s)$$

$$P_r=0.85f_{cd}(\beta_1.x.b-\rho.b.d)$$

$$P_r=0.85f_{cd}.b.d\left[-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho.\left[(\mu-1)\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right] \qquad (۲۸-۶)$$

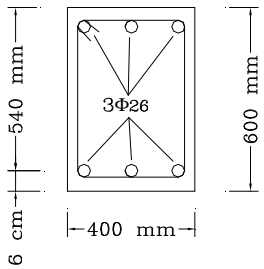
مثال :

مطلوب است تعیین خروج از مرکزیت متعادل e_b و بار محوری متعادل P_{rb} برای مقطع نشان داده شده در تصویر زیر:

$$f_c=20 \ \ N/mm^2$$

$$f_y=350 \ \ N/mm^2$$

$$A_s=A_s'=1593 \ \ mm^2$$



$$P_{rb}=C_c+C_s-T_s$$

$$C_c=0.85f_{cd}.a.b=0.85f_{cd}.\beta_1.x_b.b$$

$$x_b=\frac{600}{f_y+600}.d=\frac{600}{350+600}\times(540)=341\ mm$$

$$C_c=0.85(0.6)(20)(0.85)(341)(400)\times10^{-3}=1183\ KN$$

$$f_s'=600\left(\frac{x_b-d'}{x_b}\right)=600\left(\frac{341-60}{341}\right)=494\ N/mm^2$$

$f_s'>f_y$ پس فولاد فشاری تسلیم شده است.

$f'_s = f_y = 350\,N/mm^2$

$C_s = A_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd}) = 1593\times[0.85\times350 - 0.85(0.6)(20)]\times10^{-3} = 458\,KN$

$T_s = A_s.f_{yd} = 1593(0.85)(350)\times10^{-3} = 474\,KN$

$P_{rb} = C_c + C_s - T_s = 1166\,KN$

با ممان‌گیری نسبت به مرکز پلاستیک و با معلوم بودن P_{rb} ، e_b بدست می‌آید.

$a = \beta_1.x = 0.85(341) = 290\ mm$

$$P_{rb}.e_b = C_c.\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + C_s.\left(\frac{h}{2} - d'\right) + T_s.\left(\frac{h}{2} - d'\right)$$

$$1166\times e_b = 1183\times(300 - \frac{290}{2}) + 458\times(300-60) + 474\times(500-60)$$

$e_b = 349\,mm$

مثال :

مطلوب است تعیین ظرفیت نهایی اسمی P_r برای مقطع نشان داده شده در مثال قبل وقتی خروج از مرکزیت $e = 200\ mm$ باشد.

حل:

با توجه به اینکه $e < e_b$ است مقطع در حالت کنترل فشار بوده و با له شدن بتن، دچار گسیختگی می گردد و فولاد کششی به حد جاری شدن نمی رسد و فولاد فشاری هم باید تعیین شود که جاری شده یا نه!

$\sum M_{p_r} = 0$

$$C_c.\left[e - \left(\frac{h}{2} - \frac{0.85x}{2}\right)\right] - C_s.\left(\frac{h}{2} - d' - e\right) - T_s.\left(\frac{h}{2} - d' + e\right) = 0$$

$C_c = 0.85\beta_1.f_{cd}.x.b = 0.85(0.85)(0.6)(20)x(400)\times10^{-3} = 3.468x$

$C_s = A_s.(f_{yd} - 0.85 f_{cd}) = 1593\times[0.85(350) - 0.85(0.6\times20)]\times10^{-3} = 458\ KN$

$$T = A_s f_{sd} = 1593(0.85)\left[600\frac{d-x}{x}\right]\times10^{-3} = \frac{438712 - 812x}{x}$$

با جایگزینی در رابطه بالا:

$$3.47x.(200 - (300 - 0.425x)) - 458(300 - 60 - 200) - \frac{438712 - 812x}{x}(300 - 60 + 200) = 0$$

$x^3 - 236\,x^2 + 230585\,x - 1.31\times10^8 = 0$

$x = 423\,mm$

$$C_c = 3.47 \times (423) = 1468\ KN$$

$$f'_s = 600(\frac{x-d'}{x}) = 600(\frac{423-60}{423}) = 515\ KN$$

$$C_s = 458\ KN$$

$$T = \frac{438712 - 812(423)}{423} = 225\ KN$$

$$P_r = 1468 + 458 - 225$$

$$P_r = 1701\ KN$$

با استفاده از رابطه تقریبی ویتنی

$$P_r = \frac{b.h.f_{cd}}{\frac{3h.e}{d^2} + 1.18} + \frac{A_s.\phi_s.f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5}$$

$$P_r = \frac{400(600)(20)(0.6)}{\frac{3(600)(200)}{(540)^2} + 1.18} + \frac{1593(0.85)(350)}{\frac{200}{540-60} + 0.5}$$

$$P_r = 1709761\ N = 1710\ KN$$

مثال :

برای مقطع نشان داده شده در مثال بالا تعیین کنید ظرفیت نهایی اسمی P_r را اگر خروج از مرکزیت $e = 500\ mm$ باشد.

حل:

چون خروج از مرکزیت بیشتر از حالت بالانس است($e > e_b$) مقطع در حالت کنترل کشش قرار دارد و گسیختگی با تسلیم فولاد کششی آغاز می گردد ولی تسلیم فولاد فشاری باید کنترل گردد.

$$x = d.\left[\frac{1-e'/d}{\beta_1} + \sqrt{\left(\frac{1-e'/d}{\beta_1}\right)^2 + \frac{2\rho\left[(\mu-1)\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{e}\right]}{\beta_1^2}}\right]$$

$$e' = e + \frac{h}{2} - d' = 500 + 300 - 60 = 740\ mm$$

$$\frac{1-e'/d}{\beta_1} = \frac{1-740/540}{0.85} = -0.436$$

$$\mu = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}} = \frac{350(0.85)}{0.85(20)(0.6)} = 29.17$$

$$\rho = \frac{1593}{400(540)} = 0.0074$$

لذا از رابطه بالابرای مقدار x نتیجه می‌شود.

$$x = 227mm$$

$$f_s' = 600\left(\frac{x-d'}{x}\right)$$

$$f_s' = 600\left(\frac{227-60}{227}\right) = 441\ N/mm^2 > 350\ N/mm^2 \quad \Rightarrow \quad f_s' = 350\ N/mm^2$$

$$P_r = 0.85 f_{cd}.(\beta_1.x.b - A_s)\times 10^{-3}$$

$$P_r = 0.85\times 0.6\times 20\times(0.85\times 227\times 400 - 1593)\times 10^{-3} = 771\ KN$$

مثال :

با استفاده از نتایج سه مثال فوق منحنی تغییرات ممان و فشار را ترسیم نمائید.

- به ازاء $e = 0$ مقدار $P_r = P_{ro}$ می شود

$$P_{ro} = 0.85 f_{cd}.(Ag - A_{st}) + 2A_s.f_{yd}$$

$$A_g = 400(600) = 240000\ mm^2$$

$$P_{ro} = \left[0.85(0.6\times 20)(240000 - 2\times 1593) + 2(1593)(0.85\times 350)\times 10^{-3}\right]$$

$$P_{ro} = 3363KN$$

- در ناحیه کنترل کشش به ازاء $e = \infty$ (فقط خمشی) $P_r = 0$ و $M_r = M_{ro}$

M_r بر اساس فصل مربوط به خمش برای مقاطع با آرماتور مضاعف تحلیل می‌شود.

$$\rho' = \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{1593}{400(540)} = 0.0074$$

$$\overline{\rho}_{\max} = \rho_{\max} + \rho'$$

چون $\rho = \rho'$ می‌باشد، مطمئناً $\rho < \overline{\rho}_{\max}$ می‌باشد.

$$\rho_{\max} = 0.6\beta_1.\frac{f_c}{f_y}.\frac{600}{600 + f_y} = 0.0184$$

$$\overline{\rho}_{\max} = 0.0184 + 0.0074 = 0.026$$

$$\overline{\rho}_{\min} = \rho' + R\frac{d'}{d}$$

در اینجا نیز چون $\rho = \rho'$ است لذا حتماً $\rho < \overline{\rho}_{\min}$ می‌باشد پس $f_s' < f_y$ می‌باشد و فولاد فشاری تسلیم نشده است.

از رابطه تعادل نیروها:

$$A_s.f_{yd} = 0.85 f_{cd}.(\beta_1.x).b + A_s'.(f_{sd}' - 0.85 f_{cd})$$

$$f'_{sd} = 0.85\left[600\left(\frac{x-d'}{x}\right)\right] = 510\left(\frac{x-60}{x}\right)$$

$$1593(0.85\times350) = 0.85(0.6\times20)\times(0.85x)\times(400) + 1593\left[510\left(\frac{x-60}{x}\right) - 0.85\times(0.6\times20)\right]$$

$$x = 81 \ \ mm$$

از رابطه تعادل ممان:

$$M \ = 0.85 f_{cd}.(0.85x).b.\left(d - \frac{0.85x}{2}\right) + A_s.(f'_{sd} - 0.85 f_{cd})(d-d')$$

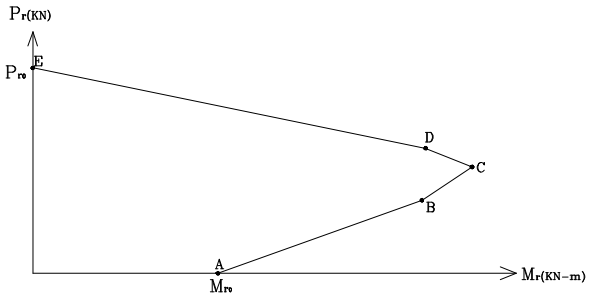
$$f'_{sd} = (0.85)\left[600\frac{81-60}{81}\right] = 132 \ N/mm^2$$

$$M_{ro} = \left\{0.85(0.6\times20)(0.85\times81)(400)\left[540 - \frac{0.85\times81}{2}\right] + 1593[132 - 0.85\times0.6\times20]\right.$$
$$\left.[540-60]\right\}\times10^{-6}$$

$$M_{ro} = 235 \ KN.m$$

نتایج ۵ مسئله قبل

نقطه	P_r (KN)	M_r (KN.m)	e (mm)
A	0	235	$e = \infty$
B	771	771 (0.5) = 386	e=500
C	1166	1166 (0.349) = 407	e=349
D	1701	1701 (0.2) = 340	e=200
E	3363	0	e=0

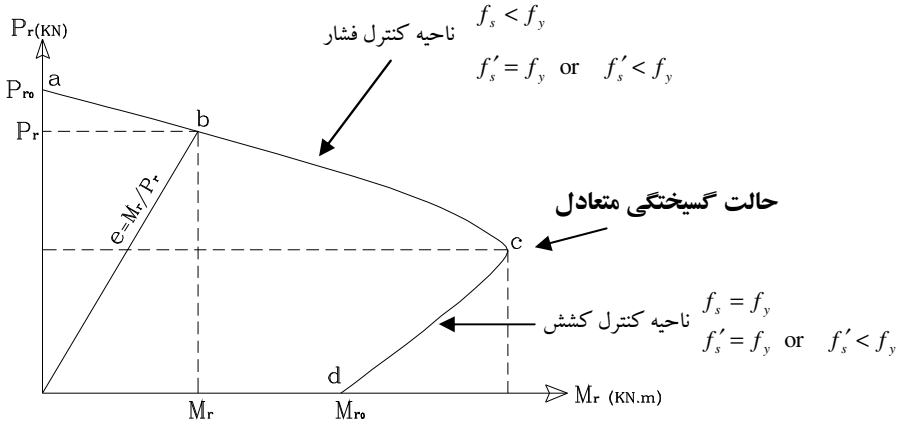


منحنی فوق موسوم به منحنی اثر متقابل فشار و خمشی (اندرکنش) می‌باشد.

ناحیه بین C تا E منطقه کنترل فشار، منطقه بین A تا C منطقه کنترل کشش و نقطه C نشان دهنده حالت گسیختگی متعادل می باشد.

منحنی اثر متقابل فشار و خمش

منحنی که به روش ذکر شده در بالا ترسیم گردید منحنی اندرکنش نیروی محوری و ممان خمشی نامیده می شود. این منحنی با توجه به مشخصات مکانیکی و مقطع یک ستون تعریف می گردد و به ازای هر تغییری در مشخصات فوق منحنی تغییر می کند.



شکل ۶- ۹: منحنی اثر متقابل فشار و خمش

نکته۱: هر نقطه‌ای روی منحنی بیانگر ترکیب نیروی محوری (P_r) و ممان خمشی (M_r) می‌باشد.
نکته۲: ناحیه ac مربوط به خروج از مرکزیت کوچک است که گسیختگی با شکستن بتن ناحیه فشاری آغاز می‌گردد. ناحیه کنترل فشار.
نکته۳: ناحیه cd مربوط به خروج از مرکزیت بزرگ است که گسیختگی با تسلیم شدن فولاد کششی بوجود می‌آید. ناحیه کنترل کشش.
نکته٤: نقطه c حالت گسیختگی متعادل است یعنی کرنش نهائی فشاری در بتن و کرنش تسلیم در فولاد کششی بطور همزمان رخ می‌دهد.

آنالیز و طراحی ستونها با استفاده از نمودارهای اثر متقابل فشار خمش

برای آنالیز و طراحی ستونها به جای استفاده از روش مستقیم که کمی زمانگیر است می توان از روش تقریبی نمودارهای اندرکنش استفاده کرد. در این روش از نمودارهای اندرکنشی که قبلاً بدست آمده و ترسیم شده اند استفاده می گردد. تنها در هنگام استفاده از این نمودارها باید به نکات زیر توجه گردد.

نکته۱: نمودارها برای مقاطع زیر در دسترس می باشند

۱. ستون مستطیل شکل با فولاد گذاری در دوطرف
۲. ستون مستطیل شکل با فولاد گذاری در چهار طرف
۳. ستون دایره‌ای شکل

نکته۲: نمودارها وابسته به واحد نمی‌باشند.

نکته۳: نمودارها برای مقادیر $f_c \le 28 \quad N/mm^2$ **و** $f_y \le 420 \quad N/mm^2$ **ترسیم شده اند.**

نکته٤: هر نمودار دارای یک سری منحنی است که هرمنحنی مربوط به یک $\mu\rho$ **می‌باشد.**

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g} \qquad (۲۹-٦) \qquad \mu = \frac{f_{yd}}{0.85 f_{cd}}$$

μ: **نسبت تنش کاهش یافته فولاد نسبت به بتن**

A_{st}: **سطح** مقطع کل میلگردها

A_g: **سطح** مقطع کل

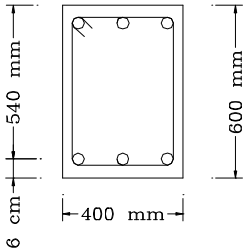
نکته٥: نمودارها بر حسب P_r **و** M_r **ترسیم شده‌اند. بطوری که محور** x **ها نشان دهنده** $\frac{M_r}{f_{cd} b h^2}$ **و محور** y **ها نمایانگر** $\frac{P_r}{f_{cd} b h}$ **هستند.**

نکته٦: در ناحیه کنترل فشار (خروج از مرکزیت کوچک) باید

$$P_r < P_{r\ \max}$$
$$P_{r\ \max} = 0.8 P_{r\circ}$$
$$P_{r\circ} = 0.85 \phi_c . f_c . (A_g - A_{st}) + \phi_s . f_y . A_{st}$$

مثال :

ظرفیت محوری ستونی با مقطع زیر را بدست آورید **(آنالیز مقطع).**



$6\overline{\Phi}26$

$A_{st} = 2(1593) = 3186 mm^2$

$f_c = 20 N/mm^2$

$f_y = 350 N/mm^2$

$e = 200 mm$

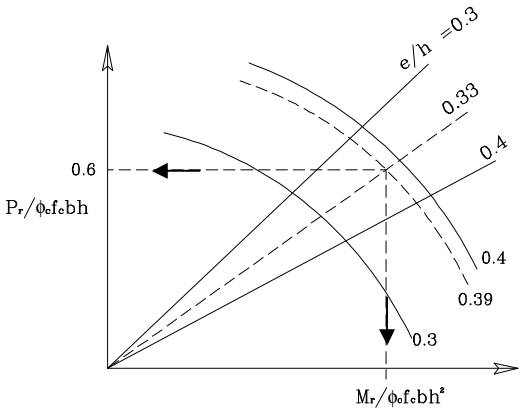
$P_r = ?$

حل:

$$\frac{e}{h} = \frac{200}{600} = 0.33$$
$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{600 - 2(60)}{600} = 0.8$$
$$\rho = \frac{A_{st}}{bh} = \frac{3186}{400(600)} = 0.0133$$

$$\mu = \frac{\phi_s . f_y}{0.85\phi_c . f_c} = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = \frac{350}{0.6(20)} = 29.2$$
$$\mu\rho = 29.2(0.0133) = 0.39$$

با استفاده از نمودار مربوط به مقاطع مستطیلی با آرماتورگذاری دو طرف و $\gamma = 0.8$



$$\frac{P_r}{\phi_c . f_c . b.h} = 0.6$$
$$P_r = 0.6(0.6)(20)(400)(600)\times 10^{-3}$$
$$P_r = 1728KN$$

مثال :

مطلوبست طراحی میلگردهای یک ستون با مقطع مربع به ابعاد 500mm×500mm **(طراحی مقطع).**

$$P_u = 3000\ KN$$
$$M_u = 450\ KN.m$$
$$f_c = 28\ N/mm^2$$
$$f_y = 400\ N/mm^2$$
$$d' = 60\ mm$$

حل:

$$\frac{P_u}{\phi_c f_c bh} = \frac{3000\times 10^3}{0.6(28)(500)(500)} = 0.71$$
$$\frac{M_u}{\phi_c f_c bh^2} = \frac{450\times 10^6}{0.6(28)(500)^3} = 0.21$$
$$\gamma = \frac{h-2d'}{h} = \frac{500-2(60)}{500} = 0.76$$

با درون یابی به ازای $\gamma = 0.76$ مقدار $\mu.\rho$ بدست می آید.

$$\mu\rho = 0.59 \leftarrow \gamma = 0.7$$
$$\mu\rho = 0.52 \leftarrow \gamma = 0.8$$

$$\frac{0.8-0.7}{0.8-0.76}=\frac{0.52-0.59}{0.52-\mu\rho}$$

$$\mu\rho = 0.548$$

$$\mu = \frac{\phi_s . f_y}{0.85\,\phi_c . f_c} = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = \frac{400}{0.6(28)} = 23.81$$

$$\rho = \frac{0.548}{23.81} = 0.023$$

$$A_s = 0.5(0.023)(500)^2 = 2877\ mm^2$$

سطح مقطع فولاد لازم در هر طرف $5\overline{\Phi}28$ ،کل فولاد لازم $10\overline{\Phi}28$: $A_s = 6160\ \ mm^2$

$$\rho = \frac{A_{st}}{b.h} = \frac{6160}{500\times 500} = 2.46\ \%$$

طراحی تنگ :

قطر تنگ $\frac{1}{3}(28) = 9.33$

از تنگ 10mm استفاده می شود.

فاصله تنگها

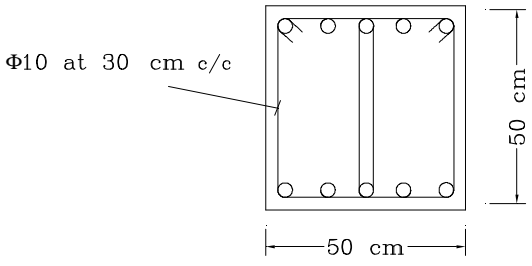
$16\times 28 = 448\ mm$

$48\times 10 = 480\ mm$

$500\ mm$

$300\ mm$

تنگها در فاصله 30cm قرار می گیرند.



آنالیز و طراحی ستونها با توزیع آرماتور در محیط مقطع مستطیل شکل

روش آنالیز و طراحی این نوع مقاطع شبیه مقاطع مستطیل با آرماتورگذاری در دو طرف با استفاده از دیاگرام توزیع خطی کرنش و روابط تعادل است و چون در عمل کاربرد فراوانی دارد برای سادگی می توان از نمودارهای اندرکنش استفاده نمود (نمودار اثر متقابل فشار و خمش).

مثال :

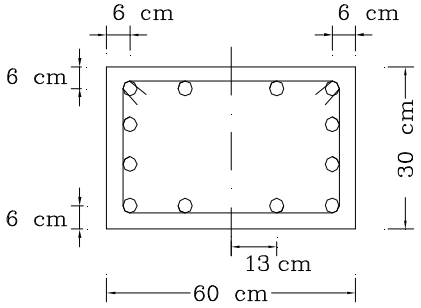
مطلوبست مقاومت فشاری اسمی ستونی با مشخصات نشان داده شده در شکل زیر .

$A_{st} = 12\overline{\Phi}20$

$f_y = 400\ N/mm^2$

$f_c = 30\ N/mm^2$

$e = 130\ mm$



در نمودارهای ارائه شده میلگردها از یک قطر تشکیل شده و تعداد میلگردها در کلیه وجوه مساوی می باشند مثلاً استفاده از ۴ میلگرد و یک میلگرد در هر گوشه

۸ میلگرد (یک میلگرد اضافی در هر وجه)

۱۲ میلگرد (۲ میلگرد اضافی در هر وجه)

بطور کلی ضریبی از ۴ میلگرد در مقطع استفاده می گردد که باید بطور متقارن توزیع گردد.

$$\frac{e}{h} = \frac{130}{600} = 0.22$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = 0.8$$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = \frac{400}{0.6(30)} = 22.22$$

$$A_{st} = 3768\ mm^2 \qquad \rho = 0.0209$$

$$\mu\rho = 0.46$$

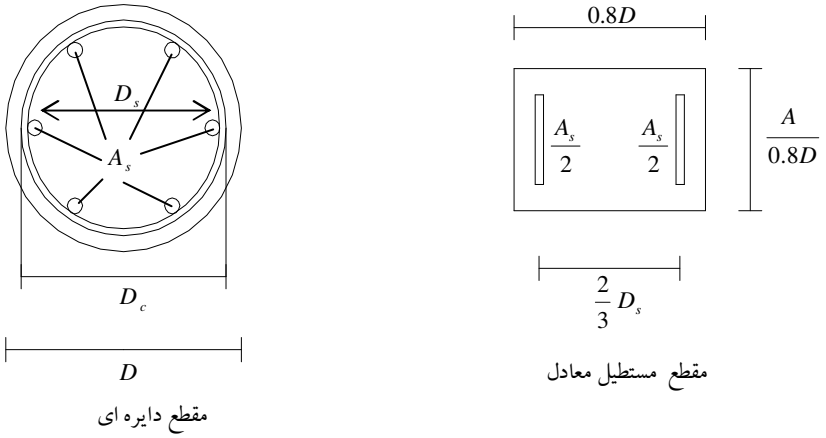
با استفاده از نمودار مقطع مستطیلی با آرماتورگذاری چهار طرفه و $\gamma = 0.8$ نتیجه می شود:

$$\frac{P_r}{\phi_c . f_c . b.h} = 0.72$$

$$P_r = 0.72(0.6)(30)(300)(600)\times 10^{-3} = 2333\ KN$$

آنالیز و طراحی ستونها با مقاطع دایره ای شکل

بررسی مقاطع دایره ای شکل مشابه مقاطع مستطیل شکل با استفاده از دیاگرام توزیع خطی کرنش و روابط تعادل ایستایی امکان پذیر است. لیکن از آنجایی که فاصله میلگردها از تار خنثی غیر یکسان و سطح مقطع بتن فشاری و تعیین مرکز سطح آن بسیار پیچیده و پرکار می باشد لذا می توان از یک روش تقریبی که توسط ویتنی پیشنهاد شده استفاده نمود. در این روش بجای استفاده از مقطع دایره ای داده شده می توان از یک مقطع مستطیلی معادل که ارتفاع کل مقطع مستطیلی معادل، در جهت خمش، $0.8D$ (D قطر ستون دایره ای) و میلگردهای هر طرف ستون مستطیل معادل، نصف کل میلگردهای ستون دایره ای و فاصله میلگردهای دو طرف از یکدیگر $\frac{2}{3}D_s$ است در نظر گرفته شود.



شکل ۶- ۱۰: تبدیل مقطع دایره ای به مستطیلی معادل

D_c: قطر هسته مرکزی (پشت به پشت دور پیچ - بیرون به بیرون دور پیچ)

مثال :

یک ستون دایره ای به قطر 500 mm برای شرایط زیر طراحی نمائید. قطر و فاصله دور پیچها را نیز تعیین نمائید.

$$f_c = 25\,N/mm^2$$
$$f_y = 400\,N/mm^2$$
$$d' = 60mm$$

$$P_u = 2500\ KN$$
$$M_u = 250\ KN.m$$

$$\gamma = \frac{D - 2d'}{D} = \frac{500 - 120}{500} = 0.76$$
$$\frac{P_u}{\phi_c f_c D^2} = \frac{2500 \times 10^3}{0.6(25)(500)^2} = 0.67$$
$$\frac{M_u}{\phi_c f_c D^3} = \frac{250 \times 10^6}{0.6(25)(500)^3} = 0.13$$

ار نمودارهای مربوط به $\gamma = 0.7$ و $\gamma = 0.8$ نتیجه می شود که:

$\gamma = 0.7 \Rightarrow \mu\rho = 0.88$

$\gamma = 0.8 \Rightarrow \mu\rho = 0.77$

با استفاده از درونیابی خطی

$\gamma = 0.76 \Rightarrow \mu\rho = 0.81$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = \frac{400}{0.6(25)} = 26.67$$

لذا:

$\rho = 0.030$

$$A_s = \frac{\pi}{4}(500)^2 (0.03) = 5963 \ mm^2$$

$use \qquad 10\bar{\phi}28 \qquad (A_s = 6160 \ mm^2)$

انتخاب میلگرد دور پیچ

$\bar{\phi}10 \Leftarrow \frac{28}{3} = 9.33$ قطر میلگرد دور پیچ

$\rho_s =$ حداقل نسبت میلگرد دور پیچ

$$\rho_s = 0.45(\frac{A_g}{A_c} - 1)\frac{f_c}{f_y}$$

$$A_g = \frac{\pi}{4}(500)^2 = 196350 \quad mm^2$$

$A_c =$ سطح مقطع بتن در هسته مرکزی

$$A_c = \frac{\pi}{4} D_c^{\ 2} = \frac{\pi}{4}\left[500 - 2(60) + 2(14) + 2(10)\right]^2$$

$$A_c = 143872 \ mm^2$$

$$\rho_s = 0.45(\frac{196350}{143872} - 1)\frac{25}{400}$$

$$\rho_s = 0.0103$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{SD_c} \qquad , A_{sp} = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78.54 \ mm^2$$

$$S = \frac{4A_{sp}}{\rho_s . D_c} = \frac{4(78.54)}{0.0103\,(428)} = 71.3 \ mm$$

$$25 \ mm < S = 71.3 < 75 \ mm$$

دور پیچ با گام 170 mm استفاده می گردد.

$$P_{r\ \max} = 0.8\left[0.85\phi_c f_c (A_g - A_{st}) + \phi_s (f_y) A_{st}\right] \times 10^{-3}$$

$$= 0.8\left[0.85(0.6)(25)(196350 - 6160) + 0.85(400)(6160)\right] \times 10^{-3}$$

$$P_{r\ \max} = 3615 \ KN > P_u = 2500 \ KN$$

تخمین ابعاد مقطع ستون

برای تخمین ابعاد اولیه ستون می توان چنین فرض کرد که ستون تحت اثر نیروی محوری خالص قرار دارد و با استفاده از روابط نیروی محوری خالص ابعاد را حدس زد.

$$P_u = 0.8\left[0.85\phi_c.f_c.(A_g - A_{st}) + \phi_s.f_y.A_{st}\right]$$

$$P_u = 0.8\left[0.85\phi_c.f_c.A_g + 0.85 f_y.A_g.\frac{A_{st}}{A_g}\right]$$

$$P_u = 0.8\left[0.85\phi_c.f_c.A_g + 0.85 f_y.A_g.\rho_{st}\right]$$

$$P_u = 0.8\left[0.85A_g(\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st})\right]$$

$$P_u = 0.68A_g\left(\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st}\right)$$

$$A_g \geq \frac{1.5P_u}{\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st}} \qquad (۳۰-٦)$$

خمش دو محوره

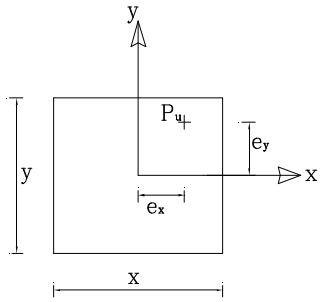
برای مقاطع دایره ای با توجه به شکل دایره می توان برآیند ممان ها را در نظر گرفته و ستون را تحت نیروی محوری و ممان خمشی تک محوره طراحی نمود.

$$M_R = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \qquad (۳۱-٦)$$

برای مقاطع مستطیل شکل دو روش برای طراحی متداول می باشد.

روش اول:

خروج از مرکزیت تک محوری معادل: خروج از مرکزیت های دو محوره e_x و e_y می تواند با یک خروج از مرکزیت معادل، جایگزین شود و ستون برای حالت بار محوری توام با ممان خمشی تک محوره طراحی شود.



$$M_{ux} = P_u.e_y \qquad (۳۲-٦)$$

$$M_{uy} = P_u.e_x \qquad (۳۳-٦)$$

- اگر $\frac{e_x}{x} \geq \frac{e_y}{y}$ باشد، ستون برای P_u و $M_{u\,\mathrm{eq_y}} = P_u.e_{eq\,x}$ طراحی می شود.

$$e_{eq_x} = e_x + \frac{\alpha.e_y}{y}.x \qquad (۳٤-٦)$$

- اگر $\frac{e_y}{y} \geq \frac{e_x}{x}$ باشد، ستون برای P_u و $M_{u\,\mathrm{eq_x}} = P_u.e_{eq_y}$ طراحی می شود.

$$e_{eq_y} = e_y + \frac{\alpha.e_x}{x}.y \qquad (۳۵-٦)$$

برای شرایطی که $\frac{P_u}{f_c.A_g} \le 0.4$ باشد:

$$\alpha = \left(0.5 + \frac{P_u}{f_c.A_g}\right)\frac{f_y + 275}{690} \ge 0.6 \qquad (۳۶-۶)$$

و اگر $\frac{P_u}{f_c.A_g} > 0.4$ باشد:

$$\alpha = \left(1.3 - \frac{P_u}{f_c.A_g}\right)\frac{f_y + 275}{690} \ge 0.5 \qquad (۳۷-۶)$$

نکته: محدودیت روش فوق این است که ستونها باید نسبت به دو محور متقارن باشد و $0.5 \le \frac{x}{y} \le 2$ و همچنین فولادگذاری در چهار وجه مقطع باشد.

روش دوم :

روش برسلر

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_{rx}} + \frac{1}{P_{ry}} - \frac{1}{P_{r_\circ}} \qquad (۳۸-۶)$$

P_r: ظرفیت محوری نهائی برای خمش دو محوره

P_{r_x}: ظرفیت محوری نهائی برای شرایط صرفاً با خروج از مرکزیت e_x

P_{r_y}: ظرفیت محوری نهائی برای شرایط صرفاً با خروج از مرکزیت e_y

$P_{r_\circ}$: ظرفیت محوری نهائی برای شرایط $e_x = e_y = 0$

مثال :

مطلوبست طراحی یک ستون مربع شکل به منظور تحمل بار و ممانهای ضریبدار نشان داده شده در زیر

$P_u = 1602\ KN$ $\qquad$ $f_c = 21\ N/mm^2$

$M_{u_x} = 97\ KN.m$ $\qquad$ $f_y = 414\ N/mm^2$

$M_{u_y} = 111\ KN.m$ $\qquad$ $d' = 60\ mm$

گام اول: تخمین ابعاد

$$A_g = \frac{1.5P_u}{\phi_c.f_c + f_y.\rho_{st}}$$

$$\rho_{st} = 1.5\% = 0.015$$

$$A_g = \frac{1.5(1602 \times 10^3)}{0.6(21) + 414\,(0.015)} = 127751\ \ mm^2$$

$$h = b = \sqrt{127751} = 357\ \ mm$$

$$use \qquad 400^{\text{ mm}} \times 400^{\text{ mm}}$$

$$e_x = \frac{M_{uy}}{P_u} = \frac{111 \times 10^3}{1602} = 69.3\ mm$$

$$e_y = \frac{M_{ux}}{P_u} = \frac{97 \times 10^3}{1602} = 60.5\ mm$$

$$\frac{e_x}{x} = \frac{69.3}{400} > \frac{e_y}{y} = \frac{60.5}{400}$$

$$\frac{P_u}{f_c A_g} = \frac{1602 \times 10^3}{21(160000)} = 0.477 > 0.4$$

$$\alpha = (1.3 - \frac{P_u}{f_c A_g}) \frac{f_y + 275}{690} \geq 0.5$$

$$\alpha = (1.3 - 0.477) \frac{414 + 275}{690} = 0.822 > 0.5$$

$$e_{eq_x} = e_x + \frac{\alpha . e_y}{y} . x$$

$$e_{eq_x} = 69.3 + \frac{0.822(60.5)}{400}(400) = 119\ mm$$

$$M_{ueq_y} = P_u . e_{eq_x} = 1602(0.119) = 190.6\ KN.m$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{400 - 2(60)}{400} = 0.7$$

$$\frac{P_r}{\phi_c . f_c . b . h} = \frac{1602 \times 10^3}{0.6(21)400 \times 400} = 0.795$$

$$\frac{M_r}{\phi_c . f_c . b . h^2} = \frac{190.6 \times 10^6}{0.6(21)(400)^3} = 0.236$$

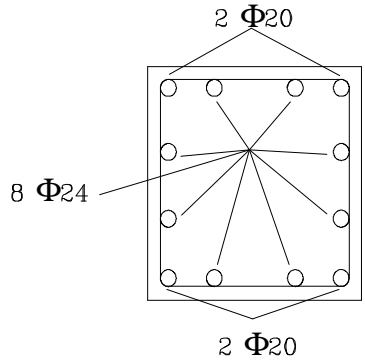
$$\mu\rho = 1.0$$

$$\mu = \frac{f_y}{\phi_c . f_c} = 32.86$$

$$\rho = 0.03$$

$$A_{st} = \rho . A_g = 0.03(400)^2 = 4800\ mm^2$$

$use \qquad 4\overline{\Phi}20 + 8\Phi24 \quad : A_s = 4880 mm^2$



کنترل به روش برسلر

۱- تعیین P_{r_x}

$$\frac{e_x}{h}=\frac{69.3}{400}=0.17$$

$$\mu\rho=?$$

$$\rho=\frac{4880}{400^2}=0.031$$

$$\mu\rho=32.86(0.031)=1.0$$

$$\gamma=\frac{h-2d'}{h}=\frac{400-2(60)}{400}=0.7$$

$$\frac{P_{r_x}}{\phi_c f_c bh}=1.052$$

$$P_{r_x}=2121\ KN$$

۲- تعیین P_{r_y}

$$P_{r_y}=?$$

$$\frac{e_y}{h}=\frac{60.5}{400}=0.15$$

$$\mu\rho=1.0$$

$$\gamma=\frac{h-2d'}{h}=\frac{400-2(60)}{400}=0.7$$

$$\frac{P_{r_y}}{\phi_c.f_c.b.h}=1.13$$

$$P_{r_y}=2278\ KN$$

۳- تعیین P_{r_o}

$$P_{r_o}=0.8\left[0.85(0.6)(21)(16\times10^4-4880)+0.85(414)4880\right]\times10^{-3}$$

$$P_{r_o}=3379KN$$

۴- تعیین P_r

$$\frac{1}{P_r}=\frac{1}{P_{r_x}}+\frac{1}{P_{r_y}}-\frac{1}{P_{r_o}}$$

$$\frac{1}{P_r}=\frac{1}{2121}+\frac{1}{2278}-\frac{1}{3379}$$

$$P_r=1627\ KN>P_u=1602\ KN$$

فصل هفتم: 7

طول مهاری و مهار میلگرد ها

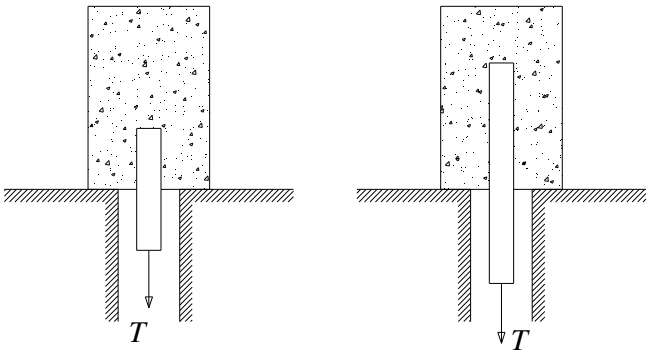
- ☑ **چسبندگی بین بتن و فولاد**
- ☑ **چسبندگی مهاری**
- ☑ **چسبندگی خمشی**
- ☑ **طول مهاری (گیرایی) برای میلگردها**

  الف) طول گیرایی مستقیم در کشش

  ب) طول گیرایی مستقیم میلگردهای فشاری
- ☑ **طول گیرایی برای گروه میلگردها**
- ☑ **طول گیرایی برای میلگردهای قلاب دار در کشش**
- ☑ **قطع میلگرد**
- ☑ **دستور العملهای آئین نامه آبا در خصوص قطع میلگرد:**
- ☑ **وصله میلگردها**
- ☑ **طول پوشش در وصله های کششی**
- ☑ **طول پوشش در وصله های فشاری**

چسبندگی بین بتن و فولاد

برای تعیین میزان چسبندگی بین بتن و فولاد مطابق شکل از دو میلگرد که در نمونه بتنی با طولهای متفاوت قرار گرفته و بتن آن به حد مقاومت 28 روزه رسیده است استفاده می کنند. به این منظور تا زمانی که سطوح میلگرد در مجاورت بتن لغزش کرده و میلگردها از داخل نمونه ها به بیرون بیاید میلگرد ها تحت کشش قرار می گیرند. همانطور که معلوم است میلگردی که دارای سطح تماس بیشتر با بتن (طول فرو رفته بیشتر) می باشد در مدت زمان دیرتر و با تحمل نیروی بیشتر مقاومت می کند.

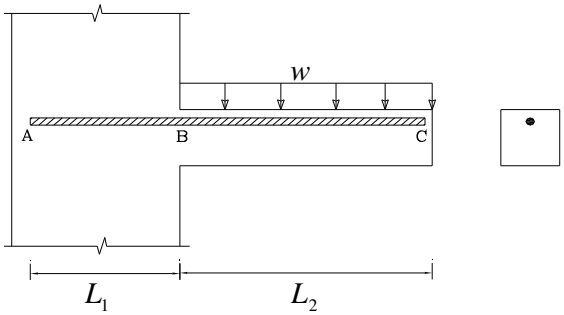


نکته1: عوامل ایجاد چسبندگی بین بتن و فولاد را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:
1) نفوذ ذرات کریستالی سیمان سخت شده در خلل و فرج سطح فولاد
2) اصطکاک بین فولاد و بتن

نکته2: بطور کلی کنترل دو نوع چسبندگی بین بتن و میلگرد در یک قطعه بتن آرمه مورد نظر می باشد که عبارتند از:
1) چسبندگی مهاری : کنترل این نوع چسبندگی جهت اطمینان از خوب درگیر بودن انتهای میلگردها در بتن می باشد.
2) چسبندگی خمشی: کنترل آن جهت اطمینان از کار کردن فولاد و بتن در تمام مقاطع، در طول عضو بتنی است.

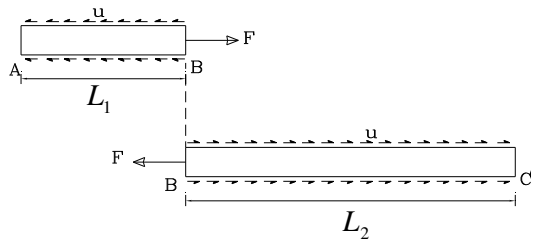
چسبندگی مهاری

چسبندگی مهاری مربوط به چسبندگی انتهای میلگرد در بتن می باشد. به همین جهت انتهای یک تیر طره بتن آرمه را در محل اتصال به ستون، مطابق شکل در نظر می گیریم و چسبندگی موجود بین بتن و میلگرد را بررسی می کنیم.



لنگر موجود در نقطه B (مقطع بحرانی برای خمش) به صورت نیروی کششی در میلگرد فوقانی ظاهر می گردد و در اثر نیروی کششی فوق تنشهای برشی در سطح تماس فولاد و بتن ایجاد می گردد که به آن تنش چسبندگی u گویند.

با افزایش میزان بار و لنگر، شدت تنشهای ایجاد شده نیز افزایش می یابد. اما این تنشها تا میزان مشخصی توسط بتن قابل تحمل می باشند که به آن تنش چسبندگی نهایی u_u گویند که از آن به بعد میلگرد در داخل بتن شروع به لغزش می کند.



وضعیت تنشها (جهت تنشها) در دو طرف مقطع بحرانی یعنی نقطه B با یکدیگر متفاوت می باشد و با توجه به طول بحرانی (کمتر) AB و رسم دیاگرام پیکره آزاد طول AB و نوشتن روابط تعادل داریم:

$$F = u.(\pi.d_b.L_1)$$

F: نیروی کششی بوجود آمده در فولاد

f_s: تنش کششی بوجود آمده در فولاد

$$F = \frac{\pi.d_b^{\,2}}{4}.f_s$$

از آنجایی که میزان تنش چسبندگی بوجود آمده در سطح فولاد متغیر بوده و قابل اندازه گیری نیست با برابر قرار دادن دو رابطه بالا با مشخص بودن مقدار f_s می توان مقدار متوسطی برای آن بدست آورد.

$$\frac{\pi.d_b^{\,2}}{4}.f_s = u.(\pi.d_b.L_1)$$

$$u = \frac{f_s.d_b}{4.L_1}$$

و چون حداکثر تنشی که فولاد می تواند تحمل کند به f_y و حداکثر تنش چسبندگی بین بتن و فولاد به چسبندگی نهایی یا u_u در آستانه سر خوردن میلگرد محدود می گردد، لذا می توان حداقل طول لازم برای مهار انتهای یک میلگرد را به صورت زیر بدست آورد بطوری که درست در زمان تسلیم فولاد، سر خوردن میلگرد در داخل بتن نیز صورت پذیرد.

$$L_d = \frac{f_y.d_b}{4u_u}$$

در رابطه فوق:

u_u: تنش چسبندگی نهایی در آستانه سر خوردن میلگرد N/mm^2

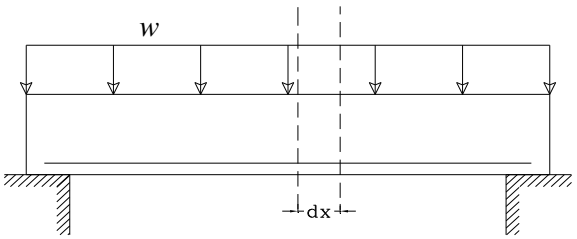
d_b: قطر میلگرد mm

L_d: حداقل طول مهاری برای جلوگیری از سر خوردن mm

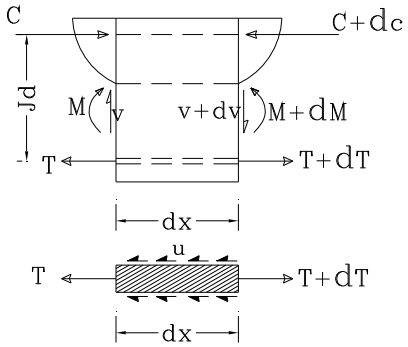
f_y: تنش تسلیم فولاد N/mm^2

چسبندگی خمشی

چسبندگی خمشی مربوط به درگیری کامل فولاد و بتن و کفایت سطح تماس آنها در طول قطعه بتن آرمه می باشد بنابراین با در نظر گرفتن قسمتی از یک تیر ساده بتن آرمه تحت خمش و تعیین تنشهای بوجود آمده در آن پس از ایجاد ترک خوردگی وضعیت چسبندگی بین بتن و فولاد را بررسی می کنیم.



اگر طول کوچکی از تیر فوق یعنی dx را در نظر بگیریم با استفاده از روابط موجود در مقاومت مصالح می توان نیروهای داخلی در دو طرف مقطع را پس از ایجاد ترک به صورت زیر در نظر گرفت.



همانطور که در شکل دیده می شود لنگر خمشی موجود در هر مقطع توسط نیروی کششی در میلگرد T یا $T+dT$ و نیروی فشاری در بتن c یا $c+dc$ تحمل می گردد.

$$T=\frac{M}{Jd}$$
$$T+dT=\frac{M+dM}{Jd} \quad \Rightarrow dT=\frac{dM}{Jd}$$

با نوشتن رابطه تعادل قطعه میلگرد در فاصله dx داریم:

$$dT=u.\sum O.dx$$

$\sum O=$ مجموع محیط تمام فولادهای کششی مقطع

$$\frac{dM}{Jd}=dT=u.\sum O.dx \quad \Rightarrow \quad \frac{dM}{dx}=V=u.\sum O.Jd$$

$$u=\frac{V}{\sum O.Jd}$$

از رابطه بدست آمده زیر برای تنش چسبندگی خمشی می توان گفت:

$$u = \frac{V}{\sum O.Jd}$$

نکته1: تنش چسبندگی خمشی متناسب با تنش فولاد نیست و تابعی از نیروی برشی مقطع است. لذا تنش چسبندگی در دو انتهای تیر و نقاط عطف که مقدار نیروی برشی زیاد است بیشتر می باشد.

نکته2: تنش چسبندگی خمشی معیار مناسبی را برای تعیین ضریب اطمینان در مقابل گسیختگی و چسبندگی به دلایل زیر نمی دهد.

1. **در نواحی لنگر خمشی کم مقطع بتن ترک نخورده می باشد و رابطه فوق بیش از حدّ واقعی خواهد بود**
2. **در ناحیه لنگر خمشی زیاد برش ناچیز است و تنش چسبندگی مطابق رابطه کم است ولی در محل ترک چون فولاد تنش زیادی را تحمل می کند تنش چسبندگی احتمالاً زیاد می باشد.**
3. **در مجاورت ترک مایل برشی تنش چسبندگی موضعی زیاد است و به علت عمل شاخه ای میلگرد طولی عامل فوق به عواملی که باعث شکافته شدن بتن اطراف میلگرد می شوند اضافه می گردد.**
4. **در محل قطع میلگردهای کششی تنش چسبندگی به طور ناگهانی زیاد می شود.**

توجه: آیین نامه بتن ایران کنترل چسبندگی خمشی را حذف و فقط کنترل مهاری میلگرد را در نظر می گیرد و یا به عبارتی فرض می کند تا زمانی که میلگرد در داخل بتن نلغزد پایداری سازه به خطر نمی افتد.

طول مهاری (گیرایی) برای میلگردها

مطابق روابط قبل حداقل طول لازم برای مهار یک میلگرد برابر است با:

$$L_d = \frac{f_y.d_b}{4u_u}$$

به جای اختیار نمودن مقدار مناسب برای u_u آئین نامه آبا روابط زیر را برای تعیین طول مهاری میلگردهای آجدار معرفی می نماید.

الف) طول گیرایی مستقیم در کشش

$$L_d = K_1.K_2.K_3.L_{db}$$

L_{db}: طول گیرایی مبنای میلگرد برحسب mm

K_1: برای میلگردهایی که حداقل 300 میلیمتر بتن در زیر آنها باشند برابر 1.3 و در سایر موارد برابر 1 است.

K_2: برای میلگردهایی که با ماده اپوکسی (رزین) پوشانده و در آنها ضخامت پوششی بتنی روی میلگرد کمتر از $3d_b$ و فاصله آزاد میلگردها کمتر از $6d_b$ باشند برابر 1.5 و در سایر موارد برابر 1.2 است.(اگر بدون اندود بود، $K_2=1$)

نکته: حصلضرب $K_1.K_2$ لازم نیست از 1.7 بیشتر در نظر گرفته شود.

