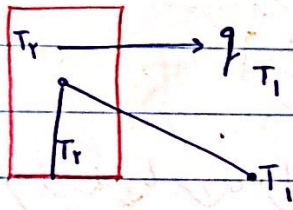
«بسم الله الرحمن الرحیم»

پدیده های انتقال:

کتاب: پدیده های انتقال و مهندسی معاد (نیازی به ترجمه ندارد) ترجمه آقای نادی

انتقال گرما / انتقال جرم / انتقال سیال

شیب حرارتی T_1 به T_2 $T_1 < T_2$ کل جریان حرارتی $T_2 > T_1$

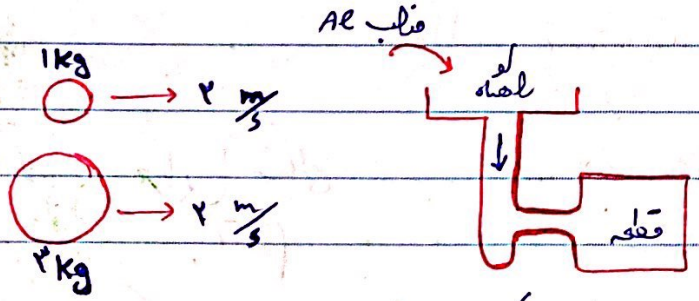


انتقال گرما ← جابجایی ← همرفت ← گازها و مایع ها
هدایت ← رسانش ← جامد
تابش ← تشعشع ← عدم نیاز به محیط حامل

انتقال جرم ← نفوذ ← انتقال جرم در جهت عکس گرادیان (شیب) غلظتی

انتقال سیال ← دینامیک سیالات ← تکانه (مومنتوم) ← اندازه حرکت ← mv

تکانه: توانایی ادامه حرکت جسم



هدف کلی درس: هدف بررسی رفتار سیال داخل مجاری

τ = shear stress

عوامل موثر بر رفتار سیال در مجاری چیست؟ ① ویسکوزیته سیال ≠ سیالیت

fluid: سیال η (نشان دهنده ویسکوزیته)

Scanned with CamScanner

* عسل نسبت به آب و بنزین غلظت بیشتری دارد.

② ρ: چگالی سیال ① و ② ← خصوصیات فیزیکی سیال

هندسه کانال: سطح مقطع و طول و قطر و شیب کانال

نیروی محرکه: فشار اعمالی به سیال ← سرعت حرکت سیال

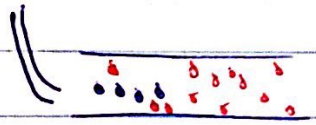
$Re = \frac{\rho \bar{V} D}{\eta}$ عدد رینولدز $\quad \rho = [\frac{kg}{m^3}] \quad \bar{V} = [\frac{m}{s}] \quad D = [m]$

$[\frac{g}{cm.s}] \simeq$ پواز $\simeq 0.1 \frac{kg}{m.s} = \eta \rightarrow 0.1\ pa.s$ سانتی پواز

آزمایش رینولدز: بررسی جریان یک سیال در یک کانال افقی و مشاهده مستقیم نشان داد که این جریان در عدود بزرگتر از ۲۱۰۰ بصورت ناآرام در خواهد آمد و برای اعداد رینولدز کوچکتر یا مساوی ۲۱۰۰ جریان آرام خواهد بود.

$Re > 2100$ ناآرام/تلاطم/مغشوش Turbulet flow

$Re \leq 2100$ جریان آرام/خطی laminar flow



$2100 < Re < 3000$ جریان انتقالی

$Re > 3000$ ناآرام

* عدد رینولدز یک عدد بی بعد است و برای هر سیستمی باید حساب شود. قطر مشخصه D

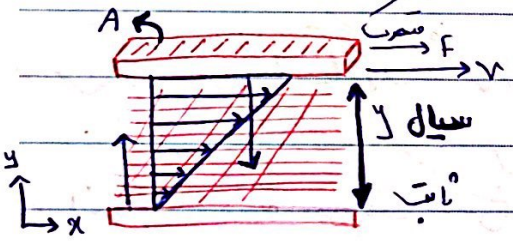
سیالات: نشان دهنده سیالیت → آزمایش مارپیچ زلوت در آزمایشگاه

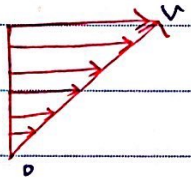
Scanned with CamScanner

* ویسکوزیته گازها با افزایش دما زیاد می‌شود.

* ویسکوزیته مایعات با افزایش دما کاهش می‌یابد.

قانون ویسکوزیته نیوتن: سیالی را بین دو ورق موازی به مساحت A در نظر می‌گیریم که ورق پایین ثابت بوده و ورق بالا با سرعت ثابت V حرکت داشته باشد؛ اگر ورق بالایی را با نیروی ثابت F در جهت x بکشیم تا به سرعت ثابت V برسد، اتفاقات زیر را مشاهده می‌کنیم:





توزیع سرعت لایه‌های سیال

۱) در اثر نیروی F ذرات سیال در تماس با ورق بالایی با سرعت V حرکت می‌کنند و ذرات سیال در تماس با ورق ثابت بی‌حرکت می‌مانند.

۲) ذرات سیال بین دو ورق با سرعت‌های مختلف حرکت می‌کنند.

۳) سرعت لایه‌های سیال با فاصله از ورق ثابت به طور خطی افزایش می‌یابد.

۴) سرعت لایه‌های سیال در تماس با ورق ثابت صفر است.

۵) سرعت لایه‌های سیال در تماس با ورق بالایی برابر با V خواهد بود.

۶) سرعت لایه‌های بین دو ورق با فاصله y از ورق ثابت متناسب است.

$$V \propto \frac{F}{A}\,y \quad \rightarrow \quad \frac{F}{A} \propto \frac{V}{y}$$

($\frac{F}{A}$: نیروی مقاوم ورق)

تغییرات V بر اساس y $\rightarrow$ $\tau \propto \frac{V}{y}$

y $\rightarrow$ توزیع سرعت سیال

* عاملی که باعث می‌شود ورق بالایی باعث تحریک سیال شود، تنش برشی است.

- نشان داده شده تنش برشی وارده از سمت ورق بالا به واحد سطح برابر F بر لایه‌های سیال متناسب

Scanned with CamScanner

است که با شتاب‌دیان سرعت سیال. این تناسب با استفاده از ضریب ثابتی به نام ویسکوزیته به تساوی تبدیل می‌شود.

$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$

تنش برشی — ویسکوزیته سیال — ثابت تناسب میان متغیرها — که شتاب‌دیان سرعت — جهت حرکت سیال — جهت شتاب‌دیان سرعت

* علامت منفی ۸ در جهت عکس شتاب‌دیان سرعت، استفاده مفهوم را می‌دهد.

سیال غیر نیوتنی ۸ مواد خمیری - پلیمرها — سیال نیوتنی ۸ آب - مواد مقاومات

سیالات نیوتنی تابع قانون نیوتن ← از رابطه بالا تبعیت می‌کنند.

* نیروی محرکه‌ی هر نوع انتقالی که شتاب‌دیان (اختلاف) است. — شتاب‌دیان ← شیب سرعت

* انتقال ... همیشه در جهت عکس شتاب‌دیان انجام می‌شود.

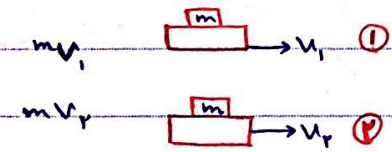
τ_{yx} = تنش برشی ناشی از حرکت سیال با سرعت v_x در جهت x به نحوی که شتاب‌دیان سرعت در جهت y باشد.