K_3: ضریب نسبت سطح مقطع میلگرد لازم به سطح مقطع میلگرد بکار رفته در مقطع. که در جهت اطمینان می توان 1 در نظر گرفت.

$$K_3 = \frac{\text{سطح مقطع لازم میلگرد}}{\text{سطح مقطع میلگرد بکار رفته}}$$

L_{db}: طول گیرای مبنای میلگرد mm

$$L_{db} = \frac{d_b . f_y}{4 f_b} \geq 300mm$$

d_b: قطر میلگرد mm

f_b: مقاومت پیوستگی بتن (N/mm^2)

$$f_b = \lambda_1 . \lambda_2 . f_{bd}$$
$$f_{bd} = 0.65\sqrt{f_c}$$

*** λ_1 ضریب قطر میلگرد است که به صورت زیر تعیین می شود:**

- برای میلگردهای با قطر کوچکتر مساوی 20mm : $\lambda_1 = 1$
- برای میلگردهای با قطر بزرگتر از 20mm : $\lambda_1 = 0.8$

*** ضریب λ_2 ضریب فاصله ی میلگرد است که با توجه به مقدار پوشش بتن روی میلگردها و فاصله آنها از یکدیگر به شرح زیر اختیار می گردد:**

الف) در تیرها و ستونها:

در مواردی که پوشش بتن روی میلگردها بیشتر از d_b باشد، و فاصله ی آزاد میلگردهایی که در یک محل قطع و یا وصله می شوند از یکدیگر مساوی و یا بیشتر از d_b بوده و یا در طول گیرایی خاموت گذاری شده باشد، $\lambda_2 = 0.85$ و در سایر موارد $\lambda_2 = 0.6$.

ب) در دالها و سایر قطعات

در مواردی که پوشش بتن روی میلگردها بیشتر از d_bبوده و فاصله داخل به داخل میلگردهایی که در یک محل مهار و یا وصله می شوند از یکدیگر مساوی یا بیشتر از $2d_b$باشند، $\lambda_2 = 0.85$ و در سایر موارد $\lambda_2 = 0.6$.

ب) طول گیرایی مستقیم میلگردهای فشاری

طول گیرایی برای میلگرد های مستقیم که در فشار قرار می گیرند برابر است با:

$$L_{dc} = \alpha_1 . \alpha_2 . L_{dcb}$$
$$L_{dcb} = \frac{d_b . f_y}{4 f_{bc}}$$
$$f_{bc} = 1.5 f_{bd} = 1.5\left(0.65\sqrt{f_c}\right) = 0.98\sqrt{f_c} \leq 6.5\ MPa$$

L_{dcb}: طول گیرایی مبنا در فشار mm

α_1: نسبت سطح مقطع میلگرد لازم به سطح مقطع میلگرد بکار رفته

$$\alpha_1 = \frac{\text{سطح مقطع میلگرد لازم}}{\text{سطح مقطع میلگرد بکار رفته}}$$

α_2: در کلیه موارد برابر 1 است مگر آنکه میلگردها درطول گیرایی با دورپیچ به قطرحداقل $6\ mm$و گام حداکثر $100\ mm$و یا با خاموت به قطر $12\ mm$ و فاصله حداکثر $100\ mm$ از یکدیگر، مطابق ضوابط خاموت گذاری در قطعات فشاری محصور شده باشد که در این حالت ضریب α_2 را می توان 0.75 منظور نمود.

طول گیرایی برای گروه میلگردها

گروه میلگرد یا دسته میلگرد از جمع و دسته کردن چندین میلگرد در کنار هم بوجود می آید و در یک گروه میلگرد باید نکات زیر رعایت گردد:

نکته 1: از دسته کردن بیش از 4 میلگرد باید خودداری نمود

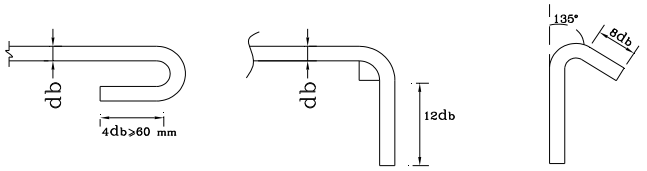
نکته 2: در تیرها توصیه می شود که میلگردهای مساوی یا بزرگتر از $\Phi 36$ را با هم دسته نکرد .

نکته 3: در صورت استفاده از میلگردهای گروهی، طول گیرایی (چه در کشش و یا فشار) میلگردهای دسته شده برابر است با طول گیرایی یک میلگرد ضربدر 1/2 برای گروه میلگرد 3 تایی و یا ضربدر1/33 برای گروه میلگرد 4 تایی.

نکته 4: برای تعیین طول گیرایی یک میلگرد در گروه میلگردها ضرایب λ_1, λ_2 در رابطه $f_b = \lambda_1 \lambda_2 f_{bd}$ باید بر اساس قطر میلگرد فرضی با مقطع معادل گروه میلگردها اختیار شوند.

طول گیرایی برای میلگردهای قلاب دار در کشش

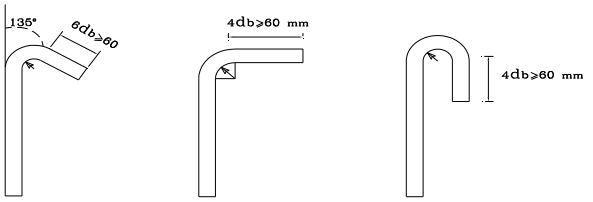
در مواردی که نتوان مهار لازم برای فولادهای کششی را به وسیله طول گیرایی مستقیم تامین نمود، انتهای میلگردها را می توان خم نموده و بصورت قلاب در آورد.



حداقل شعاع داخلی خم قلابها در شکلهای فوق برابر است با :

قطر میلگردها	نوع فولاد	
کمتر از 28mm	<300	<400
	2.5db	3db
28 تا 36mm	3db	4db

در خصوص خاموتها مشخصات قلابها بصورت زیر می باشد.



حداقل شعاع داخلی خم برای خاموتها با قطر کوچکتر از $16\ mm$ برابر است با

برای فولاد <300 r=2db

برای فولاد <400 r=2db

طول گیرایی میلگرد قلابدار برابر است با

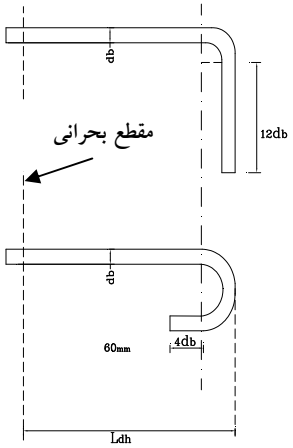
$$L_{dh} = \beta_1.\beta_2.\beta_3.L_{dhb} \geq (8d_b\ , 150\ \text{mm})$$

L_{dhb} : طول گیرایی مبنای میلگرد قلاب دار

$$L_{dhb} = \frac{d_b.f_y}{4f_b}$$

$$f_b = \sqrt{f_c}$$

f_b : مقاومت پیوستگی بتن



β_1 در کلیه موارد برابر 1 مگر آنکه پوشش بتنی روی قلاب در امتداد عمود بر صفحه قلاب در قلابهای 180 درجه و 90 درجه بیش از 65 و پوشش در صفحه ی قلاب 90 درجه، 50 میلیمتر باشند که در اینصورت $\beta_1 = 0.7$

β_2 در کلیه موارد $\beta_2 = 1$ مگر در مواردیکه در طول گیرایی با خاموتهایی با فاصله کمتر از $3d_b$ از یکدیگر محصور شده باشد که در آن صورت $\beta_2 = 0.8$

$$\beta_3 = \frac{\text{سطح مقطع میلگرد لازم}}{\text{سطح مقطع میلگرد بکاررفته}}$$

نکته1: برای میلگردهایی که به وسیله قلاب در انتهای غیر ممتد اعضا مهار شوند(مانند اتصال تیر به ستون کناری) بطوریکه ضخامت قشر بتن جانبی و نیز ضخامت قشر بتن فوقانی (یا تحتانی) روی قلاب کمتر از 65mm باشد، میلگرد منتهی به قلاب باید در داخل خاموت هایی که در سراسر طول گیرایی و با فاصله کمتر از $3d_b$ از یکدیگر قرار دارند، محصور شوند. در این حالت $\beta_2 = 1$

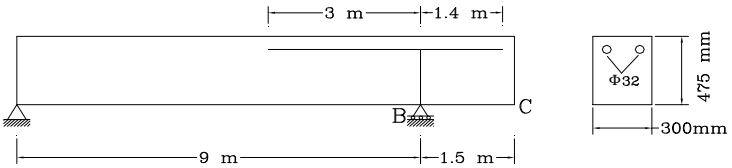
نکته2: اثر قلاب ها برای مهار میلگردهای تحت فشار موثر نیست.

مثال :

محاسبات نشان می دهد که سطح مقطع مورد نیاز برای فولادهای فوقانی تیر در تکیه گاه B معادل $1575mm^2$ می باشد.

الف) در صورتیکه دو میلگرد $\overline{\Phi}32$ انتخاب شود ، آیا ضوابط طول گیرایی طبق آئین نامه آیا رعایت می شوند؟

ب) در صورتیکه طول مهاری کافی در دهنه BC رعایت نگردد ماکزیمم قطر مجاز را درصورتی که از قلاب استاندارد استفاده نگردد تعیین کنید.



$$f_y = 420\ N/mm^2$$

$$f_c = 25\ N/mm^2$$

$$A_s = 1608$$

حل:

$$L_d = K_1 K_2 K_3 L_{db}$$

$$K_1 = 1.3$$

$$K_2 = 1$$

$$K_3 = \frac{1575}{1608} = 0.98$$

$$K_1 K_2 = 1.3(1) < 1.7$$

$$L_d\,(1.3)(1)(0.98) L_{db} = 1.27 L_{db}$$

$$L_{db} = \frac{d_b . f_y}{4 f_b} \geq 300$$

$$f_b = \lambda_1 \lambda_2 f_{bd} \qquad , f_{bd} = 0.65\sqrt{25} = 3.25$$

$$\lambda_1 = 0.8 \qquad \lambda_2 = 0.85$$

$$f_b = 3.25 \times 0.8 \times 0.85 = 2.21$$

$$L_{db} = \frac{32(420)}{4(2.21)} = 1520\ mm$$

$$L_d = 1.27 L_{db} = 1930\ mm > 1400$$

مطلوب نیست.

ب)

$$L_d = 1400\ mm$$

$$K_3 = 1$$

$$L_d = (1.3)(1) L_{db} \quad \Rightarrow \quad L_{db} = 1077\ mm$$

$$L_{db} = \frac{d_b f_y}{4 f_b}$$

$$f_b = \lambda_1 \lambda_2 f_{bd} \Rightarrow f_b = 2.21\ N/mm^2$$

$$L_{db} = \frac{db(420)}{4(2.21)} \quad \Rightarrow \quad db = 22.7 \quad \Rightarrow use\ \phi 24$$

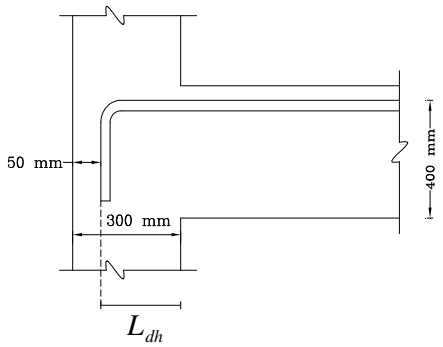
مثال :

آیا میلگرد $\overline{\Phi}16$ نشان داده شده در تصویر یا قلاب استاندارد 90° بطور ایمنی مهار شده است ؟

* پوشش بتنی روی قلاب عمود بر صفحه قلاب 65mm می باشد.

$f_c = 25\ N/mm$

$f_y = 420\ N/mm$



$$\beta_3 = \frac{A_{s\ required}}{A_{s\ existing}} = 0.9$$

حل:

طول گیرایی موجود $= 300 - 50 = 250\ mm$

$L_{dh} = \beta_1.\beta_2.\beta_3.L_{dh\,b} \geq 8d_b = 8\times 16 = 128$ or 150 mm

$\beta_1 = 0.7$

$\beta_2 = 1$

$\beta_3 = 0.9$

$f_b = \sqrt{f_c} = \sqrt{25} = 5$

$$L_{dh\,b} = \frac{d_b.f_y}{4f_b} = \frac{16\,(420)}{4\,(5)} = 336\ mm$$

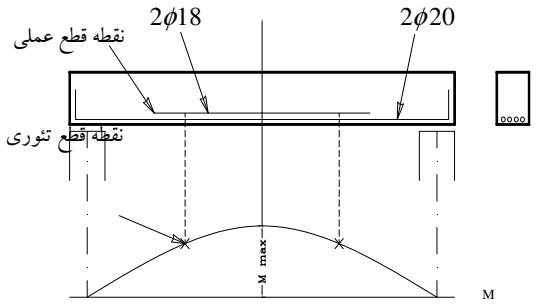
$L_{dh} = 0.7(1)(0.9)(336) = 212\ mm < 250\ mm$

طول گیرایی قلاب به اندازه $250\ mm$ کافی می باشد.

قطع میلگرد

نقطه قطع تئوری : نقطه ای که بعد از آن ، با توجه منحنی ممان خمشی ، نیازی به میلگردهایی که می خواهیم قطع نمایم نیست.

نقطه قطع عملی: نقطه ای که عملاً میلگردهای مورد نظر قطع می گردند.



دستور العملهای آئین نامه آبا در خصوص قطع میلگرد :

الف. دستور العملهای کلی برای میلگردهای خمشی مثبت و منفی

1) نقطه قطع عملی میلگردها، باید در فاصله $12d_b$ و یا d (هر کدام بیشتر است) فراتر از نقطه تئوری قرار گیرد.

2) در مقاطعی که ممان خمشی در آنها ماکزیمم است و یا قسمتی از میلگردها قطع می شوند، باید حداقل طول مهاری در دو طرف این مقا طع تامین گردد.

3) میلگردهای کششی نباید در منطقه کششی قطع شوند مگر اینکه یکی از شرایط زیر صادق باشند:

- مقدار میلگردهایی که ادامه پیدا می کند سطح مقطعی دو برابر سطح مقطع لازم برای خمش در محل قطع باشد و نیروی برشی مقاوم مقطع V_r در محل قطع میلگرد به اندازه حداقل 25٪ بیشتر از نیروی برشی موجود در مقطع باشد.
- نیروی برشی مقاوم V_r در محل قطع میلگرد به اندازه حداقل 33٪ بیشتر از نیروی برشی نهائی در مقطع V_u باشد.
- خاموتهای اضافی در فاصله ای برابر $\frac{3}{4}$ ارتفاع موثر $\left(\frac{3}{4}d\right)$ از محل قطع عملی میلگردها علاوه بر خاموتهای لازم برای برش و پیچش، در جهت افزایش ممان خمشی قرار گیرد. سطح مقطع خاموتهای اضافی برابر است با:

$$A_V = 0.42 b_W \frac{S}{f_y}$$

$$S \le \frac{d}{8\beta_b}$$

$$\beta_b = \frac{\text{سطح مقطع میلگردهای قطع شده}}{\text{سطح مقطع کل میلگردها}}$$

ب. دستور العملهای خاص برای میلگردهای خمشی مثبت

1) در تیرهای ساده ممان در نزدیکی تکیه گاهها نا چیز است و از نظر تئوری نیاز به میلگرد نیست . با این حال آئین نامه مقرر می دارد حداقل $\frac{1}{3}$ میلگردهای حداکثر تا روی تکیه گاه ادامه داده شود و این میلگردها باید حداقل به اندازه 15 سانتیمتر بداخل تکیه گاه برده شوند. در مورد تیرهای یکسره به میزان $\frac{1}{4}$ میلگردهای حداکثر تا روی تکیه گاهها ادامه داده و حداقل به اندازه 15 سانتیمتر داخل تکیه گاه شوند.

2) در نقاط نیروی برشی زیاد و ممان خمشی کم (در تکیه گاههای ساده ، در محل نقطه عطف تیرهای سراسری) لازم است تنشهای چسبندگی خمشی کنترل شود که این امر با تحقیق رابطه زیر انجام می شود :

$$L_d \le \frac{M_r}{V_u} + L_a \qquad (a)$$

نکته1: رابطه بالا محدود نمودن قطر میلگردهای طولی را در بر دارد .

نکته2: در صورتیکه تکیه گاه ساده فشاری باشد مقدار $\frac{M_r}{V_u}$ را می توان به اندازه 30 ٪ افزایش داد.

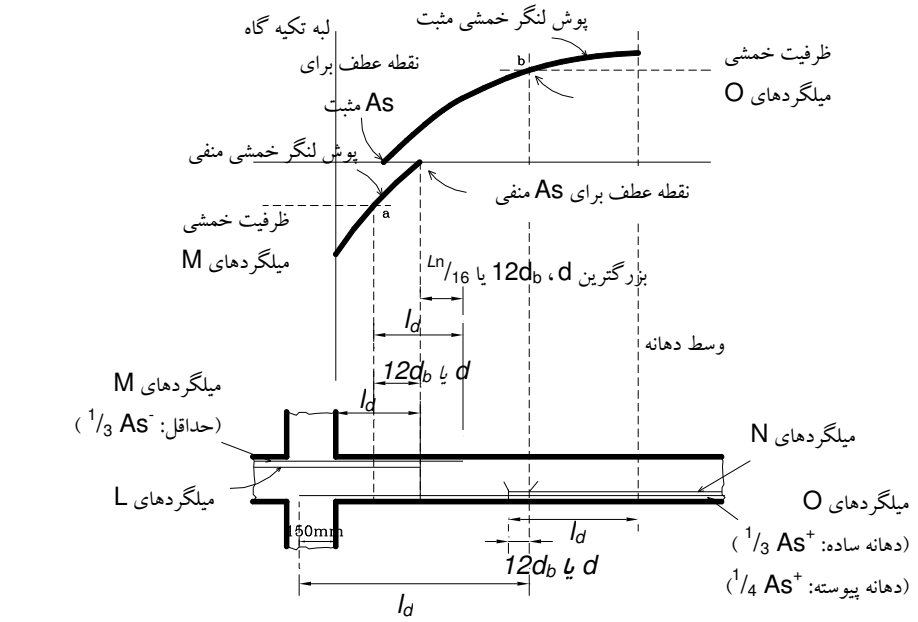
$$L_d \le 1.3\frac{M_r}{V_u} + L_a \qquad (b)$$

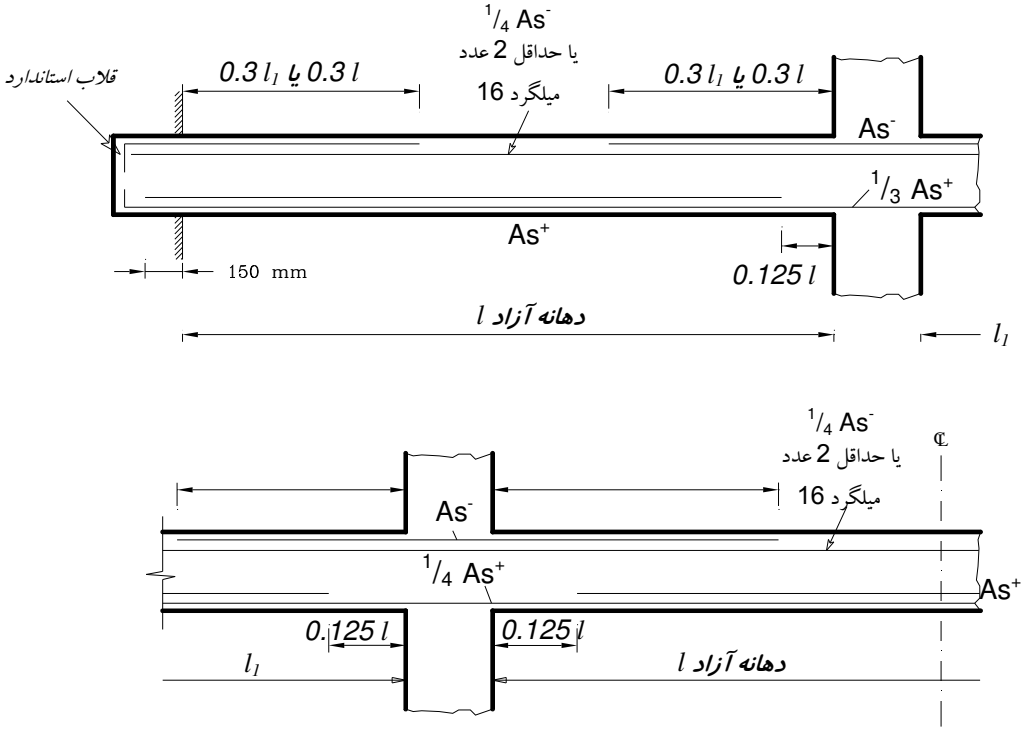
نکته2: در تکیه گاههای ساده در صورتیکه از قلاب استاندارد بعد از محور تکیه گاه استفاده شود نیازی به کنترل رابطه بالا (رابطه a یا b) نمی باشد .

ج. دستورالعملهای خاص میلگردهای خمشی منفی

1) میلگردهای منفی باید حداقل به اندازه طولی برابر d یا $12d_b$ فراتر از نقطه ای که مورد نیاز نیستند ادامه داده شوند .

2) حداقل به اندازه $\frac{1}{3}$ از میلگردهای منفی باید به اندازه طولی برابر d و $12d_b$ و $\frac{L_n}{16}$ (L_n: فاصله آزاد دهانه) از محل نقطه عطف بداخل تیر فراتر روند.


لبه تکیه گاه
نقطه عطف برای
As مثبت
پوش لنگر خمشی مثبت
ظرفیت خمشی
میلگردهای O
پوش لنگر خمشی منفی
نقطه عطف برای As منفی
ظرفیت خمشی
میلگردهای M
بزرگترین d ، 12db یا Ln/16
ld
وسط دهانه
12db یا d
میلگردهای M
(حداقل: 1/3 As-)
میلگردهای N
میلگردهای L
میلگردهای O
(دهانه ساده: 1/3 As+)
(دهانه پیوسته: 1/4 As+)
150mm
ld
12db یا d
ld

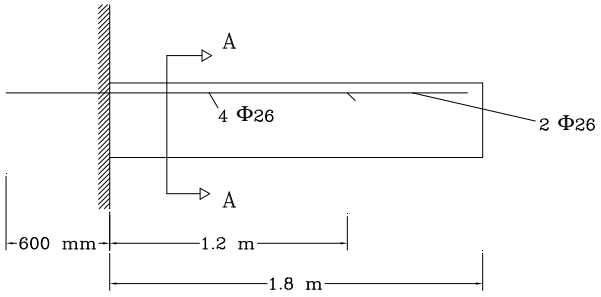

1/4 As-
یا حداقل 2 عدد
میلگرد 16
قلاب استاندارد
0.3 l1 یا 0.3 l
0.3 l1 یا 0.3 l
As-
1/3 As+
As+
150 mm
0.125 l
دهانه آزاد l
l1
1/4 As-
یا حداقل 2 عدد
میلگرد 16
As-
1/4 As+
As+
0.125 l
0.125 l
l1
دهانه آزاد l

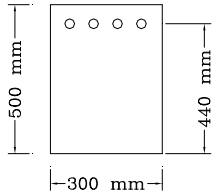
مثال :

بر تیر کنسول نشان داده شده در شکل ، بار یکنواخت (بدون ضریب) مرده $26.5\ KN/m$ و بار زنده (بدون ضریب) $31\ KN/m$ وارد می شود کفایت میلگردهای انتخابی را کنترل نمائید. ضمناً کفایت طول فرورفته در دیوار را نیز کنترل نمائید.

$f_c = 21\,N/mm^2$

$f_y = 280\,N/mm^2$





مقطع A−A

حل:

$w_u = 1.25w_{DL} + 1.5w_{LL}$

$w_u = 1.25(26.5) + 1.5(31)$

$w_u = 80\ \ KN/m$

$M_u = \frac{1}{2}(80)(1.8)^2 = 129.6\ \ KN.m$

محاسبه ظرفیت خمشی مقطع بتنی با دو میلگرد 26

$A_s = 2\times 530.9 = 1061.9mm^2$

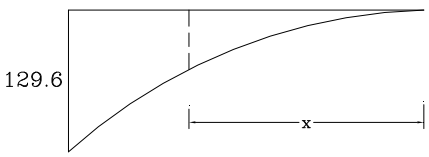
$M_r = A_s.f_{yd}.(d - \frac{a}{2})$

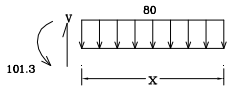
$M_r = A_s.f_{yd}.(d - 0.5\frac{A_s}{b}.\frac{f_{yd}}{0.85f_{cd}})$

$M_r = 1061.9(0.85\times 280)\times\left[440 - 0.5\frac{1061.9}{300}\frac{0.85\times 280}{0.85\times(0.6)(21)}\right] = 101.3\times 10^6\ \ N.mm$

$M_r = 101.3\ \ KN.m$

دیاگرام ممان خمشی





X=1.59 m

$$0.21m+\begin{cases} d=0.44 \\ 12d_b=0.312 \end{cases}=0.65$$

تعیین طول گیرایی برای میلگرد $\overline{\Phi}26$

$$L_d=K_1.K_2.K_3.L_{db}$$
$$K_1=1.3 \qquad K_2=1 \qquad K_3=1$$
$$L_{db}=\frac{d_b.f_y}{4f_b}$$
$$f_b=\lambda_1.\lambda_2.f_{bd}$$
$$f_{bd}=0.65\sqrt{f_c}=0.65\sqrt{21}=2.98\ N/mm^2$$
$$\lambda_1=0.8$$
$$\lambda_2=0.85$$
$$f_b=2.03$$
$$L_{db}=\frac{26(280)}{4(2.03)}=896.6mm$$
$$L_d=(1.3)(1)(1)(896.6)=1116\ mm$$
$$L_{d\ \text{لازم}}=1.116\ m$$
$$L_{d\ \text{موجود}}=1.2\ m>1.116\ m$$

$$L_{d\ \text{موجود}}=0.6\ m$$
$$L_{d\ \text{لازم}}=1.116\ m$$
$$L_{d\ \text{موجود}}<L_{d\ \text{لازم}}$$

کافی نیست!

حداقل طول لازم برای طول گیرایی مستقیم 1/116 متر می باشد. در صورتی که این طول مهاری امکان پذیر نباشد می بایستی از قلاب استفاده نمود.

$$L_{dh}=\beta_1.\beta_2.\beta_3.L_{dhb}\geq 8db=208$$
$$\beta_1=1$$
$$\beta_2=1$$
$$\beta_3=1$$
$$L_{dhb}=\frac{d_b.f_y}{4f_b} \qquad f_b=\sqrt{f_c}=\sqrt{21}=4.58\ N/mm^2$$
$$L_{dhb}=\frac{26(280)}{4(4.58)}=397\ mm$$
$$L_{dh}=L_{dhb}=397\ mm\approx 0.4\ m$$
$$L_{d\ \text{موجود}}=0.6\ m>0.4\ m$$

وصله میلگردها

بدلیل محدودیت در طول میلگردها (12 متر هر شاخه) گاهی اوقات نیاز است دو میلگرد را بهم متصل نمود. که این عمل را وصله کردن میلگردها بهم گویند.

وصله میلگردها به روشهای زیر صورت می گیرد:

1) بوسیله جوش

الف. جوش نوک به نوک که در کارخانه قابل اجرا می باشد.

ب. جوش با پهلوی هم قرار دادن طولی از میلگردها و جوش دادن کامل آنها بهم

نکته: جوش باید به اندازهای باشد که وصله بتواند نیرویی برابر $1.25f_y$ را تحمل کند

2) بوسیله پوشش میلگردها : (که در عمل بیشتر متداول است)

نکته1: طول L_s (طول پوشش یا طولی که دو میلگرد روی هم باید قرار گیرند) باید به اندازه باشد که در آن فولاد بتواند نیروی خود را ابتدا به بتن و سپس از بتن به فولاد بعدی منتقل نماید.

نکته2: حداقل طول لازم برای پوشش برابر است با طول مهاری L_d البته بدلیل وجود تمرکز تنش در اطراف دو میله لازم است طول پوشش L_s کمی بیشتر از L_d اختیار شود.

نکته3: وصله پوششی برای میلگردها تا قطر کمتر از 36 میلیمتر مجاز است و برای میلگردهای با قطر بزرگتر، از روش جوش استفاده می گردد.

طول پوشش در وصله های کششی

اعضای خمشی و یا تحت توام خمش و فشار

بطور کلی وصله ها نباید در ناحیه ایکه ممان خمشی ماکزیمم است قرار داده شوند، در صورت اجبار، بهتر است:

- همه میلگردها در یک مقطع قطع نگردد.
- وصله میگردها در طول پراکنده باشند

نکته1: در صورت برقراری همزمان دو شرط زیر طول پوشش را می توان به اندازه طول مهاری در نظر گرفت.

1) مقدار آرماتور موجود در مقطع در ناحیه طول پوششی حداقل به اندازه دو برابر مقدار مورد نیاز باشد.

2) حداکثر نصف آرماتور موجود در مقطع در ناحیه طول پوششی وصله شوند.

نکته2: طول پوشش در وصله های کششی نباید از 30cm کمتر باشد.

نکته3: در عمل معمولاً طول پوشش را بیشتر از 40 برابر قطر میلگرد می گیرند.

نکته4: برای میلگردهای گروهی، طول وصله برابر است با طول لازم برای تک تک میلگردهای گروهی که برای گروه سه تایی به اندازه 20٪ و برای گروه چهار تایی به اندازه 33٪ افزایش داده می شود.

نکته5: میلگردهای گروه شده صرفاً بوسیله وصله نمودن هر یک از میلگردهای تکی در طولی از گروه، وصله پوششی می شوند و در واقع دو گروه میلگرد را نباید بصورت میلگردهای تکی وصله پوششی نمود.

طول پوشش در وصله های فشاری

طول وصله برای میلگردهای با $f_y = 400\ N/mm^2$ و کمتر

$$L_s = 0.07 f_y . d_b$$

و برای میلگردهای با مقاومت بالاتر $f_y > 400\ N/mm^2$

$$L_s = (0.13 f_y - 24) . d_b$$

نکته1: طول پوشش در هر حال نباید کمتر از 30cm باشد.

نکته2: در شرایطی که میلگردهای فشاری با اندازه های مختلف وصله می شوند، طول وصله باید برابر بزرگترین یکی از دو مقدار زیر اختیار شود:

1. طول مهاری میلگرد بزرگتر.
2. طول وصله میلگرد کوچکتر.

ضوابط مربوط به وصله میلگردها در ستونها

وصله پوششی میلگردهایی که در فشار قرار دارند مشمول ضوابط مربوط به وصله در فشار و میلگردهای در کشش مشمول ضوابط مربوط به وصله در کشش می گردند.

نکته1: برای میلگردهای کششی، در صورتیکه تنش موجود در آنها کمتر از $0.5 f_y$ و تعداد میلگردهایی که در طول ناحیه پوششی وصله می شوند کمتر از نصف میلگردهای کششی باشد، طول پوشش باید حداقل برابر L_d اختیار شود، در غیر این صورت باید حداقل $1.3 L_d$ اختیار شود.

نکته2: در قطعات تحت فشار چنانچه در ناحیه وصله میلگرد عرضی با سطح مقطع بیشتر از $0.0015 h_s$ موجود باشد و میلگردهای عرضی بصورت تنگ باشد طول پوشش را می توان به اندازه 20 ٪ کاهش داد و یا به اندازه 25 ٪ کاهش داد اگر میلگرد عرضی بصورت دور پیچ باشد. بهرحال طول پوشش نباید از 30cm کمتر باشد.

توجه: در محاسبه سطح مقطع در رابطه بالا برای میلگرد عرضی (تنگ) تنها سطح مقطع شاخه های عمود بر امتداد h منظور می شود (h بعد مقطع).

فصل هشتم: ۸

ستونهای لاغر

- ☑ **ستونهای لاغر تحت اثر فشار محوری**
- ☑ **ستونهای لاغر تحت اثر مشترک فشار محوری و لنگر خمشی**

ستون لاغر بدون انتقال جانبی(مهار شده)

ستونهای لاغر با انتقال جانبی (مهار نشده)

معیارهای تعیین مهارشدگی قابها

- ☑ **روشهای آئین نامه ای طراحی ستونهای لاغر**

روش تشدید ممانهای خمشی

قاب مهار شده

قاب مهار نشده

حداقل خروج از مرکزیت بار

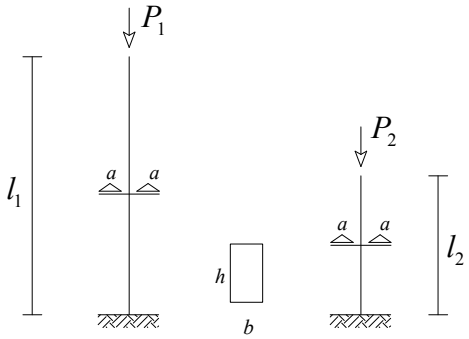
- ☑ **روش تقلیل ظرفیت بار بری**
- ☑ **اثر لاغری در ستونهای تحت اثر خمش در محوره**
- ☑ **تشدید ممان خمشی در تیرهای متصل به ستون**

ستون های لاغر:

ستونی را لاغر گویند که ابعاد مقطع آن، در مقایسه با طولش کم باشد. برای تعیین لاغری از ضریبی به نام **"ضریب لاغری"** استفاده می کنند.

$$\lambda = \frac{K.L}{\mathrm{r}}$$

نکته: در دو ستون با سطح مقطع یکسان و طول نامساوی ستونی که دارای طول بلندتر می باشد تحت نیروی فشاری کوچکتر (به علت پدیده کمانش) از بین می رود.



$P_1 < P_2$
$l_1 > l_2$

۱. ستونهای لاغر تحت اثر فشار محوری

نیرویی که باعث از بین رفتن یک ستون لاغر مستقیم، تحت فشار محوری می گردد به نام بار بحرانی کمانش (اولر) تعریف می گردد.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2.E.I}{(KL)^2}$$

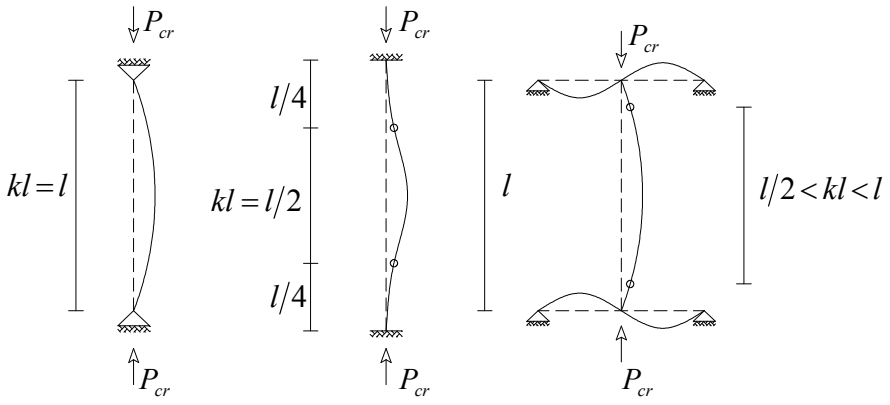
I : ممان اینرسی حداقل مقطع

KL : طول موثر کمانش

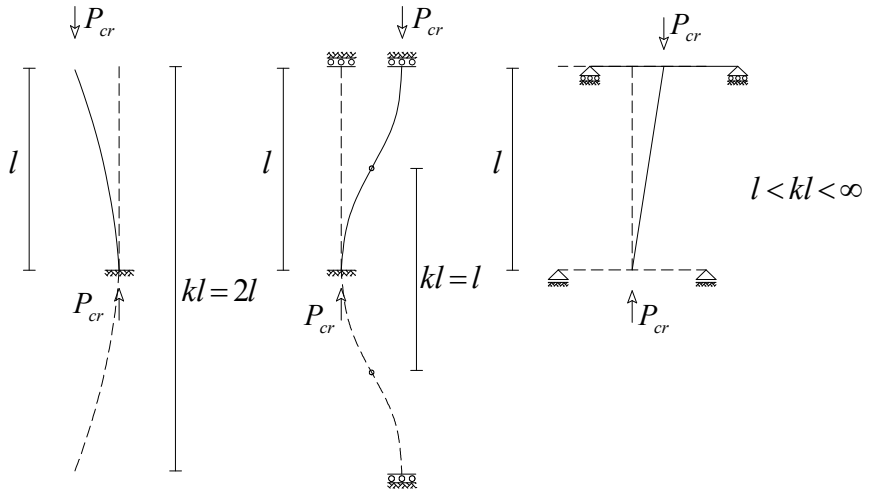
E_t : مدول الاستیسیته مماسی

نکته: ضریب KL طول موثر ستون می باشد که بستگی به شرایط گیرداری انتهای ستون دارد و برای چند نوع ستون به صورت زیر می باشد.

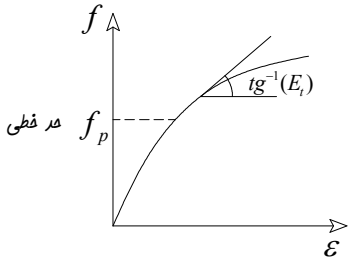
الف) ستون بدون انتقال جانبی:



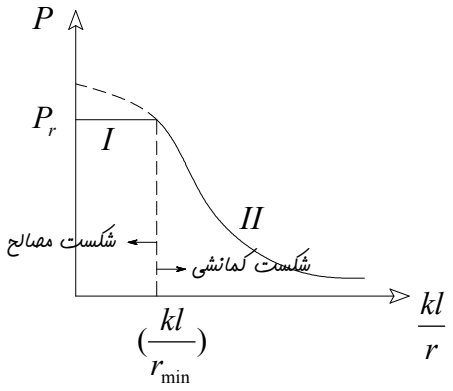
ب) ستون با انتقال جانبی:



نکته: در مورد اعضای بتنی، نمودار تنش-کرنش مطابق شکل است که در آن f_p تنش حد خطی مصالح می باشد و در صورتی که تنش $\frac{P_{cr}}{A}$ از f_p کمتر گردد، مدول E_t همان E (مدول الاستیسیته) می باشد و در صورتی که $\frac{P_{cr}}{A}$ بیشتر از f_p گردد، E_t تبدیل به مدول مماسی (تانژانت زاویه مماس بر نمودار تنش-کرنش) می گردد که با افزایش تنش مقدار E_t کاهش می یابد.



نمودار بار بحرانی ستون در مقابل ضریب لاغری به صورت زیر می باشد که به" **منحنی ستون**" معروف است.



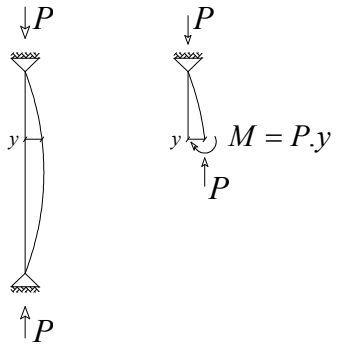
I) $P_r = 0.85 f_{cd}.(A_g - A_{st}) + A_{st}.f_{yd}$

II) $P_{cr} = \frac{\pi^2.E.I}{(KL)^2}$

در نمودار فوق برای ضریب لاغری های کوچک شکست ستون در اثر شکست مصالح و برای لاغری های بزرگتر شکست ستون در اثر" **پدیده کمانش**" رخ می دهد.

شکست در اثر پدیده کمانش:

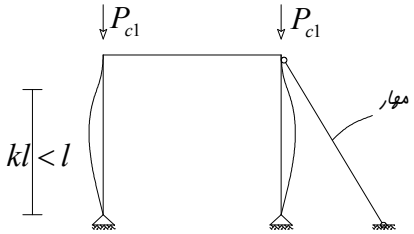
اگر یک ستون ساده (دو سر مفصل) از مصالح الاستیک را در نظر بگیریم که تحت اثر نیروی فشاری خالص قرار دارد، ستون در اثر نیروی فوق انحنا پیدا می کند و در هر مقطع مانند $a-a$ از ستون علاوه بر نیروی محوری لنگر خمشی $M = P.y$ نیز عمل می کند. تغییر شکل جانبی y به طور تسلسلی افزایش می یابد (لنگر باعث ایجاد انحنا و انحنا باعث افزایش لنگر می گردد) تا اینکه تنشهای ناشی از خمش افزاینده با تنشهای نیروی فشاری اولیه باعث از بین رفتن ستون می گردند.



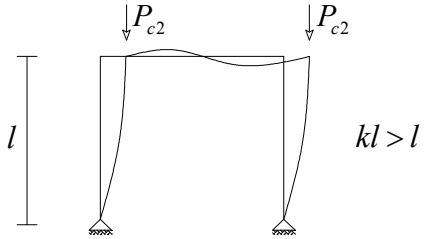
نکته: در مورد ستونهای لاغر تحت بار محوری می توان گفت :

۱. **ظرفیت فشاری عضو تحت فشار، با افزایش ضریب لاغری کاهش می یابد.**

۲. **در ستونهایی که از انتقال جانبی دو انتهای آن جلوگیری شده یا ستونهایی که جزئی از یک قاب مهار بندی شده در مقابل انتقال جانبی می باشند طول موثر KL بسته به درجه گیرداری دو انتهای آن بین L و $L/2$ می باشد. (در جهت اطمینان $K = 1$ در نظر گرفته می شود.)**



۳. **در ستونهایی که انتقال جانبی دو انتهای آن آزاد است یا ستونهایی که جزئی از یک قاب مهار نشده هستند طول موثر KL همیشه از L بزرگتر است و هر چه درجه گیرداری دو انتها کم شود طول موثر بزرگتر می گردد. ($K > 1$)**



۴. **بار کمانشی قاب مهار شده به مراتب بزرگتر از بار کمانشی قاب مهاربندی نشده می باشد. ($P_{c2} < P_{c1}$)**

۲. ستونهای لاغر تحت اثر مشترک فشار محوری و لنگر خمشی

اغلب ستونهای بتن مسلح علاوه بر نیروی محوری فشاری تحت لنگر خمشی ناشی از

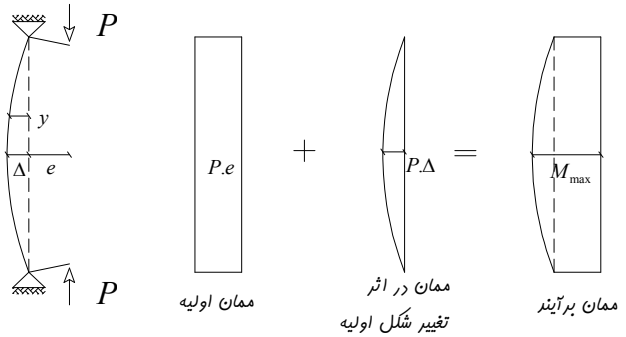
- بارگذاری جانبی
- لنگر انتهایی ناشی از یکپارچگی اتصالات

قرار دارند و ستونهای لاغری که فشار محوری را به همراه خمش تحمل می کنند ممکن است دچار کاهش مقاومت ناشی از خیز جانبی گردند.

نکته: قابهای ساختمانی به دو دسته مهار شده و مهار نشده تقسیم می گردند. در یک قاب مهار شده از انتقال جانبی دو انتهای ستون (با ایجاد دیوار برشی یا مهاربند) جلوگیری می شود ولی در قابهای مهار نشده انتقال جانبی دو انتهای ستون آزاد است.

۲-۱. ستون لاغر بدون انتقال جانبی(مهار شده)

با رجوع به تصویر زیر ممان وارده در دو انتها $M_0 = P.e$ موسوم به ممان اولیه باعث ایجاد خمش در ستون می شود که این بر خروج از مرکزیت موثر بار در مقاطع دور از دو انتها، اضافه خواهد شد.



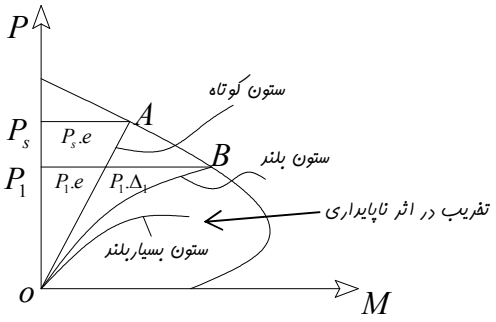
اگر Δ برابر خیز جانبی ستون در وسط ارتفاع باشد، حداکثر ممان خمشی در این مقطع برابر است با:

$$M_{max} = P.(e+\Delta) = P.e + P.\Delta = M_0 + P.\Delta$$

M_0 : ممان اولیه

$P.\Delta$: ممان اضافه شده در اثر خیز ستون که ممان $P.\Delta$ نیز نامیده می شود.

نکته: خیز Δ بستگی به مقدار ممان دارد و ممان هم بستگی به مقدار P دارد لذا تغییرات M_{max} نسبت به P غیرخطی بوده و سرعت افزایش M_{max} از سرعت افزایش بار P به علت افزایش $P.\Delta$ بیشتر است.



اگر منحنی ظرفیت P-M یک ستون با دو طول مختلف و با مقطع و مشخصات مکانیکی ثابت را رسم کنیم، (شکل بالا) می توان در مورد آنها گفت:

۱. اگر ستون کوتاه باشد، خیز جانبی آن در حد غیر قابل توجهی کوچک خواهد بود و حداکثر ممان نسبت به e بطور خطی بزرگ می شود.

$$M_{\max} = \mathrm{P.e}$$

۲. اگر ستون بلند باشد، مقدار خیز Δ ناشی از افزایش بار، دیگر غیر قابل توجه نبوده و ممان حداکثر در امتداد منحنی OB تغییر خواهد کرد.

$$M_{\max} = \mathrm{P.(e+\Delta)}$$

۳. در صورتی که ستون بسیار بلند باشد تخریب ستون در اثر ناپایداری بوده و دیگر به منحنی ظرفیت نمی رسد.

نکته: هر نقطه روی نمودار نشانگر مرز تخریب است .

همانطور که دیده می شود تغییر شکل زیاد باعث افزایش لنگر در ستون یا تشدید ممان می گردد و مقدار تغییر شکل به دو عامل بستگی دارد

- ممانهای انتهایی ستون و نسبت آنها $\frac{M_1}{M_2}$
- نزدیکی P به P_{cr}

بنابراین ضریب تشدید ممان با توجه به این دو عامل در نظر گرفته می شود.

تاثیر نزدیکی P به P_{cr} در افزایش میزان Δ و تشدید لنگر:

مقدار تغییر شکل جانبی ستون Δ علاوه بر آنکه به مقدار ممانهای انتهایی ستون بستگی دارد ، به مقدار قابل ملاحظه ای به دوری یا نزدیکی بار محوری P به بار بحرانی P_{cr} وابسته است.

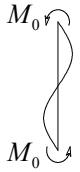
هر اندازه P به P_{cr} نزدیکتر باشد Δ بیشتری می توان انتظار داشت. محاسبه دقیق Δ بر حسب p قدری پیچیده و خسته کننده می باشد لذا از روابط ساده شده آن استفاده می گردد.

الف) رابطه زیر با تقریب قابل قبولی برای یک ستون خم شده به صورت انحنای ساده متقارن، با ممانهای انتهایی مساوی $M_0 = P.e$ ، مقدار ممان ماکزیمم را بیان می کند.

$$M_{max} = M_0 + P.\Delta$$
$$M_{max} = M_0.\frac{1}{1-\frac{P}{P_{cr}}} = M_0.\ (\text{ضریب تشدید لنگر})$$

نکته : ممان ماکزیمم اولیه برای ستون با شرایط ذکر شده در بالا در میان ارتفاع و ممان ماکزیمم $P.\Delta$ هم در همان مقطع بوجود می آید که می توان آنها را با هم جمع کرد.

ب) برای یک ستون خم شده با انحنای مضاعف و لنگرهای انتهایی مساوی $M_0 = P.e$ ممان ماکزیمم به صورت زیر بدست می آید.



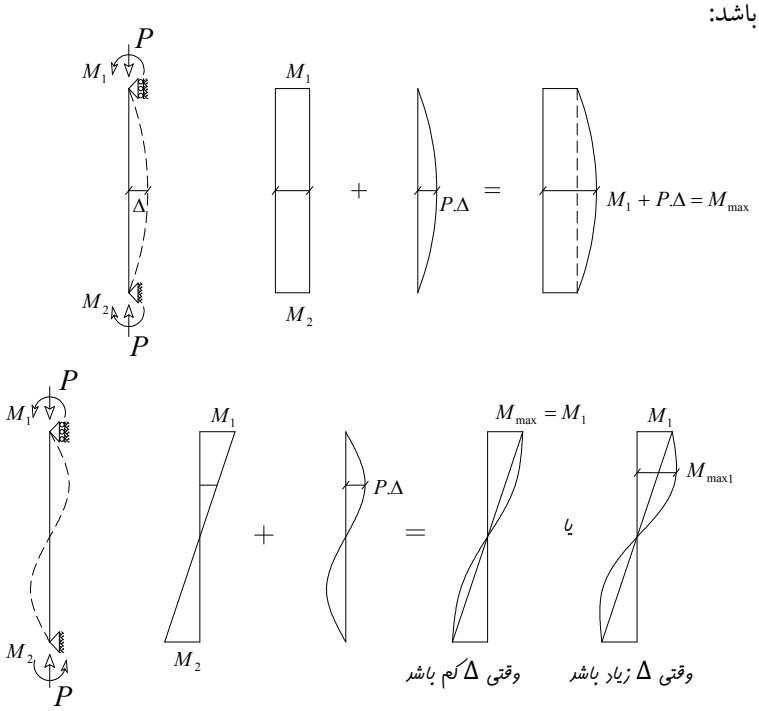
$$M_{max} = M_0.\frac{1}{1-\frac{P}{4P_{cr}}} = M_0.\ (\text{ضریب تشدید لنگر})$$

نکته: با مقایسه دو رابطه بالا دیده می شود که تشدید تغییر شکل جانبی و لنگر در حالت انحنای مضاعف به مراتب کوچکتر می باشد.

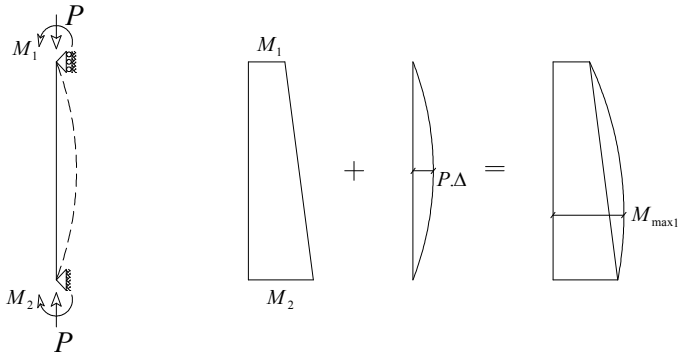
تاثیر ممانهای انتهایی و نسبت آنها در افزایش مقدار Δ و تشدید لنگر:

برای ستونهای نشان داده شده در تصویر زیر ممان ماکزیمم اعمال شده (ممان اولیه) در انتهای ستونها قرار دارد در حالی که خیز جانبی و تشدید ممان ناشی از آن در نقاطی دور از دو انتها رخ می دهد.

اگر $M_2 = M_1$ باشد:



اگر $M_2 \neq M_1$ باشد:



نکته: به ازای ممانهای انتهایی نامساوی در ستونهای مهار شده در برابر حرکت جانبی، مقادیر ماکزیمم ممانهای اولیه و P.Δ در مقاطع گوناگونی رخ می دهند و مستقیماً قابل جمع کردن نیستند به همین جهت در روابط تشدید ممان از ضریب C_m استفاده می گردد

ضریب C_m طوری بدست می آید که ممانهای انتهایی $C_m . M_2$ تولید انحنای ساده متقارن بنماید و ممان ماکزیمم بوجود آمده برابر مقداری شود که در اثر ممانهای واقعی M_1 و M_2 بوجود می آید. لذا با جایگزینی ممان واقعی با ممان یکنواخت معادل $C_m . M_2$ برای ستونهای مهار شده در برابر حرکت جانبی می توان اثر لنگرهای انتهایی را به صورت زیر در ضریب تشدید لنگر ستون وارد کرد.

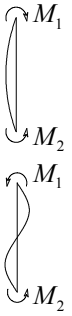
$$M_{max} = M_2 . C_m . \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \geq M_2$$

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$

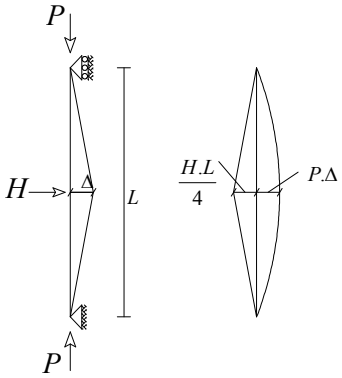
از آنجایی که تشدید لنگر ناشی از نیروی محوری زمانی که انحنای ستون ساده باشد و محل لنگر ماکزیمم و لنگر $P.\Delta$ بر هم منطبق باشند بیشتر است لذا برای نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ به صورت زیر قرارداد علامت در نظر می گیریم. (M_1 ممان کوچکتر و M_2 ممان بزرگتر دو انتهای ستون).

نکته:

- **نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ مثبت فرض می شود اگر ستون دچار انحنای ساده شود.**
- **نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ منفی فرض می شود اگر ستون دچار انحنای مضاعف شود.**

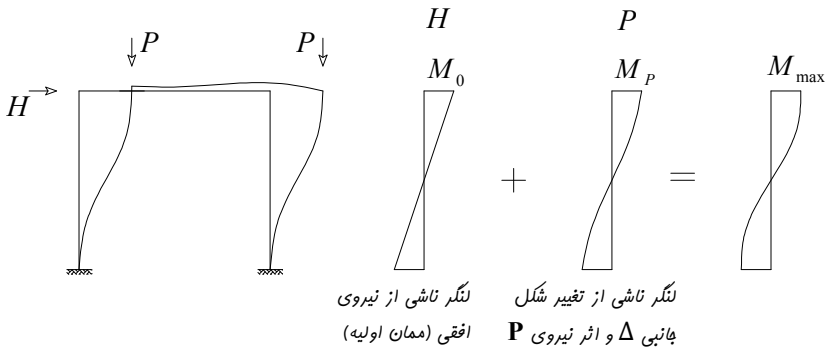


نکته: اگر در روی عضو، بار جانبی داشته باشیم احتمال اینکه محل لنگر خمشی حداکثر ناشی از بارهای جانبی منطبق بر محل تغییر شکل حداکثر باشد زیاد است (اگر بارگذاری متقارن باشد این دو محل بر یکدیگر منطبق می شوند) لذا منطقی است که $C_m = 1$ در نظر گرفته شود.



۲-۲. ستونهای لاغر با انتقال جانبی (مهار نشده):

در ستونهای واقع در قابهای مهار نشده، تشدید ممانها اهمیت بیشتری دارند و ماکزیمم مقادیر ممان اولیه M_0 و حداکثر مقادیر ممان در اثر جابجایی، هر دو در انتهای ستونها رخ می دهند و با یکدیگر جمع می شوند لذا $C_m = 1$ در نظر گرفته می شود.



معیارهای تعیین مهارشدگی قابها:

در بالا اشاره ای به قابهای مهار شده و مهار نشده داشتیم. ساختمانهای واقعی به ندرت کاملا" مهار شده یا به طورکامل بدون مهار هستند. برای برآورد اثر جانبی، آئین نامه بتن ایران عنوان می کند که یک طبقه از قاب وقتی مهار شده است که

تغییر مکان جانبی نسبی تراز فوقانی نسبت به تراز تحتانی آن طبقه ناچیز باشد. برای این منظور چنانچه طبق رابطه زیر، ضریب پایداری طبقه کوچکتر از ۰/۰۵ باشد طبقه، مهار شده جانبی تلقی می شود. در این وضعیت تمام ستونهای واقع در طبقه اصطلاحا" مهار شده تلقی می شوند.

$$Q = \frac{\sum P_u . \Delta_u}{H_u . h_s} < 0.05$$

Q_u: ضریب پایداری طبقه

$\sum P_u$: مجموع بار محوری فشاری نهایی ستونهای طبقه

H_u : برش نهایی طبقه

Δ_u : تغییر مکان نسبی جانبی تراز فوقانی نسبت به تراز تحتانی طبقه که از یک تحلیل الاستیک معمولی تحت نیروهای جانبی بدست می آید.

h_s : ارتفاع طبقه

همچنین آیین نامه تصریح دارد که برای اینکه ستونهای یک طبقه از ساختمان در یک امتداد (x یا y) مهاربندی شده در نظر گرفته شوند، باید مجموع سختی (EI/L) اجزای مهاربندی (دیوار برشی و غیره) در آن طبقه و امتداد، بزرگتر از ۶ برابر مجموع سختی های تمام ستونها در آن طبقه باشد. با توجه به مساوی بودن ارتفاع ستونهای یک طبقه، به جای سختی می توان از ممان اینرسی استفاده کرد.

یعنی اگر مجموع ممان اینرسی دیوار برشی از ۶ برابر مجموع ممان اینرسی ستونها بیشتر باشد می توان آن طبقه را مهار شده لحاظ کرد.

I_{COL} : ممان اینرسی ستون

I_{wall} : ممان اینرسی دیوار برشی

نتایج:

۱- خیز جانبی ستون ایجاد ممان های اضافی بزرگی می نماید که عموماً ظرفیت باربری ستون را کاهش می دهد.

۲- ممان اولیه ذکر شده در این بخش عبارتست از: ممان بدون در نظر گرفتن اثرهای $P.\Delta$ و در مورد ستون واقع در یک قاب توسط آنالیز الاستیک عادی تعیین می گردد، که در آن اثر تغییرات هندسی قاب ناشی از تغییر مکان ها (ممان اولیه $P.\Delta$) نادیده گرفته شده است که می توان اثرهای لاغری را در عضوهای فشاری به طور تقریبی با بزرگ نمودن ممانهای اولیه (تشدید ممان) در اثر انحنای عضو و تغییر مکان جانبی محاسبه نمود.

۳- ضریب تشدید ممان ناشی از انحنای عضو عمدتاً به نسبت بار محوری اعمال شده به بار بحرانی و نسبت ممانهای انتهایی M_1/M_2 بستگی دارد که :

*** ضریب تشدید در ستونهای مهار نشده از مهار شده بیشتر است.**

۴- ستونهای آزاد در برابر جابجایی جانبی، ضعیف تر از ستون های مهار شده هستند و تشدید ممان اعمال شده، در اثر جابجایی جانبی و نیز در اثر انحنای عضو می باشد.

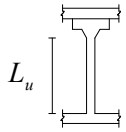
توجه:

معادلات تشدید ممان برای یک ستون دو سر مفصل بدست آمد لذا این معادلات باید برای حالتهای دیگر، که گیرداری در دو انتهای ستون وجود دارد اصلاح گردند این تصحیح با استفاده از طول موثر ستون $K.L_u$ در محاسبه لاغری صورت می گیرد.

L_u : طول آزاد ستون

طول آزاد عضو فشاری برابر است با فاصله آزاد بین دالهای طبقات، تیرها یا سایر قطعاتی که قادر به ایجاد تکیه گاه جانبی برای آن عضو باشند.

نکته: در صورتی که ستون دارای کتیبه یا سرستون باشد طول آزاد آن تا سطح تحتانی کتیبه یا سرستون محاسبه می شود.



K : ضریب طول موثر

طول مؤثر KL یک ستون برابر با فاصله بین دو نقطه عطف ستون تغیر شکل یافته در جهت جانبی است. ستونها در ساختمان ها عموما به تیرها متصل هستند که در انتهای ستونها قدری گیرداری چرخشی به وجود می آورند.

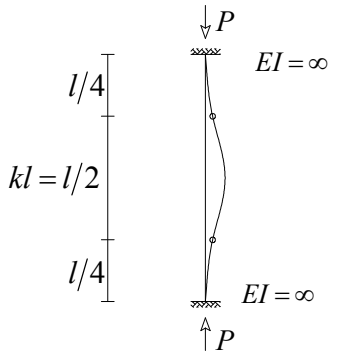
مقدار K برای ستونهایی که انتقال جانبی دارند و ستونهای که بدون انتقال جانبی هستند متفاوت می باشند.

الف) قاب مهار شده

اگر از تغییر مکان جانبی نسبی بین دو انتهای ستون جلوگیری شود، قاب به صورت مهار شده در برابر جابجایی جانبی تلقی می گردد و برای یک ستون واقع در یک قاب مهار شده متصل به تیرهای با سختی خمشی بی نهایت، انتهای ستون قادر به چرخش نبوده و ستون در دو انتها به صورت گیردار عمل خواهد کرد. در این حالت طول مؤثر ستون عبارتست از $KL= L/2$ یا $K= 0.5$.

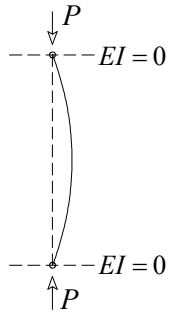
اما اگر تیرها دارای سختی خمشی صفر باشند، ستون همانند دو سر مفصل عمل می کنند و $KL= L$ یا $K=1$

بنابراین ستونها در قابهای مهار شده دارای $0.5 < K<1.0$ می باشند.



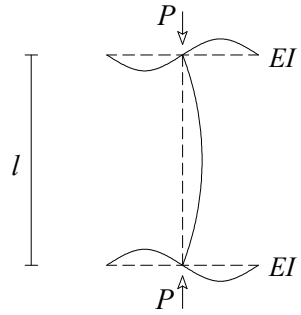
سختی خمشی تیرهای متصل به دو انتها بینهایت است.

K=0.5



سختی خمشی تیرهای متصل به دو انتها صفر است.

K=1



سختی خمشی تیرهای متصل به دو انتها **EI** *است.*

0.5<K<1.0

نکته:

مطابق آیین نامه آبا مقدار K برای حالت مهار شده به صورت زیر تعیین می گردد:

$$K = min\begin{cases} \mathrm{K} = 0.7 + 0.1\psi_{\mathrm{m}} \leq 1.0 \\ \mathrm{K} = 0.85 + 0.05\psi_{\mathrm{min}} \leq 1.0 \end{cases}$$

که مقدار K نباید کمتر از 0.6 در نظر گرفته شود چون رسیدن به حالت مفصل ایده ال کمتر اتفاق می افتد.

ψ :پارامتر نشان دهنده شرایط تکیه گاهی انتهایی عضو فشاری و یا به عبارتی بیانگر درجه گیرداری انتهای ستون می باشد.

$$\psi \text{ درهرگره} = \frac{\sum(\frac{EI_c}{L})}{\sum(\frac{EI_b}{L})}$$

$\sum(\frac{EI_c}{L})$: مربوط به ستونهای متصل به گره

$\sum(\frac{EI_b}{L})$: مربوط به تیرهای متصل به گره

L_c و L_b طول مرکز به مرکز ستون و تیرمی باشد.

ψ_m : متوسط ψ دو انتهای عضو فشاری

ψ_{min} : کوچکترین مقدار ψ در دو انتهای عضو فشاری

نکته:

برای ستونهای طبقه همکف، برای ستون با اتصال گیردار از نظر تئوری $\psi = 0$ که از نظر علمی $\psi = 1$ اختیار می شودو برای ستونهای با اتصال مفصلی از نظر تئوری $\psi = \infty$ که از نظر علمی $\psi = 10$ اختیار می شود.

I_g : ممان اینرسی کلی مقطع بتنی ترک نخورده بدون منظور نمودن سطح مقطع میلگردها

I_c, I_b: ممان اینرسی مقطع بتنی ترک خورده تیر و ستون

$I_b = 0.35\ I_{gb}$
$I_c = 0.7\ I_{gc}$

نکته: در قابهای مهار شده می توان مقدار k را جهت اطمینان ۱ در نظر گرفت.

ب) قاب مهار نشده

ضریب طول مؤثر برای ستونهای قاب مهار نشده به صورت زیر است:

$$K = \begin{cases} \text{اگر} \quad \psi_m < 2 \quad \rightarrow \quad K = (1 - 0.05\psi_m).\sqrt{1 + \psi_m} \geq 1.0 \\ \text{اگر} \quad \psi_m \geq 2 \quad \rightarrow \quad K = 0.9 + \sqrt{1 + \psi_m} \end{cases}$$

نکته: در ستون مهار نشده ای که یک انتهای آن مفصلی باشد ضریب طول موثر از رابطه زیر به دست می آید:

$K = 2 + 0.3\ \psi$

که در رابطه فوق، ψ مربوط به انتهای غیر مفصلی است.

نکته: برای ستونهای مهار نشده ، K لازم است بزگتر از 1.2 اختیار شود.

نکته: برای تعیین تقریبی K می توان از جداول آماده که بر اساس شرایط گیرداری انتهای ستون است استفاده کرد.

ضریب لاغری $\frac{K.L_u}{r}$:

ضریب لاغری در مسائل مربوط به کمانش ستونها مورد استفاده قرار می گیرد.

الف) در قاب مهارشده به شرط زیر ستون لاغر نیست

ب) در قاب مهارنشده به شرط زیر ستون لاغر نیست

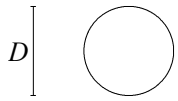
در تعیین لاغری ستونها از ضریب لاغری استفاده می شود که r شعاع ژیراسیون است.

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$$

I_g : ممان اینرسی کل، مقطع بتنی ترک نخورده در حول محور خمش

A_g : سطح مقطع کلی، مقطع بتنی ترک نخورده

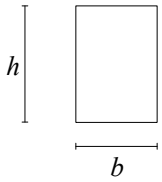
نکته: در مقاطع دایره ای شکل شعاع ژیراسیون 0.25 قطر در نظر گرفته می شود.



r = 0.25 D

نکته: در مقاطع مستطیلی شعاع ژیراسیون مساوی 0.3 بعد کلی مقطع در امتدادی که اثر لاغری مورد بررسی است، در نظر گرفته می شود.

r = 0.3 b
r = 0.3 h



روشهای آئین نامه ای طراحی ستونهای لاغر:

آئین نامه بتن ایران سه روش برای منظورنمودن اثر لاغری در طراحی پیشنهاد می نماید.

۱- آنالیز دقیق بر مبنا ء تحلیل مرتبه دوم قاب : در این روش نیروها و ممان ها در عضو فشاری توسط آنالیز سازه ای درجه دوم به دست می آید که در آن تمامی اثرات لاغری شامل تغییر شکل ستونها و قابها بر اثر ممانها، اثرات بار محوری، تغییرات ممان اینرسی (به دلیل ترک خوردگی) بر سختی اعضا ء و اثر بارهای پایدار لحاظ می گردد. تنها زمانی می توان از این روش استفاده کرد که لاغری در محدوده زیر باشد.

(KL_U / r) مجاز < 200

۲- روش تشدید ممانهای خمشی :

در این روش نیروها و ممانهای ضریبدار با استفاده از روش های متداول آنالیز الاستیک قاب تعیین می گردند. برای منظور نمودن اثرهای لاغری، ممان به دست آمده در ضرایب تشدید ضرب می شود.

۳- روش تقلیل ظرفیت باربری :

ضریب تقلیل باربری ، R کوچکتر از ۱ می باشد. در این روش نیروی محوری و ممان خمشی به دست آمده از آنالیز الاستیک معمولی بر ضریب تقلیل باربری تقسیم می شوند.

روش تشدید ممانهای خمشی

در قطعات فشاری که $\frac{K.L_u}{r} < 100$ است می توان از روش تشدید ممان استفاده کرد.

الف) قاب های مهار شده :

برای قطعات فشاری مهار شده طبق آبا در صورتیکه رابطه زیر برقرار باشد می توان از اثر لاغری صرفنظر کرد.

$$\frac{K.L_u}{r} \leq 34 - 12(\frac{M_1}{M_2})$$

و در غیر این صورت ستون را باید بلند (لاغر) در نظر بگیریم.

M_1 : کوچکترین ممان خمشی نهایی، مقدار M_1 مثبت است اگر انحنا ء ستون در یک جهت باشد و منفی است اگر انحنا ستون در دو جهت باشد.

M_2 : بزرگترین ممان خمشی نهایی، مقدار M_2 همواره مثبت فرض می شود.

ممان طراحی از رابطه مقابل محاسبه می شود

$$M_c = \delta_b . M_2$$

δ_b : ضریب تشدید به علت انحنای عضو

M_C : ممان خمشی نهایی تشدید شده

$$\delta_b = \frac{c_m}{1 - \frac{P_u}{\varphi_n . P_c}}$$

$\varphi_n = 0.65$: ضریب کاهش مقاومت

P_u: بار محوری فشاری نهایی عضو

C_m : زمانی که در فاصله بین دو انتهای ستون بار جانبی وارد نشود از رابطه زیر به دست می آید:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$

در سایر موارد $c_m = 1$

P_c : بار بحرانی اولر

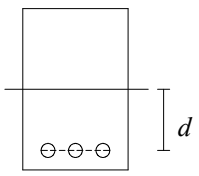
$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(KL_u)^2}$$

L_u : ارتفاع آزاد ستون از زیر کف تا روی ستون که در آن

EI_e : سختی خمشی موثر ستون

$$EI_e = \frac{0.2E_c . I_g + E_s . I_{se} c_m}{1 + \beta_d}$$

I_{se} : ممان اینرسی سطح مقطع آرماتورها نسبت به محور مرکزی مقطع عضو



β_d : ضریب تاثیر خزش که نسبت بار محوری مرده نهایی به کل بار محوری نهایی است.این ضریب برای لحاظ نمودن تاثیر خزش می باشد.

همچنین می توان EI_e را به طور تقریبی و در جهت اطمینان از رابطه زیر به دست آورد.

$$EI_e = 0.25E_c.I_g$$

E_c : مدول گسیختگی بتن

$$E_c = 5000\sqrt{f_c}$$

f_c : مقاومت نمونه ها بر مبنای نمونه های استوانه ای است.

حداقل خروج از مرکزیت بار :

در صورتیکه تحلیل الاستیک نشان دهد که هیچگونه ممان و یا ممان های کوچکی در دو انتهای ستون وجود دارد، باید یک خروج از مرکزیت حداقل $e = (15 + 0.03\ h)$ برای نیروی محوری نهایی P_u اختیار شود.

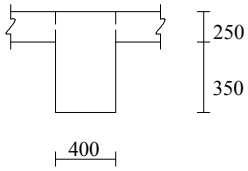
$$M_{2\,min} = P_u.(15 + 0.03h)$$

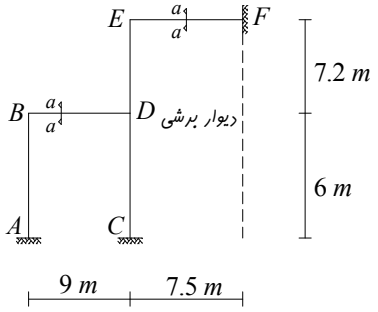
که در این حالت اگر $M_2 < M_{2min}$ باشد لنگر M_{2min} باید تشدید گردد.

h : بعدی از مقطع ستون در امتداد ممان وارده (عمود بر محور خمش) که 15 و h بر حسب میلی متر می باشند.

مثال۱ : یک قاب مربوط به یک ساختمان صنعتی مطابق شکل در اختیار می باشد مطلوبست طراحی ستونهای CD و DE

$f_c = 21\,N/mm^2$
$f_c = 400\,N/mm^2$
$d' = 50\,mm$





تحلیل نیروهای محوری و ممانهای مؤثر بر اساس آنالیز الاستیک در شرایط سرویس دهی برای ستونهای یاد شده به شرح زیر می باشد.

	CD	DE
بار محوری P (مرده و زنده)	D = 356 KN L= 107 KN	D = 223 KN L = 62 KN
ممان موثر در قسمت فوقانی ستون (مرده و زنده)	D= -81.6 KN.m L = -19 KN.m	D = 57 .7 KN.m L = 15 KN.m
ممان موثر در قسمت تحتانی ستون (مرده و زنده)	D= -28.6 KN.m L = -10.9 KN.m	D = - 43.5 KN.m L = -10.9 KN.m

* ممان انتهایی در جهت عقربه های ساعت مثبت در نظر گرفته شده است .

تعیین بارهای ضریب دار :

الف : ستون CD

$P_u = 1.25D + 1.5\,L$
$P_u = 1.25(356) + 1.5\,(107) = 605.5$ KN

$M_u = 1.25M_D + 1.5\,M_L$
M_u (Top) = 1.25(-81.6) + 1.5(-19) = -130.5 KN.m
M_u (Bot) = 1.25(-28.6) + 1.5(-10.9) = -52.1 KN.m

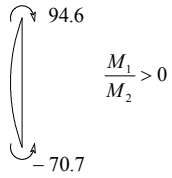
$M_1 = -52.1$
$M_2 = +130.5$

$\frac{M_1}{M_2} < 0$

انحنا مضاعف فرض می کنیم

ب- ستون DE

$P_u = 1.25(223) + 1.5(62) = 371.8$ KN
$M_u = 1.25(57.7) + 1.5(15) = 94.6$ KN.m
$M_u = 1.25(-43.5) + 1.5(-10.9) = -70.7$ KN.m



$M_1 = -70.7$
$M_2 = +94.6$

انحناء ساده فرض می کنیم

تخمین ابعاد ستون :

$$A_g \geq \frac{P_u}{0.45(f_c + \rho_{st}.f_y)}$$

این رابطه بر اساس ستون کوتاه تحت اثر بار محوری بدست آمده است که اگر:

$$\rho_{st} = 1.5\%$$

$$A_g \geq \frac{605.5 \times 10^3}{0.45(21 + 0.015 \times 400)} = 49835$$

$$\sqrt{A_g} = 223\ mm$$

با توجه به احتمال ستون لاغر و همچنین تاثیر ممان خمشی ابعاد مقطع را 350 mm × 350 mm انتخاب می شود .

کنترل لاغری :

تعیین ضریب طول موثر کمانش k

$$\psi = \frac{\sum(\frac{EI_c}{L})}{\sum(\frac{EI_b}{L})} = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})}$$

$I_c = 0.7\ I_{gc}$
$I_b = 0.35\ I_{gb}$

$$I_{gc} = \frac{1}{12} \times (350)^4 = 1.25 \times 10^9\ \ mm^4$$
$$I_{gb} = 2 \times (\frac{1}{12} \times (400) \times (600)^3) = 1.44 \times 10^{10}\ \ mm^4$$

نکته: چون مقطع تیر T شکل عمل می کند، ممان اینرسی آن را می توان در حدود دو برابر مستطیل جان در نظر گرفت.

$$I_c = 0.7 I_{gc} = 8.75 \times 10^8\ mm^4$$
$$I_b = 0.35 I_{gb} = 5.04 \times 10^9\ mm^4$$

برای ستون CD :

$\psi_c = 1.0$ انتهای گیردار

$$\psi_D = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75\times10^8}{6000} + \frac{8.75\times10^8}{7200}}{\frac{5.04\times10^9}{9000}} = 0.48$$

$$\psi_m = \frac{1+0.48}{2} = 0.74$$

$$\psi_{min} = \psi_D = 0.48$$

$$K = min\begin{cases} \mathrm{K} = 0.7 + 0.1\psi_{\mathrm{m}} = 0.77 \le 1.0 \\ \mathrm{K} = 0.85 + 0.05\psi_{\mathrm{min}} = 0.87 \le 1.0 \end{cases}$$

$$K = 0.77 > 0.6 \ \surd$$

برای ستون DE :

$\psi_D = 1.0$ از بالا

$$\psi_E = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75\times10^8}{7200}}{\frac{5.04\times10^9}{7500}} = 0.18$$

$$\psi_m = \frac{0.18+0.48}{2} = 0.33$$

$$\psi_{min} = \psi_E = 0.18$$

$$K = min\begin{cases} \mathrm{K} = 0.7 + 0.1\psi_{\mathrm{m}} = 0.73 \le 1.0 \\ \mathrm{K} = 0.85 + 0.05\psi_{\mathrm{min}} = 0.86 \le 1.0 \end{cases}$$

$$K = 0.73 > 0.6 \ \surd$$

تعیین ضریب لاغری:

حال وضعیت لاغری را برای ستونهای فوق کنترل می نماییم :

برای ستون CD :

$L_u = 6 - 0.6 = 5.4\,m$

$K = 0.77$

$r = 0.3h = 0.3\times350 = 105\,mm$

$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{0.77\times5400}{105} = 39.6 < 100$$

$$\frac{K.L_u}{r} = 39.6 > 34 - 12\frac{M_1}{M_2} = 34 - 12\left(-\frac{52.1}{130.5}\right) = 38.8$$

ستون لاغر است.

برای ستون DE :

$L_u = 7.2 - 0.6 = 6.6\,m$

$K = 0.73$

$r = 0.3h = 0.3\times350 = 105\,mm$

$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{0.73\times6600}{105} = 45.9 < 100$$

$$\frac{K.L_u}{r} = 45.9 > 34 - 12\frac{M_1}{M_2} = 34 - 12\left(\frac{70.7}{94.6}\right) = 25$$

ستون لاغر است.

هر دو ستون در موقعیت لاغر قرار گرفتند و باید تشدید شوند.

تعیین ممان تشدید شده:

$$M_c = \delta_b . M_2$$
$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.65 P_c}}$$

ستون CD:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$
$$C_m = 0.6 + 0.4\left(-\frac{52.1}{130.5}\right) = 0.44 \geq 0.4 \ \surd$$

$$EI_e = 0.25\, E_c I_g$$
$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 22913\ N/mm^2$$
$$EI_e = 0.25\, E_c I_g = 0.25 \times 22913 \times 1.25 \times 10^9 = 7.16 \times 10^{12} = N.mm^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K. L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 7.16 \times 10^{12}}{(0.77 \times 5400)^2} \times 10^{-3} = 4087.4\ KN$$

$$\delta_b = \frac{0.44}{1 - \frac{605.5}{0.65 \times (4087.4)}} = 0.68 < 1.0$$
$$\delta_b = 1$$

نتیجه: ستون از طریق محاسبات مربوط به ستون کوتاه نیز قابل طراحی است.

$$M_c = \delta_b . M_2 = M_2$$

کنترل M_2 با M_{min}:

$$M_{min} = P_u . e_{min} = P_u . (15 + 0.03h) = 605.5(15 + 0.03 \times 350) = 15440\ KN.mm$$
$$M_{min} = 15.440\ KN.m < M_2 = 130.5$$

ممان طراحی

$$M_c = M_2 = 130.5\ KN.m$$

ستون DE:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$
$$C_m = 0.6 + 0.4\left(+\frac{70.7}{94.6}\right) = 0.899 \geq 0.4$$

$$EI_e = 0.25\, E_c I_g$$
$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 22913\ N/mm^2$$
$$EI_e = 0.25\, E_c I_g = 0.25 \times 22913 \times 1.25 \times 10^9 = 7.16 \times 10^{12} = N.mm^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K. L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 7.16 \times 10^{12}}{(0.73 \times 6600)^2} \times 10^{-3} = 3044\ KN$$

$$\delta_b = \frac{0.899}{1 - \frac{371.8}{0.65 \times (3044)}} = 1.11 < 1.0$$
$$\delta_b = 1.11$$

کنترل M_2 با M_{min} :

$$M_{min} = P_u.e_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 371.8(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3}$$
$$= 9.48\ KN.m$$
$$M_{min} = 9.48\ KN.m < M_2 = 94.8\ KN.m$$
$$M_c = \delta_b.M_2 = 1.11 \times 94.8 = 105\ KN.m$$

طراحی ستون CD :

$P_u = 605.5$ KN
$P_u = 130.5$ KNm

$$\frac{P_u}{\varphi_c.f_c.b.h} = \frac{605 \times 10^3}{0.6 \times 21 \times 350^2} = 0.39$$
$$\frac{M_u}{\varphi_c.f_c.b.h^2} = \frac{130.5 \times 10^6}{0.6 \times 21 \times 350^3} = 0.24$$
$$\gamma = \frac{h - 2\acute{d}}{h} = \frac{350 - 2 \times 50}{350} = 0.71$$

چهار طرف فولاد گذاری اختیار می شود.

$\gamma = 0.7$ $\mu\rho = 0.75$
$\gamma = 0.71$ $\mu\rho = ?$
$\gamma = 0.8$ $\mu\rho = 0.62$

از درونیابی خطی برای $\gamma = 0.71$ داریم $\mu\rho = 0.737$

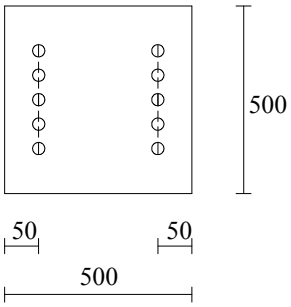
$$\mu = \frac{f_y}{f_{cd}} = 31.75$$
$$\rho = 0.023$$
$$A_s = \rho.b.h = 0.023 \times 350^2 = 2844\ mm^2$$
Use 12Ø18

به طور مشابه طراحی ستون DE انجام می گیرد .

مثال۲ : در یک قاب ساختمانی مهار شده، نیروهای زیر در یک ستون داخلی به وجود می آید.

$P_u = 3000$ KN و در هر دو انتها $M_u = 290$ KN.m و تولید انحنای خمشی ساده متقارن می نماید. طول آزاد ستون برابر 5 m و ابعاد آن مطابق تصویر می باشد. ستون را طراحی کنید.

$f_c = 30\ N/mm^2$
$f_y = 400\ N/mm^2$



محاسبه ضریب طول موثر k :

چون قاب مهار شده می باشد $0.5 < k < 1$ خواهد بود و k به طور محافظه کارانه برابر ۱ در نظر گرفته می شود. K=1

کنترل لاغری :

$$\frac{K.L_u}{r} \le 34 - 12\frac{M_1}{M_2}$$
$$r = 0.3h = 0.3 \times 500 = 150$$
$$L_u = 5000\ mm$$
$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{1 \times 5000}{150} = 33 < 100$$
$$\frac{K.L_u}{r} \le 34 - 12\frac{M_1}{M_2} = 22$$

ستون لاغر است.

تعیین ممان تشدید یافته :

$$M_c = \delta_b.M_2$$
$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\varphi_n.P_c}}$$

برای انحنای خمشی ساده متقارن

$$C_m = 1$$
$$\varphi_n = 0.65$$
$$P_c = \frac{\pi^2.EI_e}{(K.L_u)^2}$$
$$EI_e = 0.25E_c.I_g$$
$$E = 5000\sqrt{f_c} = 27386$$
$$I_g = \frac{1}{12} \times 500^4 = 5.21 \times 10^9\ mm^4$$

$EI_e = 0.25E_c.I_g = 3.57 \times 10^{13}$

$P_c = \frac{\pi^2.EI_e}{(K.L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 3.57 \times 10^{13}}{(1 \times 5000)^2} = 14049\ KN$

$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\varphi_n.P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{3000}{0.65 \times 14049}} = 1.49$

$M_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 3000(15 + 0.03 \times 500) \times 10^{-3} = 90\ KN.m$

$M_{min} = 90\ KN.m < M_2 = 290\ KN.m$

$M_c = \delta_b.M_2 = 1.49 \times 290 = 432\ KN.m$

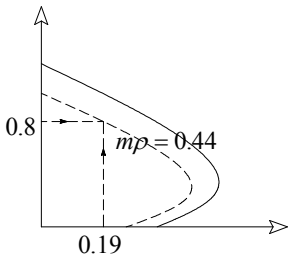
محاسبه سطح مقطع فولاد لازم :

$\frac{P_u}{\varphi_c.f_c.b.h} = \frac{3000 \times 10^3}{0.6 \times 30 \times 500^2} = 0.67$

$\frac{M_u}{\varphi_c.f_c.b.h^2} = \frac{432 \times 10^6}{0.6 \times 21 \times 500^3} = 0.19$

$\gamma = \frac{h - 2\acute{d}}{h} = \frac{500 - 2 \times 50}{500} = 0.8$

دو طرفه فولاد گذاری اختیار می شود.



$\gamma = 0.8 \qquad \mu\rho = 0.44$

$\mu = \frac{f_y}{f_{cd}} = 22.2$

$\rho = 0.02$

$A_s = \rho.b.h = 0.02 \times 500^2 = 5000\ mm^2$

در هر وجه

Use 5Ø26

ب: قاب های مهار نشده:

اگر

$$\frac{K.L_u}{r} \leq 22$$

نباشد ستون لاغر است.

در شرایطی که قاب مهار نشده می باشد، می بایستی هر کدام از ترکیبات بارگذاری را به صورت جداگانه در نظر بگیریم. به این معنا که برخی از بارها باعث تغییر مکان قابل توجه می گردد. مانند بارهای جانبی و تعدادی دیگر معمولا" بارهای ثقلی تاثیر قابل ملاحظه ای در ایجاد تغییر مکان جانبی ندارند. ممانهای انتهایی ضریبدار ستون ناشی از بارهایی که باعث تغییر مکان جانبی می گردند با M_{1s} و M_{2s} نشان داده می شود. این ممانها به لحاظ تاثیر اثر $P.\Delta$ لازم است تشدید گردند.

ممانهای انتهایی ناشی از بارهایی که تغییر مکان جانبی را باعث نمی شوند با M_{1b} و M_{2b} نمایش داده می شوند و تشدید نمی شوند.

ممانهای طراحی برای قطعه فشاری به صورت زیر نوشته می شود.

$$M_1 = M_{1b} + \delta_s.M_{1s}$$
$$M_2 = M_{2b} + \delta_s.M_{2s}$$

$$\delta_b = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\varphi_n.\sum P_c}}$$

$\sum P_U$: مجموع بارهای قائم نهایی طبقه

$\sum P_c$: مجموع بارهای بحرانی ستونهایی از طبقه که در برابر تغییر مکان جانبی مقاومت می کنند.

φ_c : ضریب تقلیلیل مقاومت و برابر با 0.65

نکته:

برای ستونهای با ضریب لاغری زیاد یا بارهای سنگین، بویژه اگر:

$$\frac{L_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c.A_g}}}$$

ممکن است که ممان خمشی بین دو انتهای ستون از ماکزیمم ممانهای انتهایی تجاوز کند. در این مورد، ممان طراحی از رابطه زیر محاسبه می شود.

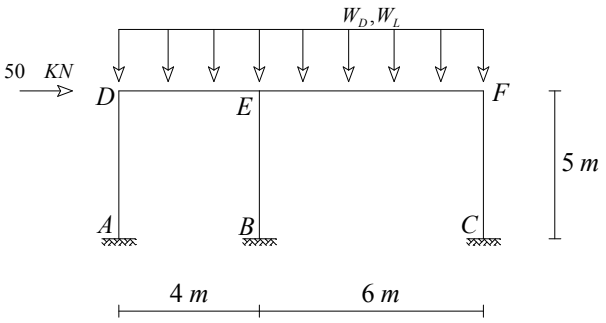
$$M_c = \delta_b.(M_{2b} + \delta_s.M_{2s})$$

کنترل پایداری سازه ها تحت اثر بارهای ثقلی:

یک قاب ممکن است در شرایط بارگذاری ثقلی تحت کمانش با انتقال جانبی قرار گیرد و به وضعیت ناپایداری برسد. طبق آیین نامه بتن ایران لازم است که این وضعیت کنترل شود. برای این منظور ترکیب بار $U = 1.25\ D + 1.5\ L$ اختیار می شود و مقدار δ_s با استفاده از $\sum P_U$ و $\sum P_c$ برای شرایط بارهای ضریبدار مرده و زنده بدست می آید و در صورتیکه $\delta_s > 2.5$ شود، نیاز به تجدید نظر در سختی قاب می باشد.

مثال ۳ : مطلوبست طراحی ستون CF از قاب مهار نشده نشان داده شده در تصویر زیر

$W_D = 20$ N/m
$W_L = 30$ N/m
ستونها با ابعاد 350× 350 mm
تیرها با ابعاد 300× 400 mm
$f_c = 28$ N/mm^2
$f_y = 400$ N/mm^2



نتایج آنا لیز ستون CF

ترکیب بارگذاری	P_u (KN)	M_{ub} (KN.m)	M_{ut} (KN.m)
1.25 D + 1.5 L	190	45	106
D + 1.2 L	152	36	85
1.2 E	10.12	50.5	36
0.85 D	46	11	26

* ممان ها در جهت خلاف عقربه های ساعت مثبت می باشند.

نتایج آنالیز نیروهای محوری در ستونهای AD و BE

ترکیب گذاری	نیروی محوری نهایی AD (KN)	نیروی محوری نهایی BE (KN)
1.25 D + 1.5 L	106	404
D + 1.2 L + 1.2 E	67	331
0.85 D + 1.2 E	7.4	106

حل:
نتایج آنالیز ستون CF در ترکیبات بارگذاری

ترکیب بارگذاری	P_u (KN)	M_{ub} (KN.m)	M_{ut} (KN.m)
1.25 D + 1.5 L	190	45	106
D + 1.2 L +1.2 E	162.12	86.5	121
0.85 D + 1.2 E	56.12	61.5	62

مرحله اول: کنترل لاغری

$$I_b = 0.35 \times \left(\frac{1}{12} \times 300 \times 400^3\right) = 5.6 \times 10^8\ mm^4$$
$$I_c = 0.35 \times \left(\frac{1}{12} \times 350^4\right) = 8.75 \times 10^8\ mm^4$$

$\psi_c = 1.0$ انتهای گیردار

$$\psi_F = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75 \times 10^8}{5000}}{\frac{5.6 \times 10^8}{6000}} = 1.88$$
$$\psi_B = \psi_A = 1$$
$$\psi_D = \frac{\sum(\frac{I_c}{L})}{\sum(\frac{I_b}{L})} = \frac{\frac{8.75 \times 10^8}{5000}}{\frac{5.6 \times 10^8}{4000}} = 1.25$$
$$\psi_E = 0.75$$

ستون CF:

$$\psi_m = \frac{1.88 + 1}{2} = 1.44$$

$$\psi_m < 2 \qquad K = \left(1 - 0.05\psi_m\right).\sqrt{1 + \psi_m} = 1.45$$
$$L_u = 5000 - 200 = 4800\ mm$$
$$r = 0.3h = 0.3 \times 350 = 105\ mm$$

$$\frac{K.L_u}{r} = \frac{1.45 \times 4800}{105} = 66.3 < 100$$
$$\frac{K.L_u}{r} = 66.3 > 22$$

ستون لاغر است.

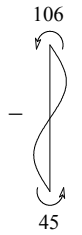
ترکیب بار اول: U = 1.25D + 1.5L

در این حالت ستون مهار شده در نظر گرفته می شود.(بارگذاری ثقلی)

$$M_2 = 106\ KN.m$$
$$M_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 190(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3} = 4.85\ < 106$$

تعیین δ_b:

$$C_m = 0.6 + 0.4(\frac{M_1}{M_2}) \geq 0.4$$
$$C_m = 0.6 + 0.4\left(-\frac{45}{106}\right) = 0.43 \geq 0.4$$



$$EI_e = 0.25\ E_c I_g$$
$$E_c = 5000\sqrt{f_c} = 26458\ N/mm^2$$
$$EI_e = 0.25\ E_c I_g = 0.25 \times 26458 \times 1.25 \times 10^9 = 8.27 \times 10^{12}\ N.mm^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K.L_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 8.27 \times 10^{12}}{(1 \times 4800)^2} \times 10^{-3} = 3543 \text{ KN}$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.65 \times P_c}} = \frac{0.899}{1 - \frac{190}{0.65 \times (3543)}} = 0.47 < 1.0$$

$$\delta_b = 1.0$$

$$M_c = \delta_b . M_2 = 1.0 \times 106 = 106\ KN.m$$

برای طراحی:

$$P_u = 190\ KN$$
$$M_c = 106\ KN.m$$

ترکیب بار دوم: U = D + 1.2L +1.2E

δ_s بر مبنای قاب مهار نشده بدست می آید.

$$M_c = M_b + \delta_s . M_s$$
$$\sum P_u = 102.12 + 67 + 331 = 560.12\ KN$$

$$P_c = \frac{\pi^2 . EI_e}{(K.L_u)^2}$$
$$EI_e = 0.25\ E_c I_g$$

ستون CF: K=1.45 $P_c = \frac{\pi^2 \times 8.27 \times 10^{12}}{(1.45 \times 4800)^2} \times 10^{-3} = 1685$ KN

ستون BE: K=1.31 $P_c = 2064$ KN

ستون AD: K=1.38 $P_c = 1860$ KN

$$\sum P_c = 1685 + 2064 + 1860 = 5609\ KN$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{560.12}{0.65 \times (5609)}} = 1.18$$

$$M_{min} = P_u . (15 + 0.03h) = 162.12(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3} = 4.13$$

$$M_B = 36 + 1.18 \times 50.15 = 95.18\ KN.m$$
$$M_T = 85 + 1.18 \times 36 = 127.48\ KN.m$$

برای طراحی:

$$P_u = 162.12\ KN$$
$$M_c = 127.48\ KN.m$$

ترکیب بار سوم: U = 0.85D + 1.2E

δ_s بر مبنای قاب مهار نشده بدست می آید.

$$M_c = M_b + \delta_s . M_s$$

$$\sum P_u = 56.12 + 7.4 + 106 = 169.52\ KN$$
$$\sum P_c = 5609\ KN$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{169.52}{0.65 \times (5609)}} = 1.05$$

$$M_{min} = P_u.(15 + 0.03h) = 56.12(15 + 0.03 \times 350) \times 10^{-3} = 1.43\ KN.m$$

$$M_B = 11 + 1.05 \times 50.5 = 64.02\ KN.m$$
$$M_T = 26 + 1.05 \times 36 = 63.8\ KN.m$$

برای طراحی:

$$P_u = 56.12\ KN$$
$$M_c = 64.02\ KN.m$$

کنترل امکان ممان ماکزیمم در بین دو انتهای عضو:

الف) U=D+1.2L+1.2E

$$\frac{L_u}{r} = \frac{4800}{105} = 45.71$$

$$\frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c.A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{162.12 \times 10^3}{21 \times 350^2}}} = 139.4$$

$139.4 > 45.71$ ممان ماکزیمم در انتهای عضو می باشد

ب) U=0.85D+1.2E

$$\frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c.A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{56.12 \times 10^3}{21 \times 350^2}}} = 236.97$$

$236.97 > 45.71$ ممان ماکزیمم در انتهای عضو می باشد

کنترل کمانش جانبی تحت بار ثقلی: U=1.25D+1.5L

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} \geq 1.0$$
$$\sum P_u = 190 + 106 + 404 = 700\ KN$$

$$\sum P_c = 1685 + 2064 + 1860 = 5609\ KN$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.65 \times \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{700}{0.65 \times (5609)}} = 1.24 < 2.5$$

کمانش با انتقال جانبی رخ نمی دهد و نیاز به تغییر سختی قاب نمی باشد.

طراحی ستون:

1- $P_u = 190\ KN\ ,\ M_u = 106\ KN.m$
2- $P_u = 162.12\ KN\ ,\ M_u = 127.48\ KN.m$ √
3- $P_u = 56.12\ KN\ ,\ M_u = 64.02\ KN.m$

کنترل کننده ترکیب بارگذاری $D + 1.2\ L + 1.2E$ است.

$$\frac{P_u}{f_{cd}.b.h} = \frac{162.12 \times 10^3}{0.6 \times 21 \times 350^2} = 0.105$$

$$\frac{M_u}{f_{cd}.b.h^2} = \frac{162.12 \times 10^3}{0.6 \times 21 \times 350^3} = 0.236$$

$$\gamma = \frac{h - 2\acute{d}}{h} = 0.71$$

از نمودار اندرکنش $\mu\rho = 0.84$

$$\mu = \frac{f_y}{f_{cd}} = 31.75$$

$$\rho = 0.026$$

$$\rho_{min} \le \rho \le \rho_{Max}$$

$$A_s = \rho.b.h = 0.026 \times 350^2 = 3185\ mm^2 \quad use\ 16\emptyset 16$$

روش تقلیل ظرفیت بار بری :

در این روش اثر لاغری با کاهش یا ضرب $R<1$ در ظرفیت (محوری و خمشی) ستون صورت می گیرد که به جای آن می توان نیروهای محوری و ممان خمشی بدست آمده از آنالیز الاستیک را بر R تقسیم کرد و مبنای طراحی قرار داد.

نکته: روش تقلیل ظرفیت باربری برای ستون دو سر مفصل بکار نمی رود.