* شرط عدم لغزش بین سیال و ورق‌ها: سیال در تماس با ورق با لایه‌ای با سرعت v شده و حالی که لایه‌ی چسبیده به ورق با سرعتی ثابت حرکت می‌کند.

* لایه‌های سیال بین این دو لایه به علت ایجاد تنش برشی بین آن‌ها سرعت‌های متفاوتی خواهند داشت.

سرعت ماکزیمم ← تنش برشی صفر — سرعت دیسکوئیدم ← تنش برشی ماکزیمم

* اختلاف سرعت، باعث ایجاد تنش برشی می‌شود.



وقتی از جسم با جرم m به جسم ۲ می‌رویم. — که $m(v_1 - v_2)$ →

Scanned with CamScanner

Year. ۵ Month. Data. Subject

* جابجایی برش اتم‌ها یا مولکول‌ها از لایه‌ها با سرعت بالا به لایه‌هایی با سرعت کمتر (یا برعکس)

انتقال مومنتوم بین لایه‌ها نرخ خواهد داد.

تنش برشی بین لایه‌ها ← اختلاف سرعت ← انتقال مومنتوم

هم‌ارز تنش برشی = نرخ انتقال مومنتوم (آنفلو)

$Rate = \frac{\text{واحد}}{\text{زمان}}$

تغییرات انتقال مومنتوم نسبت به زمان = نرخ انتقال مومنتوم

$velocity = \frac{L}{t}$

$\tau = \frac{F}{A} = \frac{ma}{A} = \frac{m \cdot v}{t \cdot A} = \frac{\text{مومنتوم}}{\text{زمان} \cdot \text{سطح}}$ = نرخ انتقال مومنتوم در واحد سطح

$\eta_{H_2O}^{20^\circ C} = 1\,cp \rightarrow$ سانتی‌پواز $\quad \eta_{oil}^{20^\circ C} = 8\,cp$

مثال) اگر فضای بین دو ورق مسطح با روغنی با ویسکوزیته $2\,Pa\cdot s$ پر شده باشد و فاصله بین دو ورق $3 \times 10^{-3}\,cm$ در نظر گرفته شده. مقایسه تنش برشی لازم جهت به حرکت درآوردن ورق بالایی در دو حالت

آن به سرعت $0.5\,m/s$ چقدر باید باشد؟

$\eta = 0.2\,Pa\cdot s = 2\,(\frac{kg}{m\cdot s^2})$

$v = 0.5\,(m/s)$

$y = 0.005\,cm = 5 \times 10^{-5}\,m$

$\frac{dv_x}{dy} = \frac{0.5}{5 \times 10^{-5}} = 10^4\,(1/s)$

$\tau_{yx} = -0.2 \times 10^4 = -2000\,(N/m^2)$

برش ← نیروی برشی ← جریان برشی

معادلات بقای مومنتوم در یک جریان پایا (steady state):

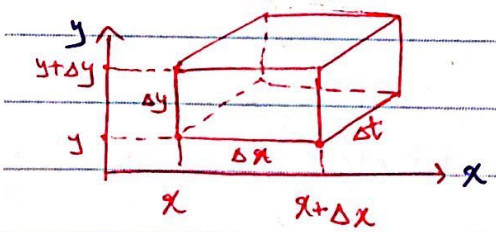
Scanned with CamScanner

سیال را بین دو ورق در نظر بگیرید که بصورت جریان کوئت (ورق بالایی متحرک و ورق پایینی ثابت) باشد. در بحث قبلی نشان دادیم که پروفیل سرعت در این نوع جریان بصورت خطی خواهد بود. برای نوشتن معادلات انتقال مومنتوم در این نوع جریان هم دوباره یکی از سیال‌ها به عنوان نمونه در نظر گرفته و بنحوی که این حجم دوباره نماینده‌ای از تمام کل سیال باشد (حجم کنترل / حجم معیار). در جریان کوئت این حجم در فضای بین دو ورق قرار می‌گیرد.