نکته: در ستونهای مهار شده اگر $\frac{L_u}{r} < 80$ باشد می توان از این روش استفاده کرد.

نکته: در ستونهای مهار نشده اگر $\frac{\acute{K}.L_u}{r} < 40$ باشد و آرماتور منفی در تیرهای متصل به دو انتهای ستون کمتر از ۱٪ نباشد می توان از این روش استفاده کرد.

$$\acute{K} = 0.78 + 0.22\psi_m \geq 1$$

ضریب تقلیل ظرفیت باربری R برای ستون ها:

الف) ستون مهار شده

۱) ستون با انحنای مضاعف

$$R = 1.32 - 0.006\frac{L_u}{r}$$

۲) ستون با انحنای ساده

اگر $\frac{e}{h} \leq 0.1$

$$R = 1.23 - 0.008\frac{L_u}{r} \leq 1$$

اگر $\frac{e}{h} > 0.1$

$$R = 1.07 - 0.008\frac{L_u}{r} \leq 1$$

e : خروج از مرکزیت بار فشاری ستون

۳) چنانچه بار محوری در ستون از مقدار $0.1\ f_cA_g$ کوچکتر باشد ضریب R را می توان با درون یابی خطی بین $R=1$ برای حالت بدون بار محوری و R محاسبه شده در بندهای ۱و۲ برای بار محوری برابر $0.1\ f_cA_g$ بدست آورد.

ب) ستون مهار نشده

$$R = 1 - 0.008\frac{\acute{k}.L_u}{r}$$

اثر لاغری در ستونهای تحت اثر خمش در محوره:

ستون را باید یک بار حول محور x و یک بار حول محور y در صورت نیاز تشدید و در نهایت به صورت دو محوره طراحی کرد.

نکته: اثر لاغری در ستونهای تحت اثر خمش دو محوره برای هر یک از دو محور اصلی با توجه به شرایط گیرداری دو انتهای ستون حول همان محور به طور جداگانه محاسبه می شود.

تشدید ممان خمشی در تیرهای متصل به ستون:

در قاب های مهار نشده ، تیرهای متصل به ستون باید برای مجموع ممان های خمشی تشدید شده در هر انتهای ستون طراحی شوند.

مثال ۴ : حل مثال ۲ بر اساس روش تقلیل ظرفیت باربری

ستون مهار شده است بنابراین اگر $L_u/r < 80$ باشد می توان از روش فوق استفاده کرد.

$$L_u = 5000\ mm$$
$$r = 150\ mm$$
$$\frac{L_u}{r} = 33.3 < 80$$

ستون با انحنای ساده

$$e = \frac{M}{P} = \frac{290}{3000} = 97\ mm$$
$$\frac{e}{h} = \frac{97}{500} = 0.19 > 0.1 \quad \Rightarrow \quad R = 1.0 - 0.008\frac{L_u}{r} \leq 1$$
$$R = 1.07 - 0.008 \times 33.3 = 0.8$$

برای طراحی:

مقدار نیروی محوری و ممان خمشی نهایی بر ضریب فوق تقسیم شده و ستون براساس نیرو و ممان افزایش یافته طراحی می شود

$$P_u = \frac{3000}{0.8} = 3750\ KN$$
$$M_u = \frac{290}{0.8} = 363\ KN.m$$

مثال ۵ : حل مثال ۳ بر اساس روش تقلیل ظرفیت باربری (این روش در بین مهندسین بسیار محدود است).

ستون مهار نشده است بنابراین اگر $\frac{\acute{K}.L_u}{r} < 40$ باشد می توان از روش فوق استفاده کرد.

$$L_u = 4800\ mm$$
$$r = 105\ mm$$
$$\acute{K} = 0.78 + 0.22\psi_m \geq 1$$
$$\psi_m = 1.44$$
$$\acute{K} = 0.78 + 0.22 \times 1.44 = 1.1$$
$$\frac{\acute{K}.L_u}{r} = \frac{1.1 \times 4800}{105} = 50.3 > 40$$

روش تقلیل ظرفیت باربری صادق نمی باشد.

فصل نهم : ۹

قابلیت بهره برداری سازه های بتن آرمه

- ☑ تغییر شکل ها
- ☑ ممان اینرسی موثر
- ☑ خواص هندسی مقطع ترک خورده
- ☑ ترک خوردن تیر و محدودیت آیین نامه

وابستگی طراحی به دو دسته از حالتهای حدی می باشد
- حالت حد نهایی تامین ایمنی
- حالت حدی بهره برداری : رفتار رضایت بخش هنگام استفاده تحت بار بهره برداری

* عموما" طراحی ابتدا برای مقاومت انجام گرفته و سپس حالت حدی بهره برداری کنترل می گردد .

ضوابط مهم از معیارهای بهره برداری عبارتند از
۱- کنترل تغییر شکل ها
۲- کنترل ترک

تغییر شکل ها

تغییر شکل اعضای بتن آرمه در دو بخش بررسی می گردد
- تغییر شکل آنی (کوتاه مدت) : در اثر بارگذاری
- تغییر شکل دراز مدت : ناشی از جمع شدگی (افت و خزش تحت اثر بار ثابت

تغییر شکل آنی :

* رفتار سازه تحت اثر بار بهره برداری تقریبا" الاستیک می باشد.

رابطه عمومی ماکزیمم تغییر شکل

$$\Delta = \frac{KwL^4}{EI} = K_1 \frac{ML^2}{EI}$$

(این فرمول کلی برای تک دهانه است)

Δ = عموما" تغییر شکل وسط دهانه (ماکزیمم تغییر شکل)

W : بار گسترده روی دهانه

L : طول دهانه

EI : صلبیت خمشی

M : ممان ماکزیمم

K و K_1 : ضریب ثابت ⇐ به توزیع بار ، شرایط تکیه گاهی و تغییرات EI (در صورت وجود) بستگی دارد

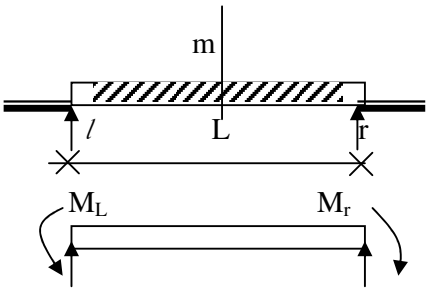
$$K_1 = \frac{5}{48} \quad , \quad K = \frac{5}{384}$$

.برای تیر ساده تحت بار گسترده یکنواخت

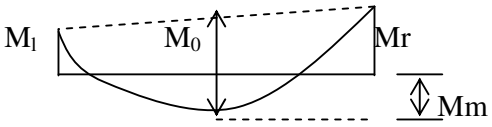
$$\Delta = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5ML^2}{48EI}$$

حالت معمول تیر یکسره با مقطع ثابت بار گسترده یکنواخت W می باشد .

* در تحلیل تیرها ممانهای تکیه گاهی و وسط دهانه معلوم می باشند.

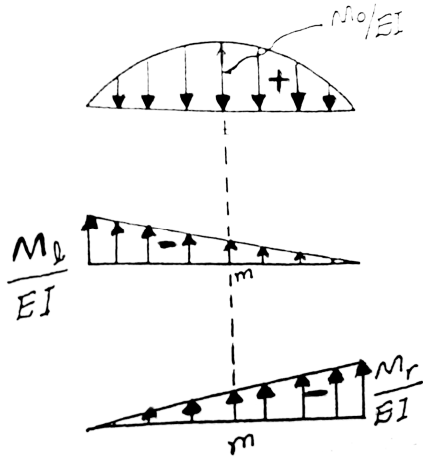


$$M_0 = \frac{wL^2}{8} \quad , \quad M_0 = \frac{M_r + M_L}{2}$$



دیاگرام ممان

با استفاده از روش تیر فرضی :



$$\Delta_{m_1} = \frac{5}{48}\frac{M_0 L^2}{EI}$$

تغییر شکل وسط دهانه از ترکیب

$$\Delta_{m_2} = -\frac{M_l L^2}{16EI}$$

سه حالت بارگذاری الا ستیک

$$\Delta_{m_3} = -\frac{M_r L^2}{16EI}$$

در تصاویر مقابل به دست می آید

$$\Delta_m = \frac{5}{48}\frac{M_0 L^2}{EI} - \frac{M_l L^2}{16EI} - \frac{M_r L^2}{16EI}$$

$$\Delta_m = \frac{5}{48}\frac{L^2}{EI}\left[M_0 - (0.6)(M_L + M_r)\right]$$

با توجه به اینکه از دیاگرام ممان

$$M_m = M_0 - 1/2\,(M_L + M_r)$$

لذا در رابطه ΔM ، M_0 را با استفاده از رابطه بالا حذف می کنیم.

$$\Delta_m = \frac{5}{48}\frac{L^2}{EI}\left[M_0 - (0.1)(M_L + M_r)\right] \qquad (2)$$

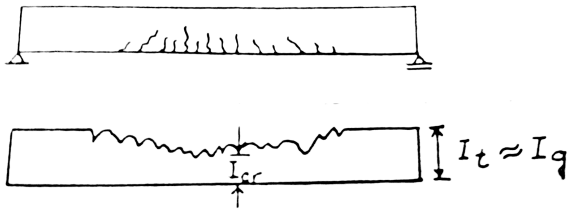
مقدار EI در تیرهای بتن آرمه :

E_C = مدول الاستیسیته بتن

$$E_C = 5000\sqrt{F_C}$$

ممان اینرسی موثر Ie

استفاده از ممان اینرسی مناسب در روابط تغییر شکل یاد شده از مشکلات اساسی می باشد . اگر کل تیر در شرایط ترک نخوردگی باشد ، ممان اینرسی کل مقطع ؛ I_g (ممان اینرسی ترک نخورده بدون در نظر گرفتن اثر میلگردها) می تواند استفاده شود . هر چند تحت بار بهره برداری بتن در نواحی که ممان خمشی از حد ترک خوردگی تجاوز کند ، ترک می خورد . به طوریکه اینرسی واقعی در طول تیر مطابق تصویر زیر متغیر خواهد بود.



ممان های بالا میزان گسترش ترک ها را افزایش می دهد و طبعاً" ممان اینرسی واقعی کاهش پیدا می کند . تعیین تغییرات ممان اینرسی در تیرهای ترک خورده کار نسبتاً" دشواری است . در عمل برای محاسبه تغییر شکل می توان طبق پیشنهاد آبا ،ممان اینرسی موثر « I_e » را در روابط تغییر شکل به کار گرفت .

ترک خورده ↗

$$I_e = I_{cr} + (I_g - I_{cr}) (M_{cr} / M_a)^3 \leqslant I_g \quad ....(3)$$

بنا به تعریف ممان اینرسی موثر « I_e » یک تیر مقداری است که تغییر شکل تیر با چنین ممان اینرسی تحت اثر بار مشخص برابر است با تغییر شکل تیر اصلی آن تیر با ممان اینرسی متغیر .

تعریف I_e ممان اینرسی موثر فقط برای تیرهای ساده وکنسول است .

M_{Cr} = ممان ترک دهنده بر حسب N. mm

$$M_{Cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

$$f_r = 0.6\sqrt{f_c}$$

I_g : ممان اینرسی کل مقطع بتنی چون محور خمشی با صرفنظر کردن از میلگردها (mm^4)

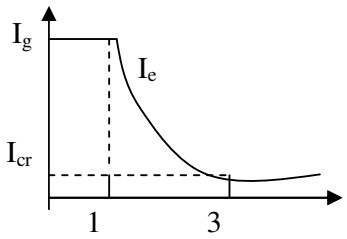
I_{Cr} : ممان اینرسی مقطع ترک خورده تبدیل یافته به بتنی (mm^4)

M_a : ممان خمشی حداکثر در مقطع مورد نظر تحت بار بهره برداری (N-NM)

y_t : فاصله تار خارجی کششی تا تار خنثی کل مقطع بتنی (MM)

F_C: مقاومت مشخصه فشاری بتن (بر مبناء نمونه های استوانه ای) N/mm^2

رابطه ۳ بر اساس نتایج آزمایشات متعدد به دست آمده و برای تیرهای ساده و ؟ به کار می رود . با رجوع به نمودار زیر می توان ملاحظه کرد که مقدار I_e به یزرگی ممان بستگی دارد . برای ممانهای کوچک ($M_a < M_{Cr}$) تیر به صورت ترک نخورده و $I_e = I_g$ می باشد . برای ممانهای بزرگ (مثلا بگوییم ($[M_a > 3\ M_{Cr}]$) تیر در سرتا سر به صورت ترک خورده و $I_e \approx I_{cr}$ خواهد بود . برای ممان های خمشی در بین این دو محدوده ، رابطه ۳ به کار گرفته خواهد شد .



ممان اینرسی موثر برای دهانه های پیوسته

رابطه ۳ برای محاسبه I_e در تیرهای با تکیه گاه های ساده و کنسول می باشد
مناطق ممان منفی یک تیر پیوسته ممکن است دارای مقدار I_e متفاوت با مناطق ممان مثبت باشد.

* متغیر بودن I_e ناشی از تغییرات ابعاد مقطع ، تغییرات نسبت فولاد ، اختلاف اثر ترک خوردگی حاصل می گردد . برای مثال در تیرهای پیوسته T شکل مقادیر I_{cr} تحت اثر ممانهای منفی و مثبت تفاوت زیادی دارند .
آیین نامه بتن ایران پیشنهاد می نماید که در دهانه های پیوسته مقدار متوسط I_e بر پایه معادله (۳) برای مقاطع بحرانی ممانهای مثبت و منفی به دست آمده ملاک قرار گیرد.
برای تیر پیوسته از یک انتها :

I_e (متوسط) $= 0.85\ I_{em} + 0.15\ I_e$ انتهای پیوسته ..... (5)

برای تیر پیوسته از دو انتها :

I_e (متوسط) $= 0.5\ I_{em} + 0.25\ (I_{el} + I_{er})$ .... (6)

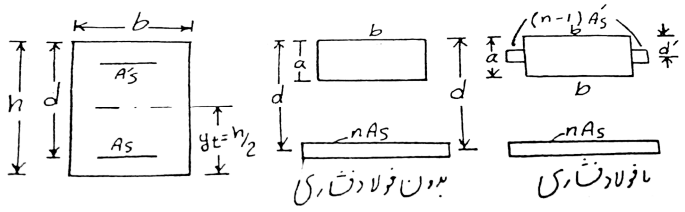
(ممان اینرسی موثر بر اساس ممان اینرسی وسط دهانه
برای حالتی که چند دهانه است از رابطه (5) و (6) به دست آورد.)

I_{em} : ممان اینرسی موثر مقطع وسط دهانه

I_{er}وI_{er} : ممان اینرسی موثر مقاطع تکیه گاهی

خواص هندسی مقطع ترک خورده

الف) مقطع مستطیلی



$$I_g = \frac{bh^3}{12} \qquad r = \frac{(n-1)A'_s}{n\,A_s} \qquad B = \frac{b}{n\,A_s}$$

بدون فولاد فشاری :

$$a = \frac{(\sqrt{(2d.B+1)}-1}{B}$$

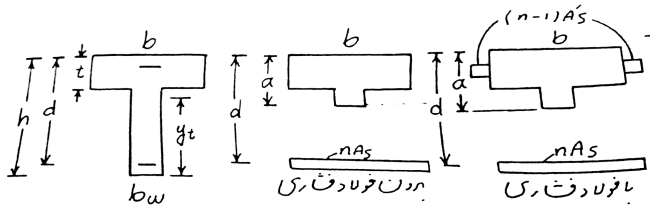
$$I_{Cr} = b.\frac{a^3}{3} + n\,A_s\,(d-a)^2$$

با فولاد فشاری :

$$a = \frac{\sqrt{2dB(1+\frac{r.d'}{d}) + (1+r^2)} - (1+r)}{B}$$

$$I_{Cr} = \frac{b.a^3}{3} + nA_s(d-a)^2 + (n-1)A'_s(a-d')^2$$

ب) مقطع T شکل



$$c = b_w \Big/ (nA_s) \quad ; \quad f = t(b-b_w) \Big/ nA_s \qquad y_t = h - 0.5((b-b_w)t^2 + b_w h^2) \Big/ ((b-b_w)t + b_w h)$$

$$I_g = \frac{(b-b_w)t^3}{12} + \frac{b_w h^3}{12} + (b-b_w).t.(h-\frac{t}{2}-y_t)^2 + b_w h(y_t - \frac{h}{2})^2$$

بدون فولاد فشاری :

$$a = \frac{\sqrt{C(2d+t.f) + (1+f)^2} - (1+f)}{C}$$

اگر $a \leqslant t$ باشد به روابط مقطع مستطیلی مراجعه می شود: $I_{Cr} = \frac{(b-b_w).t^3}{12} + \frac{b_w a^3}{3} + (b-b_w).t.(a-\frac{t}{2})^2 + nA_s(d-a)^2$

با فولاد فشاری :

$$a = \frac{\sqrt{C(2d+t.f+2rd') + (1+f+r)^2} - (1+f+r)}{C}$$

اگر $a \leqslant t$ باشد به روابط مستطیل مراجعه شود، درغیر اینصورت :

$$I_{Cr} = \frac{(b-b_w).t^3}{12} + \frac{b_w a^3}{3} + (b-b_w).t.(a-\frac{t}{2})^2 + nA_s(d-a)^2 + (n-1)A'_s(a-d')^2$$

Ig : ممان اینرسی کل بدون در نظر گرفتن فولاد و Icr : ممان اینرسی مقطع ترک خورده تبدیل یافته

* فقط Ie موثر است که در واقع در برگیرنده تغییرات ممان در مقطع ترک خورده است.

تغییر شکل دراز مدت

تحت اثر بار ثابت ، تغییر شکل با گذشت زمان افزایش می یابد دلیل عمده تاثیر خزش و جمع شدگی(انقباض) بتن می باشد.

همانطور که در سازه های بتن آرمه ۱ اشاره شد ، عواملی که بر خزش و انقباض موثر می باشند عبارتند از : تنش در بتن ، میزان فولاد ، شرایط به عمل آوری ، سن بتن در زمان بارگذاری و شرایط گیرداری

با توجه به اینکه تغییر شکل های دراز مدت وابسته به عوامل متعددی بوده و با اثرات متقابل بر یکدیگر می باشند ، راه حل عملی و رضایت بخش این است که تغییر شکل ناشی از تمامی عوامل وابسته به زمان به طور یکی و به صورت ضریبی از تغییر شکل اولیه محاسبه گردد.طبق آبا تغییر شکل اضافی دراز مدت Δ_t را می توان با ضرب نمودن تغییر شکل آنی حاصل از بار ماندگار = Δ_i در ضریب λ بدست آورد.

بار مرده + قسمتی از بارزنده

$$\Delta_t = \Delta_{cp} + \Delta_{sh}$$

دراز مدت $\Delta_t = \lambda \Delta i$

$$\lambda = \frac{\xi}{1+50\rho'}$$

$$\rho' = \frac{A'_S}{bd}$$

p' نسبت فولاد فشاری و برابر مقدار وسط دهانه برای دهانه های ساده در تکیه گاه برای تیرهای طره ای(کنسول) و برای تیرهای سرتاسری λ برای ناحیه ممان مثبت .

معرف به (ایتاء)

تابع زمان ξ به صورت جدول زیر نشان داده شده است .

جدول ۱

مدت زمان بارگذاری	تابع زمان ξ
برای ۵ سال یا بیشتر	2
برای ۱۲ ماه	1.4
برای ۶ ماه	1.2
برای ۳ ماه	1.0

* همانطور که در رابطه λ ملاحظه می شود ، وجود فولاد فشاری به میزان قابل ملاحظه ای از تغییر شکل بتن جلوگیری می نماید.

عدم وجود فولاد فشاری ، بتن بدون هیچ مانعی به انقباض و خزش طبیعی خود ادامه می دهد

محدودیت آیین نامه در مورد تغیر شکل تیرها(حد مجاز)

در مورد تیرها و دالها ملاحظات مربوط به قابلیت بهره برداری حکم می کند که میزان تغییر شکل تیرها از حدی تجاوز نکند . تغییر شکل زیاده از حد تیرها و دالها موجب ترک خوردن پوشش روکاری روی تیریا دال می گردد و علاوه بر آن ممکن است در افراد استفاده کننده از بنا ایجاد ترس و وحشت بنماید. به همین جهت آبا میزان تغییر شکل در تیرها و دالها را محدود می کنند. میزان محدودیت بستگی به نوع و شرایط بهره برداری از آن دارد.

جدول ۲ : محدودیت تغییر شکل در تیرها

نوع عضو	تغییر شکل موردنظر	محدودیت تغییرشکل
۱- بام هایی (فقط طبقه آخر) که به عناصر که از تغییرشکل های بزرگ آسیب می بینند متصل نبوده و یا آنها را حمل نمی کنند.	تغییر شکل آنی تیر در زیر اثر بارزنده	$\frac{L}{180}$
۲- سقف هایی که به عناصر که از تغییر شکل های بزرگ آسیب می بینند متصل نبوده و یا آنها را حمل نمی کنند.	تغییر شکل آنی تیر در زیر اثر بارزنده	$\frac{L}{360}$
۳- بام ها یا سقف هایی که به عناصر غیره سازه ای متصل هستندیا آنها را نگهداری می کنند و تغییر شکل زیاد ممکن است آسیبی در این عناصر ایجاد کند.	قسمتی از تغییر شکل که در اثر اضافه کردن بار مربوط به عناصرغیر سازه ای (مثلاً دیوار تقسیم) به وجود می آید + اضافه تغییر شکل درازمدت + تغییر شکل ناشی از بارزنده	$\frac{L}{480}$
۴- بام یا سقف هایی که به عناصر غیرسازه ای متصل هستند یا آنها را نگهداری می کنند ولی اضافه تغییر شکل آسیبی در این عناصر ایجاد نمی کند.	قسمتی از تغییر شکل که در اثر اضافه کردن بار مربوط به عناصر سازه ای به وجود می آید + اضافه تغییر شکل درازمدت + تغییر شکل ناشی از بارزنده	$\frac{L}{240}$

روشهای ساده برای کنترل تغییر شکل در اعضاکم اهمیت تر

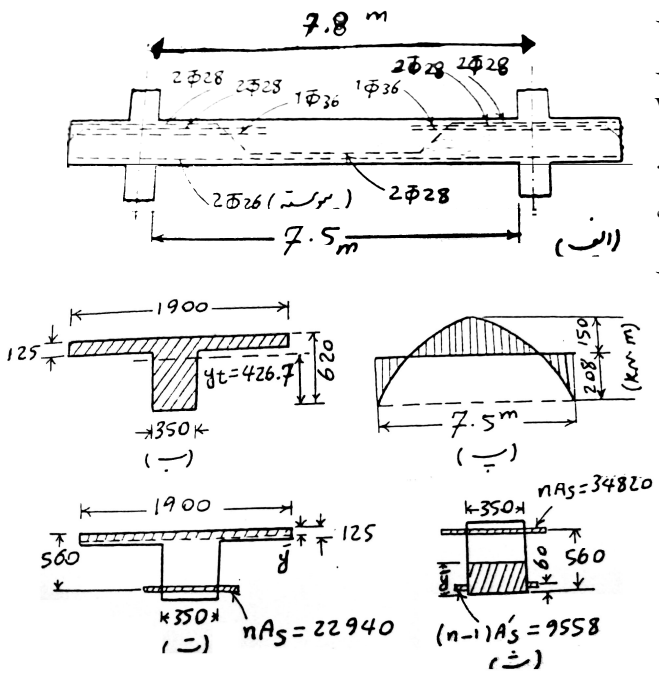
(ساختمانهای متعارف تحت بارگذاریهای معمول)

در اعضای کم اهمیت تر می توان با محدود نمودن نسبت ارتفاع به دهانه تیر ازرضایت بخش بودن تغییر شکل اطمینان حاصل نمود . طبق آبا اگر حداقل ارتفاع از مقادیر مندرج در جدول زیر بیشتر باشد محاسبه تغییر شکل الزامی نیست.

عضو	با تکیه گاه های ساده	با تکیه گاه های پیوسته از یک طرف	با تکیه گاه های پیوسته از دو طرف	کنسول
تیر	$\frac{L}{16}$	$\frac{L}{18.5}$	$\frac{L}{21}$	$\frac{L}{8}$

مقادیر داده شده در جدول بر مبناء $F_y = 400\ N/mm^2$ می باشد . برای F_y غیر از $400\ N/mm^2$ ، مقادیر داده شده باید در ضریب $0.4 + \frac{f_y}{670}$ ضرب شود.

مثال : تیر نشان داده شده در تصویر مقابل قسمتی از یک سیستم سقف می باشد بار مرده وزنده وارد بر تیر در شرایط بهره برداری به ترتیب برابر است با W_D = 16.4 KN/m و W_L = 32.8 KN/m می باشد . فرض می شود ۲۰٪ بار زنده در طول ۵ سال به صورت پایدار باشد و ۸۰٪ آن به طور لحظه ای وارد شود. در دیاگرام پ ممان خمشی تیر تحت اثر بار مرده و زنده کل در شرایط بهره برداری نشان داده شده است . تیر دیوارهای تقسیم را حل می کند که در صورت ایجاد تغییر شکل قابل توجه در آن ، به دیوارهای تقسیم آسیب می رسد.



مطلوبست ، اولا" : تغییر شکل آنی حداکثر تیر ناشی از بار مرده و زنده ثانیا" : تغییر شکل درازمدت ثالثا" : تعیین آن قسمت از تغییر شکل که سبب آسیب رساندن به دیوارهای تقسیم می شود.(تغییر شکل درازمدت .زنده. دیوار)

$E_S = 2\times 10^5 \ {}^{N}\!/_{mm^2}$ $\qquad F_y = 300 \ {}^{N}\!/_{mm^2}$ $\qquad F_C = 20 \ {}^{N}\!/_{mm^2}$

تعیین I_e متوسط

I_e(متوسط)$= 0.5\ I_{em} + 0.25\ (I_{el} + I_{er})$

$$I_e = I_{Cr} + (I_g - I_{cr})\left(\frac{M_{Cr}}{M_a}\right)^3 \le I_g$$

$$E_C = 5000\sqrt{F_C} = 5000\sqrt{20} \quad \Rightarrow \quad E_C = 0.2\times 10^5 \ N/mm^2$$

$$n = \frac{E_S}{E_C} = \frac{2\times 10^5}{0.2\times 10^5} = 10$$

$$F_r = 0.6\sqrt{F_C} = 0.6\sqrt{20} = 2.68 \ N/mm^2$$

تعیین I_{em} (ناحیه ممان خمشی مثبت) : در این ناحیه تیر به صورت مقطع شکل عمل می کند.

$A_S = 2\ (531 + 616) = 2294 \ \ mm^2$

$nA_S = 22940 \ mm^2$

$$C = \frac{b_W}{nA_S} = \frac{350}{22940} = 0.01526$$

$$f = \frac{t\,(b - b_w)}{nA_S} = \frac{125\,(1900 - 350)}{22940} = 8.45$$

$$y_t = h - 0.5\frac{(b - b_w)t^2 + b_w h^2}{(b - b_w)t + b_w h}$$

$$y_t = 620 - 0.5\frac{(1400-350)125^2 + 350(620)^2}{(1400-350)125 + 350(620)} = 426.7\,mm$$

$$Ig = \frac{(b-b_W)t^3}{12} + \frac{b_W h^3}{12} + (b-b_W)t\ (h - t/2 - y_t)^2 + b_W h(y_t - \frac{h}{2})^2$$

$$Ig = \frac{(1400-350)125^3}{12} + \frac{350(620)^3}{12} + (1400-350)125\ (620 - \frac{125}{2} - 426.7)^2 + 350\times 620(426.7 - \frac{620}{2})^2$$

$I_g = 1.3474 \times 10^{10}\ mm^4$

بدون فولاد فشاری

$$a = \frac{\sqrt{C(2d + t.f) + (1+f)^2} - (1+f)}{C}$$

$$a = \frac{\sqrt{0.01526(2\times 560 + 125\times 8.45) + (1+8.45)^2} - (1+8.45)}{0.01526}$$

a= 106 .1 < t ⟹ از رابطه مستطیلی استفاده شود

125

$$I_{Cr} = b.\frac{a^3}{3} + n A_s (d-a)^2$$

$$I_{Cr} = \frac{1900(106.1)^3}{3} + 22940(560-106.1)^2 = 5483\times 10^6\ mm^4$$

$M_{cr} = f_r I_g / y_t = (2.68 \times 1.3474 \times 10^{10}) / 426.7 \times 10^{-6}$

$M_{Cr} = 84.6$ kn.m $\qquad M_a = 150$ kN.m

$I_e = I_{cr} + (Ig - I_{Cr})(M_{Cr}/Ma)^3$

$I_e = 5483 \times 10^6 + (1.3474\times 10^{10} - 5483 \times 10^6)(\frac{84.6}{150})^3 \quad => \quad I_e = 691\ 7\times 10^6\ mm^4$

تعیین $I_{er} = I_{El}$ (در ناحیه ممان منفی) ؛ در این ناحیه تیر به صورت مقطع مستطیل عمل می کند.

$Y_t = 620 / 2 = 310$ mm

$I_g = 350\ (620)^3 / 12 = 6951 \times 10^6\ mm^4$

با فولاد فشاری

$B = 350 / 34820 = 0.01005 \qquad r = (n-1)\ A's / nAs = 9558 / 34820 = 0.2745$

$b_W \quad nA_S$

$$a=\frac{\sqrt{2dB(1+\frac{r.d'}{d})+(1+r^2)}-(1+r)}{B}$$

$$a=\frac{\sqrt{2(560\times0.01005)(1+0.2745.\frac{60}{560})+(1+0.2745^2)}-(1+0.2745)}{0.01005}\Rightarrow a=234.9\ mm$$

$$I_{Cr}=\frac{b.a^3}{3}+nA_s(d-a)^2+(n-1)A'_s(a-d')^2$$

$$I_{Cr}=\frac{350(234.9)a^3}{3}+34820(560-234.9)^2+9558(234.9\ 60)^2\ \Rightarrow I_{Cr}=5484\times10^6\ mm^4$$

$$M_{Cr}=\frac{f_r I_g}{y_t}=(\frac{2.68\times6951\times106}{310})\times10^{-6}$$

$M_{cr}=60$ kN.m $\qquad$ $M_a=208$ kN.m

$I_{er}=I_{el}=I_{cr}+(I_g-I_{Cr})(M_{Cr}/M_a)^3$

$\Rightarrow I_{er}=I_{el}=5484\times10^6+(6951-5484)\times10^6\times(60/208)^3$

$I_{er}=I_{el}=5519\times10^6$ mm^4

(متوسط) $I_e=0.5\ I_{em}+0.25\ (I_{el}+I_{er})$

$I_e=0.5\ (6917\times10^6)+0.25\ (2\times5519\times10^6)=6218\times10^6$ mm^4

$$\Delta_m=\frac{5L^2}{48EI}[M_m-(0.1)(M_L+M_r)]$$

$$\Delta_m=\frac{5(7800)^2}{48\times0.2\times10^5\times6218\times10^6}[150-0.1(208+208)]\times10^6$$

$\Delta_m=5.5$ mm $\qquad$ تغییر شکل آنی ناشی از بار مرده و کل بار زنده در وسط دهانه تیر

ثانیاً: تغییر شکل دراز مدت ؟

$\Delta_t=\lambda\Delta_i$

$$\lambda=\frac{\xi}{1+50\rho'}\quad,\quad \xi=2$$

$\rho'=0$ در وسط دهانه $\Rightarrow$ $\lambda=\frac{2}{1+0}=2$

Δ_i : تغییر شکل آنی ناشی از بار مرده + 20% بار زنده (بار ماندگار)

Δ_i =?

$W=W_D+0.2\ W_L=16.4+0.2\ (32.8)=23$ kN.m

به ازاء کل بار $W_T=W_D+W_L=16.4+32.8=49.2$

$$M_m = \frac{23}{49.2}(150) = 70.1\ KN.m$$

$$M_r = M_L = \frac{23}{49.2}(208) = 97.2\ KN.m$$

$$\Delta' = \Delta_m = \frac{5(7800)^2}{48\times 0.2\times 10^5 \times 6218\times 10^6}\left[70.1 - 0.1\ (97.2+97.2)\right]\times 10^6$$

$$\Delta' = \Delta_m = 2.6 \text{ mm}$$

$$\Delta_t = \lambda\, \Delta_i = 2 \times 2.6 = 5.2 \text{ mm}$$

ثالثاً :

می بایستی از تغییر مکان کل (Δtot) تغییر مکان آنی آن قسمت از بار مرده که قبل از مساحت دیوارهای تقسیم وارد می شوند (شامل وزن خود تیر و دال بتن آرمه و غیره) کسر نماییم.

کل تغییر شکل= (تغییر شکل آنی + تغییر شکل دراز مدت)

$$\Delta_{Tot} = 5.5 + 5.2 = 10.7 \quad \text{mm}$$

فرض می کنیم این قسمت شامل ۷۰٪ بار مرده باشد و آن ۳۰٪ شامل وزن دیوارهای جداکننده است .

$$W'_D = 0.7\ W_D = 0.7\ (16.4) = 11.5 \quad \text{KN.M}$$

$$\frac{11.5}{49.2}(5.5) = 103\ mm$$

تغییر شکلی که ممکن است سبب آسیب رساندن به دیوارهای تقسیم شود = Δ''

$$\Delta'' = \Delta tot - 1.3 = 10.7 - 1.3 = 9.4 \quad \text{mm}$$

$$L / 480 = 7800 / 480 = 16.3$$

$$\Delta'' = 9.4 \text{ mm} < 16.3 \text{ mm}$$

ترک خوردن تیرها و محدودیت آیین نامه

* تیرها در منطقه ممان خمشی زیاد ، در ناحیه کششی ترک می خورد.

* میزان ترک خوردگی در یک تیر ، با عرض ماکزیمم دهانه ترک ها مشخص می شود.

* باز شدن زیاده از حد ترکها باعث منظره نامطلوب ، نفوذ بخار آب و هوا به سطح فولاد و فراهم نمودن زمینه زنگ زدگی فولاد می گردد .

* ترک خوردن تیرها به علت عدم توانایی بتن در تحمل کشش زیاده از حد در نتیجه تعداد ترکها و میزان ترکها بستگی به مقدار کشش ایجاد شده در بتن دارد.

* میزان کشش به وجود آمده در ناحیه کششی تیر را می توان با ملاحظه تنش ایجاد شده در فولاد کششی اندازه گرفت:

در نتیجه میزان ترک خوردگی یک تیر رابطه مستقیم با تنش موجود در فولاد کششی دارد.

* عرض دهانه ترک علاوه بر میزان تنش موجود در فولاد کششی بستگی به کیفیت چسبندگی بتن و فولاد نیز دارد .

* در صورت چسبندگی مناسب ، تیر ممکن است در ناحیه وسیع تری ترک بخورد ، اما بر خلاف تعداد ترکها ، عرض دهانه آنها چندان زیاد نیست.

* آزمایشات متعدد نشان می دهند که عرض ترکها در تیرها علاوه بر میزان تنش در فولاد به ضخامت پوشش بتنی محافظ میلگرد و همچنین با مقدار سطح بتنی که ناحیه کششی اطراف فولاد را پوشانده است ، نسبت مستقیم دارد .

آیین نامه بتن ایران رابطه زیر را برای محاسبه عرض ترک در تیرها و دالهای یکطرفه پیشنهاد می نماید.

$$W = 13\times10^{-6}\, f_s \sqrt[3]{d_c A}\ \ mm$$

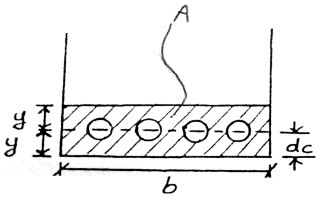
W : عرض ماکزیمم دهانه ترک بر حسب (mm)

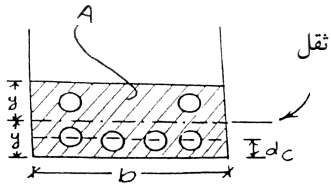
f_s: مقدار تنش در فولاد کششی بر حسب N/mm^2

d_c : فاصله آخرین تار بتن کششی از مرکز آخرین ردیف میلگرد کششی بر حسب mm

A: سطح بتن کششی موثر که اطراف یک میلگرد کششی را احاطه نموده است بر حسب mm^2

* **سطح بتن کششی موثر** بنا به تعریف عبارتست از سطحی از مقطع تیر که از یک سمت به آخرین تار کششی بتن محدود گشته و سمت دیگر آن به موازات این تار بوده و مرکز ثقل این سطح منطبق بر مرکز ثقل گروه فولاد کششی باشد.





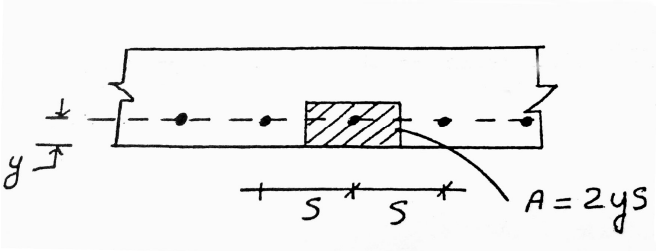
*سطح هاشور زده ، سطح بتن کششی موثر بر گروه فولاد کششی می باشد.

* سطح بتن کششی موثر بر یک میله فولادی از تقسیم این سطح بر تعداد فولادهای کششی به دست می آید.

$$A = \frac{2\times y\times b}{m} \quad \leftarrow \quad \text{تعداد فولادهای کششی / سطح هاشور خورده} = A$$

* در صورتیکه قطر میلگردهای کششی متفاوت باشد ، تعداد میلگردها (m) مساوی سطح مقطع کل میلگردها تقسیم بر سطح مقطع قطورترین میلگرد مصرفی می باشد. (حتی اگر غیر رُ ند هم باشد، همان مقدار را لحاظ می کنیم.)

* مقدار A در دالها مطابق شکل زیر برابر با $A= 2ys$ است.



* آیین نامه بتن ایران در غیاب محاسبات دقیق تر ، مقدار f_s را مساوی $0.6\ fy$ توصیه می نماید. (توصیه می شود محاسبه گردد.)

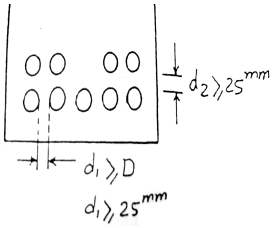
* عرض ترک محاسبه شده نباید از مقادیر مندرج در جدول ۳ بیشتر باشد.

* در دالهای دو طرفه یا دالهای تخت محاسبه عرض ترک خوردگی الزامی نمی باشد.

* در نواحی ممان منفی تیرهای T یکسره که در این قسمت بال فوقانی تیر T در کشش قرار می گیرد به جای متمرکز نمودن میلگردهای کششی در بالای جان، آیین نامه بتن ایران مقرر می دارد که میلگردهای کششی در محدوده ای مساوی عرض موثر بال یا $\frac{1}{10}$ طول دهانه(هرکدام که کوچکترند) توزیع گردد در صورتیکه عرض موثر بال بزرگتر از $\frac{1}{10}$ باشد، تعدادی میلگرد طولی اضافی حدوداً ۲ برابر میلگردهای حرارتی در دالها منظور می شود.

بعضی از محدودیت های آیین نامه در مورد تیرها

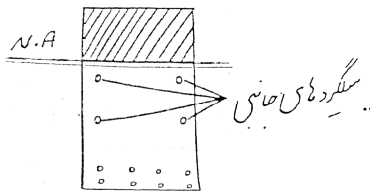
۱- فاصله میلگردهای طولی از یکدیگر باید حداقل برابر قطر میلگرد یا 1.33 برابر قطر بزرگترین دانه شنی . در هر حال این فاصله نباید از 25 mm کمتر باشد. چنانچه میلگردها در دو لایه قرار می گیرند.



اولاً : فاصله این میلگردها نباید کمتر از 25 mm در نظر گرفته شود.

ثانیاً : میلگردهای لایه فوقانی باید درست در روی میلگردهای تحتانی قرار گیرند.

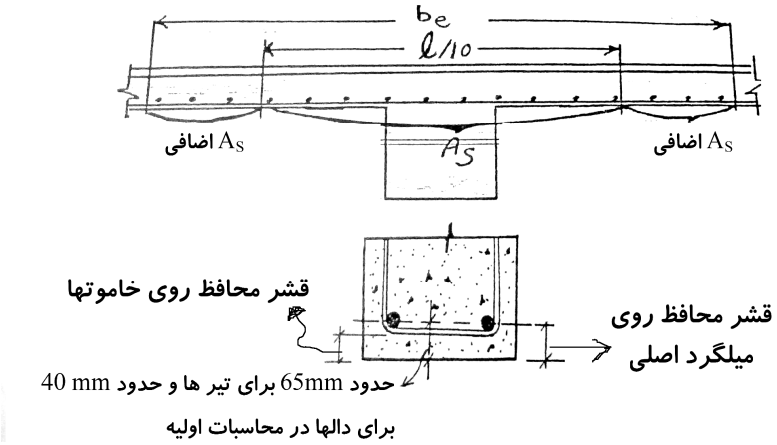
۲- چنانچه ارتفاع تیر از 90 cm تجاوز کند ، علاوه بر فولاد کششی ، باید در ناحیه بتن کششی در دو سمت جان تیر نیز فولاد قرار داد . میزان این فولاد ها $150 < (d - 750)$ میلی متر مربع در هر متر ارتفاع ، در هر یک از گونه های طرفین تیر در ناحیه ای به ارتفاع d/2 از میلگرد کششی تیر در نظر گرفته شود.



* مقدار این میلگردها لزومی ندارد بیشتر از نصف میلگرد کششی تیر در نظر گرفته شود.

* فاصله این میلگردها از یکدیگر نباید بیشتر از d /6 یا 300 mm اختیار شود.

* این میلگردها را می توان در محاسبات مقاومت در نظر گرفت.



✓ حداقل قشر بتن محافظ روی میلگرد : ضخامت پوشش بتنی روی میلگردها نباید کمتر از مقدار زیر باشد .

۱- قطر میلگردها

۲- بزرگترین اندازه سنگدانه ها تا 32 mm و یا 5mm بیشتر از بزرگترین اندازه سنگدانه های بزرگتر از 32 mm

۳- ارقام درج شده در جدول 4

جدول ۳

مقادیر حداکثر **عرض** ترک طبق آیین نامه بتن ایران

شرایط رطوبتی	حداکثر عرض ترک mm
۱- بتن در تماس با هوای داخل ساختمان (تیرها و دالها که در نما دیده نمی شوند)	0.4
۲- بتن در تماس با هوای خارج ساختمان (تیرها و دالها که در نما دیده می شوند)	0.35
۳- بتن در شرایط محیطی مهاجم ، نواحی در تماس دائم با آب	0.25
٤- بتن در شرایط محیطی بسیار مهاجم ، نواحی خشک و ترشونده ، ناحیه پا ششی در سازه های دریایی	0.15

جدول 4 مقدار حداقل پوشش بتن بر حسب mm

نوع قطعه	نوع شرایط محیطی				
	ملایم	متوسط	شدید	بسیار شدید	فوق العاده شدید
تیرها و ستونها	۳۵	۴۵	۵۰	۶۵	۷۵
دیوارها و تیرچه	۲۰	۳۰	۳۵	۵۰	۶۰
پوسته ها و صفحات پلیسه ای	۱۵	۲۵	۳۰	۴۵	۵۵

مقادیر داده شده در جدول را می توان به اندازه 5 mm برای بتنهای رده C , C35 و با 10 mm برای بتنهای رده بالاتر کاهش داد ، مشروط بر آنکه ضخامت پوشش به هر حال از 15 mm کمتر نشود. مقادیر معرفی شده در جدول رابابد برای میلگردهای با قطر بیشتر از 36 mm به مقدار 10mm افزایش داد.

انواع شرایط محیطی ذکر شده در جدول ۴ به شرح زیر طبقه بندی می شوند :

الف : شرایط محیطی ملایم : به شرایطی اطلاق می شود که در آن هیچ نوع عامل مهاجم از قبیل رطوبت ، تعریق ترو خشک شدن متناوب ، یخ زدگی ، تماس با خاک مهاجم یا غیر مهاجم ، مواد خورنده ، فرسایش شدید ، عبور وسایل نقلیه و ضربه موجود نباشد، یا قطعه در مقابل اینگونه عوامل به نحوی مطلوب محافظت شده باشد.

ب: شرایط محیطی متوسط : به شرایطی اطلاق می شود که در آن قطعات بتنی در معرض رطوبت و گاهی تعریق قرار می گیرند. قطعاتی که به طور دائم با خاکهای غیرمهاجم یا آب تماس دارند یا زیر آب با PH بزرگتر از 4.5 قرار می گیرند دارای شرایط محیطی متوسط تلقی می شوند.

پ : شرایط محیطی شدید : به شرایطی اطلاق می شود که در آن قطعات بتنی در معرض رطوبت یا تعریق شدید با تر خشک شدن متناوب یا یخ زدگی نه چندان شدید قرار می گیرند.قطعاتی که در معرض ترشح آب دریا باشند یا در آب غوطه ور شوند طوری که یک وجه آنها در تماس با هوا قرار گیرد ، قطعات واقع در هوای دارای نمک و نیز قطعاتی که سطح آنها در معرض خوردگی ناشی از مصرف مواد یخ زدا قرار می گیرد دارای شرایط محیطی شدید محسوب می شوند .

ت : شرایط محیطی بسیار شدید :

به شرایطی اطلاق می شود که در آن قطعات بتنی در معرض گازها ، مایعات ، مواد خورنده یا رطوبت همراه با یخ زدگی شدید قرار می گیرند.

از قبیل نمونه های ذکر شده در مورد شرایط محیطی شدید در صورتیکه عوامل مذکور حادتر باشند .

ث : شرایط محیطی فوق العاده شدید :

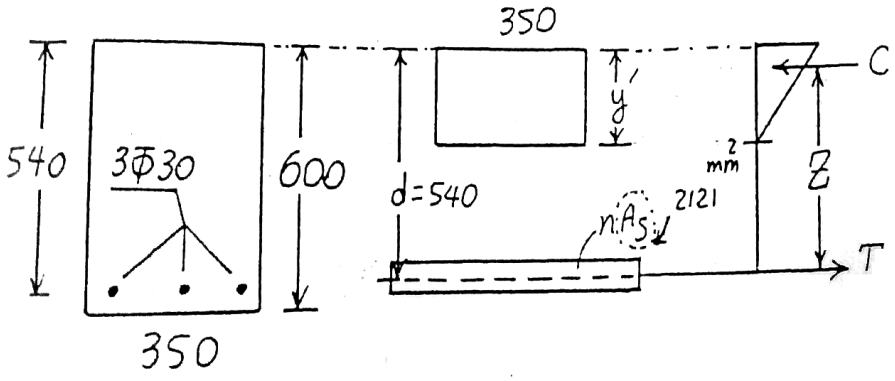
به شرایطی اطلاق می شود که در آن قطعات بتنی در معرض فرسایش شدید ، عبور وسایل نقلیه یا آی جاری با PH حداکثر قرار می گیرند.

رویه بتنی محافظت نشده پارکینگها و قطعات موجود در آبی که اجسام صلبی را با خود جابجا می کند دارای شرایط محیطی فوق العاده شدید تلقی می شوند.

مثال : بر مقطع نشان داده شده ، ممان بهره برداری $M = 230\ KN.M$ وارد می شود. مطلوبست کنترل عرض ترک؟
تیر در تماس با هوای معمولی قرار دارد.

$F_C = 20\ N/mm^2$

$F_y = 300\ /mm^2$



$E_C = 2.2 \times 10^4\ {}_{N/mm^2}$ $\Rightarrow E_C = 5000\sqrt{}\ F_C = 5000\sqrt{20}$

$$n = \frac{E_S}{E_C} = \frac{2\times10^5}{2.2\times10^4} = 9.1$$

$nA_s = 9.1 \times 2121 = 19297\ \ mm^2$

$$350\,y'(\frac{y'}{2}) = 19297(540 - y') \ \Rightarrow\ y' = 218\,mm$$

$M = TZ = F_C\,(A_S)\,Z$

$$F_S = \frac{230\times10^6}{2121(540\ (^{218}/_{3}))} = 232\ \ {}^{N}/_{mm^2}$$

$$A = \frac{2\,y\,b}{3} = \frac{2(60)\,(350)}{3} = 14000 \qquad d_c = 60mm$$

$$W = 13\times10^{-6}\,f_S\sqrt[3]{d_C.A} = 13\times10^{-6}\,(232)\sqrt[3]{60\times14000}$$

$W = 0.28\ mm\ < 0.35\ \ mm$ O.K. ✓

فصل دهم : ۱۰

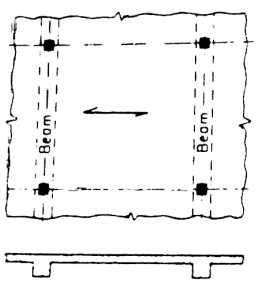
دالها

- ☑ انواع دالها
- ☑ دالهای یک طرفه
- ☑ حداقل درصد میلگرد های حرارتی
- ☑ سقف تیرچه بلوک
- ☑ کلاف عرضی
- ☑ دالهای دو طرفه
- ☑ تعیین ممان های خمشی و برشی ماکزیمم در دالها
- ☑ روش طراحی مستقیم
- ☑ دال تخت

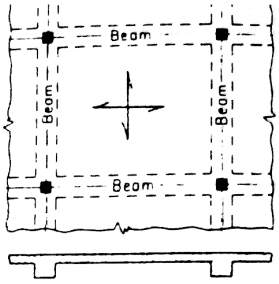
دالها

* دالها به صفحات بتن مسلح اطلاق می شوند که برای پوشش سقفها به کار می روند. این صفحات بار سقفها را به تیر یا به ستونها منتقل می نمایند.

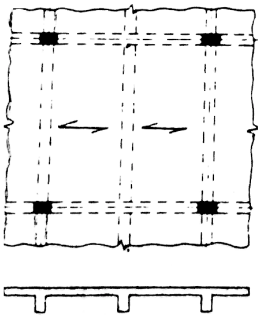
* دالها ممکن است مطابق شکل ۱ (الف) به تیرهای دو طرف تکیه داشته باشند در این صورت بار وارده فقط در یک جهت (عمود بر امتداد تکیه گاهها) حمل می شود. این نوع دالها را دالهای یکطرفه می گویند .



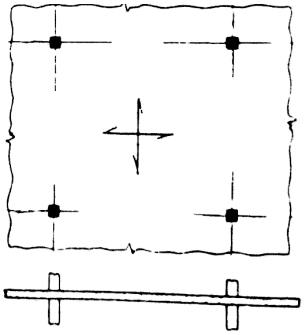
(الف) دال یکطرفه



(ب) دال دوطرفه



(پ) دال یکطرفه با تکیه‌گاه در چهار طرف



(ت) دال تخت

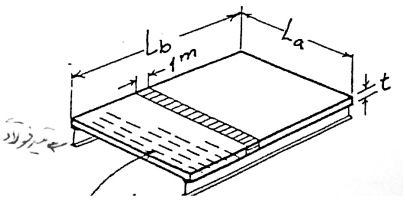
* اگر در زیر چهار بعد دال تکیه گاه موجود باشد باروارده بهر چهار تکیه گاه منتقل می شود. البته مقدار باری که به وسیله هر تیر حمل می شود بستگی به طول و عرض دال دارد. اگر طول دال کمتر از دو برابر عرض آن باشد ، می توان فرض نمود که دال دو طرفه است . یعنی بار وارده به وسیله هر چهار تکیه گاه حمل می شود مطابق شکل ۲ (ب).
در شکل ۳ (پ) با آنکه دال در اطراف روی تیرها قرار دارد . اما چون طول دال از عرض آن به اندازه قابل ملاحظه ای بیشتر است . (نسبت طول به عرض بیشتر از ۲) ، سهم انتقال بار در جهت طولی دال در مقایسه با سهم باری که در جهت عرضی آن منتقل می گردد ناچیز است و می توان از آن صرفنظر نمود . این نوع دالها را دال های یکطرفه می گویند.

* در دال نشان داده شده در شکل ۴ (ت) بار مستقیما" به ستونها منتقل می شود . این نوع دالها را دالهای تخت می گویند.

* در دالها فولاد گذاری به موازات سطوح و در دو جهت به عمل می آید و به علت محدود بودن ضخامت آنها اساسا " خاموت گذاری نمی شوند و ضخامت دالها به اندازه ای در نظر گرفته می شود که نیاز به خاموت نباشد.

دالهای یکطرفه :

نسبت طول به عرض بزرگتر از ۲ $\left(\frac{L_b}{L_a} \geq 2\right)$

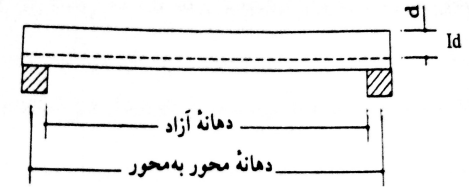


میلگرد اصلی

* در این دالها بار در یک جهت منتقل می شوند.

* برای آنالیز و طراحی این دالها مانند مجموعه ای از تیرهای عرضی متصل به یکدیگر در نظر گرفته می شوند. به عبارت دیگر در جهت عرضی دال ، نواری به عرض واحد طول در نظر گرفته می شود.

* در این روش پیوستگی نوارهای عرضی دال در نظر گرفته نمی شود که این عمل در آنالیز و طراحی محافظه کارانه است و در جهت ضریب اطمینان می باشد.



* تعیین ممان خمشی در نقاط مختلف دال همانند تیرها می باشد.برای دهانه ساده ، طول دهانه محاسباتی مساوی فاصله محور به محور تکیه گاه و یا دهانه آزاد دال به علاوه ارتفاع موثر (d) هر کدام که کوچکترند در نظر گرفته می شود.

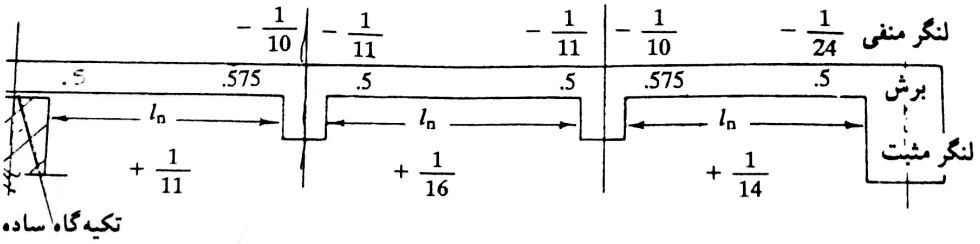
* در دالهای یکسره ، دهانه محاسباتی فاصله محور به محور در نظر رفته می شود لیکن ممان منفی ماکزییمم در بر تکیه گاه منظور می شود.

* در دهانه های یکسره در صورتیکه اختلاف طول دو دهانه مجاور از ۲۰٪ دهانه کوچکتر تجاوز نکند می توان از ضرایب نشان داده شده در شکل ۷ استفاده نمود .

$$M_U = \alpha W_U L_n^2 \qquad V_U = \beta W_U L_n$$

* L_N دهانه آزاد برای ممان مثبت و متوسط دهانه آزاد دو طرف برای ممان منفی.

* در صورتیکه دهانه آزاد L_N کمتر از 3 m باشد ضریب تمام ممانهای منفی $\frac{1}{12}$ خواهد بود.



* برای ممانهای منفی هیچگونه کاهشی نباید انجام گیرد.

* در محاسبات خمشی دال یکطرفه ، نسبت فولاد کششی کمتر از ρ_b (ترجیحاً نصف) اختیار می شود و به عبارتی ضخامت دال طوری اختیار می شود که نیاز به میلگرد فشاری نباشد . همچنین ضخامت دال باید طوری انتخاب شود که نیاز به خاموت نباشد.

* حداقل ضخامت دال مطابق جدول زیر می باشد.

کنسولی	دو انتهای یکسره	یک انتها یکسره	دهانه ساده
L / 10	L/28	L/24	L/20

* جدول فوق برای فولاد با مقاومت تسلیم $f_y = 400\ N/mm^2$ می باشد.

برای سایر مقاومتهای تسلیم ، ضرایب باید در $0.4 + \frac{F_Y}{670}$ ضرب شود.

* قشر بتن محافظ روی میلگردها ، درشرایطی که دال با محیط خارجی تماس ندارد $d\sim 25\text{-}30\ mm$ کافی می باشد.

* فاصله مرکز به مرکز میلگرد ها حداکثر مساوی ۳ برابر ضخامت دال یا $350\ mm$ هر کدام که کوچکتر باشند و در هیچ شرایطی فاصله آزاد بین میلگردها نباید از قطر میلگرد یا 1.33 برابر قطر اسمی بزرگترین سنگدانه و یا $25\ mm$ کمتر باشد.

* در نتیجه پدیده انقباض و کاهش درجه حرارت بتن تمایل به جمع شدن طول پیدا می کند و به علت یکپارچگی دال با تیرهای تکیه گاهی و در نتیجه وجود مانع در مقابل کاهش طول ؤ تنش کششی به وجود می آید و در نتیجه احتمال ایجاد ترک لذا لازم است در امتداد عمود بر میلگرد اصلی (در امتداد طولی دال) میلگردهایی برای مقابله با جمع شدگی (انقباض) و تغییرات درجه حرارت منظور نمود . این میلگردها را میلگردهای حرارتی می گویند.

* حداقل درصد میلگردهای حرارتی طبق آیین نامه آبا

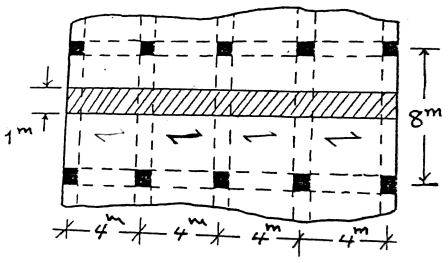
برای f_y کوچکتر از $400\ N/mm^2$ ⟵ $\rho = 0.002$

$A_s = 0.002\ bh$

برای f_y مساوی $400\ N/mm^2$ ⟵ $\rho = 0.0018$

$A_s = 0.0018\ bh$

مثال : مطلوبست طراحی دالهای یکطرفه نشان داده شده در تصویر زیر :



$DL = 15\ KN/m^2$
$LL = 7\ KN/m^2$
$F_C = 25\ N/mm^2$
$f_y = 350\ N/mm^2$
عرض تیرها برابر 400 mm است.

حل :

ابتدا از نوار طراحی به عرض 1m را رسم می کنیم و ممانهای مثبت و منفی را با استفاده از ضرایب ممان به دست می آوریم.

طول آزاد دهانه برابر است با :

$L_n = 4000 - 400 = 3600\ mm$

$W_U = 1.25\ (15) + 1.5(\ 7) = 29.25\ \ KN/m^2$

$W_U = 29.25\ (1) = 29.25\ \ KN.m$

در ازای هر واحد طولی محاسبه ممان ماکزیمم مثبت

$$M_u^+ = \frac{W_U L^2{}_n}{14} = \frac{29.25\ (3.6)^2}{14} \quad \Rightarrow \quad M_u^+ = 27.1\ \ KN.m$$

محاسبه ممان منفی کناری و ماکزیمم میانی :

$$M_u^- = \frac{W_U L^2{}_n}{24} = \frac{29.25\ (3.6)^2}{24} \quad \Rightarrow \quad M_u^- = 15.8\ \ KN.m \quad (\text{ ممان در تکیه گاه کناری })$$

$$M_u^- = \frac{W_U L^2{}_n}{10} = \frac{29.25\ (3.6)^2}{10} \quad \Rightarrow \quad M_u^- = 38\ \ KN.m \quad (\text{ ممان در تکیه گاه میانی })$$

ضخامت دال

حداقل ضخامت

برای دهانه کناری ⟵ $t = [\ L\ /24] \times 0.92 = [\ 4000\ /24] \times 0.92 = 153\ mm$

برای دهانه میانی ⟵ $t = [\ L\ /28] \times 0.92 = [\ 4000\ /\ 28] \times 0.92 = 131\ mm$

use ⟵ $t = 160\ mm$

$d = 160 - 30 = 130\ \ mm$

(0.92 برای تبدیل از F_y مخالف ۴۰۰ می باشد)

محاسبه کفایت d برای عدم احتیاج به میلگرد فشاری

$$\rho_{max} = \rho_b = 0.6\beta_1 \frac{f_C}{f_Y} \times \frac{600}{600 + f_Y}$$

$$\Rightarrow 0.6\ (0.85) \frac{25}{350} \times \frac{600}{600 + 350} = 0.023$$

از رابطه تعادل نیروها :

$0.85\ (0.6 \times 25)\ 1000\ a = 0.023 \times 1000 \times 130 \times (0.85 \times 350) \longrightarrow a = b\ 9.8\ mm$

$$M_r = \{\ 0.023\ (1000)\ (130)\ (0.85 \times 350)\ [\ 130 - 69.8/2\ ]\ \}\ \times 10^{-6}$$

$M_r = 84.6\ KN\text{-}M > M_{max\ (موجود)} = 38$ O.K.

کنترل ضخامت انتخابی برای برش :

$V_U = 0.575 \times 29.25 \times 3.6 = 60.5\ KN$

$V_U = 60.5 - 0.13\ (29.25)\ 56.7\ KN$ به فاصله d از بر تکیه گاه

$V_C = 0.2\ \phi_C \sqrt{F_C}\ bd = 0.2\ (0.6) \sqrt{25} \times 1000 \times 130 \times 10^{-3} = 78\ KN$

$V_U > V_C$ O.K.

محاسبه سطح مقطع میلگردها :

$$A_S = \frac{0.85 f_{Cd} . bd}{f_{yd}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_U}{0.85 f_{Cd} . bd^2}} \right]$$

$$A_S = 5571(1 - \sqrt{1 - 0.009 M_U})$$

M_U بر حسب kN.m می باشد.

فولاد مورد نیاز برای ممان مثبت :

$A_S = 727\ mm^2$

Φ_{12} @ 15 cm c/c

فولاد موردنیاز برای ممان منفی:

(i) برای دهانه کناری

$A_S = 411\ mm^2$

Φ_{12} @ 25 cm c/c

(ii) برای دهانه های میانی

$A_S = 1052\ mm^2$

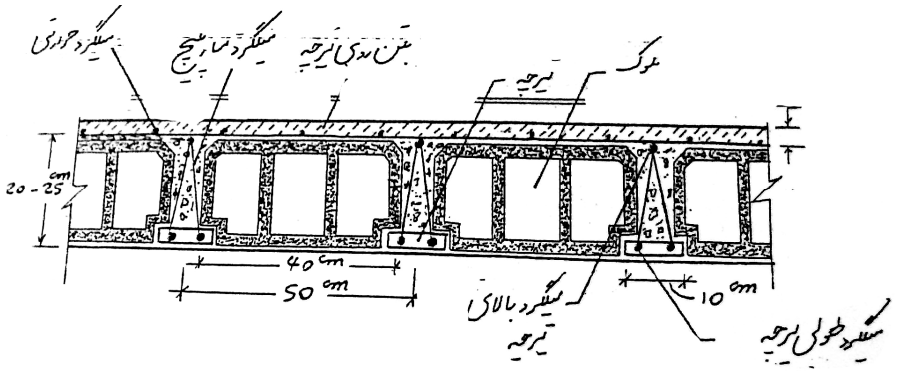
Φ_{12} @ 10 cm c/c

کنترل میزان فولاد لازم

$A_{S\ max} = p_{max}\ bd = 0.023\ (1000)\ (130) = 2990\ mm^2$

$A_{S\ min} = 0.002\ bh = 0.002\ (1000)\ (160) = 320\ mm^2$

$A_{smin} < A_S < A_{Smax}$ O.K.



سقف تیرچه بلوک تشکیل یافته است از :

۱- تیرچه به فواصل 50 cm

برای کاهش بار مرده ⟵ ۲- بلوک های توخالی سفالی یا بتنی

۳- بتن که فضای روی تیرچه ها را پر کرده و روی بلوک ها لایه ای به ضخامت حدود 5 cm تشکیل می دهد.

* سقف تیرچه بلوک به صورت دال یکطرفه عمل می کند.

* پس از گرفتن بتن روی تیرچه، تیرچه به صورت یک مقطع T شکل عمل می کند.

مراحل اجرای سقف تیرچه بلوک

۱- قرار دادن تیرچه ها به فواصل 50 cm از یکدیگر روی تیرهای اصلی

۲- زیر تیرچه ها بسته به طول دهانه ، در نقاط وسط یا 1/3 دهانه تیرچه ها با استفاده از چهار تراش و جک بسته می شود.

۳- بلوک گذاری بین تیرچه ها انجام می گردد.

۴- روی بلوکها میلگرد حرارتی معمولا Φ_6 با فواصل 25 cm بسته می شود.

۵- بتن ریزی سقف

* برای دهانه های بزرگتر از 3 m در وسط دهانه با ایجاد کلافهای عرضی به یکدیگر می بندند .

* برای دهانه بزرگتر از 4.5 m ، دو کلاف عرضی در نقاط 1/3 دهانه گذاشته می شود.

* طبق آبا نیروی برشی مقاوم بتن را می توان ۱۰٪ بیشتر از V_C معمول برای تیرها در نظر گرفت .

مثال : مطلوبست طراحی یک سقف تیرچه بلوک سراسری با تیرچه ای به طول 4 m (مرکز به مرکز) و با طول دهانه آزاد 3.65 m (وزن مرده سقف تیرچه بلوک $4.15\ kN/m^2$)

$F_c = 25\ N/mm^2$ $f_y = 300\ N/mm^2$

$L.L = 2\ kN/m^2$ کف سازی $= 2.4\ kN/m^2$

انتخاب ارتفاع اولیه

$h_{min} = L / 28 = 4000 / 28 = 143\ mm$

ارتفاع انتخابی $= 200 + 50 = 250\ mm$

کنترل ضخامت لایه بتن روی بلوک ها

$W_U = 1.25\ [\ (0.05 \times 24) + 2.4\ ] + 1.5\ (2) = 7.5\ \ kN/m^2$

با در نظر گرفتن عرض 1m $W_U = 7.5\ KN/m$

$M_U = W_U L^2 / 12 = 7.5\ (0.4)^2 / 12 = 0.10\ KN\text{-}M$

$$F_{Ct} = M_C / I = \frac{0.1\times10^6\times25}{\frac{1}{12}(1000)(50)^3} = 0.24\ N/mm^2$$

$F_{Ct} = \phi_c\ (0.6\ \sqrt{f_c}) = 1.8 > 0.24$ O.K.

طراحی تیرچه

وزن مرده سقف تیرچه بلوک $= 4.15\ kN/m^2$

+

کف سازی $= 2.4\ kN/m^2$

$6.55\ kN/m^2$

$W_U = 1.25\ (6.55) + 1.5\ (2) = 11.2\ \ KN/M^2$

تیرچه $W_U = 0.5 \times 11.2 = 5.6\ \ KN/M$

0.5= عرض بارگیر تیرچه

ناحیه ممان منفی (محل تکیه گاه) :

$M_U = W_U L_N^2 / 11 = 5.6\ (3.65)^2 / 11 = 6.8\ \ kN.m$

* در ناحیه ممان منفی تیرچه با مقطع مستطیلی عمل می کند .

$d = 250 - 30 = 220\ \ mm$

$$A_S = \frac{0.85 f_{Cd}.bd}{f_{y_d}}\left[1-\sqrt{1-\frac{2M_U}{0.85 f_{Cd}.bd^2}}\right]$$

$$\Rightarrow As = 129\,mm^2 \qquad 2\Phi 10$$

$$A_S = \frac{0.85(0.6\times 25)100(220)}{0.85\times 300}\left[1-\sqrt{1-\frac{2\times 6.8\times 10^6}{0.85(0.6\times 25)(100)(220)^2}}\right]$$

ناحیه ممان مثبت (دهانه میانی)

$M_U = W_U L_n^2 / 16$

$M_U = 5.6\ (3.65)^2 / 16 = 4.66$ kN.m

فرض a = t

$M_r = 0.85\ (0.6\times 25)\ 500(50)(220-25)\times 10^6$

مقطع مستطیلی $M_r = 62.16$

$A_S = 0.85\ (0.6\times 25)$ $A_S = \dfrac{0.85(0.6\times 25)500(220)}{0.85\times 300}\left[1-\sqrt{1-\dfrac{2\times 4.66\times 10^6}{0.85(0.6\times 25)(500)(220)^2}}\right]$

$A_S = 83.7\ mm^2$

کنترل برش

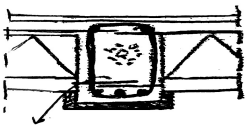
$V_u = 0.57\ W_u L_n - W_u\, d$ در فاصله d از لبه

$= 0.575\ (5.6)\ (3.65) - 5.6\times 0.22 = 10.5$ KN

$V_C = 1.1\times 0.2\ \phi_C \sqrt{F_C}\ bd = 1.1\times 0.2\times 0.6\sqrt{25}\times 100\times 220$

$V_C = 14.5$ KN $> V_U$ لازم

(١٠٪ افزایش به خاطر فولاد زیگزاگ= 1.1)



فولاد کششی تیرچه

- فولاد کششی تیرچه ها باید حداقل به اندازه 12 cm - 13 cm به داخل تکیه گاه ادامه داشته باشد.
- بلافاصله بعد از نصب تیرچه ها، تکیه گاههای موقت نصب می شود. فاصله چهار تراشها و شمع های متوالی از یکدیگر به استقامت تیرچه ها و چهار تراشها بستگی دارد. معمولاً فاصله چهارتراش ها از یکدیگر 1.2 m است.
- هنگام شمع بندی خیز مناسبی برابر $\frac{1}{300}$ دهانه به طرف بالا برای تیرچه ها در نظر گرفته میشود تا پس از بارگذاری خیز در ظر گرفته شده، حذف و سقف مسطح گردد.

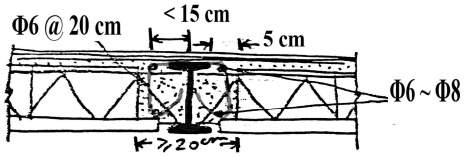
- کلاف عرضی: برای تقویت دیافراگم افقی در امتداد عمود بر امتداد تیرچه ها و برای توزیع یکنواخت بار روی سقف تیرچه و بلوک و همچنین در محلهایی که بار منفرد موجودباشد، کلاف عرضی که جهت آن عمود بر جهت تیرچه هاست تعبیه می شود. حداقل عرض کلاف برابر عرض بتن پاشنه تیرچه (عرض جان مقطع) می باشد.

- در صورتیکه بار زنده سقف کمتر از $350\ Kg/m^2$ و طول دهانه بیشتر از $4\ m$ باشد، یک کلاف عرضی در سقف تعبیه می شود. حداقل سطح مقطع میلگرد های طولی باید برابر نصف مقدار میلگرد کششی تیرچه ها باشد.

- در مورد بار زنده بیشتر از 350Kg/m2 و دهانه 7- 4متر ، دو کلاف عرضی و برای دهانه بیشتر از 7m ، ۳کلاف عرضی اجرا می شود. حداقل سطح مقطع میلگرد های طولی آن برابر سطح مقطع میلگرد های کششی تیرچه می باشد.

- تیر آهن در وسط کلاف قرار می گیرد

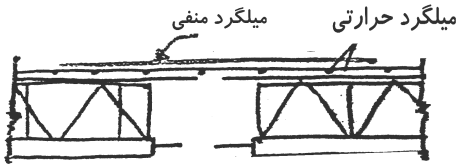
عرض کلاف حداقل ۲۰ سانتیمتر



نحوه استقرار سقف تیرچه و بلوک

روی تیر باربر فولادی

- در عمل ،طراحی سقف های تیرچه و بلوک با فرض تکیه گاه ساده انجام می شود. لیکن ، میلگرد های منفی بر اساس ۱۵٪ ممان جنبشی وسط دهانه محاسبه و در محل تکیه گاه تعبیه می شوند. در صورتیکه تکیه گاه میانی باشد ، بیشترین ممان جنبشی دهانه های طرفین ملاک محاسبه قرار می گیرد .این میلگرد ها از تکیه گاه به طرف داخل دهانه تا فاصله $\frac{1}{5}$ دهانه آزاد ادامه می یابد.



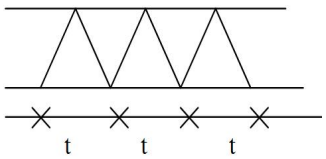
✓ جزییات فولاد های تیرچه

- **فولاد کششی** : سطح مقطع فولاد کششی از طریق محاسبه تعیین می شود. در هر صورت
  - برای فولاد A-I از 0.0025 نباید کمتر باشد
  - برای فولاد A-II, A-III نباید از 0.0015 کمتر باشد.
  - همچنین در همه موارد نباید از 0.025 بیشتر باشد.

❖ **فولاد عرضی** (زیگزاگ) : فولاد عرضی تیرچه در مرحله اول باربری به کمک اعضای طولی بالایی و پایینی ایستایی لازم را برای تحمل وزن تیرچه به هنگام حمل و نقل و نصب و وزن مرده سقف در حد فاصل تکیه گاههای موقت را به هنگام اجرا تامین می نماید. و در مرحله دوم باربری ، پیوستگی لازم بین میلگرد های کششی و بتنی در جا توسط میلگرد های عرضی تامین می شود. همچنین تحمل نیرو های برشی سقف نیز بوسیله میلگرد عرضی انجام می گیرد.سطح مقطع میلگرد های عرضی نباید از $b_w t$ 0.0015 کمتر باشد.

b_w: عرض پاشنه تیرچه (عرض جان مقطع)

t: فاصله گام میلگرد عرضی



❖ فاصله گام میلگرد عرضی حداکثر 20 cm است.

❖ **فولاد فوقانی**: این میلگرد در مرحله اول باربری به عنوان میلگرد فشاری عمل می کند و به کمک سایر اعضا نیرو های وارده در مرحله حمل ، نصب و اجرا را تحمل می کند و در مرحله دوم باربری ، به عنوان قسمتی از میلگرد های حرارتی محسوب می شود.

❖ قطر میلگرد های فوقانی تیرچه معمولاً بین 12 mm – 6 تغییر می کند.

توصیه می شود:

برای تا دهانه 3 m از قطر 6 mm استفاده شود.

از دهانه 3 m تا 4 m از قطر 8 mm استفاده شود.

از دهانه 4 m تا 5.5 m از قطر 10 mm استفاده شود.

از دهانه 5.5 m تا 7 m از قطر 12 mm استفاده شود.

❖ حداقل عرض پاشنه بتنی 10 cm است و معمولاً آن را به عرض 12 cm اجرا می کنند.حداقل ضخامت بتنی پاشنه 4 Cm است . نباید از قطر بزرگترین میلگرد کششی بعلاوه 30 mm کمتر باشد. معمولاً ضخامت بتنی پاشنه از 4.5 Cm تا 5.5 Cm اجرا می شود.

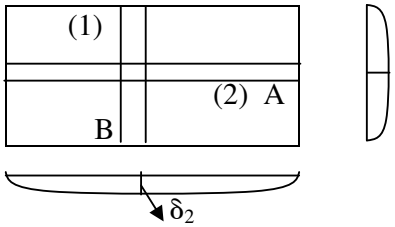
❖ برای متراکم کردن بتن سقف تیرچه و بلوک ، استفاده از ویبراتور های سطحی توصیه می شود. این نوع ویبراتور ها لایه های بتنی با ضخامت 25cm را به خوبی متراکم می کنند.

دالهای دو طرفه

دالهایی که تغییر شکل آنها عمدتاً به صورت یک سطح استوانه ای است را می توان به صورت دالهای یکطرفه و یا تیرهای نواری با دهانه های در جهت انحناء طراحی نمود. در صورتیکه نسبت طول به عرض دال کمتر از ۲ باشد ، سطح دال در اثر وارد شدن بار به صورت بشقاب ته گردی در می آید . این بدان معنی است که در هر نقطه دال دارای انحناء در دو جهت طولی و عرضی می باشد. از آنجا که مقدار ممان خمشی با مقدار انحناء متناسب است ، در هر دو جهت ممان خمشی وجود خواهد داشت . برای مقاومت در مقابل ممان های خمشی وارده باید در هر دو جهت طولی و عرضی دال از میلگرد استفاده نمود که در این صورت میلگردها در دو جهت عمود بر یکدیگر قرار خواهد گرفت.

* میزان و نحوه انتقال بار در دو جهت دال بستگی به ابعاد دال و شرایط گیرداری دال (شرایط لبه پیوسته) در تکیه گاهها دارد. بررسی دقیق چگونگی رفتار دال در زیر بار نیاز به بررسی تئوری صفحات دارد.

* برای درک فیزیکی چگونگی رفتار یک دال در زیر اثر بار به طور تقریبی می توان دالها را مجموعه ای از نوارهای مجزا در دو جهت دانست.



δ_1

برای مثال در دال ساده شکل مقابل
دو نوار ۱ و ۲ را در نظر می گیریم.
هر یک از این دو نوار سهمی از بار وارده دال را تحمل می کند

سهم هر یک آنقدر است که خیز ایجاد شده در هر یک از آنها در محل تقاطع ایندو یکسان باشد. به عبارت دیگر در دو منحنی فوق که نمایش تغییر شکل این دو نوار است. $\delta_1 = \delta_2$

اگر سهم شدت بار نوار ۱ W_A و نوار 2 را W_B بنامیم می توان نوشت که :

$$\delta_1 = \frac{5}{384}\frac{w_A \,.\, A^4}{EI}$$

$$\delta_2 = \frac{5}{384}\frac{w_B \,.\, B^4}{EI}$$

اگر $\delta_1 = \delta_2$ باشد خواهیم داشت

$$W_A \,.\, A^4 = W_B \,.\, B^4$$

$$\frac{W_A}{W_B} = \left(\frac{B}{A}\right)^4$$

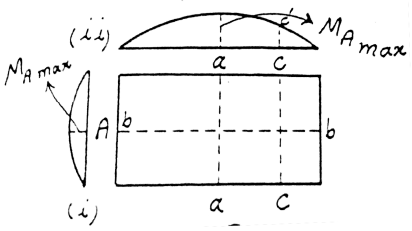
اگر اندازه یک ضلع دال نسبت به ضلع دیگر آن کوچکتر باشد ، سهم بیشتری از بار در جهت کوچکتر منتقل می گردد . اگر $B=2A$ باشد $W_A = 16\, W_B$ یعنی فقط $6\% \approx 1/16$ از کل بار در جهت بزرگتر B منتقل خواهد شد. لذا بدین علت است که در دال های که $B \geqslant 2$ است ، دال عملاً در جهت کوچکتر تحمل بار نموده و بنابراین دال یکطرفه می باشد.

* رفتار دال در زیر اثر بار به طور تقریبی مانند آنچه در بالا گفته شد می باشد . در عمل یک نوار نمی تواند مستقلاً تغییر شکل دهد مگر آنکه نوار مجاور را نیز با خود تغییر شکل دهد و چون تغییر شکل دو نوار مجاور یکسان نخواهد بود ، لذا هر یک از نوارها موجب به وجود آمدن پیچشی در نوار دیگر خواهد شد پیچش ایجاد شده در نوارها به تقویت نوار کمک کرده و مانع از بوجود آمدن تغییر شکل کامل مانند آنچه در دو نوار بالا گفته شد می گردد. نتیجه اینکه خیز و تنش در دال عملاً کمتر از آنست که بر اساس فرض فوق بدست آید.

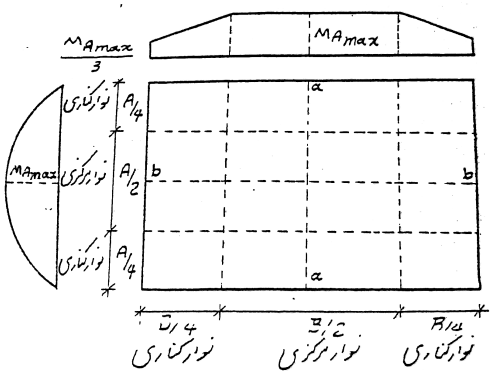
تحلیل و طراحی دالهای دو طرفه متکی در لبه ها بر طبق آیین نامه بتن ایران

* تحلیل دالها به طور دقیق نسبتاً پیچیده است . در کارهای عملی آیین نامه آبا تحلیل دالهای مربع مستطیلی که در اطراف روی تکیه گاه (دیوارها یا تیرهای سخت) قرار دارند ، روش ساده ای موسوم به روش ضرایب ممان خمشی را پیشنهاد می نماید.

برای درک پیشنهاد آبا در مورد تحلیل دالها، دال ساده زیر را که تحت اثر بار یکنواخت قرار دارد در نظر می گیریم.



دیاگرام ممان خمشی در دال را در جهت ضلع A بررسی می کنیم. در نوار مرکزی a -a دیاگرام ممان خمشی در جهت a-a سهمی شکل (شکل i) می باشد. بدیهی است هر چه از مرکز دال به سمت تکیه گاه نزدیکتر شویم تغییر شکل دال کمتر حواهد بود. تغییرات ممان خمشی ماکزیمم در جهت a-a در طول b-b در شکل (ii) نشان داده شده است. برای مثال ماکزیمم ممان خمشی در نوار c-c برابر c-c′ در شکل (ii) می باشد. چنین دیاگرامهایی را می توان برای ممان خمشی دال در جهت b-b و نیز تغییرات آن در طول a-a ترسیم نمود.



* آیین نامه آبا دال فوق را مطابق شکل مقابل در هر جهت به سه قسمت تقسیم می کند. در هر جهت دو نوار کناری و یک نوار میانی .

* آیین نامه آبا پیشنهاد می کند که تغییرات ممان خمشی ماکزیمم در طول نوار مرکزی ثابت گرفته شود و در طول نوارهای کناری به طور خطی تغییر کند تا به مقدار M_{Amax} 1/3 در روی تکیه گاه برسد.

* همین وضعیت در جهت b-b نیز صادق می باشد.

در نواحی کناری از آنجا که ممان خمشی از $M_{A\,max}$ تا $M_{A\,max}$ 1/3 (یا $M_{B\,max}$ تا $M_{B\,max}$ 1/3) تغییر می کند .فولادگذاری یکنواخت نیست . روش عملی در تعیین فولاد لازم برای نوارهای کناری بر اساس M_{Amax} 2/3 و M_{Bmax} 2/3 در هر جهت می باشد. لذا فولادگذاری در این ناحیه نیز یکنواخت خواهد بود لذا بطور تقریب می توان گفت که فولاد لازم برای نوارهای کناری 2/3 فولاد لازم در نوار مرکزی است . به دیگر فولادهاییکه برای نوار مرکزی تعیین شده می توان درنوارهای کناری با فاصله 1.5 برابر فاصله آنها در نوار مرکزی به کار برد.

تعیین ممانهای خمشی ماکزیمم و نیروهای برشی ماکزیمم در دالها

* این ممانها و نیروها به کمک ضرایبی که در آئین نامه آبا برای ۹ حالت مختلف در دالها داده شده تعیین می گردند. ایم حالات برای دالها با درجه پیوستگی های متفاوت در تکیه گاهها در نظر گرفته شده اند.

* در اشکال جدولها (جداول ۱۰-۳ تا ۱۰-۶) برای دال وقتی یک سمت دال هاشور خورده است منظور آنست که دال در آن سمت با دال دیگر پیوسته است.

* پارامتر اصلی در این جداول m نسبت ضلع کوچک دال به ضلع بزرگ آن است. $m = \frac{L_a}{L_b}$

M_a : ممان برای نواری با عرض واحد به موازات L_a

M_b : ممان برای نواری با عرض واحد به موازات L_b

$M_a = C_a\, wL_a^2$

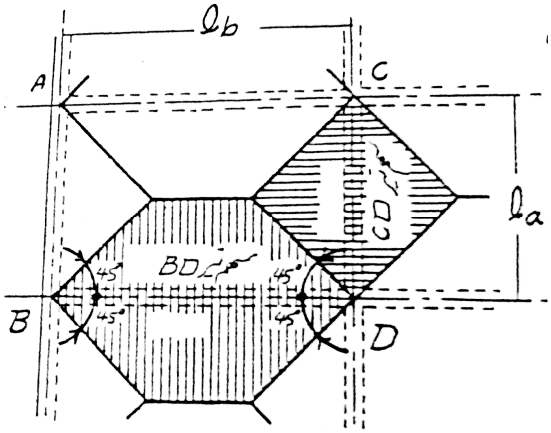
$M_b = C_b\, WL_b^2$

W : شدت بار گسترده یکنواخت وارد بر واحد سطح دال

L_a : دهانه آزاد در امتداد کوتاه L_b : دهانه آزاد در امتداد بلند

C_a و C_b : مقادیر بدست آمده از جداول

- ♣ برای تعیین ضرایب ممان منفی فزض شده است که در دو دهانه مجاور به طور کامل تحت بار مرده و زنده می باشد.
- ♣ در لبه های پیوسته ، ضرایب ممان منفی برای پانل های مجاور بدست می آید و سپس میانگین آن استفاده می شود.
- ♣ برای ممان خمشی مثبت ، ضرایب مربوط به بار مرده با ضرایب مربوط به بار زنده متفاوت می باشد .
- ♣ ممان منفی در لبه غیر پیوسته مساوی 3/4 ممان مثبت دهانه در همان امتداد می باشد.
- ♣ برای محاسبه نیروی برشی در دالها می توان از ضرایب داده شده در جدول ۶ استفاده نمود.
- ♣ برای محاسبه بار وارده بر تیرهای محیطی می توان از تقسیم صفحه (دال) توسط خطوط 45° متقاطع رسم شده از گوشه ها و خط مرکزی موازی لبه به صورت بارهای مثلثی و ذوزنقه بدست آورد.
- ♣ بجای بارهای مثلثی و ذوزنقه ای می توان بار یکنواخت معادل را نیز به کار برد.



برای تیرهای کوتاه $q_e = \frac{W_u l_a}{3}$

برای تیردهانه بلند $q_e = (\frac{W_u l_a}{3})(\frac{3-m^2}{2})$

W_u : شدت بار نهایی وارد بر واحد سطح پانل

m : نسبت ضلع کوتاه به ضلع بلند پانل $m = L_a / L_b$

♣ اگر تیری از دو پانل مجاور بار بری داشته باشد ، q_e مربوط به هر پانل جداگانه محاسبه و سپس با هم جمع می گردند.

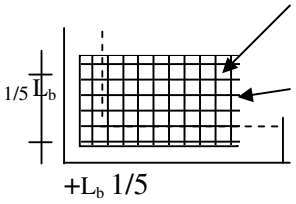
♣ برای محاسبه بار وارده بر تیر می توان از نسبت های داده شده در جدول ۶ استفاده کرد مشروط بر آنکه بـار وارد بـر تیر در جهت کوتاه از بار حاصل از بار از دال محصور توسط خطوط 45° کمتر نباشد.

♣ بدلیل وجود ممان پیچشی که در شروع تحت دال دو طرفه عنوان شده بود ، در گوشه کنـاری دالهـای بیرونـی ایجـاد اشکالاتی را می کند . وجود این ممان باعث می شود که گوشه دال تمایل به بر خاستن از روی تکیه گاه را داشته باشد . بـر خاستن دال از روی تکیه گاه ممکن است منجر به ترک خوردن دال شود ، لذا طبق توصـیه آئـین نامـه لازم اسـت در طـول مساوی 1/5 دهانه بزرگتر در دو جهت گوشه هم در بالا و هم در پایین یک شبکه میلگرد مساوی میلگردهـای لازم بـرای ممان مثبت حداکثر دال قرار گیرد.

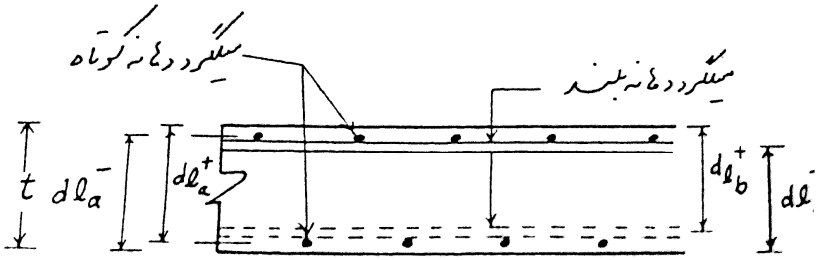
شبکه میلگرددربالا وپایین

♣ جزئیات آرماتورگذاری در جهت کوتاه وبلند

به صورت زیر میتوان نمایش داد .



میلگردهای گوشه دال



✓ ضخامت حداقل دالهای دو طرفه متکی در چهار لبه

طبق آبا حداقل ضخامت دالهای دو طرفه متکی بر تیرهای پیرامون به صورت زیر می باشد :

۱- در پانلهایی که در یک وجه یا بیشتر غیر پیوسته باشند ، محیط پانل تقسیم بر ۱۴۰

۲- در پانلهایی که در چهار وجه پیوسته باشند ، محیط دال تقسیم بر ۱۶۰

۳- ۱۰۰ میلی متر

روابط تعیین تغییر شکل دالهای دو طرفه

الف) پانلها با چهار لبه پیوسته

تغییر شکل الاستیک ناشی از بار زنده $\Delta_L = \frac{3}{32}\frac{M_b l_b^{\,2}}{E_C I_{eff}}$

تغییر شکل الاستیک ناشی از بار مرده $\Delta_d = \frac{1}{16}\frac{M_b l_b^{\,2}}{E_C I_{eff}}$

ب) پانلها با چهار لبه ساده

تغییر شکل الاستیک ناشی از بار زنده $\Delta_L = \frac{5}{48}\frac{M_b l_b^{\,2}}{E_C I_{eff}}$

تغییر شکل الاستیک ناشی از بار مرده $\Delta_d = \frac{5}{48}\frac{M_b l_b^{\,2}}{E_C I_{eff}}$

M_b: ممان وسط دهانه برای نواری به عرض واحد در امتداد دهانه بلند (N.mm)

L_b: دهانه بلند بر حسب mm

E_C: مدول الاستیسیته بتن $E_C = 5000\sqrt{fc}$

I_{eff}: ممان اینرسی موثر ، به طور تقریب می توان از I_g ممان اینرسی مقطع بتنی ترک نخورده استفاده کرد.

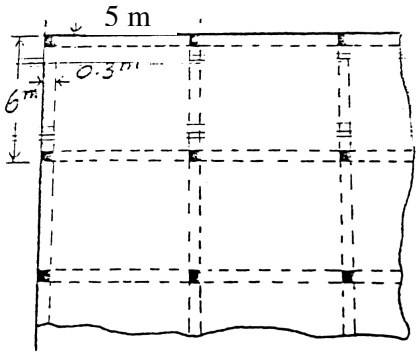
❖ برای محاسبه تغییر شکل دراز مدت ناشی از بار مرده باید آنرا در ضریب λ ضرب نمود.

$\Delta_{td} = \Delta_d + \lambda\Delta_d = \Delta_d\,(1+\lambda)$ (تغییر شکل کل ناشی از بار مرده)

$$\lambda = \frac{\xi}{1+50\rho'}$$

ρ' : درصد فولاد فشاری مقطع

زمان پس از بارگذاری	تابع زمانξ
۵ سال یا بیشتر	۲
۱۲ ماه	۱/۴
۶ ماه	۱/۲
۳ ماه	۱/۰



مثال : پلان یک کف شامل دالهای دو طرفه و متکی بر تیرهایی به عرض 30 cm که به صورت یکپارچه با دال در شکل مقابل نشان داده شده است. بار مرده علاوه بر وزن دال برابر $1.5\ KN/m^2$ و بار زنده برابر $4.8\ KN.m^2$ است . دال گوشه را طراحی کنید.

$F_c = 20\ N/mm^2$

$F_y = 400\ N/mm^2$

حل :

حداقل ضخامت دال $\Rightarrow \dfrac{2(6700+5700)}{140} = 177\ mm$ $\quad h =$ محیط پانل / 140

Use 180 mm

محاسبه بارهای ضریبدار

وزن دال $= 0.18 \times 24 = 4.32\ kN/m^2$

بار مرده ضریبدار $= 1.25\ (4.32 + 1.5) = 7.3$

بار زنده ضریبدار $= 1.5\ (4.8) = 7.2$

$W_U = 7.3 + 7.2 = 14.5\ kN/m^2$

تعیین ممانهای طراحی در نوار میانی

$m = L_a / L_b = 5.7 / 6.7 = 0.85$

ممان منفی در لبه پیوسته دال

$\dfrac{0.066 + 0.072}{2}$

در امتداد دهانه کوتاه $M^- = 0.069 \times 14.5 \times 5.7^2 = 32.5\ kN.m/m$

در امتداد دهانه بلند $M^- = 0.04 \times 14.5 \times 6.7^2 = 26\ kN.m/m$

$\dfrac{0.034 + 0.046}{2}$

ممان مثبت در وسط دهانه

i) در امتداد دهانه کوتاه

(ناشی از بار مرده) $M^+ = 0.036 \times 7.3 \times 5.7^2 = 8.5\ kN.m/m$

(ناشی از بار زنده) $M^+ = 0.043 \times 7.2 \times 5.7^2 = 10.1\ kN.m/m$

(ناشی از بار مرده) $M^+ + M^+ = 8.5 + 10.1 = 18.6\ kN.m/m$

ii) در امتداد دهانه بلند

$M^{+} = 0.019 \times 7.3 \times 6.7^2 = 6.2$ kN.m /m (ناشی از بار مرده)

$M^{+} = 0.023 \times 7.2 \times 6.7^2 = 7.4$ kN.m/m (ناشی از بار مرده)

13.6

ممان منفی در لبه های غیر پیوسته (3/4 ممان مثبت وسط دهانه)

$M^{-} = 3/4 \ \ 18.6 = 14$ kN.m /m (در امتداد دهانه کوتاه)

$M = 3/4 \times 13.6 = 10.2$ kN.m/m (در امتداد دهانه بلند)

طراحی میلگرد

برش دال به موازات لبه بلند

$d_a^+ = 180 - 20 - 5 = 155$ mm

$d_b^+ = 180 - 5 - 10 - 20 = 145$ mm

کنترل ضخامت دال

لازم است کنترل شود که به فولاد فشاری نیاز نمی باشد.

$$\rho_{MAX} = \frac{0.6\,\beta_1 f_C}{f_y} \ \frac{(600)}{(600 + f_y)}$$

$$\rho_{MAX} = \frac{0.6 \times 0.85 \times 20}{400} \ \frac{(600)}{(600+400)} = 0.0153$$

$A_{Smax} = P_{max}\ bd = 0.0453 \times 1000 \times 155 = 2372$ mm^2

$0.85\ (0.6 \times 20)\ 1000\ a = 2372\ (0.85 \times 400) \rightarrow a = 79$ mm

$M_{U\,max} = 2372\ (0.85 \times 400)\ (155 - 79/2) \times 10^{-6}$

$M_{U\,max} = 93.1$ kN.m /m

ممان فوق بزرگتر از تمام ممانهای موجود می باشد ، لذا نیازی به میلگرد فشاری نمی باشد .

فولاد حداقل نوار میانی

$A_{S\,MIN} = 0.0018 \times 1000 \times 180 = 324$ mm^2/m

الف) فولاد لازم در دهانه کوتاه (d = 155)

$$A_S = \frac{0.85 f_{Cd}.bd}{f_{yd}}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_U}{0.85 f_{Cd}.bd^2}}\right] \qquad A_S = 30(1 - \sqrt{1 - \frac{196.1 M_U}{d^2}}$$

لبه پیوسته ⟶ $M^{-}_U = 32.5$ $A_S = 664$ mm^2/ m → Φ_{10} @ 10 cm c/c

لبه نا پیوسته ⟶ $M^{-}_U = 14$ $A_S = 274$ mm^2/m × A_S=324 Φ_{10} @ 20 cm c/c

⟶ $M^{+}_U = 118.6$ $A_S = 368$ mm^2/m × A_S=324 Φ_{10} @ 20 cm c/c

ب) فولاد لازم در دهانه بلند (d = 145)

$M^{-}_{U} = 32.5 \quad A_S = 664 \ mm^2/m \rightarrow \quad \Phi_{10} \ @ \ 10 \ cm \ c/c$

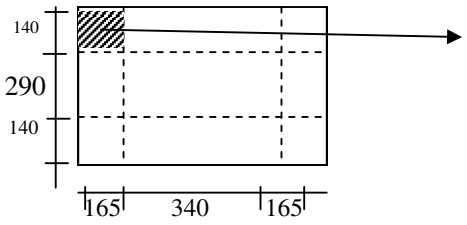
$M^{-}_{U} = 10.2 \quad A_S = 212 \ mm^2/m \times A_S = 324 \rightarrow \Phi_{10} @ 12 \ cm \ c/c$

$M^{+}_{U} = 13.6 \quad A_S = 285 \ mm^2/m \times A_S = 324 \rightarrow \Phi_{10} @ 12 \ cm \ c/c$

میزان فولاد لازم در نوارهای کناری

فاصله میلگردها 1.5 برابر فاصله میلگردها در نوار میانی. حداکثر فاصله 3h یا 350 mm هر کدام که کوچکتر باشد.