Δx Δy Δz control volume ⇝ حجم معیار - حجم کنترل

* دو نوع انتقال مومنتوم در این حجم معیار می‌توان در نظر گرفت : انتقال مومنتوم ویسکوز و انتقال مومنتوم همرفت.

* انتقال مومنتوم ویسکوز به علت وجود پروفیل سرعت در جهت y و انتقال مومنتوم همرفت در صورت وجود پروفیل سرعت در جهت x رخ خواهد داد.



* انتقال مومنتوم ویسکوز در جهت عمود بر جریان

* انتقال مومنتوم همرفت در جهت مماس بر جریان

برای سیروها ⇒ نیروهای اعمالی بر حجم + مومنتوم ورودی به حجم − مومنتوم خروجی از حجم = 0

نیروهای اعمالی بر حجم معیار از جنس تنش

Scanned with CamScanner

تغییرات

Year. V Month. Data. Subject

معادله نرخ انتقال مومنتم در جهت x در سیال در جهت عمود بر سرعت v_x (عمود بر سطح) در آن حاکم می‌شود

$\tau_{yx} \cdot A$ = نیروی وارده به واحد سطح از انتقال مومنتم ویسکوز

پس نیروهای اعمالی باید برابر صفر شود.

مومنتم هر ذره $= \rho v_x^2 \cdot A$ $\xrightarrow{\text{واحد}}$ $\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot m^2 = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

* انتقال در جهت عکس گرادیان است.

نرخ انتقال مومنتم هرفت ورودی به x در $\Delta y \cdot \Delta z$: $\rho v_x^2 \big|_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$

نرخ انتقال مومنتم ویسکوز ورودی از صفحه $\Delta x \cdot \Delta z$ در موقعیت y: $\tau_{yx}\big|_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z$

نرخ انتقال مومنتم هرفت خروجی در $x+\Delta x$ در $\Delta y \Delta z$: $\rho v_x^2 \big|_{x+\Delta x} \cdot \Delta y \cdot \Delta z$

نرخ انتقال مومنتم ویسکوز ورودی به صفحه $\Delta x \cdot \Delta z$ در موقعیت $y+\Delta y$: $\tau_{yx}\big|_{y+\Delta y} \cdot \Delta x \cdot \Delta z$

$$(\rho v_x^2\big|_x - \rho v_x^2\big|_{x+\Delta x}) \cdot \Delta y \cdot \Delta z + (\tau_{yx}\big|_{y+\Delta y} - \tau_{yx}\big|_y) \cdot \Delta x \cdot \Delta z = 0$$

عدم تغییر سرعت در جهت x $\longrightarrow$ $v_x\big|_x = v_x\big|_{x+\Delta x}$ ← جریان پایا

$$\Longrightarrow \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\tau_{yx}\big|_{y+\Delta y} - \tau_{yx}\big|_y}{\Delta y} = 0 \qquad (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z) \text{ تقسیم بر حجم معیار}$$

$$\frac{d\tau_{yx}}{dy} = 0$$

$\tau_{yx} = c_1 =$ مقدار ثابت $\Rightarrow \tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy} \longrightarrow \tau_{yx} = c_1 = -\eta \frac{dv_x}{dy}$

$dv_x = -\frac{c_1}{\eta} \cdot dy \xrightarrow{\text{انتگرال‌گیری مجدد}} v_x = -\frac{c_1}{\eta} y + c_1 \longrightarrow v_x = \frac{v}{y} \cdot y$

$c_1 = 0 \qquad c_1 = \eta \frac{v}{y} \qquad \tau_{yx} \cdot c_1 = \eta \frac{v}{y}$