فولادگذاری گوشه



کنترل برش

بار کل نهایی دال = 14.5 (6.7 × 5.7) = 553 .8 kN

نیروی برشی برای نواری از دال به پهنای 1m در جهت کوتاه

$$V = \frac{0.66}{2} \times 553.8 \times \frac{1}{6.7} = 27.3 \quad kN/m$$

نیروی برشی در جهت بلند

$$V = \frac{0.34}{2} \times 553.8 \times \frac{1}{5.7} = 16.5 \quad kN/m$$

$V_C = 0.2 \ \phi \sqrt{fc} \ bd = 0.2 \times 0.6 \sqrt{20} \times 1000 \ (155) \times 10^{-3} = 83.2 > 27.3$

فولاد برشی لازم نمی باشد.

جدول ۱۰-۳

جدول ضرایب لنگر منفی برای دالها

$M_{a,neg} = C_{a,neg}\, W l_a^2$

$M_{b,neg} = C_{a,neg}\, W l_a^2$

w = بار یکنواخت مرده + زنده وارد بر واحد سطح

نسبت $m=\frac{l_a}{l_b}$	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8	Case 9
1.00 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.045 0.045	0.076	0.045 0.045	0.075	0.071	0.071	0.033 0.061	0.061 0.033
0.95 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.050 0.041	0.072	0.055 0.045	0.079	0.075	0.067	0.038 0.056	0.065 0.029
0.90 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.055 0.037	0.070	0.060 0.040	0.080	0.079	0.062	0.043 0.052	0.068 0.025
0.85 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.060 0.031	0.065	0.066 0.034	0.082	0.083	0.057	0.049 0.046	0.072 0.021
0.80 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.065 0.027	0.061	0.071 0.029	0.083	0.086	0.051	0.055 0.041	0.075 0.017
0.75 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.069 0.022	0.056	0.076 0.024	0.085	0.088	0.044	0.061 0.036	0.078 0.014
0.70 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.074 0.017	0.050	0.081 0.019	0.086	0.091	0.038	0.068 0.029	0.081 0.011
0.65 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.077 0.014	0.043	0.085 0.015	0.087	0.093	0.031	0.074 0.024	0.083 0.008
0.60 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.081 0.010	0.035	0.089 0.011	0.088	0.095	0.024	0.080 0.018	0.085 0.006
0.55 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.084 0.007	0.028	0.092 0.008	0.089	0.096	0.019	0.085 0.014	0.086 0.005
0.50 $C_{a,neg}$ / $C_{b,neg}$		0.086 0.006	0.022	0.094 0.006	0.090	0.097	0.014	0.089 0.010	0.088 0.003

* علامت هاشور نماینده لبه پیوسته یا گیردار و خط ساده نماینده تکیه گاه ساده با مقاومت پیچشی ناچیز است.

جدول ۱۰- ۴

جدول ضرایب لنگر مثبت برای بار مرده

$M_{a,pos,dl} = C_{a,dl}\, w\, l_a^2$

$M_{b,pos,dl} = C_{b,dl}\, w\, l_b^2$

w = بار یکنواخت مرده وارد بر واحد سطح

نسبت $m=\frac{l_a}{l_b}$	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8	Case 9
1.00 $C_{a,neg}$	0.036	0.018	0.018	0.027	0.027	0.033	0.027	0.020	0.023
$C_{b,neg}$	0.036	0.018	0.027	0.027	0.018	0.027	0.033	0.023	0.020
0.95 $C_{a,neg}$	0.040	0.020	0.021	0.030	0.028	0.036	0.031	0.022	0.024
$C_{b,neg}$	0.033	0.016	0.025	0.024	0.015	0.024	0.031	0.021	0.017
0.90 $C_{a,neg}$	0.045	0.022	0.025	0.033	0.029	0.039	0.035	0.025	0.026
$C_{b,neg}$	0.029	0.014	0.024	0.022	0.013	0.021	0.028	0.019	0.015
0.85 $C_{a,neg}$	0.050	0.024	0.029	0.036	0.031	0.042	0.040	0.029	0.028
$C_{b,neg}$	0.026	0.012	0.022	0.019	0.011	0.017	0.025	0.017	0.013
0.80 $C_{a,neg}$	0.056	0.026	0.034	0.039	0.032	0.045	0.045	0.032	0.029
$C_{b,neg}$	0.023	0.011	0.020	0.016	0.009	0.015	0.022	0.015	0.010
0.75 $C_{a,neg}$	0.061	0.028	0.040	0.043	0.033	0.048	0.051	0.036	0.031
$C_{b,neg}$	0.019	0.009	0.018	0.013	0.007	0.012	0.020	0.013	0.007
0.70 $C_{a,neg}$	0.068	0.030	0.046	0.046	0.035	0.051	0.058	0.040	0.033
$C_{b,neg}$	0.016	0.007	0.016	0.011	0.005	0.009	0.017	0.011	0.006
0.65 $C_{a,neg}$	0.074	0.032	0.054	0.050	0.036	0.054	0.065	0.044	0.034
$C_{b,neg}$	0.013	0.006	0.014	0.009	0.004	0.007	0.014	0.009	0.005
0.60 $C_{a,neg}$	0.081	0.034	0.062	0.053	0.037	0.056	0.073	0.048	0.036
$C_{b,neg}$	0.010	0.004	0.011	0.007	0.003	0.006	0.012	0.007	0.004
0.55 $C_{a,neg}$	0.088	0.035	0.071	0.056	0.038	0.058	0.081	0.052	0.037
$C_{b,neg}$	0.008	0.003	0.009	0.005	0.002	0.004	0.009	0.005	0.003
0.50 $C_{a,neg}$	0.095	0.037	0.080	0.059	0.039	0.061	0.089	0.056	0.038
$C_{b,neg}$	0.006	0.002	0.007	0.004	0.001	0.003	0.007	0.004	0.002

* علامت هاشور نماینده لبه پیوسته یا گیردار و خط ساده نماینده تکیه گاه ساده با مقاومت پیچشی ناچیز است.

جدول ۱۰-۵

جدول ضرایب لنگر مثبت برای بار زنده

$M_{a,pos,dl} = C_{a,ll}\ w\ l_a^2$

$M_{b,pos,dl} = C_{b,ll}\ w\ l_b^2$

w = بار یکنواخت زنده وارد بر واحد سطح

نسبت $m=\frac{l_a}{l_b}$		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8	Case 9
1.00	$C_{a,neg}$	0.036	0.027	0.027	0.032	0.032	0.035	0.032	0.028	0.030
	$C_{b,neg}$	0.036	0.027	0.032	0.032	0.027	0.032	0.035	0.030	0.028
0.95	$C_{a,neg}$	0.040	0.030	0.031	0.035	0.034	0.038	0.036	0.031	0.032
	$C_{b,neg}$	0.033	0.025	0.029	0.029	0.024	0.029	0.032	0.027	0.025
0.90	$C_{a,neg}$	0.045	0.034	0.035	0.039	0.037	0.042	0.040	0.035	0.036
	$C_{b,neg}$	0.029	0.022	0.027	0.026	0.021	0.025	0.029	0.024	0.022
0.85	$C_{a,neg}$	0.050	0.037	0.040	0.043	0.041	0.046	0.045	0.040	0.039
	$C_{b,neg}$	0.026	0.019	0.024	0.023	0.019	0.022	0.026	0.022	0.020
0.80	$C_{a,neg}$	0.056	0.041	0.045	0.048	0.044	0.051	0.051	0.044	0.042
	$C_{b,neg}$	0.023	0.017	0.022	0.020	0.016	0.019	0.023	0.019	0.017
0.75	$C_{a,neg}$	0.061	0.045	0.051	0.052	0.047	0.055	0.056	0.049	0.046
	$C_{b,neg}$	0.019	0.014	0.019	0.016	0.013	0.016	0.020	0.016	0.013
0.70	$C_{a,neg}$	0.068	0.049	0.057	0.057	0.051	0.060	0.063	0.054	0.050
	$C_{b,neg}$	0.016	0.012	0.016	0.014	0.011	0.013	0.017	0.014	0.011
0.65	$C_{a,neg}$	0.074	0.053	0.064	0.062	0.055	0.064	0.070	0.059	0.054
	$C_{b,neg}$	0.013	0.010	0.014	0.011	0.009	0.010	0.014	0.011	0.009
0.60	$C_{a,neg}$	0.081	0.058	0.071	0.067	0.059	0.068	0.077	0.065	0.059
	$C_{b,neg}$	0.010	0.007	0.011	0.009	0.007	0.008	0.011	0.009	0.007
0.55	$C_{a,neg}$	0.088	0.062	0.080	0.072	0.063	0.073	0.085	0.070	0.063
	$C_{b,neg}$	0.008	0.006	0.009	0.007	0.005	0.006	0.009	0.007	0.006
0.50	$C_{a,neg}$	0.095	0.066	0.088	0.077	0.067	0.078	0.092	0.076	0.067
	$C_{b,neg}$	0.006	0.004	0.007	0.005	0.004	0.005	0.007	0.005	0.004

* علامت هاشور نماینده لبه پیوسته یا گیردار و خط ساده نماینده تکیه گاه ساده با مقاومت پیچشی ناچیز است.

جدول ۱۰-۶

جدول نسبت بار کل w در امتداد l_b و l_a برای کنترل برش و توزیع بار روی تیرهای قاب

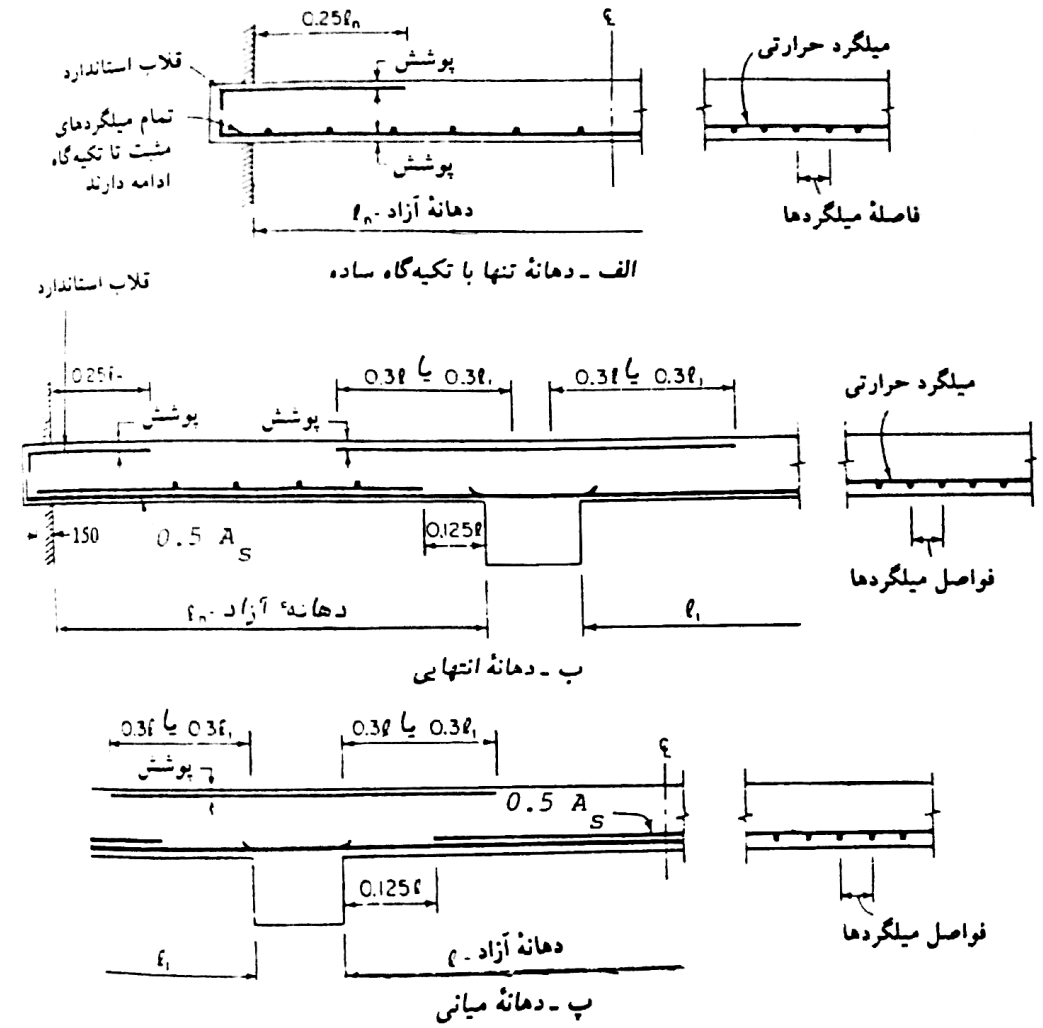
نسبت $m=\frac{l_a}{l_b}$		Case 1	Case 2	Case 3	Case 4	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8	Case 9
1.00	$C_{a,neg}$	0.50	0.50	0.17	0.50	0.83	0.71	0.29	0.33	0.67
	$C_{b,neg}$	0.50	0.50	0.83	0.50	0.17	0.29	0.71	0.67	0.33
0.95	$C_{a,neg}$	0.55	0.55	0.20	0.55	0.86	0.75	0.33	0.38	0.71
	$C_{b,neg}$	0.45	0.45	0.80	0.45	0.14	0.25	0.67	0.62	0.29
0.90	$C_{a,neg}$	0.60	0.60	0.23	0.60	0.88	0.79	0.38	0.43	0.75
	$C_{b,neg}$	0.40	0.40	0.77	0.40	0.12	0.21	0.62	0.57	0.25
0.85	$C_{a,neg}$	0.66	0.66	0.28	0.66	0.90	0.83	0.43	0.49	0.79
	$C_{b,neg}$	0.34	0.34	0.72	0.34	0.10	0.17	0.57	0.51	0.21
0.80	$C_{a,neg}$	0.71	0.71	0.33	0.71	0.92	0.86	0.49	0.55	0.83
	$C_{b,neg}$	0.29	0.29	0.67	0.29	0.08	0.14	0.51	0.45	0.17
0.75	$C_{a,neg}$	0.76	0.76	0.39	0.76	0.94	0.88	0.56	0.61	0.86
	$C_{b,neg}$	0.24	0.24	0.61	0.24	0.06	0.12	0.44	0.39	0.14
0.70	$C_{a,neg}$	0.81	0.81	0.45	0.81	0.95	0.91	0.62	0.68	0.89
	$C_{b,neg}$	0.19	0.19	0.55	0.19	0.05	0.09	0.38	0.32	0.11
0.65	$C_{a,neg}$	0.85	0.85	0.53	0.85	0.96	0.93	0.69	0.74	0.92
	$C_{b,neg}$	0.15	0.15	0.47	0.15	0.04	0.07	0.31	0.26	0.08
0.60	$C_{a,neg}$	0.89	0.89	0.61	0.89	0.97	0.95	0.76	0.80	0.94
	$C_{b,neg}$	0.11	0.11	0.39	0.11	0.03	0.05	0.24	0.20	0.06
0.55	$C_{a,neg}$	0.92	0.92	0.69	0.92	0.98	0.96	0.81	0.85	0.95
	$C_{b,neg}$	0.08	0.08	0.31	0.08	0.02	0.04	0.19	0.15	0.05
0.50	$C_{a,neg}$	0.94	0.94	0.76	0.94	0.99	0.97	0.86	0.89	0.97
	$C_{b,neg}$	0.06	0.06	0.24	0.06	0.01	0.03	0.14	0.11	0.03

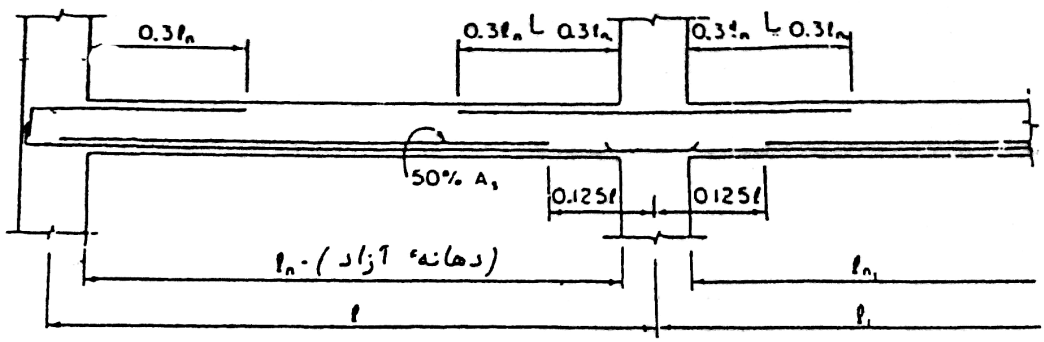
* علامت هاشور نماینده لبه پیوسته یا گیردار و خط ساده نماینده تکیه گاه ساده با مقاومت پیچشی ناچیز است.

مختص دال ها

سطح مقطع میله گردهای فولادی برای یک متر عرض کف بر حسب سانتی مترمربع

قطر mm	فاصله میلگردها بر حسب سانتی متر												
	8	10	12	14	15	16	18	20	22	24	25	28	30
6	3.53	2.083	2.36	2.02	1.88	1.77	1.57	1.41	1.29	1.18	1.13	1.01	0.94
8	6.28	5.03	4.10	3.59	3.35	3.14	2.79	2.51	2.28	2.09	2.01	1. 80	1.08
10	9.82	7.85	6.54	5.61	5.24	4.91	4.36	3.93	3.57	3.27	3.14	2.80	2.62
12	14.14	11.31	9.42	8.08	7.54	7.07	6.28	5.65	5.14	4.71	4.52	4.04	3.72
14	18.24	15.39	12.82	10.99	10.26	9.60	8.55	7.70	7.00	6.41	6.16	5.50	5.13
16	25.12	20.10	16.75	14.36	13.40	12.56	11.17	10.05	9.14	8.37	8.04	7.18	5.70
18	31.81	25.15	21.21	18.18	16.79	15.91	14.14	12.72	11.57	10.60	10.18	9.05	8.48
20	39.27	31.42	26.18	22.44	20.95	19.64	17.16	15.71	14.28	13.09	12.57	11.22	10.47
22	47.51	38.01	31.67	27.15	25.34	23.76	21.12	19.00	17.28	15.84	15.20	13.57	12.67
24	56.33	45.24	37.70	32.31	30.16	28.27	25.13	22.62	20.56	18.85	18.10	16.16	15.08
25	61.5	48.2	41.0	35.1	31.8	30.7	27.3	24.6	22.3	20.4	19.6	17.5	15.4
26	66.50	53.10	44.25	37.90	35.40	33.20	29.50	26.55	24.15	22.10	21.25	18.95	17.70
28	76.97	61.58	51.32	43.99	41.05	38.45	34.21	30.79	27.99	25.66	24.63	21.99	20.55
30	88.36	70.69	58.91	50.49	47.13	44.18	30.27	35.34	32.13	29.45	28.28	25.25	23.56

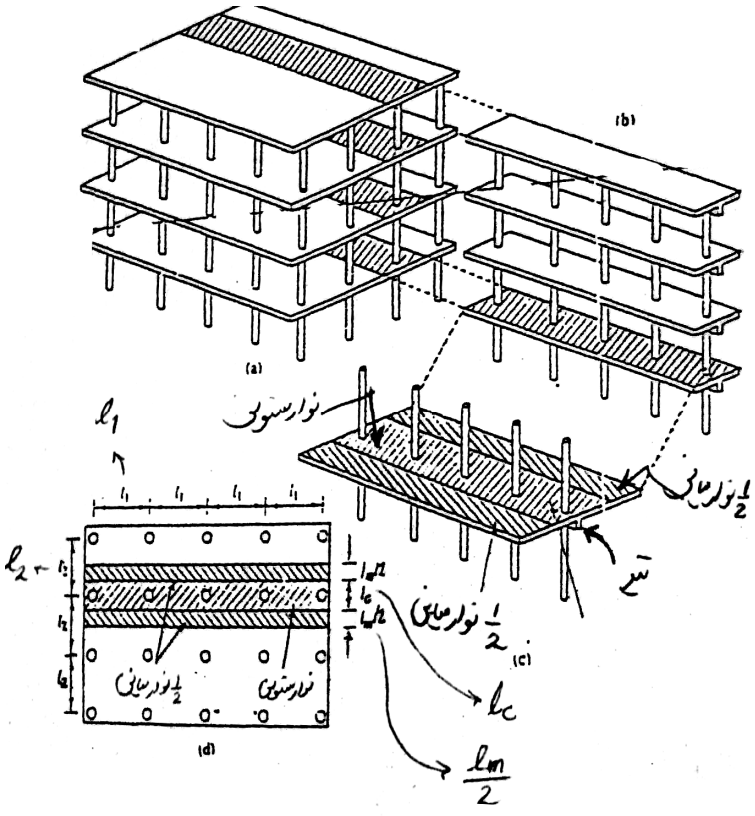




شکل ۱۰ ـ ۱۴ ـ نقاط قطع میلگردها در دالهای دوطرفه

روش طراحی مستقیم

روش ذکر شده در بخش قبلی در خصوص دالهای متکی بر تکیه گاه های سخت مانند دیوار ویا تیرهای سخت به کار برده می شود. برای دالهایی که بر روی تیرهای انعطاف پذیر و یا صرفاً بر ستونها تکیه دارند ، روش ضریب ممان مناسب نمی باشد . برای این موارد می توان از روش طراحی مستقیم که توسط آئین نامه های مختلف نظیر آبا ، CAN ، ACI و... توصیه شده ، استفاده نمود. ساختمان نشان داده شده در تصویر 1-a که دالهای کف بر سیستم تیر و ستون تکیه نموده است را در نظر می گیریم.



ابتدا بخشی از ساختمان به صورت یک قاب سطح که در شکل 1-b نشان داده شده را اختیار می کنیم. عضو افقی این قاب شامل یک تیر – دال نسبتاً پهن می باشد. به جای تحلیل به جای کار بروی تمامی قاب ، می توان یک قاب جزئی شامل صفحه دال (یا بدون تیر) و ستونهای بالا و پایین متصل به آن را در نظر گرفت (شکل 1 -c)

صفحه دال متشکل از نوار ستونی در امتداد خط ستونها و نوار میانی می باشد (شکل 1- d) طبق آیین نامه بتن ایران ، عرض نوار ستونی برابر با $L_1 / 2$ و $L_2 /2$ ، هر کدام که کوچکتر است ، می باشد .

عرض نوار ستونی $L_C = \min\ [\frac{L_1}{2}\ , \frac{L_2}{2}]$

بنابراین عرض نوار میانی برابر است با :

عرض نوار میانی (در دو طرف نوار ستونی) $L_m = L_2 - L_C$

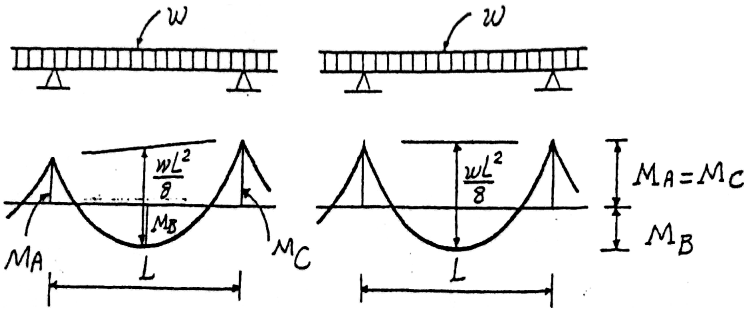
سازه نشان داده شده در تصویر C-1 به صورت یک قاب پیوسته آنالیز و طراحی می شود.

در صورتیکه تاثیر ستون نادیده گرفته شود ، بصورت یک تیر سرتاسری(با عرض L_2 و دهانه های L_1) دیده می شود.

تعیین ممانهای مثبت و منفی در مقاطع بحرانی عضو تیر – دال را می توان با اعمال ضرایب به ممان مربوط به دهانه ساده موسوم به ممان استاتیکی کل محاسبه نمود.

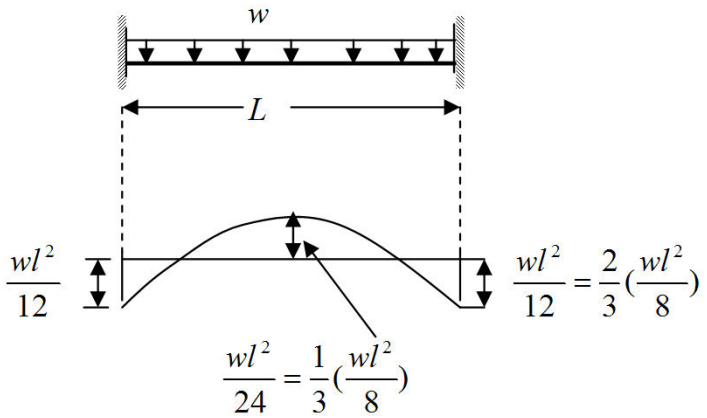
ممان ماکزیمم برای دهانه ساده $\frac{WL^2}{8}$ میباشد که در اینجا به ممان استاتیکی کل موسوم است و به ممان مثبت (میان دهانه) و میانگین دو ممان منفی (در تکیه گاه های کناری) تقسیم می شود.

$$\frac{M_A + M_C}{2} + M_B = \frac{WL^2}{8}$$



شکل ۲

در یک دهانه در شرایطی که دو انتهای آن کاملاً گیردار باشند ، نسبت بین ممانهای تکیه گاهی به میان دهانه ۲ به ۱ می باشد به عبارت دیگر ۲/۳ ممان استاتیکی کل اختصاص به ممان تکیه گاهی و بقیه مربوط به ممان میان دهانه می شود(تصویر ۳ را ببینید) . برای دیگر شرایط انتهایی با نسبت های مختلف مطرح می باشند.



(تصویر ۳)

پس از تعیین ممانهای مثبت و منفی ، توزیع این ممانها بین نوارهای ستونی و میانی مطرح میباشد. این توزیع بستگی به سختی نسبی اعضای سازه ای دارد . با تعیین این ممانها ، مقدار فولاد لازم برای همه پانلها و در کلیه طبقات سازه بدست می آید.

محدودیت های روش طراحی مستقیم

روش طراحی مستقیم تحت شرایط زیر صادق می باشد :

۱- سیستم دال باید در هر امتداد حداقل سه دهانه پیوسته داشته باشد.

۲- دالها باید مستطیلی شکل بوده و نسبت طول به عرض آنها ، محور تا محور تکیه گاهها بزرگتر از ۲ نباشد .

۳- دهانه های متوالی در هر امتداد نباید بیشتر از 1/3 دهانه بزرگتر با یکدیگر اختلاف طول داشته باشد.

۴- برون محوری هیچ یک از ستونها نسبت به صفحه قاب در هر امتداد نباید بیشتر از ده درصد دهانه عمود بر صفحه قاب در آن امتداد داشته باشد .

۵- بارهای قائم وارد بر سیستم دال باید بطور یکنواخت توزیع شده باشد ، بارهای زنده نباید بزرگتر از ۲ برابر بارهای مرده باشد.

۶- در دالهایی که در چهار طرف روی تیرهایی تکیه دارند و با آنها یکپارچه هستند ، نسبت سختی های تیرها در دو امتداد عمود برهم باید در رابطه زیر صدق کند .

$$0.2 \leqslant \frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} \leqslant 5$$

L_1 : طول دهانه ، مرکز به مرکز تکیه گاه ، در امتدادی که ممانها برای آن محاسبه می شوند.

L_2 : طول دهانه ، مرکز به مرکز تکیه گاهها ، در امتداد عمود بر امتداد L_1

α_1 : α در امتداد L_1 $\qquad$ α_2 : α در امتداد L_2

که α از رابطه زیر به دست می آید.

$$\alpha = \frac{E_{Cb}\ I_b}{E_{CS}\ I_S}$$

E_{cb} : مدول الاستیسیته بتن تیر $\qquad$ E_{cs} : مدول الاستیسیته بتن دال

I_b : ممان اینرسی تیر (مقطع ترک نخورده) نسبت به محور مرکزی آن

I_S : ممان اینرسی کلی مقطع بتنی ترک نخورده دال ؛ $\qquad I_S = \frac{L_2 h^3}{12}$

❖ روش طراحی مستقیم شامل گامهای زیر می باشد.

گام اول : تعیین ممان استاتیکی کل برای پانل مورد نظر

به ازاء هر دهانه L_1 (L_1 = طول دهانه در جهتی که ممانها تعیین می شود) ، ممان کلی با ضریب برای دهانه ، M_0 برابر ممان دهانه ساده توسط رابطه $M_0=\frac{W_U L_{1n}^2}{8}$ بدست می آید .

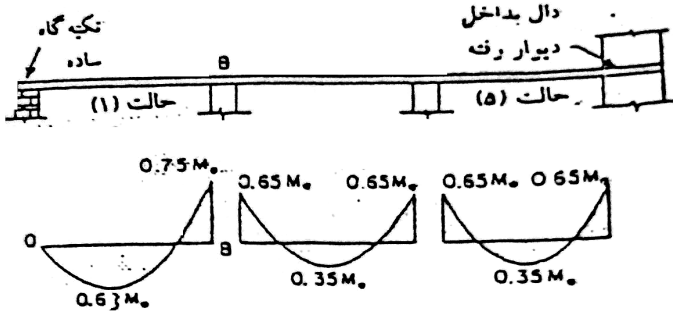
L_{1n}: دهانه آزاد در جهتی که ممانها تعیین می شود ، فاصله سرتاسر داخلی ستونها ، سر ستون ها یا کتیبه هاست . مقدار L_{1n} در هر حال نباید کمتر از $0.85\ L_1$ اختیار شود. در صورتیکه تکیه گاه ها دارای مقطع دایره ای یا چند ضلعی منظم باشند، برای آنها می توان یک مقطع مربع شکل با همان مساحت فرض نمود و L_{1n} را بر این مقطع در نظر گرفت.

گام دوم : توزیع طولی ممان خمشی استاتیکی در امتداد مورد نظر (ممانهای مثبت و منفی)

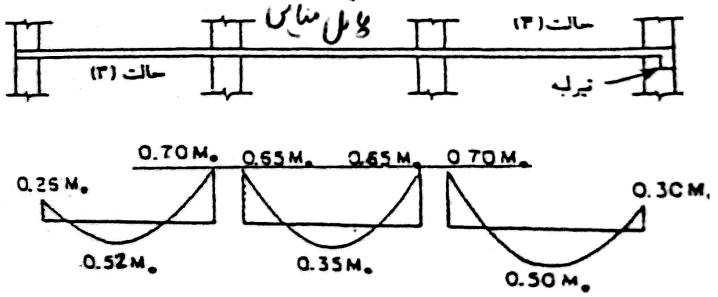
ممان خمشی استاتیکی با ضریب بین مقاطع بحرانی ممان منفی (در بر تکیه گاه ها) و مقاطع بحرانی ممان مثبت (در یا نزدیک به میان دهانه) توزیع می گردد.

در مورد دهانه های میانی ، توزیع ممان برابر است با :

الف – ممان خمشی منفی در هر تکیه گاه $0.65\ M_0$ ب- ممان خمشی مثبت وسط دهانه $0.35\ M_0$ در دهانه کناری ، ممان خمشی استاتیکی مطابق جدول ۱ بین ممان خمشی وسط دهانه و ممان خمشی منفی تکیه گاه تقسیم می شود.



(الف) دال متکی بر دیوارها



جدول ۱ : تقسیم ممان خمشی استاتیکی در دهانه کناری (فقط برای پانل های کناری)

حالت	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
ممان خمشی	تکیه گاه کناری در حالت ساده	دال با تیر	دال تخت		تکیه گاه کناری در حالت گیردار
			بدون تیر لبه	باتیر لبه	
منفی در تکیه گاه میانی	0.75	0.7	0.7	0.7	0.65
مثبت در وسط دهانه	0.63	0.57	0.52	0.5	0.35
منفی در تکیه گاه کناری	0	0.16	0.26	0.30	0.65

گام سوم : تقسیم ممانهای مثبت ومنفی بدست آمده از گام دوم در بین نوارهای ستونی و میانی و تیر دور صورت وجود

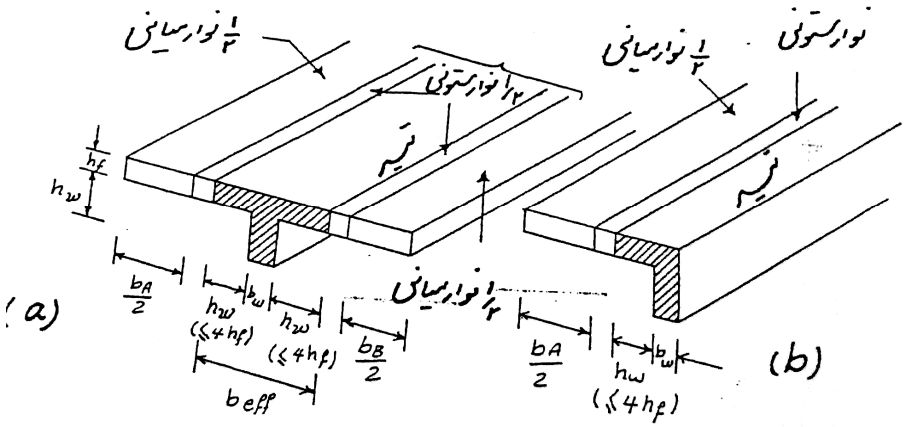
توزیع ممانهای مثبت و یا منفی در بین نوارهای ستونی و میانی ، از اینکه در امتداد و خط ستون ، تیر وجود داشته باشد یا خیر و یا نوار بعنوان نوار کناری یا میانی باشد، متفاوت است . بطور کلی توزیع ممانهای منفی و مثبت بین نوارهای ستونی (تیر در صورت وجود) و میانی بستگی به نسبت L_2 / L_1 ، سختی نسبی تیر و دال « α » و سختی پیچشی تیر لبه ای β_t دارد. سختی نسبی تیر و دال که قبلاً نیز اشاره شد بصورت $\alpha = \frac{E_{Cb}\ I_b}{E_{CS}\ I_S}$ می باشد .

در این رابطه در شرایطی که مدول الاستیسیته بتن و دال یکسان باشد. می توان نوشت که $\alpha = I_b\ / I_S$

$I_S = \frac{L_2\ h^3}{12}$ و I_b : ممان اینرسی تیر حول محور مرکزی است . عرض بال موثر تیر با توجه به تصویر زیر برابر است با

برای تیر داخلی $b_{ef} = b_w +$ حداقل$\{\ 2h_w\ ,\ 8\ h_f\ \}$

برای تیر لبه ای $b_{ef} = b_w +$ حداقل$\{\ h_w\ ,\ 4\ h_f\ \}$



❖ بطور تقریبی میتوان ممان اینرسی تیر T – شکل (تیر داخلی) را دو برابر ممان اینرسی سطح جان و برای مقطع L –شکل (تیر لبه ای) 1.5 برابر ممان اینرسی سطح جان اختیار نمود .

I_S : ممان اینرسی کل دال نسبت به محور مرکزی مقطع می باشد .

$$I_S = \frac{L_2\ h^3}{12}$$

علاوه بر تعیین « α » دومین پارامتری که عنوان شد تعیین سختی پیچشی تیر لبه ای در پانل های کناری می باشد .

β_t بصورت زیر تعریف می شود :

$$\beta_t = \frac{E_{Cb}\ C}{2\,E_{CS}\ I_S}$$

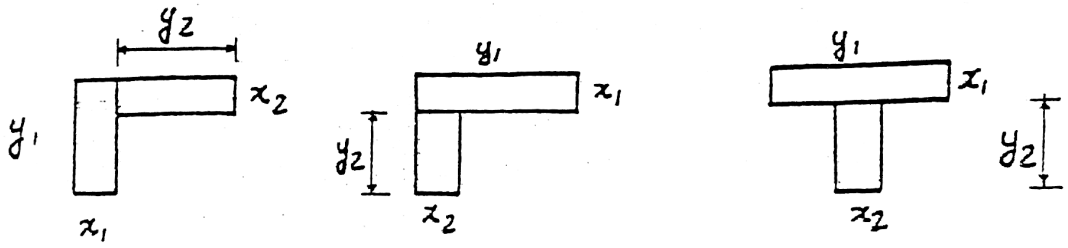
در صورت یکسان بودن مدول الاستیسیته بتن تیر و دال ، رابطه β_t به صورت زیر بدست می آید .

$$\beta_t = C\ /\ 2I_S$$

که C ضریب سختی پیچشی که با تقسیم مقطع به تعدادی مستطیل از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$C = \frac{1}{3}\sum (1-0.63\frac{x}{y})\ x^3 y$$

در این رابطه x و y به ترتیب عرض و طول هر مستطیل است . تقسیم مقطع باید طوری باشد که c بیشترین مقدار ممکن را نتیجه دهد.



با تعیین ضرایب ثابت α و β ، درصد ممانی که به نوار ستونی اختصاص پیدا می کند از جدول ۲ بدست می آید و طبعاً باقیمانده ممان به نوار میانی می رسد.

❖ اگر یک تیر بخشی از نوار ستونی باشد ، 85% آن به تیر اختصاص دارد و بقیه 15% به بخشی از دال نوار ستونی منظور می شود.

با استفاده از جدول و درون یابی خطی

جدول ۲ : سهم نوار ستونی از ممانهای خمشی

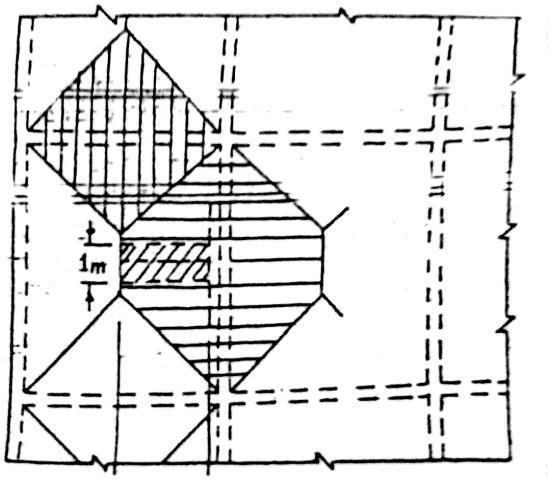
			L_2 / L_1		
			0.5	1	2
درصد ممان خمشی منفی در تکیه گاه ها ی میانی	$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1}=0$		75	75	75
	$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} \geqslant 1$		90	75	45
درصد ممان خمشی منفی در تکیه گاه های کناری	$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
		$\beta_t > 2.5$	75	75	75
	$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} \geqslant 1$	$\beta_t = 0$	100	100	100
		$\beta_t > 2.5$	90	75	45
درصد ممان خمشی مثبت در وسط دهانه	$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} =0$		60	60	60
	$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} \geqslant 1$		90	75	45

با انجام این گام ، توزیع ممان کامل می شود.

گام چهارم : تکرار گامهای اول تا سوم برای جهت متعامد

گام پنجم : تعیین فولاد لازم برای نوارهای ستونی ، میانی و تیر بمنظور تحمل ممانهای ضریبدار بدست آمده در گامهای سوم و چهارم

گام ششم : تعیین برش در دال : در دالهای دارای تیر در امتداد لبه های پانل ها ، برش عمده در دال مربوط به رفتار یکطرفه است . توزیع مفروض بارها برای ملاحظات مربوط به مقاومت برشی همانند تصویر صفحه بعد می باشد. برا ی نواری از دال به پهنای یک متر ، نیروی برشی با ضریب در مقطع بحرانی به فاصله d از لبه تیر بدست می آید .



حداقل ضخامت دالهای دو طرفه برای کنترل خیز

در سیستم دالهای دوطرفه در صورتیکه ضخامت دال بیشتر از مقادیرداده شده در بندهای الف و ب در زیر (بندهای ۱۴-۲-۴-۵ و ۱۴-۲-۴-۶ از آیین نامه بتن ایران) باشد محاسبه خیز الزامی نیست .

الف : حداقل ضخامت دالهایی که در آنها تیرهای میانی بین تکیه گاه ها وجود ندارد ، می بایستی بر اساس جدول ۳اختیار شود .

جدول 3

نوع فولاد	بدون کتیبه			با کتیبه		
	پانل های بیرونی		پانل های درونی	پانل های بیرونی		پانل های درونی
	بدون تیر لبه	باتیرلبه	-----	بدون تیرلبه	با تیر لبه	----
S_{300}	$\frac{L_n}{33}$	$\frac{L_n}{36}$	$\frac{L_n}{36}$	$\frac{L_n}{36}$	$\frac{L_n}{40}$	$\frac{L_n}{40}$
S_{400}	$\frac{L_n}{30}$	$\frac{L_n}{33}$	$\frac{L_n}{33}$	$\frac{L_n}{33}$	$\frac{L_n}{36}$	$\frac{L_n}{36}$

این ضخامت در هر دال نباید کمتر از مقادیر زیر اختیار شود.

۱- ۱۲۵ میلی متر در دالهای بدون کتیبه

۲- ۱۰۰ میلی متر در دالهای با کتیبه یا سرستون

❖ تیرهای لبه ای باید دارای سختی « α » برابر حداقل 0.8 باشند.

ب: حداقل ضخامت دالهایی که در تمام اضلاع بر روی تیرها تکیه دارند و نسبت طول دهانه بزرگتر به طول دهانه کوچکتر درآنها کمتر از ۲ است باید باشرح زیر اختیار شود .

۱- در دا لهایی که $\alpha_M \leqslant 0.2$ حداقل ضخامت دال بر طبق ضوابط مندرج در بند الف تعیین می شود .

۲- در دالهایی که $0.2 < \alpha_M < 2$

$$h = \frac{L_n (800 + 0.6 f_y)}{36000 + 5000\beta\,(\alpha_m - 0.2)} \geq 125\ mm$$

L_n : طول دهانه آزاد در امتداد دهانه بزرگتر دالهای دو طرفه که برابر با فاصله برتابر تیرهای تکیه گاهی

β : نسبت طول دهانه آزاد بزرگتر به طول دهانه آزاد کوچکتر $\beta = L_B / L_A$

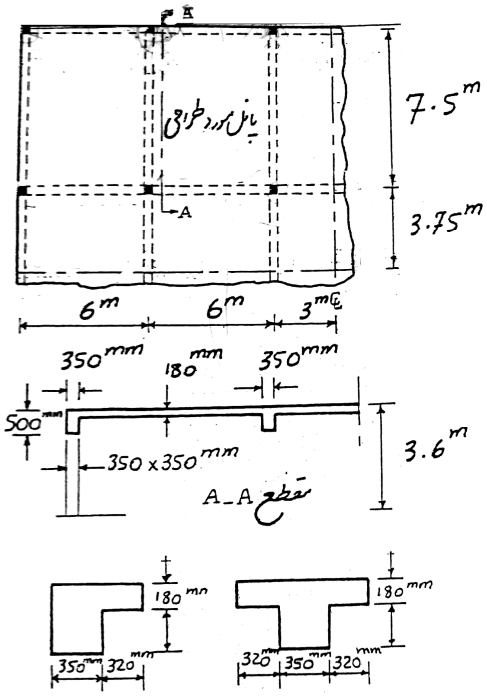
۳- در دالهایی که $\alpha_M \geqslant 2$

$$h = \frac{L_n (800 + 0.6 f_y)}{36000 + 4000\beta} \geq 90\ mm$$

مثال : پلان دو مقطع یک کف متشکل از دالهای دو طرفه با تعداد دهانه های ۳ و۵ در دو جهت و دارای تیرهایی در امتداد خط ستونها در شکل نشان داده شده اند . بار زنده در شرایطظ سرویس دهی برابر $6\ KN/M^2$ است . مطلوب است اولا" کنترل کفایت ضخامت دال به اندازه $18\ cm$ ثانیاً : طراحی فولاد لازم برای یک پانل کناری نشان داده شده با استفاده از روش طراحی مستقیم

$F_c = 28\ N/mm^2$ $F_y = 400\ N/mm^2$

$\gamma_C = 24\ kN/m^3$



ابتدا لازم است محدودیت های کاربرد روش طراحی مستقیم کنترل شود .

۱) حداقل سه دهانه پیوسته در هر امتداد وجود دارد.

۲) کنترل نسبت طول به عرض پانل $7.5 / 6 = 1.25 < 2$

۳) کنترل تفاوت طول دهانه متوالی $0 < 1/3$ (دهانه بلندتر)

۴) بیرون زدگی ستونها وجود ندارد .

۵) بارها به صورت گسترده یکنواخت می باشد و نسبت بار زنده به مرده برابر است با :

* با فرض اینکه ضخامت دال $18\ cm$ باشد .

بار مرده $= 24(0.18) = 4.32\ kN/m^2$

بار زنده $= 6\ kN/m^2$

بار مرده / بار زنده $=>$ $6 / 4.32 = 1.4 < 2$

۶- کنترل نسبت سختی تیرها :

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = ? \quad , \quad \alpha_2 = \frac{I_{b2}}{I_{S2}} \quad , \alpha_1 = \frac{I_{b1}}{I_{S1}}$$

چون ابعاد ساق تیرها در طول لبه های پانل ثابت است ، لذا می توان فرض کرد که $I_{b1} \approx I_{b2}$

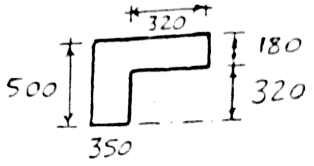
بنابراین $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{I_{S2}}{I_{S1}} = \frac{L_1}{L_2}$ خواهد بود و در نتیجه

$$\frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} = \frac{L_1 L_2^2}{L_2 L_1^2} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{7.5}{6} = 1.25 < 5.0$$

حال کنترل کفایت ضخامت دال بمنظور محدود نمودن خیز دال :

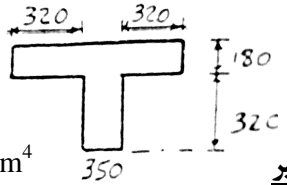
ابتدا تعیین سختی نسبی تیر و دال

الف) تیر لبه ای



$b_{ef} = 350 + 320 = 670$ mm

ب) تیر داخلی



$b_{ef} = 350 + 2(320) = 990$ mm

ممان اینرسی تیر

(لبه ای) $I_b = 1/12\ (350)\ (500)^3 \times 1.5 = 5.47 \times 10^9$ mm^4

(داخلی) $I_b = 1/12\ (350)\ (500)^3 \times 2 = 7.29 \times 10^9$ mm^4

ممان اینرسی برای ممانهای دال

برای عرض 7.5/2+ 0.35/2 =3.925m ← $I_S = 1/12\ (3925)(180)^3 = 1.91 \times 10^9$ mm^4

برای عرض 6 m ← $I_S = 1/12\ (6000)\ (180)^3 = 2.92 \times 10^9$ mm^4

برای عرض 7.5 m ← $I_S = 1/12(\ 7500)(180)^3 = 3.65 \times 10^9$ mm^4

سختی نسبی « α »

برای تیر لبه ← $\alpha = I_b / I_S = 5.47 \times 10^9 / 1.91 \times 10^9 = 2.86$

برای تیر ۶ متری ← $\alpha = 7.29 \times 10^9 / 3.65 \times 10^9 = 2.0$

برای تیر ۷/۵ متری ← $\alpha = 7.29 \times 10^9 / 2.92 \times 10^9 = 2.5$

میانگین سختی نسبی : $\alpha_M = 2.86 + 2(2.5) + 2.0 \ / 4 = 2.47$

کنترل برای مینیمم ضخامت دال

$\beta = L_B / L_A = 7.5 - 0.35 \ / 6 - 0.35 = 1.27$

$L_n = 7.5 - 0.35 = 7.15$ m

$$h = \frac{L_n (800 + 0.6 f_y)}{36000 + 4000\beta} \geq 90\ mm$$

$$h_{\min} = \frac{7150(800 + 0.6 \times 400)}{36000 + 4000(1.27)} = 156.78\ mm$$

$h = 180 > 156.78$ موجود ✓

تعیین ممان استاتیکی کل در امتداد طول کوتاه

بار مرده $= 24(0.18) = 4.32 \ kN/m^2$

$W_u = 1.25 (4.32) + 1.5 (6) = 14.40 \ kn/m^2$

طول آزاد $L_N = 6 - 0.35 = 5.65 \ m$

ممان نوار داخلی (شامل نوار ستونی و میانی) $M_0 = (14.40) (7.5) (5.62)^2 / 8$

$M_0 = 431 \ KN.M$

ممان نوار لبه ای (شامل نوار ستونی و میانی) $M_0 = 14.40 (7.5 / 2 + 0.35 / 2) (5.65)^2 / 8$

$M_0 = 226 \ KN.M$

تعیین ممانهای مثبت و منفی (دهانه، میانی است)

ممان منفی نوار داخلی $M^- = 0.65 (431) = 280 \ KN.M$

ممان مثبت نوار داخلی $M^+ = 0.35 (431) = 151 \ KN.M$

ممان منفی نوار لبه ای $M^- = 0.65 (226) = 147 \ KN.M$

ممان مثبت نوار لبه ای $M^+ = 0.35 (226) = 79 \ KN.M$

توزیع ممانهای مثبت و منفی در بین نوارهای ستونی و میانی :

$L_2 / L_1 = 7.5 / 6 = 1.25$

برای نوار داخلی : $\alpha \ (L_2 / L_1) = 2(1.25) = 2.5 > 1$

برای $L_2 / L_1 = 1.25$ از جدول ۲، سهم نوار ستونی از ممان خمشی منفی و مثبت در تکیه گاه های میانی بین 75% تا 45% می باشد که از طریق درونیابی خطی 67.5 % بدست می آید .