MENHAJ

Scanned with CamScanner

تغییرات

Year. ۸ Month. Data. Subject

با مشخص بودن شرایط مرزی ثابتهای C_1 و C_2 را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} y=0 \longrightarrow u_x=0 \\ y=Y \longrightarrow u_x=V \end{cases}$$

y فاصله در صفحه

V سرعت صفحه بالایی

تغییرات سرعت نسبت به y (مستقل از ویسکوزیته):

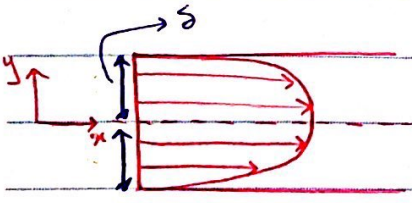
$$\begin{cases} \tau_{yx} = -\mu \dfrac{V}{Y} \\ u_x = \dfrac{V}{Y} \cdot y \end{cases}$$

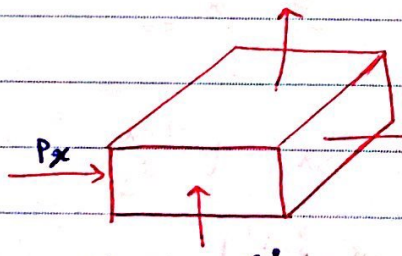
تغییرات تنش برشی

معادله سرعت سیال

تعریف: در سیالی که بین ۲ صفحه موازی در حال حرکت است، جریانی آرام و لایه‌ای به نحوی که در آن هیچ تماس با صفحات بالایی یا پایینی سرعت سیال برابر با صفر و یا متوجه به متفاوت بودن شکل، در فاصله میانی بار با ماکزیمم خواهد بود (بیشترین سرعت برابر صفر است) بر این اساس جریان سیال بین دو صفحه موازی بالایی یا پایینی در نظر می‌گیریم. محور مختصات را بین دو صفحه تعریف می‌کنیم.

و ویسکوز از عبور میانی لایه‌ها به طرفین و در جهت عکس جریان سرعت مثبت خواهد شد و با فاصله یا بودن جریان و عدم تغییر سرعت در جهت x نیز می‌توانیم هیچ تغییر نیز حذف خواهد شد.





برایند فشار: $(P|_x - P|_{x+\Delta x}) \Delta y \cdot \Delta z$

ورودی $\tau_{yx}|_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z$

خروجی $\tau_{yx}|_{y+\Delta y} \cdot \Delta x \cdot \Delta z$

MEHYAR

Scanned with CamScanner

جایگذاری معادلات بالا در معادله‌ی بقای مومنتم:

$$\frac{d\tau_{yx}}{dy} = \frac{\Delta P}{L}$$

L طول ورق

ΔP تغییرات فشار

انتگرال‌گیری اول:

$$\tau_{yx} = \frac{\Delta P}{L} \cdot y + C_1$$

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

شرایط مرزی: $y = 0 \rightarrow v = v_{max}$

$\tau_{yx} = 0$

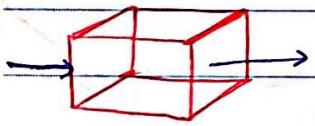
$$\frac{\Delta P}{L} \cdot y = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

انتگرال‌گیری مجدد

$$v_x = \frac{\Delta P}{2L\eta}(\delta^2 - y^2) \Longrightarrow y = \delta \Rightarrow v_x = 0$$

$\tau_{yx} = max$

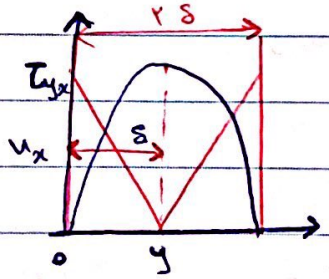
$$\tau_{yx} = \frac{\Delta P}{L} \cdot y$$



موضوع ویسکوز

موضوع هندسه

افت فشار $\frac{\Delta P}{L}$



هدف: محاسبه‌ی دبی جرمی و دبی حجمی

دبی جرمی: $\frac{kg}{s}$ دبی حجمی: $\frac{m^3}{s}$

پس نیاز به محاسبه‌ی $\bar{v}_x$ (سرعت متوسط) خواهیم داشت:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta P}{3L\eta}\delta^2$$

دبی حجمی $\dot{V}$ = سرعت متوسط × سطح

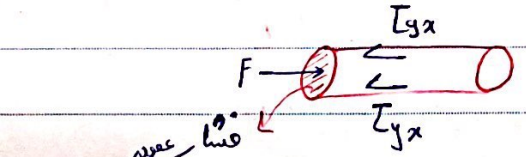
$$\dot{V} = \frac{2}{3} \frac{\Delta P}{L\eta} \cdot \delta^3 \cdot w$$

عمق ورق

Scanned with CamScanner

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \frac{\pi}{8} \frac{\Delta P}{L\eta} \cdot S^4 \cdot \rho \cdot w$$

دبی جرمی



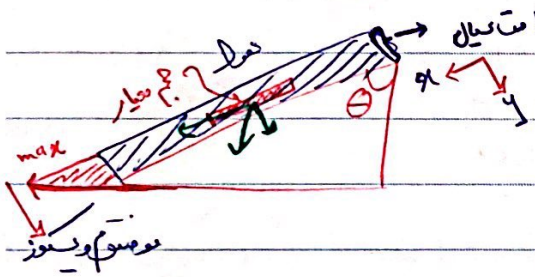
فشار عمودی وارده بر یک مقطع (۲۵·w) = تنش برشی وارده بر صفحات (۲L·w)

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D}{\eta}$$

$$(\tau_{yx}|_{y=\pm\delta})(2Lw) = \frac{\Delta P}{L} S(2Lw)$$

جریان سیال سری بین دو صفحه ثابت:

شرط عدم لغزش سیال و دیواره



محیط صفحات بین دو سطح بالایی سیال

نوشتن معادلات بنا به موضوع بیان جرم معیار: موضوع دیسکوز در جهت +y متحرک می‌شود یا V_x در $y=0$

ماکزیمم و در $y=\delta$ صفر است + مؤلفه نیروی وزن سیال در جهت سیال $(\rho g \cos\theta)(x)$

$$F = m \cdot g\cos\theta = \rho \cdot V_{\text{جسم}} \cdot g\cos\theta = \rho g \cos\theta (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)$$

$\tau_{yx} \cdot \Delta z \cdot \Delta x$ تنش برشی (موضوع دیسکوز)

با نوشتن معادلات بنا به نیوتن:

$$\frac{d\tau_{yx}}{dy} = \rho g \cos\theta$$

$$\begin{cases} y=0 \Rightarrow V_x = V_{max} \Rightarrow \tau_{yx}=0 \\ y=\delta \Rightarrow V_x = 0 \Rightarrow \tau_{yx}=max \end{cases}$$

$$\tau_{yx} = \rho g \cos\theta \cdot y + C_1 \xrightarrow{y=0} \tau_{yx}=0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$\tau_{yx} = \rho g \cos\theta \cdot y = -\eta \frac{dV_x}{dy} \Rightarrow \frac{dV_x}{dy} = -\frac{\rho g}{\eta} \cos\theta \cdot y$$

Scanned with CamScanner

$\bar{v}_x = \frac{\rho g}{2\eta} \cos\theta \cdot y^2 + C_1$ $\quad y = \delta \rightarrow v_x = 0$

$C_1 = \frac{\rho g}{2\eta} \cdot \cos\theta \cdot \delta^2$

$\bar{v}_x = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} v_x \, dy =$

$v_x = \frac{\rho g \cos\theta}{2\eta} (\delta^2 - y^2)$

$\frac{\rho g \cos\theta}{3\eta} \cdot \delta^2$

$v_{max} = \frac{\rho g \cos\theta}{2\eta} \cdot \delta^2$

اگر عرض سیال را w متر کنیم:

$\dot{v} = \frac{\rho g \cos\theta}{3\eta} \cdot \delta^3 \cdot w$

$Re < 2000$ شرط آرام بودن جریان

$Re = \frac{4\rho \bar{v}_x \cdot \delta}{\eta}$

مثال) درباره مایعی که از یک لوله با شعاع 1m خارج می‌شود، اگر عرض دهانه را 1m در نظر بگیریم، بیشترین دبی جرمی درباره چقدر خواهد بود؟ چگالی آب را $2422 \frac{kg}{m^3}$ و ویسکوزیته $0.31 \frac{Pa}{s}$ است.

$\dot{m} = \rho \cdot \dot{v} = \bar{v}_x \cdot A \cdot \rho \Rightarrow \bar{v}_x \cdot \delta = \frac{\dot{m}}{w \cdot \eta}$ ،

$A = \delta \cdot w$ ← عرض ← ارتفاع

$Re = 2000 = \frac{4\rho \cdot \bar{v}_x \cdot \delta}{\eta}$

$\bar{v}_x \cdot \delta = \frac{2000\eta}{4\rho} = \frac{2000 \times 0.31}{4 \times 2422} \Rightarrow \bar{v}_x \cdot \delta = 7.38 \times 10^{-4}$ $\quad \dot{m} = 1.94 \frac{kg}{s}$

تمرین) اگر مقدار $\theta > 0$ درجه تغییر کند، بر اساس دبی جرمی بدست آمده رابطه بین سرعت v_x، δ و θ بدست آورید. (نفوذ لایه)

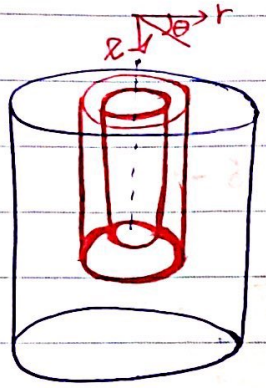
$\theta = 0 \rightarrow \bar{v}_x \cdot \delta$

$\theta = 45 \rightarrow$ ،

$\theta = 90 \rightarrow$ ،

Scanned with CamScanner

جریان سیال در یک استوانه عمودی:



الف ← پوسته استوانه‌ای توخالی

(r_g, z)

(r, θ, z)

$\begin{cases} r=0 \;,\; v_{max} \;,\; \tau_{rz}=0 \\ r=R \;,\; v_z=0 \;,\; \tau_{rz}=max \end{cases}$

نیروهای وارده { نیروی ناشی از اشتکال موضعی و بسکوزیته در مرز در جهت دیواره (در جهت x)
نیروی ناشی از وزن سیال در جهت z
اعمال فشار خارجی

$$v_z = \left(\frac{\Delta P}{L} + \rho g\right)\left(\frac{R^2 - r^2}{4\eta}\right)$$

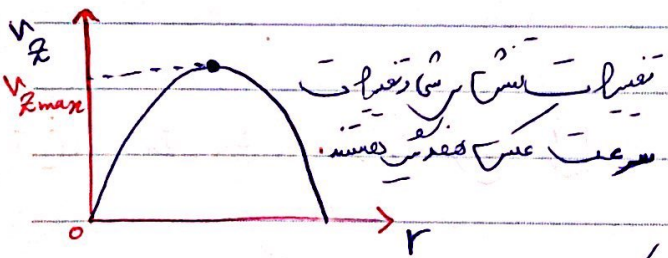
$$\tau_{rz} = \left(\frac{\Delta P}{L} + \rho g\right)\frac{r}{2}$$

$$\bar{v} = \left(\frac{\Delta P}{L} + \rho g\right)\frac{R^2}{8\eta}$$

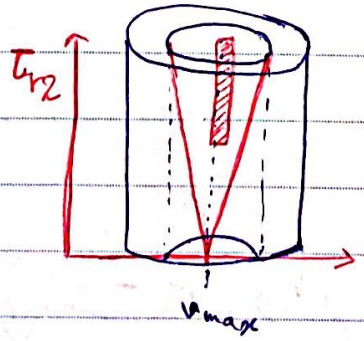
$\frac{\Delta P}{L}$ ← افت فشار در واحد طول لوله