ممان منفی تیر $0.85 (0.675) (280) = 161$

ممان منفی نوار ستونی $0.15 (0.675) (280) = 28.4$

ممان منفی نوار میانی $0.325 (280) = 91$

ممان مثبت تیر $0.85 (0.675)(151) = 86.6$ سهم تیر

ممان مثبت نوار ستونی $0.15(0.675) (151) = 15.3$ سهم دال

ممان مثبت نوار میانی $0.325 (151) = 49.1$

برای نوار لبه ای $\alpha \ L_2 / L_1 = 2.86 (1.25) = 3.58 > 1$

سهم ممان نوارهای ستونی و میانی مشابه نوار داخلی میباشد .

ممان منفی تیر $0.85\ (0.675)\ (147) = 84.3$

ممان منفی نوار ستونی $0.15\ (0.675)\ (147) = 15$

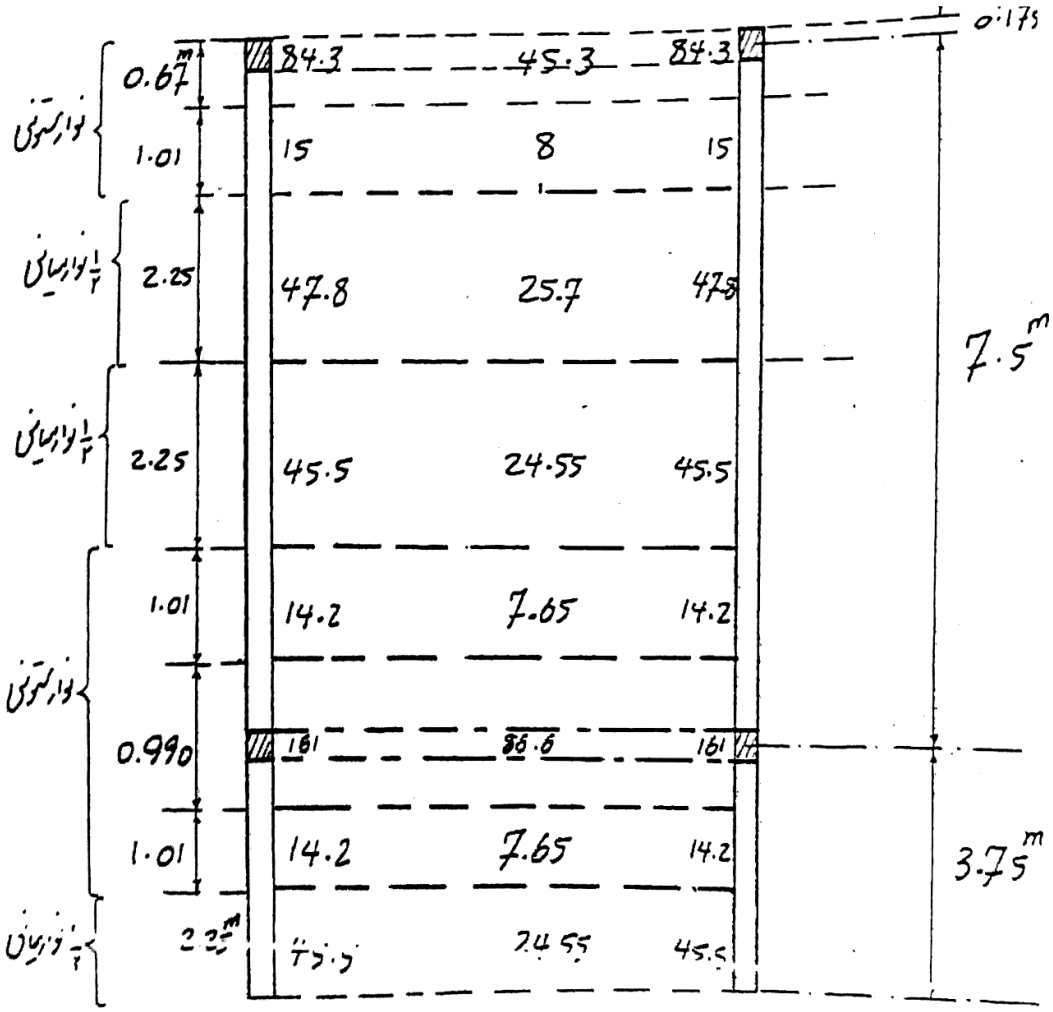
ممان منفی نوار میانی $0.325\ (147) = 47.8$

ممان مثبت تیر $0.85\ (0.675)\ (79) = 45.3$

ممان مثبت نوار ستونی $0.15\ (0.675)\ (79) = 8$

ممان مثبت نوار میانی $0.325\ (79) = 25.7$

این ممانهای طراحی در تصویر زیر نشان داده شده است .



حال تعیین ممان در جهت طول بلند

$L_N = 7.5 - 0.35 = 7.15$

ابتدا تعیین ممان استاتیکی کل $M_0 = 14.4\ (6)\ (7.15)^2 / 8 \qquad M_0 = 552\ \ KN.M$

تعیین ممانهای مثبت و منفی از جداول ۱

ممان منفی داخلی	$0.7\ (552) = 386$
ممان مثبت	$0.57\ (552) = 315$ (هر دو ، هم ستونی و هم میانی)
ممان منفی در تکیه گاه کناری	$0.16\ (552) = 88$

توزیع ممانهای مثبت و منفی در بین نوارهای ستونی و داخلی

سختی پیچشی تیر لبه

$$C = 1/3\ [\ 1 - 0.63\ (\ 350/\ 500)]\ (350)^3\ \ (500) + 1/3\ [1- 0.63\ \ (180\ /320)]\ (180)^3\ (320)$$

$$C = 4.4 \times 10^9\ mm^4$$

$$C = 1/3[\ 1-0.63\ (180\ /670)]\ (180)^3\ (670) + \ 1/3[\ (\ 1- 0.63\ (\ 320\ /350)]\ (\ 320)^3\ (350)$$

$$C = 2.71 \times 10^9$$

$$\beta_t = \frac{C}{2I_s} = \frac{4.40\times10^9}{2\,(\,2.91\times10^9\,)} = 1.15 \qquad , \ \alpha = 2.5$$

$L_2 / L_1 = 6 / 7.5 = 0.8 \qquad \alpha\ L_2 / L_1 = 2.5\ (\ 0.8) = 2 > 1$

تعیین ممان منفی در تکیه گاه میانی ، برای L_2 / L_1 از جدول ۲ ، از طریق درونیابی خطی بین 75% تا 90% ، 81% برای هر دو ممان منفی و مثبت بدست می آید .

ممان منفی تیر	$0.85\ (\ 0.81)\ (\ 386) = 266$
ممان منفی نوار ستونی	$0.15(\ 0.81)\ (386) = 47$
ممان منفی نوار میانی	$0.19\ (\ 386\ ) = 73.3$
ممان مثبت تیر	$0.85\ (\ 0.81)\ (315) = 217$
ممان مثبت نوار ستونی	$0.15\ (\ 0.81)\ (315) = 38.3$
ممان مثبت نوار میانی	$0.19\ (315\ ) = 60$

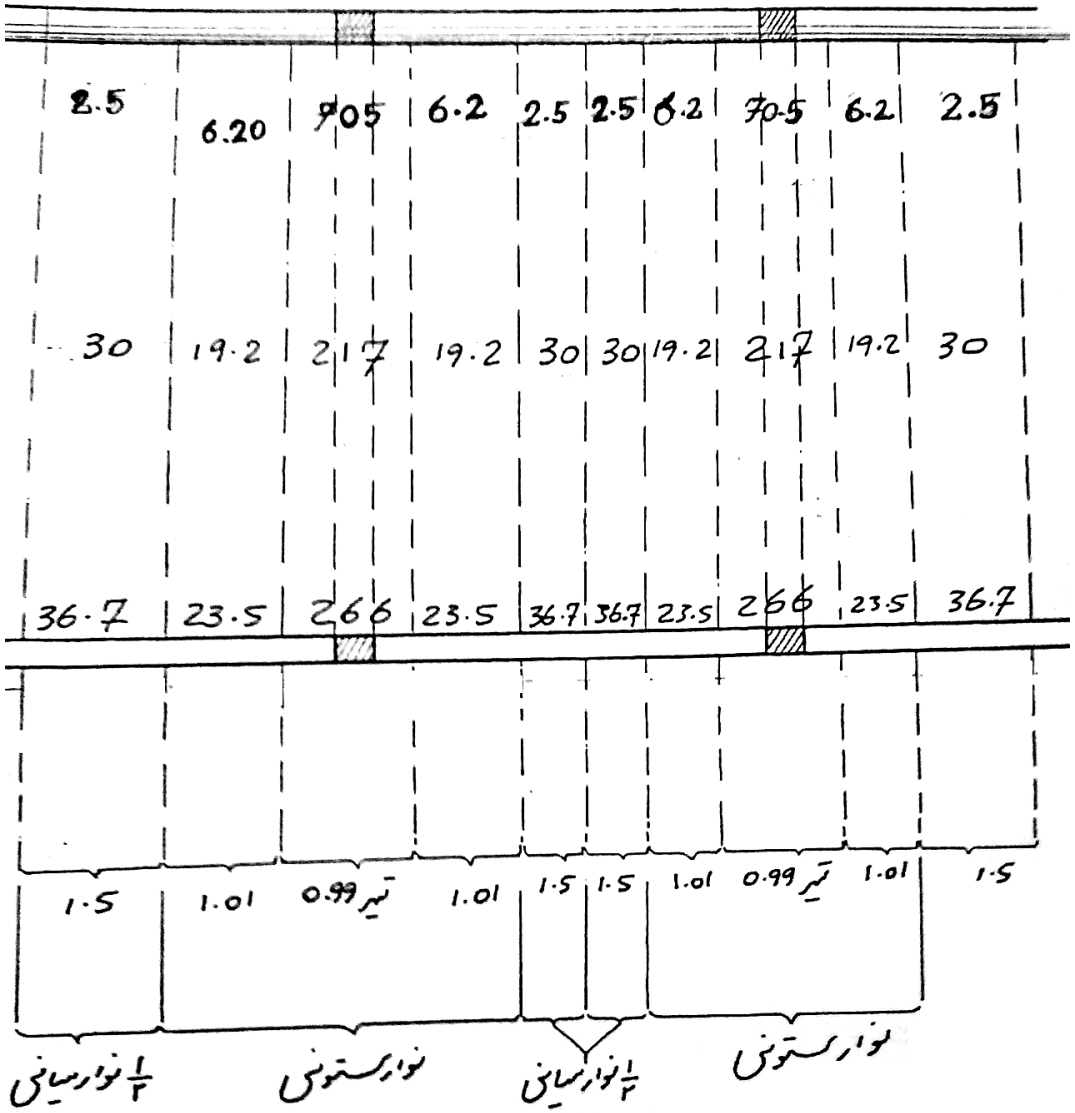
برای ممان منفی در تکیه گاه کناری ، با $L_2 / L_1 = 0.8$ و $\beta_t = 1.15$ از طریق درونیابی میزان 94.3% بدست می آید.

ممان منفی تیر $0.85\ (0.943)\ (88) = 7.05$

ممان منفی نوار ستونی $0.15\ (0.943)\ (88) = 12.4$

ممان منفی نوار میانی $0.052\ (88) = 5.0$

این ممانها در تصویر زیر خلاصه شده است .



محاسبه میزان فولاد لازم

$$A_S = \frac{0.85F_{Cd}\ bd}{F_{Yd}}\left[1-\sqrt{1-\frac{2M_U}{0.85F_{Cd}\ bd^2}}\right]$$

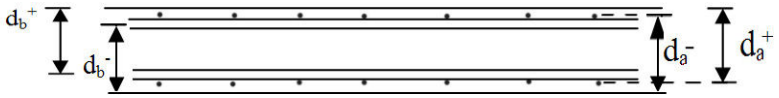
در جهت کوتاه

$d = 180 - 20 - 5 = 155$

در جهت بلند

$d = 180 - 5 - 10 - 20 = 145$

طراحی میلگرد



مقدار فولاد لازم در جهت کوتاه

$$A_S = \frac{0.85\,(0.6\times 28)\,(b)\,(155)}{0.85\times 400}\left[1-\sqrt{1-\frac{2M_U\times 10^6}{0.85\,(0.6\times 28)\,b(155)^2}}\right]$$

$$A_S = 6.51 \times b \times [\,1- \sqrt{1-\frac{5.83M_U}{b}}\,]$$

جزئیات فولادگذاری دال در جهت کوتاه (0.0018 bh)

مقطع	M (kN.m)	b (m)	A_S (mm^2)	A_{Smin} (mm^2)	میلگرد استفاده شده
1/2 نوار ستونی کناری	-15	1.01	291	327	$5\Phi10(@20^{cm})$
	+8	1.01	-	327	$5\Phi10(@20^{cm})$
نوار میانی	- 93.3	4.5	1828	1458	$24\Phi10(@18^{cm})$
	+50.25	4.5	970	1458	$20\Phi10(@22^{cm})$
1/2 نوار ستونی داخلی	-14.2	1.01	-	327	$5\Phi10(@20^{cm})$
	+ 7.65	1.01	-	327	$5\Phi10(@20^{cm})$

فولاد گذاری دال در جهت بلند مشابه جهت کوتاه صورت میگیرد.

در خصوص تیرها ، هر کدام از تیرها نیز بر اساس ممان موثر میباید فولادگذاری شود البته بایستی تاثیر وزن تیر و احتمالا" تاثیر نیروی زلزله نیز لحاظ شود.

برش در دال : با توجه به مطالب ارائه شده در صفحه ۹۴ ، برای نواری از دال به عرض 1^m ، نیروی برشی با ضریب در مقطع بحرانی به فاصله d از لبه تیر عبارت است از :

$$V_U = \frac{14.4\times(1)\times 6}{2} - 14.4(1)(\frac{0.35}{2}+0.155) = 14.4(3-\frac{0.35}{2}-0.155) = 38.4\ KN$$

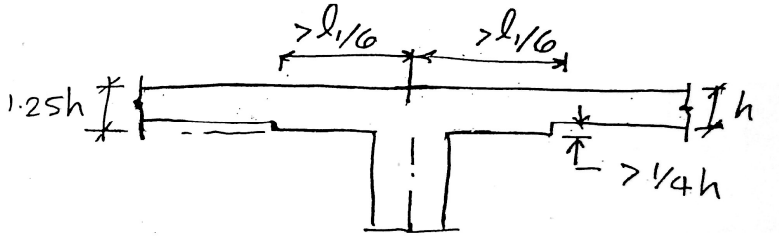
$$V_C = 0.2\ \phi_C \sqrt{fc}\ bd = 0.2\ (0.6)\ \sqrt{28}\times 1000\times 155\times 10^{-3} = 98.4\ \ kN$$

$V_U < V_C$ ✓

دال تخت

دال تخت Flat Plate بدون کتیبه و سر ستون

دال تخت قارچی Flat Slab دارای کتیبه و سر ستون



❖ مطابق شکل کتیبه ستون باید در هر امتداد از محور تکیه گاه به فاصله 1/6 طول دهانه در همان امتداد ادامه یابد.(طول دهانه فاصله محور به محور تکیه گاه لحاظ می شود .) برجستگی کتیبه از زیر دال باید حداقل 1/4 ضخامت کل دال باشد.

برش در دال های دو طرفه (بدون تیر)

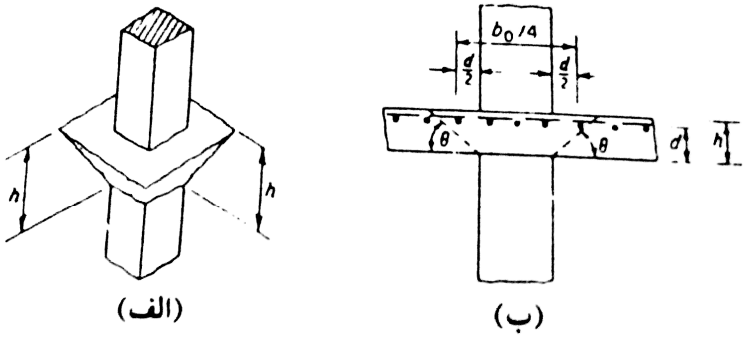
❖ برای دال های تخت یا دال های قارچی که مستقیماً به ستونها تکیه دارند، برش ممکن است عامل اصلی در طراحی باشد و این مسئله بویژه برای ستون های خارجی جدی است.

❖ دو نوع برش باید در طراحی دال های تخت یا دال های قارچی لحاظ شود :

۱- برش یک طرفه (برش یا برش خمشی)

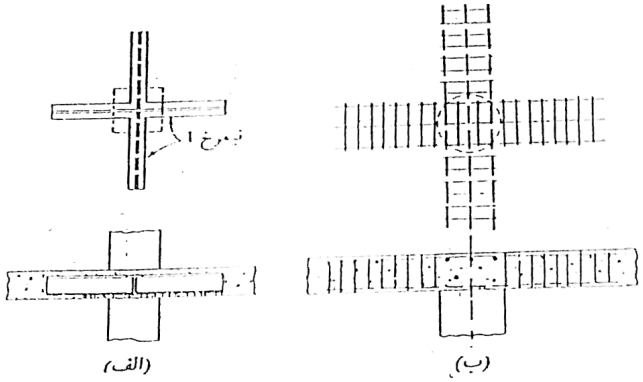
۲- برش دو طرفه (برش سوراخ کننده)

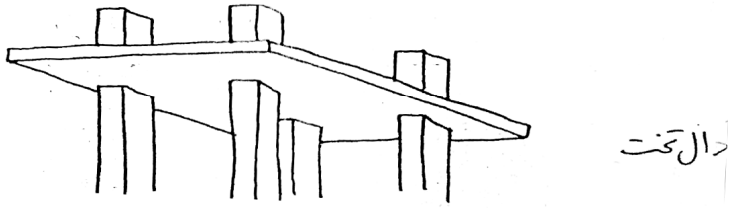
❖ برای آنالیز برش یکطرفه، دال به صورت یک تیر عریض که بین تکیه گاه قرار گرفته باشد، لحاظ می شود. مقطع بحرانی به فاصله d از سطح ستون یا سر ستون .



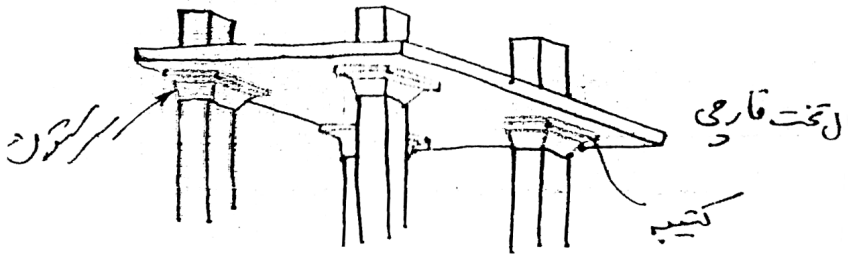
(الف) (ب)

سطح شکست در برش سوراخ‌کننده.





دال تخت



❖ برش دو طرفه (برش سوراخ کننده) : ترک های قطری در اطراف ستون، سر ستون و یا کتیبه به صورت یک مخروط یا هرم ناقص به وجود می آید. سطح شکست از زیر دال و چسبیده به سطح ستون شروع شده و به صورت مایل با زاویه بین ۲۰^0 تا ۴۵^0 درجه به سطح فوقانی دال امتداد پیدا می کند.

طبق آبا مقطع بحرانی برش دو طرفه را مقطعی عمود بر سطح دال و به فاصله d/2 از محیط خارجی تکیه گاه لحاظ می کنند.

❖ سطحی از دال که بار آن به صورت نیروی برشی سوراخ کننده V_U بر مقطع بحرانی وارد می شود مساوی سطح محصور بین محور های مرکزی چشمه های اطراف ستون، منهای سطح محصور در مقطع بحرانی می باشد.

مقاومت برشی دال در برش سوراخ کننده

$$V_C = (1+\frac{2}{\beta_C})\times 0.2\varphi_C \sqrt{F_C}\, b_0 d$$

$$V_C = (\frac{\alpha_S d}{b_0}+1)\times 0.2\varphi_C \sqrt{F_C}\, b_0 d$$

$$V_C = 0.4\varphi_C \sqrt{F_C}\, b_0 d \quad \Leftarrow$$

b_0 : محیط بحرانی

α_S: عددی است که برای ستونهای میانی برابر با ۲۰ ، برای ستون های کناری برابر با ۱۵ و برای ستون های گوشه ۱۰

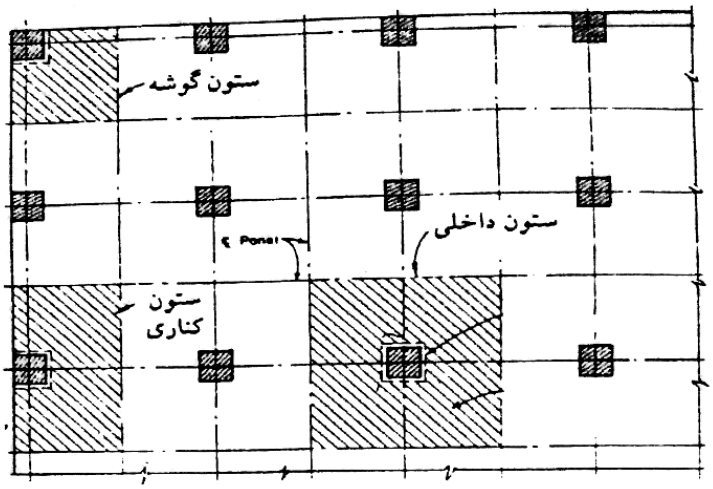
β_C : نسبت ضلع بزرگ به ضلع کوچک سطح تکیه گاهی

❖ وقتی V_u بزرگتر از V_C باشد، باید تدابیر زیر به کار رود :

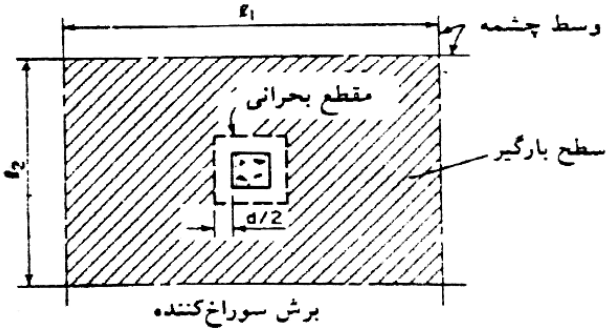
۱- افزایش ضخامت کل دال یا افزایش ضخامت دال بصورت موضعی در اطراف ستون یا ایجاد کتیبه

۲- افزایش محیط تکیه گاهی با در نظر گرفتن سر ستون

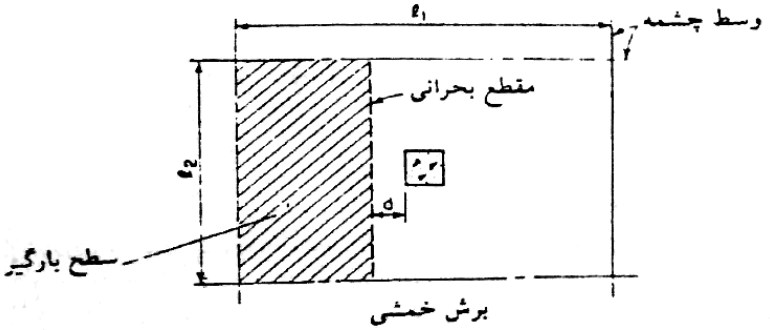
۳- استفاده از کلاهک برشی بصورت استفاده از آرماتور های مخصوص و یا پروفیل های فولادی



سطوح بارگیر برش سوراخ‌کننده

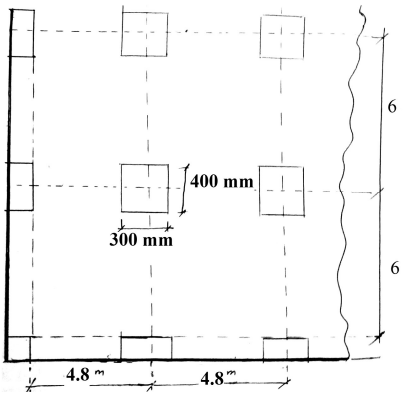


برش سوراخ‌کننده



برش خمشی

مسئله : مطلوب است طراحی پانل داخلی یک دال تخت مطابق شکل . بار مرده در مرحله سرویس دهی (با لحاظ کردن وزن دال) $5.3\ kN/m^2$ و بار زنده در مرحله سرویس دهی $3.8kN/m^2$



$f_C = 21\ MPa$
$f_Y = 400\ MPa$

$L_n = 6 - 0.4 = 5.6\ m$

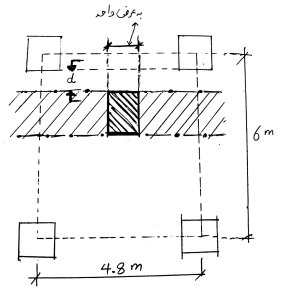
$h_{min} = L_n/33 = (5600)/33 = 170 > 125\ mm$ ✓

USE $h = 200\ mm$

$d_{AV} = 200 - 20 - 10 = 170\ mm$

$W_u = 1.25\ (5.3) + 1.5\ (3.8) = 12.33\ \ KN/m^2$

کنترل برش خمشی



$V_{U1} = (\ 6/2 - 0.2 - 0.17)\ (1)(12.33)$

$V_{U1} = 32.43\ KN$

$V_C = 0.2\varphi_C\sqrt{F_C}\ b\ d$

$V_C = 0.2 \times 0.6\ \sqrt{21}\ (\ 1000)\ (170) \times 10^{-3}\ \ \Rightarrow\ \ V_C = 93.5\ kN$

کنترل برش دو طرفه

$V_{U2} = [\ 6 \times 4.8 - (\ 0.4 + 0.17)\ (\ 0.3 + 0.17\ )\ ]\ 12.33$

$V_{U2} = 351.8\ kN$

$V_C = 0.4\ \varphi_C\ \sqrt{F_C}\ b_0\ d$

$b_0 = 2\ [\ (0.3+0.17) + (\ 0.4 + 0.17)\ ] = 2.08$

$V_C = 0.4 \times 0.6\sqrt{21}\ (\ 2.08 \times 1000\ )\ (\ 170\ ) \times 10^{-3} = 388.9\ kN$

تعیین ممان استاتیکی

- توزیع ممان استاتیکی به صورت زیر است :

  ممان منفی = ۶۵٪

  ممان مثبت = ۳۵٪

- توزیع ممان های مثبت و منفی بین نوارهای ستونی و میانی

  برای ممان منفی ۷۵٪ برای نوار ستونی

  و برای ممان مثبت ۶۰٪ برای نوار ستونی

مسئله : اگر $DL = 8\ kN/m^2$ و $LL = 6\ kN/m^2$ مسئله قبلی را تکرار کنید.

$W_U = 1.25\ (\ 8\ ) + 1.5\ (\ 6\ ) = 19\ \ kN/m^2$

$V_{U2} = [\ 6 \times 4.8 - (\ 0.4 + 0.17)\ (\ 0.3 + 0.17)\ ]\ 19$ ➔ $V_{U2} = 542\ kN$

دال از لحاظ برش سوراخ کننده ضعیف می باشد $V_U > V_C$ =>

مقاومت برشی سوراخ کننده را می توان به طریق زیر افزایش داد

۱- افزایش مقاومت بتن

$V_C = 0.4\ (\ 0.6\ )\ \sqrt{F_C} \times 2.08 \times 10^3\ (\ 170\ ) = 542 \times 10^3$

$F_C = 41\ MPa \quad \sqrt{F_C} = 6.39$

$Use = 300\ mm$

$d = 300 - 20 - 10 = 270\ mm$

$V_C = 0.4\ \varphi_C\ \sqrt{F_C}\ b_0\ d$

$b_0 = 2\ [\ (0.3+0.27) + (\ 0.4 + 0.27)\ ] = 2.48$

$V_C = 0.4 \times 0.6\sqrt{41}\ (\ 2.08 \times 1000\ )\ (\ 270\ ) \times 10^{-3} = 736\ kN$

$V_{U2} = [\ 6 \times 4.8 - (\ 0.4 + 0.27)\ (\ 0.3 + 0.27)\ ]\ 19$ => $V_{U2} = 540\ kN$

$540 < 736$ => $V_U < V_C$ ✓

سطح مقطع میلگردهای فولادی بر حسب سانتی متر مربع

قطر mm	وزن در طول Kg/m	محیط Cm	تعداد میلگرد ها									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0.154	1.57	0.20	0.39	0.59	0.79	0.98	1.18	1.37	1.57	1.77	1.96
6	0.222	1.89	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83
7	0.302	2.20	0.38	0.77	1.15	1.54	1.92	2.31	2.69	3.08	3.46	3.85
8	0.395	2.51	0.50	1.01	1.51	2.01	2.51	3.02	3.52	4.02	4.54	5.03
10	0.617	3.14	0.79	1.57	2.36	3.14	3.39	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85
12	0.888	3.77	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.20	11.30
14	1.210	4.40	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.80	12.50	13.90	15.40
16	1.580	5.03	2.01	4.02	6.03	8.04	10.10	12.10	14.10	16.10	18.10	20.10
18	2.000	5.65	2.54	5.08	7.63	10.20	12.70	15.30	17.80	20.40	22.90	25.40
20	2.470	6.27	3.14	6.28	8.42	12.60	15.70	18.80	22.00	25.10	28.30	31.40
22	2.980	6.91	3.80	7.60	11.40	15.20	19.00	22.80	26.60	30.40	34.20	38.00
24	3.550	7.54	4.52	9.05	13.60	18.10	22.60	27.10	31.70	36.20	40.70	45.20
26	4.170	8.17	5.31	10.60	15.90	21.20	26.50	31.90	32.70	42.50	47.80	53.10
28	4.830	8.80	6.16	12.30	18.50	24.60	30.80	36.90	43.10	49.30	55.40	61.60
30	5.550	9.42	7.07	14.10	21.20	28.30	35.30	42.40	49.50	56.50	63.60	70.70
32	6.310	10.05	8.04	16.10	24.10	32.20	40.20	48.30	56.30	64.30	72.40	80.40
34	7.130	10.68	9.08	18.20	27.20	36.30	45.40	54.50	63.60	72.60	81.70	90.80
36	7.990	11.31	10.20	20.40	30.50	40.70	50.90	61.10	71.30	81.40	91.60	102.00
38	8.900	11.94	11.30	22.70	34.00	45.40	56.70	68.00	79.40	90.70	102.00	113.00
40	9.870	12.57	12.60	25.10	37.70	50.30	62.80	75.40	88.00	101.00	113.00	128.00

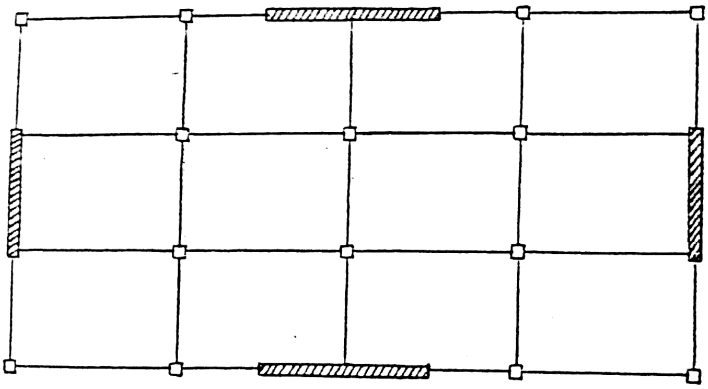
فصل یازدهم : ۱۱

دیوار برشی

- ☑ تعریف
- ☑ مزایای دیوار برشی
- ☑ موقعیت مناسب برای اسقرار دیوار برشی
- ☑ مدل کردن دیوار برشی بصورت ستون معادل
- ☑ طراحی دیوار برشی
  - ☑ طراحی دیوار برشی در مقابل برش
  - ☑ طراحی دیوار برشی در مقابل خمش

دیوار برشی

❖ دیوار برشی بهترین عنصر برای مقابله با نیروهای جانبی می باشد . دال طبقه همانند تیر عمیق سیار صلبی می باشد که نیروهای جانبی را به دیوار برشی انتقال می دهد .



(پلان طبقه)

❖ دیوار برشی بر خلاف نامش برای نسبت ارتفاع به عمق بزرگتر از ۲ به صورت یک تیر کنسول قائم است که ممان خمشی کنترل کننده است.

❖ دیوار برشی در ساختمانهای بلند و متوسط و حتی در ساختمانهای کوتاه ، مقاومت ساختمان را بطور قابل ملاحظه ای افزایش می دهد . از دیوار برشی می توان برای کاهش تغییر مکانهای بین طبقه ای که عامل موثر خرابی در سازه های چند طبقه در هنگام وقوع زلزه های شدید است استفاده نمود.

❖ استفاده از دیوار برشی تا ارتفاع ۲۰ طبقه الزامی نیست ولی برای ساختمانهای بیش از ۳۰ طبقه استفاده از دیوار برشی بطور جدی توصیه می شود.

❖ از نکات با اهمیت در دیوار برشی لاغری و یا کم بودن ضخامت آنها در مقایسه با ابعاد دیگر آن میباشد که احتمال کمانش حاصل از تیرهای فشاری را ممکن میسازد. اما با فرض اینکه دالهای کف در تمامی طبقات بصورت دیافراگم صلب هستند میتوانند نقش تکیه گاه جانبی برای دیوارهای برشی را داشته باشند. بنابراین طول بحرانی در رابطه با کمانش برابر با ارتفاع طبقه در نظر گرفته شود.

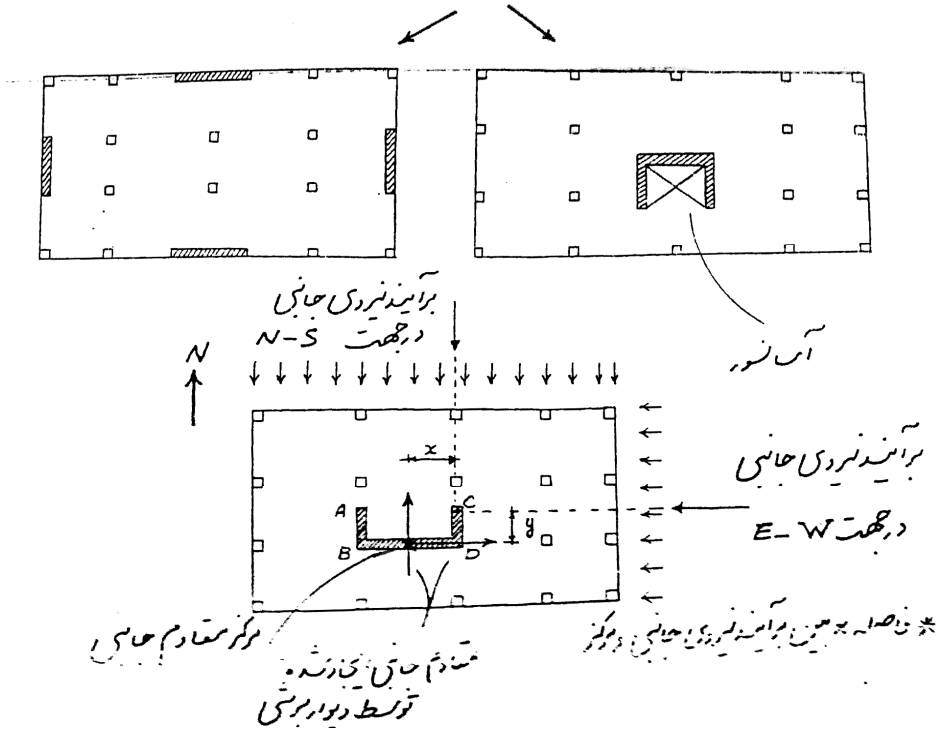
مزایای دیوار برشی

۱- افزایش چشمگیر سختی ساختمان که این خود موجب افزایش درجه ایمنی در مقابل شکست یا فرو ریختن ساختمان می شود.

۲- کاهش قابل ملاحظه ای در وارد آمدن خسارت به عناصر غیر سازه ای که در اکثر موارد هزینه آنها کمتر از هزینه اعضای سازه ای نیست.

۳- اثر قابل توجه به ایجاد آرامش خیال و تامین امنیت روانی ساکنین ساختمانهای بلند مرتبه در هنگام وقوع زلزله .

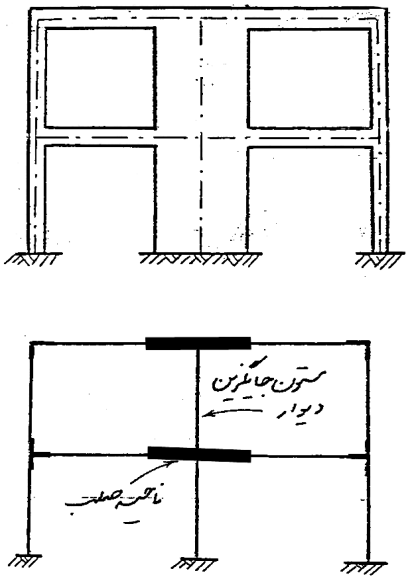
موقعیت مناسب برای استقرار دیوار برشی



* فاصله X بین برآیند نیروی جانبی و مرکز دیوار برشی ، ممان پیچشی در سازه بوجود می آورد .

* پیچش می تواند تغییر شکل دورانی قابل توجهی در ساختمان ایجاد کند و در نتیجه تغییر شکل زیادی در ستونهای دور از مرکز دیوار برشی بوجود آورد.

مدل کردن دیوار برشی بصورت ستون معادل



طراحی دیوار برشی

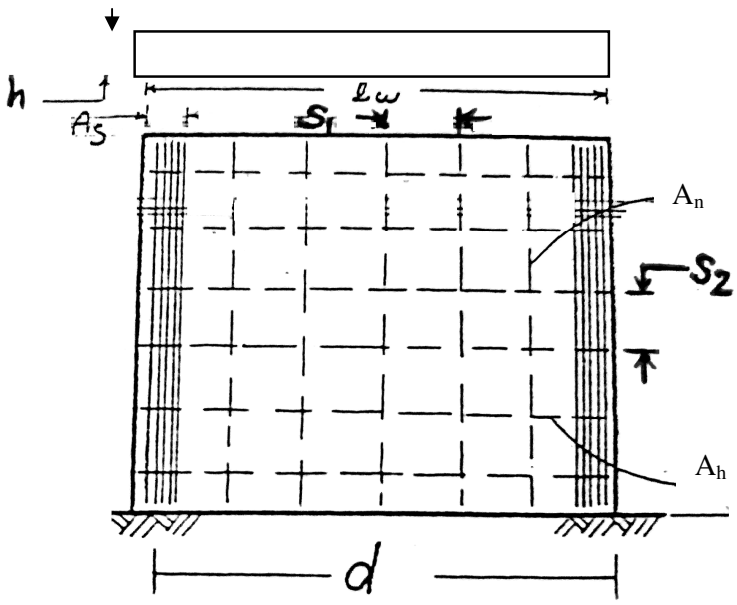
* دیوار برشی تحت تاثیر نیرو برشی و ممان خمشی متغیر قرار می گیرد که در پای دیوار مقدار آنها حداکثر می باشد.

* اگر دیوار برشی کم باشد ، نیروی برشی حاکم بر طراحی می باشد.

* اگر دیوار برشی زیاد باشد ، ممان خمشی حاکم بر طراحی می باشد.

* به هر حال باید هر دو کنترل شود*

ضخامت دیوار بر طبق آیین نامه ACI نبایداز مقادیر زیر کمتر باشد: 1/25 ارتفاع آزاد ویا 1/25 طول آزاد ، هر کدام که بزرگتر باشد و 150 میلیمتر



طراحی دیوار برشی در مقابل برش

$V_U \leqslant V_r$

$Vr = V_C + V_S$

$V_{r\,max} = 5\ V_C$

$V_C = 0.2\ \phi_C\ \sqrt{fc}\ hd \quad , \quad d = 0.8L_W$

$V_{r\,max} = \phi_c\ \sqrt{fc}\ hd$

نیروی مقاوم V_C برای یک دیوار برشی که تحت اثر نیروی محور N_U قرار گرفته باشد .

$$V_C = 1.65 v_C\, hd + \frac{N_U\, d}{5 l_W} \qquad (a) \qquad v_C = 0.2 \varphi_C \sqrt{F_C}$$

$$V_C = \left[0.3 v_C + \frac{l_W\,(0.6 v_C + 0.15 \frac{N_U}{l_W\, h})}{(\frac{M_U}{V_U} - \frac{l_W}{2})} \right] h\, d \qquad (b)$$

* N_U برای فشار مثبت و برای کشش منفی

اگر $(\frac{M_U}{V_U} - \frac{l_W}{2})$ منفی باشد از رابطه a استفاده می شود .

* در صورتیکه از روابط a و b نخواهیم برای تعیین v_c استفاده کنیم می توانیم از دو رابطه ساده زیر و در جهت اطمینان v_c را محاسبه کنیم .

وقتی N_U فشاری باشد(یا صفر باشد) $V_C = 0.2\ \phi_C\ \sqrt{fc}\ \ hd$

وقتی N_U کششی باشد . $V_C = 0.2\ \phi_C\ \sqrt{fc}\ \ (1 + \frac{N_U}{3A_g})\ \ hd$

در رابطه فوق N_U مثبت و A_g سطح مقطع کل دیوار برشی بر حسب میلیمتر مربع می باشد.

$V_S = V_U - V_C$

تعیین میلگرد برشی افقی (A_h)

$$A_h = \frac{V_S\ S_2}{\varphi_S\ f_Y\ d}$$

A_h سطح مقطع یک یا دو میلگرد افقی بر حسب اینکه یک شبکه یا دو شبکه باشد .

$S_Z \leqslant L_W / 5$ یا $3h$ یا $350\ mm$ هر کدام که کوچکتر باشد .

$\rho_h \geqslant 0.0025 \qquad \rho_h = A_h / h\, s_2$

** اگر نیروی برشی نهایی (v_u) از $A_{C_v}\ \nu_c$ بیشتر باشد بکار گیری دو شبکه آرماتور الزامی است .

$V_U > A_{C_\nu}\ \nu_C$

$A_{C_\nu} = L_w h$

$\nu_C = 0.2\ \phi_C \sqrt{fc}$

$Ac\nu$ = مساحت خالص مقطع بتن محدوده ضخامت جان و طول مقطع در امتدادی که نیروی برشی منظور می شود ، بر حسب میلی متر مربع

p_n: نسبت میلگرد برشی قائم بر حسب اینکه یک دو لایه باشد .

A_N: سطح مقطع یک یا دو میلگرد قائم بر حسب اینکه یک یا دو لایه باشد .

$$\rho_n = \frac{A_n}{S_1\ h}$$

$$\rho_n = 0.0025 + 0.5(2.5 - \frac{h_W}{l_W})(\rho_h - 0.0025)$$

❖ نسبت بالا نباید کمتر از 0.0025 باشد ولی لازم نیست از مقدار میلگرد برشی افقی بیشتر در نظر گرفته شود (لازم نیست $p_n > p_h$ باشد ← اگر باشد، از محاسبات صرفنظر می کنیم.)

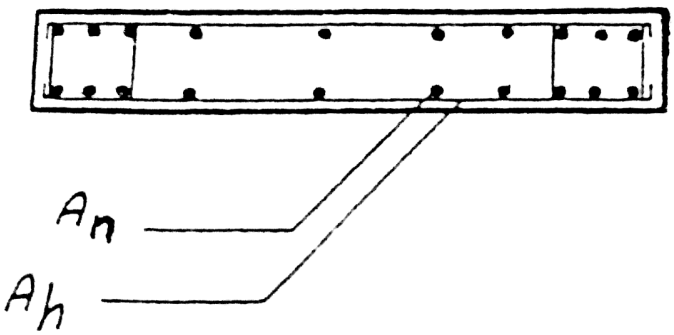
$S_1 \leqslant L_W / 3$ یا $3h$ یا 350 هرکدام که کوچکتر باشد .

❖ در صورتیکه $v_u < v_c$ باشد ، مقادیر حداقل p_h و p_n اختیار شود .

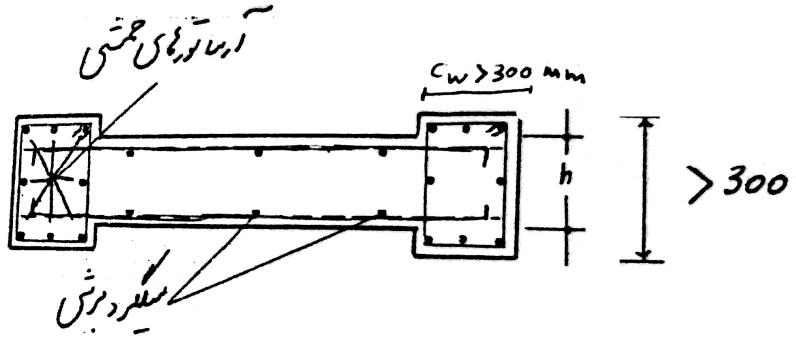
طراحی دیوار برشی در مقابل خمش

دیوار می بایستی در مقابل ممان خمشی وارده نیز مقاومت کند . دیوار همچنین تحت اثر بار محوری ناشی از بار ثقلی نیز قرار می گیرد . برای لحاظ نمودن تاثیر ممان خمشی و بار محوری از دیاگرام اندر کنش می بایستی استفاده نمود . در سازه های کوتاه و متوسط ، بار محوری فشاری عموماً کوچک می باشند ، بنا براین در جهت اطمینان ممان را صرفاً می توان در نظر گرفت . مسئله حتی می تواند بیشتر نیز ساده تر شود بدین معنی که با اغماض توزیع میلگردها در طول دیوار و با فراهم نمودن میلگرد در انتهای دیوار عمل نمود .

❖ به دلیل عوض شدن جهت ممان ناشی از نیروهای زلزله یا باد میلگرد گذاری بصورت متقارن در دو لبه دیوار انجام می شود . (از نظر محاسبات فقط برای یک انتها طراحی خمشی صورت می گیرد.)



❖ در صورتیکه تنش فشاری در لبه دیوار برشی در نتیجه تاثیر بار ضریبدار با لحاظ نمودن اثر زلزله (1.25D+ 1.5 L + 1.5 E) 0.8 از 0.2 fc بیشتر باشد ، لبه های دیوار توسط اعضای مرزی باید تقویت شوند مگر اینکه در تمام دیوار ازتنگ استفاده شود .



$$\sigma = \frac{P_U}{A_g} + \frac{M_U}{S_g}$$

M_U و P_u = نیروی محوری و ممان خمشی ضریبدار در اثر ترکیب بارهای مرده و زنده و زلزله

A_g : سطح مقطع افقی دیوار ؛ $L_W\, h$

S_g : مدول مقطع ترک نخورده ؛ $\frac{h l_W^2}{6}$

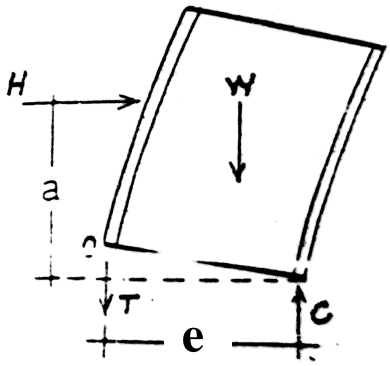
❖ اعضای مرزی باید مجهز به تنگ باشد طبق ضوابط ستونها

I) 1/2 ضلع کوچک مقطع ستون II) 8 برابر کوچکترین قطر میلگرد طولی

III) 24 برابر قطر تنگ IV) 250 میلی متر

❖ دیوارهای برشی معمولا در بین ستونهای قاب ثقلی قرار می گیرند و بنابراین می توان از این ستونها به عنوان اعضای مرزی دیوار استفاده نمود .

$$C = W + T$$



$$\Sigma M_0 = 0 \qquad -W(\frac{e}{2}) + Ce - Ha = 0$$

$$Ce = we/2 + Ha$$

$$C = \frac{W}{2} + \frac{H a}{e}$$

$$T = -\frac{W}{2} + \frac{H a}{e}$$

** اعضای مرزی در حالت حد نهایی برای مجموع بارهای قائم وارد بر دیوار شامل وزن دیوار و بارهای ثقلی وارده بر دیوار و نیروی محوری ناشی از ممان واژگونی و بصورت یک ستون کوتاه طراحی می شود.

** آرماتور های افقی دیوار می بایست در قسمت محدود شده عضو مرزی مهار می شوند .

- ❖ در نهایت لازم است کفایت مقطع دیوار برشی در تراز پای دیوار برای ترکیب بار محوری و ممان خمشی با استفاده از جداول اندرکنش بار محوری و ممان خمشی کنترل گردد .
- ❖ در ساختمانهای کوتاه ، توزیع یکنواخت میلگردهای قائم احتمالا" جوابگوی خمش می باشد تعیین مقاومت خمشی مقطع دیوار به ازا ء توزیع یکنواخت آرماتورهای قائم .

$$M_r = 0.5 A_{St} (\varphi_S \ f_Y) \ l_W \ (1 + \frac{N_U}{A_{St} \ \varphi_S \ f_Y}) (1 - \frac{C}{l_W}) \qquad , \qquad M_r \geq M_U$$

A_{st} : سطح مقطع کل آرماتور های قائم

N_U : نیروی محوری موجود در مقطع دیوار

M_r : مقاومت خمشی نهایی دیوار

$$\frac{C}{l_W} = \frac{\omega + \alpha}{2\omega + 0.85\beta_1}$$

$$f_C \leq 30 \ {}^{N}\!/_{mm^2} \ \rightarrow \ \beta_1 = 0.85$$

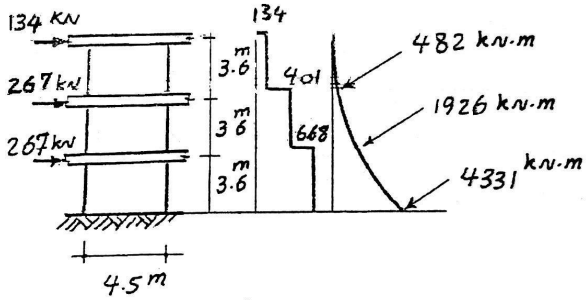
$$\omega = \frac{A_{St}}{l_W \ h} \frac{\varphi_S \ f_Y}{\varphi_C \ f_C}$$

$$\alpha = \frac{N_U}{l_W \ h (\varphi_C \ f_C)}$$

مثال : دیوار برشی ساختمان سه طبقه مطابق شکل تخت اثر بارهای باد قرار گرفته است . مطلوبست طراحی میلگرد های لازم برای دیوار در طبقه همکف .

$f_C = 30\ N/mm^2$

$f_Y = 400\ N/mm^2$



ضخامت دیوار :

$h \geq 3600 / 25 = 144$ mm

$h \geq 4500 / 25 = 180$ mm

ACI ⟹ use h= 200 mm

$h \geq 150$ mm آبا :

کنترل کفایت ضخامت دیوار :

$V_u = 668$ kN

$V_{r\,max} = \phi_c \sqrt{fc}\ hd = ?$

$d = 0.8\ L_W = 0.8\ (4.5) = 3.6$ m

$V_{r\,max} = 0.6 \sqrt{30}\ (20)\ (3.6 \times 1000) \times 10^{-3}$

$V_{r\,max} = 2366$ kN > 668 kN ✓

تعیین مقاوت برشی

$V_C = 0.2\ \phi_C\ \sqrt{FC}\ hd$

$V_c = 0.2\ (0.6) \sqrt{30}\ (200)\ (3600) \times 10^{-3} = 473$ kN

$V_s = V_u - V_c = 668 - 473 = 195$ kN

تعیین میلگرد برشی افقی

$$A_h = \frac{V_S\ S_2}{\varphi_S\ f_Y\ d}$$

$S_2 \leq L_W / 5 = 450 / 5 = 90$ cm یا $3h = 60$cm یا 35 cm

USE $S_2 = 300$ mm

$$A_h = \frac{(195 \times 10^3) \times (3000)}{0.85 \times 400 \times 3600} = 47.5 \quad mm^2$$

$$\rho_h = \frac{47.8}{200(300)} = 0.0008 < 0.0025 \quad \rightarrow \quad \text{USE} \quad \rho_h = 0.0025$$

$A_h = p_h\, h\, S_2 = 0.0025\ (200)\ (300) = 150$

$A_{cv}\ v_C = ?$

$A_{cv} = L_W\, h = 4500\ (200) = 9 \times 10^5\ mm^2$

$v_c = 0.2\ \phi_c \sqrt{fc} = 0.2\ (0.6) \times \sqrt{30} = 0.66$

$A_{cv}\ .\ v_C = 9 \times 10^5 \times (0.66) \times 10^{-3} = 594$

$V_U = 668\ kN > A_{cv}\ v_c = 594$

در نتیجه نیاز به دو لایه میلگرد برشی می باشد. از دو ردیف میلگرد شماره 10 استفاده می شود .(در امتداد دیوار ، معمولاً نزدیک به گوشه های دیوار).

$A = 2\ (\pi \times 10^2 / 4) = 157\ mm^2$

تعیین میلگرد قائم

$\rho_n = 0.0025$

$S_1 \leqslant L_W / 3 = 150$ یا $3h = 60\ cm$ یا $35\ cm$

USE $S_1 = 300\ mm$

$A_N = \rho_n\ S_1 h = 0.0025\ (300)\ (200) = 150$

USE $2\ \Phi\ 10$

طراحی میلگرد خمشی

$$M_r = 0.5 A_{St}\ (\varphi_S\ f_Y)\ l_W\ (1 - \frac{C}{l_W})$$

$A_{St} = 157 \times 4500 / 300 = 2355\ mm^2$

$$\frac{C}{l_w} = \frac{\omega + \alpha}{2\omega + 0.85\beta_1} = \frac{0.049 + 0}{2(0.049) + (0.85)} = 0.06$$

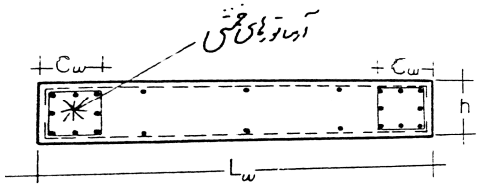
$$\omega = \frac{A_{St}}{l_W\ h}\ \frac{\varphi_S\ f_Y}{\varphi_C\ f_C} = \frac{2355}{4500\,(200)}\ \frac{(0.85)(400)}{0.6(30)} = 0.049$$

$M_r = 0.5\ (2355)\ (0.85)\ (400)\ (4500)\ (1\text{-}0.06) \times 10^{-6}$

$M_r = 1693\ \text{kn-m} < 4331$ → جوابگو نیست

با تقریب خوب مقدار سطح مقطع فولاد لازم در دو انتهای دیوار برابر است با

$$A_S = \frac{M_U}{\varphi_S\ f_Y\ (l_W - C_W)}$$



$$A_S = \frac{4331 \times 10^6}{0.85 \times (400)\ (4500 - 300)} = 3033\ mm^2$$

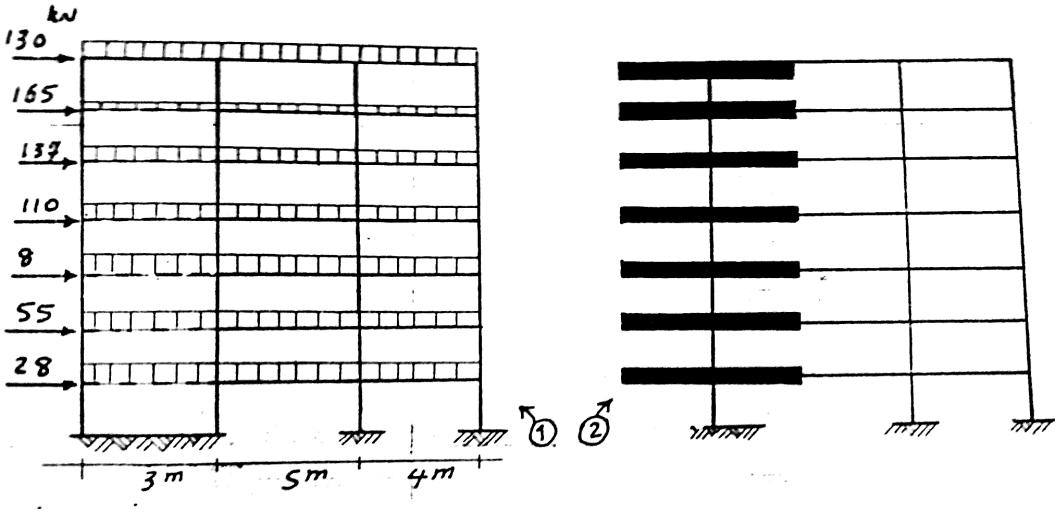
USE $12\ \Phi\ 18$ در هر انتهای دیوار

مثال : سازه نشان داده شده مرکب از دیوار برشی و قاب خمشی می باشد که تحت اثر بارهای ثقلی شامل بارهای مرده و زنده و بار زلزله میباشد . تیرهای قاب به عرض 300 mm و به ارتفاع 400 mm و ستونها به ابعاد 400× 400 mm می باشند . مطلوبست طراحی کامل دیوار برشی

$F_c = 28\ N / mm^2$ $F_Y = 420\ N /mm^2$

بارهای ثقلی در طبقات $W_D = 24$ kN/m , $W_L = 8$ kN/m

بام $W_L = 16$ kN /m , $W_L = 8$ kN /m



با تحلیل سازه زیر اثر بارهای ارائه شده و وزن اعضاء ، نیروی محوری ، ممان خمشی و برش در پای دیوار در ترکیب $0.8\ (1.25\ D + 1.5\ L + 1.5\ E)$ برابر است با :

بر اساس سازه ۱ :	براساس سازه ۲ :
$P_U = 1120$ kN	$P_U = 1192$ kN
$V_U = 783$ kN	$V_U = 773$ kN
$M_U = 8091$ kN.m	$M_U = 8057$ kN.m

ماکزیمم تعداد طبقات توصیه شده برای سیستم مرکب قاب + دیوار برشی 50 طبقه می باشد .

طبق آیین نامه 2800 در سیستم مرکب فوق الذکر ، برای ساختمانهای تا ۸ طبقه و یا کوتاهتر از 30 m می توان به جای توزیع بار به نسبت صلبیت عناصر بار بر جانبی ، ۱۰۰٪ نیروی جانبی زلزله را به دیوارهای برشی اعمال نمود ، مشروط بر آنکه قابها ظرفیت تحمل حداقل 30% نیروی جانبی را داشته باشد .

حال ادامه حل مسئله

ضخامت دیوار

$h \geqslant hw / 25 = 3000 / 25 = 120$ mm

ACI

$h \geqslant L_W / 25 = 3000 / 25 = 120$

$h \geqslant 150$ mm ← آبا

کنترل نیاز به اعضای مرزی

$$\sigma = \frac{P_U}{A_g} + \frac{M_U}{S_g} \leq 0.2 f_C$$

$0.2\ fc = 0.2\ (28) = 5.6$ N/mm^2

$$S_g = \frac{h l_W^2}{6} = \frac{200\,(3000)^2}{6} = 3\times10^8 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1120\times10^3}{200\times3000} + \frac{8057\times10^6}{3\times10^8} = 28.7 >> 5.6$$

پس نیاز به عضو مرزی می باشد .

وظیفه انتقال نیروی محوری و ممان خمشی وارد بر دیوار به عهده اعضای مرزی می باشد .

سطح مقطع میلگردهای کششی مورد نیاز در یک جزء لبه برابر است با :

$$T = \frac{H\,a}{e} - \frac{W}{2} \approx \frac{H\,a}{e} = \frac{M_U}{l_W - C_W}$$

$$A_S \varphi_S f_Y = \frac{M_U}{(l_W - C_W)} \quad \Rightarrow \quad A_S = \frac{M_U}{\varphi_S\ f_Y\ (l_W - C_W)}$$

ابعاد عضو مرزی 350 ×350 mm اختیار می شود .

$$A_S = \frac{8057\times10^6}{0.85\,(420)(300-350)} = 8516 \text{ mm}^2$$

Use 16Φ26

از سوی دیگر یک جزء لبه باید بعنوان یک ستون کوتاه زیر اثر نیروی فشاری طرح شود .

$$C = \frac{W}{2} + \frac{H\,a}{e} \Rightarrow C = \frac{P_U}{2} + \frac{M_U}{l_W - C_W}$$

$$C = \frac{1120}{2} + \frac{8057}{(3-0.35)} = 3600 \ kN$$

$P_u = 0.8\ [\ 0.85\ \phi_c fc\ (Ag - A_{St}) + \phi_S fy\ A_{St}\ ]$

$A_{St} = 8500\ \text{mm}^2$ ← 16 Φ 26

$P_u = \{\ 0.8\ [\ 0.85\times 0.6 \times 28\ (\ 350^2 - 8500) + 0.85 \times 420 \times 8500]\ \times 10^{-3}\ \}$

$P_u = 3730 > 3600$ ✓

طراحی برش

$V_u = 783$ kN

کنترل نیاز به دو سفره میلگرد برشی

$A_{cv} . \gamma_C = L_W h (0.2 \phi_c \sqrt{fc})$

$= 3000 \times 200 (0.2 \times 0.6 \sqrt{28}) \times 10^{-3} = 381$

$783 > 381 \longrightarrow$ نیاز به دو میلگرد برشی می باشد .

$V_{r\,max} = \phi_c \sqrt{fc}\, hd$

$d = 0.8 L_W = 2400$

$V_{r\,max} = 0.6 \sqrt{28} (200)(2400) \times 10^{-3} = 1524$ kN

$V_U = 783 < V_{r\,max}$ ✓

$V_C = 0.2 \phi_c \sqrt{fc}\, hd = 0.2 (0.6) \sqrt{28} (200) (2400) \times 10^{-3} \rightarrow V_C = 305$ kN

$V_S = V_U - V_C = 783 - 305 = 478$ kN

میلگردهای برشی افقی

$$A_h = \frac{V_S \; S_2}{\varphi_S \; f_Y \; d}$$

$S_2 = \{ \frac{Lw}{5} = \frac{3000}{5} = 600 \; , \; 3h = 600 \; , \; 350 \; \} \rightarrow$ Use $S_2 = 250$ mm

$$A_h = \frac{478 \times 10^3 \; (250)}{0.85 \, (420) \, (2400)} = 139 \quad mm^2$$

Use $2\Phi 10$ $\rightarrow$ $A_h = 157$

$$\rho_h = \frac{A_h}{h \; S_2} = \frac{157}{200 (250)} = 0.0031 > 0.0025 \quad ✓$$

میلگردهای برشی قائم

$\rho_n = 0.0025 + 0.5 (2.5 - (h_w / L_W)) (p_h - 0.0025)$

$\rho_n = 0.0025 + 0.5 (2.5 - (3000/3000)) (0.0031 - 0.0025) = 0.003$ لذا مشابه میلگردهای

اختیار می شود . 25 mm به فاصله $\Phi 10$ برشی افقی بصورت دو ردیف

طراحی تنگ برای اعضای مرزی

با اختیار نمودن میلگرد نمره 10 :

فاصله میلگردها 1/2 کوچکترین بعد عضو مرزی $\Leftarrow$ $1/2 \times 350 = 175$ mm

یا 8 برابر قطر میلگرد طولی $\Leftarrow$ $8 \times (26) = 208$ mm

یا 24 برابر قطر تنگ $\Leftarrow$ $24 \times (10) = 240$ mm

و یا 250 mm

Use 150 mm

فصل دوازدهم : ۱۲

شالوده

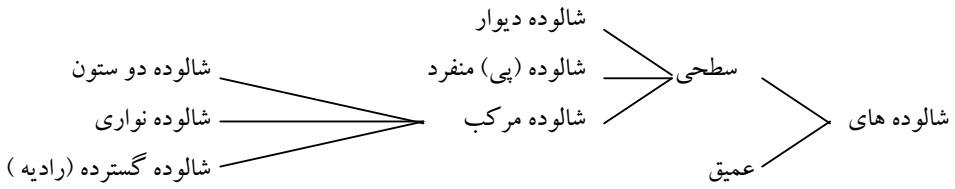
- ☑ تعریف
- ☑ انواع پی
- ☑ تعیین ابعاد سطح شالوده
- ☑ شالوده با بار خارج از مرکز
- ☑ برش
  - ☑ برش یکطرفه (برش خمشی)
  - ☑ برش دو طرفه (برش سوراخ کننده)
- ☑ ممان خمشی موثر بر شالوده و تعیین فولاد های لازم

« شالوده ها »

* شالوده یا پی واسطه انتقال بار از ساختمان به زمین می باشد .

* بار ساختمان از طریق دیوارها و یا ستونها به شالوده ها رسیده و سپس به زمین انتقال داده می شود

انواع شالوده ها



* در طراحی شالوده دو هدف باید مدنظر گرفته شود .

۱- کل نشست سازه باید به مقدار کم و قابل قبولی محدود شود .

۲- تا حد امکان قسمتهای مختلف سازه نباید دارای نشست های نا مساوی باشد .

* برای محدود کردن نشست های فوق الذکر باید بار سازه را به لایه ای از خاک با مقاومت کافی منتقل نمود و فشار ناشی از این بارها در خاک به حد قابل قبولی کاهش داد .

مقاومت خاک و چگونگی پخش بار

سطح شالوده بر روی خاک طوری انتخاب می شود که بار منتقل شده به زمین از مقاومت مجاز آن تجاوز ننماید .

در چگونگی انتقال بار از شالوده به زمین معمولا" شالوده بصورت صلب و تغییر شکل ناپذیر فرض می شود.

با این فرض در مورد ستونهاییکه در زیر بار محوری قرار دارند پخش فشار در زیر شالوده یکنواخت می باشد و در مواردیکه بار خارج از محور باشد بصورت غیر یکنواخت ولی خطی در نظر گرفته می شود .

* این فرض در مورد شالوده های دراز و باریک که طبعا" در زیر اثر فشار خاک مانند تیرها تغییر شکل می دهند . صحیح نمی باشد ، چرا که با بوجود آمدن تغییر شکل در شالوده وضع پخش خاک بر روی آن تغییر خواهد کرد .

❖ در هر صورت باید دانست که در نظر گرفتن پخش یکنواخت بار (یا غیر یکنواخت ولی خطی) بر روی خاک از نقطه نظر خاک تقریبی میباشد.

تعیین ابعاد سطح شالوده :

ابعاد سطح شالوده که بر روی خاک قرار دارد بر مبناء بارهای بهره برداری و تنش مجاز خاک تعیین می شود .

❖ ابعاد سطح شالوده باید طوری انتخاب شود که تنشهای ایجاد شده در خاک تحت اثر بار ستون ، وزن شالوده و خاک احتمالی در روی شالوده و یا هر سر بار دیگر رو ی پی از تنش مجاز خاک تجاوز نکند .

❖ برای شالوده هایی که تحت بار محوری و امتداد بار از مرکز هندسی شالوده می گذرد .

$$\text{لازم } A = \frac{D+L}{q_a}$$

q_a ← مقاومت مجاز خاک

در صورت وجود اثرات زلزله (E) و یا باد (W) تنش مجاز خاک را می توان 33% افزایش داد .

$$\text{لازم} \quad A = \frac{D+L+E(W)}{1.33\ q_a}$$

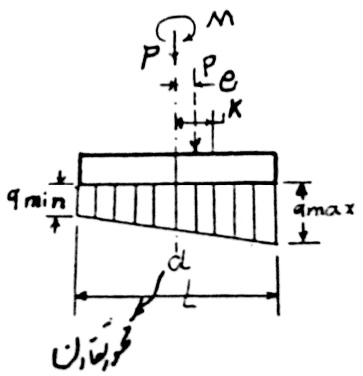
<u>شالوده با بار خارج از مرکز</u>

یک شالوده به دو صورت ممکن است خارج از مرکز بارگذاری شود .

- ستون تحت بار محوری هم مرکز با سطح شالوده نباشد
- ستون در محل اتصال با پی (شالوده) علاوه بر بار محوری یکسان را نیز منتقل کند .

در هر دو حالت اثر بارها را می توان به صورت اثر توام بارهای محوری و ممان خمشی در مرکز سطح شالوده در نظر گرفت .

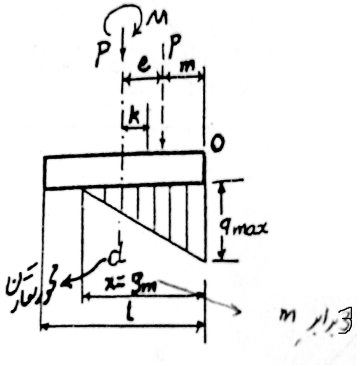
* اگر خروج از مرکز (e) [e = M / P] از هسته مرکزی مقطع تجاوز نکند ، تنش در تمام نقاط زیر شالوده فشاری است .



$$q_{\max,\min} = \frac{p}{A} + \frac{MC}{I}$$

* ابعاد پی باید طوری انتخاب شود که $q_{max} \leqslant q_a$ باشد .

*برای پی های مستطیلی هسته مرکزی عبارت است از 1/3 میانی طول پی در جهت خمشی می باشد لذا اگر $e \leqslant L/6$ باشد نیرو در داخل هسته مرکزی قرار دارد .



*در صورتی که برآیند نیروها خارج از هسته مرکزی قرار گیرد ، با استفاده از رابطه تنش در بالا منجر به مقداری منفی برای تنش در یک لبه می شود (یعنی کشش) . با توجه به اینکه تنشهای کششی نمی توانند بین پی و خاک ایجاد شوند (زیرا اتصالی بین آنها وجود ندارد) لذا رابطه تنش در بالا نمی تواند بکار گرفته شود در چنین حالتی با توجه به تصویر مقابل و توزیع تنش نشان داده شده برای یک پی مستطیلی به ابعاد $L \times b$ حداکثر تنش برابر است با

از رابطه تعادل نیروها $1/2\ q_{max}\ (x)\ b = p$

از رابطه ممان نسبت به نقطه o $X = 3 \times m$ $\longrightarrow$ $q_{MAX} = \dfrac{2P}{3 \times b \times m}$

ادامه طراحی شالوده را با درنظر گرفتن شالوده دیوار و شالوده منفرد دنبال می کنیم .

* حال باید ضخامت و آرماتور پی را تعیین نمود .

* طراحی شبیه به طراحی تیرها می باشد – برای برش و خمش طراحی می شود .

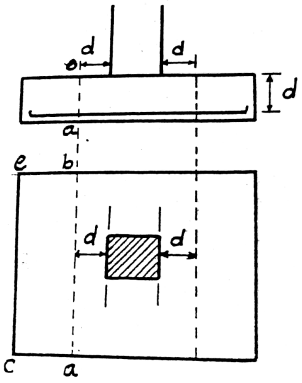
* در این حالت بارهای بهره برداری در ضرائب بار مربوطه ضرب می شود.

*** در محاسبه تنش فشاری نهایی qa نباید بارهای ناشی از وزن شالوده و خاکریز را در نظر گرفت زیرا دردیاگرام پیکر آزاد پی ، این نیروها با تنشهای نظیر که در زیر پی ایجاد می شوند خنثی می گردد .

برش : برش در شالوده ها شامل برش یکطرفه (برش خمشی) و برش دو طرفه (برش سوراخ کننده) می باشد .

* در شالوده خاموت گذاری معمول نیست عمق شالوده طوری تعیین می شود که تنش برشی از حد مقاومت برشی بتن تجاوز نکند .

برش یکطرفه (برش خمشی)



* مقدار نیروی برشی ماکزیمم در شالوده ها مانند تیرها در مقطعی به فاصله d از سطح جانبی ستون در نظر گرفته می شود

نیروی برشی نهایی در این مقطع برابر است با

$V_u = q_u\ (A_{abec})$

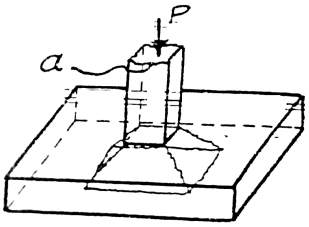
$V_U \leqslant V_C$

$V_C = 0.2\ \phi_C\ \sqrt{fc}\ bd$

b : عرض شالوده در مقطع بحرانی (mm)

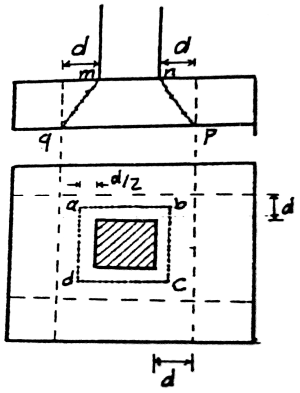
d : ارتفاع موثر (mm)

برش دو طرفه (برش سوراخ کننده)



عملکرد برش سوراخ کننده همانطور که در تصویر مقابل نشان داده شده است ، ستون تمایل به فرو رفتن در داخل شالوده را دارد .

* عمل فرو رفتن ستون در داخل شالوده از یک طرف ایجاد تنش برشی در اطراف محیط ستون و از طرف دیگر به لحاظ انتقال نیروی فشاری به شالوده ، موجب ، ایجاد تنشهای فشاری در شالوده می شود .



همانطور که در تصویر بالا یا تصویر مقابل دیده می شود شالوده در زیر اثر ستون با مقطع مربع واقع شده است . شالوده در ناحیه هرمی شکل به مقطع mnpq ممکن است بکلی از بقیه شالوده جدا گردد . تنش برشی ایجاد شده در این ناحیه از تقسیم نیروی برشی انتقال یافته از ستون به شالوده در ناحیه خارج از هرم mnpq به سطح جانبی این هرم بدست می آید . این هرم دارای قاعده فوقانی به ضلع a و قاعده تحتانی به ضلع $a + 2d$ می باشد . به جهت سهولت در امر محاسبه سطح جانبی این هرم را می توان معادل سطح جانبی منشوری به ارتفاع d و قاعده adcd که اضلاع آن به فاصله d/2 از سطح جانبی ستون واقع شده در نظر گرفت . با این فرض مقدار تنش برشی در این سطح برابر است با

$$v = \frac{V}{b_0\, d}$$

$b_0 = 4(a + d)$

a: بعد متوسط ستون

* حد مقاومت برش بتن α در برش سوراخ کننده بیش از مقاومت بتن در برش خمشی می باشد . بتن فشاری در شالوده زیر اثر خمش دو جانبه در دو جهت تحت فشار می باشد.

طبق آئین نامه آبا نیروی مقاوم برش سوراخ کننده برابر با کمترین مقادیر بدست آمده از ۳ رابطه زیر می باشد :

$$V_C = (1+\frac{2}{\beta_C})\times 0.2\,\varphi_C \sqrt{F_C}\, b_0 d$$

$$V_C = (\frac{\alpha_s d}{b_0}+1)\times 0.2\,\varphi_C \sqrt{F_C}\, b_0 d$$

$$V_C = 0.4\,\varphi_C \sqrt{F_C}\, b_0 d$$

b_0 : محیط بحرانی در فاصله d/2 از محیط خارجی ستون (mm)

α_S: عددی است که برای ستونهای میانی برابر با ۲۰ ، برای ستون های کناری برابر با ۱۵ و برای ستون های گوشه ۱۰ در نظر گرفته می شود.

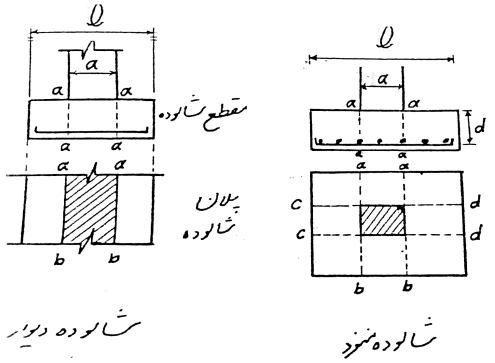
β_C : نسبت طول به عرض ستون

* حداقل ضخامت شالوده : طبق آبا ضخامت شالوده در مواردی که شالوده روی خاک قرار می گیرد . نباید کمتر از 250 mm و در مواردیکه شالوده روی شمع قرار میگیرد نباید کمتر از 400 mm باشد .

** برای شالوده های دیوارها که در تمامی طول تحت اثر بار قرار می گیرند و در اثر فشار خاک فقط در یک جهت خم می شود . بنابراین شالوده ها فقط برای برش یکطرفه طراحی می شوند .

ممان خمشی موثر به شالوده و تعیین فولادهای لازم

در شـالوده هـای مقابـل (شـالوده دیـوار و شـالوده منفـرد) قسمتهایی از شالوده که مـستقیماً در زیـر دیـوار یـا سـتون قـرار نگرفته اند ، در زیر اثر فشار خاک مانند یک تیرکنـسول تحـت خمش قرار می گیرد .



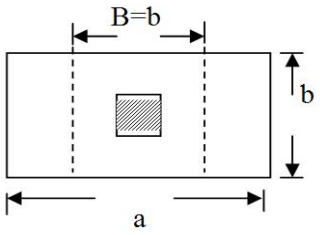
* در شالوده دیوار، شالوده در یک جهت تحت خمش قرار دارد و بنابراین فولادگذاری در یک جهت لازم است محاسبه شود (در جهت عرضی) در جهت طولی باید میلگردهای حرارتی (فولاد مینیمم) منظور شـود. در شـالوده منفـرد ، شـالوده در دو جهت تحت خمش قرار می گیرد و فولادگذاری دو طرفه می باشد .

مقدار ممان خمشی ماکزیمم در مقطع a-a برابر است با :

$$M_{a\text{-}a} = \frac{q_u}{8}(L - a)^2$$

* در مورد شالوده های مربع فولادها در هر دو جهت بطور یکنواخت در سطح شالوده قرار می گیرند.

* در شالوده های مستطیلی فولادگذاری در جهت طولی شالوده به طوریکنواخت در عرض شالوده قرار می گیرد اما فولاد گذاری در جهت عرضی در طول شالوده یکنواخت نخواهد بود . در ناحیه مرکزی شالوده که نزدیکتر به ستون مـی باشـد ، فولاد بیشتری قرار می گیرد.



آئین نامه(آبا) مقرر می دارد که مقدار فولاد بکار رفتـه در طـول $B = b$ مطـابق شـکل مقابل به نسبت $\frac{2}{\frac{a}{b}+1}$ برابرمقدار کل فولاد در طول a باشد . بـرای مثـال اگـر a=2b باشد ، مقدار 2/3 فولاد که در جهت عرضی در طول a باید بکار بـرده شـود ، در ناحیـه B= b بطور یکنواخت قرار داده شود و 1/3 بقیه در دو طرف خارج از ناحیه B =b بطور یکنواخت قرار می گیرد .

* تمرکز بیشتر فولاد در ناحیه مرکز شالوده بعلت آن است که عملاً" ناحیه مرکـزی شـالوده ممـان خمـشی بیـشتری از بقیـه قسمتهای شالوده حمل می کند و در نتیجه فولاد بیشتری نیز لازم میباشد .

انتقال نیرو در پای ستون : تمامی نیروها که در پای ستون عمل می کنند بایستی به شالوده انتقال یابند .

* انتقال بار محوری فشاری با ایجاد فشار در بتن و میلگردهای ریشه انجام می گیرد .

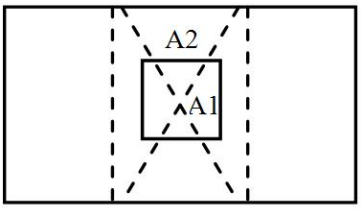
* مقدار بار فشاری در سطح تماس بین ستون و شالوده به مقاومت اتکایی نهایی (F_{br}) محدود می شود .

$$F_{br} = 0.85\ \phi_c\ f_c\ A_1 \left(\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}\right) \leqslant 1.7\ \phi_c\ f_c\ A_1$$

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leqslant 2$$

A_1 : سطح اتکا

A_2 : بزرگترین قسمت ممکن از سطح شالوده که هم مرکز و متشابه با A_1 باشد . (تصویر مقابل ملاحظه شود)



* اگر بار فشاری از F_{br} بیشتر باشد ، مقدار اضافی توسط میلگردهای ریشه تحمل می شود .

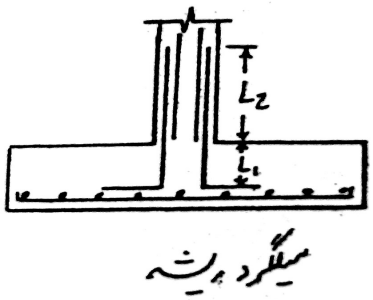
* در صورت وجود بار کششی در ستون ، تمامی نیرو باید توسط میلگردهای ریشه به شالوده انتقال یابد .

* برای انتقال ممان از ستون به شالوده در محل پای ستون مقدار فولاد لازم ممکن است با مقدار فولاد موجود در ستون بابر گردد به همین منظور میزان میلگردهای ریشه برابر میزان میلگردهای ستون اختیار می شود .

* این میلگردهای ریشه برای انتقال بار از ستون به شالوده باید دارای طول مهار کافی (فشاری) از هر دو سو باشد .

L_1 : طول مهاری در فشار

L_2 : طول وصله در کشش یا فشار



* مطابق آئین نامه هنگامی که انتقال بار از طریق تنشهای تکیه گاهی (اتکایی) صورت می گیرد . باید یک مقدار حداقل میلگرد برابر 0.5% سطح مقطع ستون در سطح تماس ستون و پی قرار داده شود .

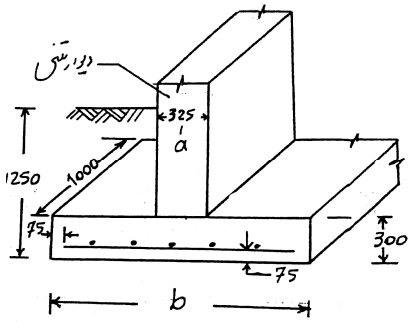
مثال : یک دیوار بتنی به ضخامت 325 mm در یک متر طول بار بدون ضریبی شامل 80 kN بار مرده و 220 kN را حمل می کند . فشار مجاز خاک در عمق 1.25 m از زیر سطح برابر 210 kN/m^2 است .شالوده را طراحی کنید . (عرض پی و فولاد گذاری)

F_c= 20 N/mm^2

F_y= 400 N/mm^2

خاک V = 16 kN /m^3

بتن V = 24 kN/m^3



ضخامت شالوده 30 cm فرض شود .

ارتفاع خاک روی شالوده 0.95 m

حل مسئله :

پس از کسر تاثیر وزن خاک روی شالوده و وزن خود شالوده فشار مجاز موثر باقیمانده برای حمل بارهای ناشی از دیوار برابر است با :

$q_e = 210 - (0.3 \times 24) - (0.95 \times 16) = 188$ kN /m^2

$b = p / q_e = (80 + 220) / 188 = 1.6$ m

$p_u = 1.25\ (80) + 1.5\ (220) = 430$ kN

$q_e = 430 / (1 \times 1.6) = 269$ kN/m^2

کنترل برش

با در نظر گرفتن پوشش $d' = 75$ mm

$d = 0.3 - 0.07 = 0.225$ m

$V_u = q_u [(b - a / 2) - d] = 269 [(1.6 - 0.325 / 2) - 0.225]$

$V_u = 111$ kN/m

$V_c = 0.2\ \phi_c \sqrt{f_c}\ bd = 0.2\ (0.6)\ \sqrt{20}\ (1000)\ (225) \times 10^{-3}$

$V_c = 121$ kN/m > 111 kN/m ✓

نیاز به میلگرد برشی نمی باشد .

طراحی برای خمش : تعیین مقدار فولاد لازم

$$M_U = \frac{q_u}{8}(L - a)^2$$

$$M_U = \frac{269}{8}(1.6 - 0.325)^2 = 54.7 \quad kN.m/m$$

$$A_S = \frac{0.85 f_{Cd} . bd}{f_{yd}}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_U}{0.85 f_{Cd} . bd^2}}\right]$$

$$\Rightarrow As = 758 \ mm^2/m$$

$$A_S = \frac{0.85(0.6\times 20)1000(225)}{0.85\times 400}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2\times 54.7\times 10^6}{0.85(0.6\times 20)(1000)(225)^2}}\right]$$

$$\rho = \frac{758}{1000\times 225} = 0.0034$$

$$\rho_{max} = 0.6\beta_1 \frac{f_C}{f_Y}\frac{600}{600 + f_Y} \quad \Rightarrow \quad \rho_{max} = 0.6(0.85)\frac{20}{400}\frac{600}{1000} = 0.0153$$

$$\rho_{min} = 0.0018$$

$$\Rightarrow \quad \rho_{min} \le \rho \le \rho_{max}$$

➔ $A_s = 758 \ mm^2/m$

Φ_{16} @ 25 cm c/c

تعیین میلگردهای حرارتی طول

$\rho = 0.0018$ $\quad f_y = 400 \ N/mm^2$ برای

$A_s = 0.0018\ (1000)\ (300) = 540 \ mm^2/m$

Use Φ_{12} @ 20 cm c/c

انتقال نیرو در پای ستون : تعیین مقاومت اتکایی

$$F_{br} = 0.85\ \phi_c\ f_c\ A_1\left(\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}\right) \ \le 1.7\ \phi_c\ f_c\ A_1$$

$$F_{br} = 0.85\ (0.6)\ (20)\ (1000\times 325)\times 10^{-3}$$

بدون ضریب $\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$ در نظر گرفته می شود .

$F_{br} = 3315 \ kN > P_u = 430 \ kN$ ✓

کنترل طول گیرایی :

از مقطع بحرانی خمش (لبه دیوار) تا انتهای میلگرد باید برابر یا مساوی طول گیرایی در کشش گردد .

$L_d = k_1 k_2 k_3 \ L_{db}$

$k_1 = 1 \qquad k_2 = 1.2 \qquad k_3 = 1$

$$L_{db} = \frac{d_b \ f_Y}{4 f_b}$$

$F_b = \lambda_1 \lambda_2 \ f_{bd}$

$F_{bd} = 0.65 \sqrt{fc} = 2.91$

$\lambda_1 = 1$ ⟵ اگر پوشش بتنی روی میلگرد بیشتر از $2d_b$ باشد .

$\lambda_2 = 0.85$ فاصله مرکز به مرکز میلگردها بزرگتر از $5d_b$ و فاصله میلگرد انتهایی از لبه قطعه بزرگتر از d_b 2.5 باشد .

$F_b = (1)\ (0.85)\ 2.91 = 2.47$

$L_{db} = (\ 16\times 400) / (\ 4\times 2.47\ ) = 648$

$L_d = (1)\ (1)\ (1)\ (648) = 648$ mm

طول گیرایی موجود $\frac{1600 - 325}{2} = -\ 75 = 563$ mm < 648 ✘

با استفاده از قلاب $90°$ طول گیرایی را کنترل می کنیم .

$L_{dh} = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \ L_{dhb}$

$$L_{dhb} = \frac{d_b \ f_Y}{4 f_b}$$

$F_b = \sqrt{fc} = 4.5$

$$L_{dhb} = \frac{16\,(400)}{4\times 4.5} = 356$$

$\beta_1 = 0.7$

$\beta_2 = 1$

$\beta_3 = 3$

$L_{dh} = 0.7\ (356) = 249 < 563$ ✓

مثال : یک ستون تنگ دار مربع به ابعاد 450 mm به هشت میلگرد Φ35 ، بار مرده بدون ضریب 1300 kN و بار زنده بدون ضریب 1000 kN را حمل می کند . خاک مناسبی با فشار مجاز 300 kN /m^2 در عمق 1.5 m موجود است .یک شالوده مربعی را طراحی کنید . $f_y = 400$ N/mm^2

برای ستون مقاومت بتن 30 N / mm^2 و برای پی 20 N/mm^2 است .

خاکγ = 16 kN /m^3 , بتن γ= 24 kN/m^3

حل مسئله :

اگر وزن مخصوص مخلوط خاک و بتن را 20 kN / m^3 فرض نماییم فشار خالص مجاز برای حمل بار وارده برابر است با :

$$\lambda_{avg} = \frac{16+24}{2} = 20$$

q_e= 300 – 20 (1.5) = 270 kN /m^2

A = (1300 + 1000) / 270 = 8.52 m^2

$\sqrt{A}$ = 2.92 use $3^m \times 3^m$

P_u = 1.25 (1300) + 1.5 (1000) = 3125 kN

q_u= 3125 / 3 × 3 = 347 kn/m^2 = 0.347 N/mm^2

$V_u = 0.347 \ [9\times 10^6 – (450 + d)^2]$

تعیین ارتفاع شالوده براساس برش دو طرفه

$V_c = 0.4 \ \phi_c \sqrt{f_c} \ b_0 d$

$b_0 = 4 (a+ d)$ بر اساس مدلساز منشوری به جای هرمی بر اساس d/2 طراحی می شود.

$V_C = 0.4 \ (0.6) \sqrt{20} \ (4) (450 + d) \ d = 4.29 \ d (450 + d)$

$V_U = V_C$

$\rightarrow \quad 0.347 \ [9 \times 10^6 – (450 + d)^2] = 4.29 \ d (450 + d)$

از حل معادله نتیجه می شود که :

d= 605 mm

h = 605 + 75 + 20 = 700 mm

با فرض پوشش بتنی

با فرض میلگرد Φ20

کنترل برش خمشی

$V= 0.347 [3000 ((3000 - 450) / 2) – 605)] = 697470 \ N = 697 \ kN$

$V_c= 0.2 \ \phi_c \sqrt{fc} \ bd = \{ 0.2 (0.6) \sqrt{20} \ 3000 \ d \} \times 10^{-3}$

$V_c = 974031 \ N = 974 \ KN > 697$

طراحی برای خمش

$$M_U = \frac{q_u}{8} (L - a)^2$$

$$M_U = \frac{347}{8} (3 - 0.45)^2 = 282 \ kN.m/m$$

$$A_S = \frac{0.85 f_{Cd} . bd}{f_{yd}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2M_U}{0.85 f_{Cd} . bd^2}} \right]$$

$$\Rightarrow As = 1427 \ mm^2/m$$

$$A_S = \frac{0.85(0.6\times 20)1000(605)}{0.85\times 400} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2\times 282\times 10^6}{0.85(0.6\times 20)(1000)(605)^2}} \right]$$

$$\rho = \frac{1427}{1000\times 605} = 0.00236$$

$$\rho_{max} = 0.6\beta_1 \frac{f_C}{f_Y} \frac{600}{600 + f_Y}$$

$$\Rightarrow \ \rho_{max} = 0.6(0.85) \frac{20}{400} \frac{600}{1000} = 0.0153$$

$\rho_{min} = 0.0018 \quad \leftarrow$ طبق آیین نامه بتن ایران برای پی همانند دال عمل می گردد

$$\Rightarrow \quad \rho_{min} \le \rho \le \rho_{max}$$

➔ $A_s = 0.00236 \times 1000 \times 605 = 1427 \ mm^2/m$

USE Φ_{16} @ 18 cm c/c

انتقال نیروی پای ستون

$$F_{br} = 0.85\ \phi_c\ f_c\ A_1\left(\sqrt{\frac{A_2}{A_1}}\right) \leqslant 1.7\ \phi_c\ f_c\ A_1$$

$A_2 = 3000^2$ $\qquad \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{3000^2}{450^2}} = 6.67 > 2$

$A_1 = 450^2$ $\qquad \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = 2$

تعیین مقاومت اتکایی برای وجه شالوده

$$F_{br} = 0.85\ (0.6)\ (20)\ (450)^2\ (2) \times 10^{-3} = 4131 \quad kN$$

$F_{br} = 4131\ kn > P_u = 3125\ kN$ ✓

مقاومت اتکایی برای وجه ستون

$F_{br} = 0.85\ \phi_c\ f_c\ A_1$

$F_{br} = 0.85 \times (0.6)\ (30)\ (450)^2 = 3098 < P_u = 3125$ ✗

مشاهده می شود که بار ستون نمی تواند تنها از طریق تنشهای تکیه گاهی (اتکایی) انتقال یابد . سطح مقطع میلگردهای انتظار برای کمبود مقاومت برابر است با

$$A_s = \frac{p_u\ F_{br}}{\varphi_C\ f_Y} = \frac{(3125 - 3098)10^3}{0.85(400)} = 79\ mm^2$$

$A_{s(min)} = (0.005)\ (450)^2 = 1013\ mm^2 \longrightarrow 4\Phi 20$: حداقل آرماتور ریشه برابر است با

البته همانگونه که قبلاً گفته شد میلگردهای ریشه به تعداد میلگردهای ستون بصورت میلگرد انتظار در پی قرار میگیرد.

کنترل طول گیرایی در کشش :

$L_d = k_1 k_2 k_3\ L_{db}$

$k_1 = 1$, $K_2 = 1.2$, $k_3 = 1$

$$L_{db} = \frac{d_b\ f_Y}{4\ f_b}$$

$F_b = \lambda_1 \lambda_2\ f_{bd}$

$\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = 1.25$

$F_{bd} = f_{bm} = 0.65\ \sqrt{fc} = 2.91$

$F_b = (1)(1.25)\ 2.91 = 3.64 > 2.91$

$$L_{db} = \frac{20\ (400)}{4 \times 2.91} = 687$$

$L_d = (1)\ (1.2)\ (1)\ 687 = 825\ mm$

موجود $L_d = (3000 - 450\ /\ 2) = 1275 > 825$ ✓

کنترل طول مهار لازم برای این میلگرد ها در فشار

$L_{dc} = \alpha_1 \alpha_2 \ L_{dcb}$

$$L_{dcb} = \frac{d_b \ f_Y}{4 f_{bc}}$$

$F_{bc} = \sqrt{fc} \leq 6.5$

$F_{bc} = \sqrt{20} = 4.47$

$$L_{dhb} = \frac{20(400)}{4(4.47)} = 447.4\,mm$$

α_1 = سطح مقطع میلگرد بکار رفته / سطح مقطع میلگرد لازم = 1

$\alpha_2 = 1$

$L_{dc} = (1)\ (1)\ (447.4) \times 10^{-3} = 0.45$ m

L_{dc} موجود $= 605 - 20 = 585$ mm $= 0.585$ m > 0.45 ✓

این میلگردها باید به طولی معادل طول مهار $L_d = 585$ بداخل ستون نیز ادامه یابد .