$$\dot{v} = \left(\frac{\Delta P}{L} + \rho g\right)\left(\frac{\pi R^4}{8\eta}\right)$$

$$\tau_{rz} = \left(\frac{\Delta P}{L} + \rho g\right)\frac{r}{2}$$



تغییرات تنش برشی و تغییرات سرعت عکس همدیگر هستند.



مثال ص ۷۵) برای حذف قطرات روغن از فاضلاب کارخانه از یک لوله عمودی به درون فاضلاب

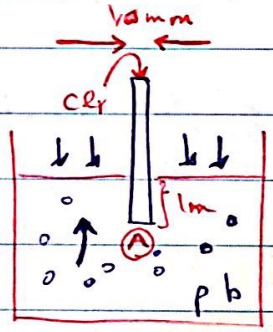
Scanned with CamScanner

Year. ۱۳ Month. Data. Subject

تزریق می‌شود. برای انجام واکنش ترکیب $Fe Cl_2$ تشکیل و از مخلوط خارج خواهد شد. آب این مخلوط از طریق لوله‌ای مویینه با قطر ۱٫۵ mm به ارتفاع ۱m درون مخلوط فرورفته است. دوباره کلر با دبی $0.2 \frac{kg}{h}$ انجام شود، مشخص کنید فشار استاتیک برای مخلوط چقدر باید باشد؟

$T = 25^\circ C$

$M_{Cl_2} = 0.0791 \frac{kg}{g.mole}$ / $\eta_{Cl_2} = 2.18 \times 10^{-5} \frac{}{Pa.s}$ / $\rho_{Hg} = 13546 \frac{kg}{m^3}$



$P_A = $ فشار استاتیک $= \rho g h + P_{atm} = (13546 \times 9.8 \times 1) + 101300$

در عمق ته لوله

$P_A = 24900$ Pa

فشار باید بر آن جهت استقامت جداره لوله غلبه کند.

$\dot{m}_{Cl_2} = 0.2 \frac{kg}{h}$ لوله دوم

$\frac{\Delta P}{L} = \frac{8 \dot{m} \eta}{\pi \rho R^4} - \rho g_{Cl_2} = \frac{8 \times 0.2 \times 2.18 \times 10^{-5}}{3.143 \times 2.594 \times 2436 \times (0.75 \times 10^{-3})^4} -$

شتاب ثقل 2.594×9.8

$\frac{\Delta P}{L} = 4911 \frac{Pa}{m}$ در لوله $\rightarrow \Delta P = 4911$ Pa

$P = 24900 + 4911 = 29800$ Pa فشار مورد نیاز در ابتدای لوله دوم

$Re = \frac{\rho \bar{V} D}{\eta} = \frac{\dot{m}}{\pi R^2 \rho} \cdot \frac{2R\rho}{\eta} = \frac{2\dot{m}}{\pi R \eta} = 1742 < 2100$ جریان آرام

زمان متوسط توقف θ: اگر سیالی با سرعت متوسط $\bar{V}$ نانیوتن به طول L داخل مخزنی به ارتفاع Θ در

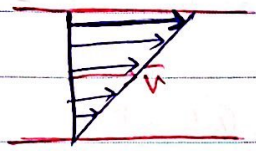
کانال توقف خواهد داشت؛ یعنی مدت زمان لازم برای اینکه ذرات سیال با سرعت متوسط

MENHAJ

Scanned with CamScanner

وزمان توقف متقابل θ نامیده میشود. $\theta = \frac{L}{V}$

وجود اختلاف سرعت در جریان سیال سبب میشود که مولکول متقرب



زمان توقف لایه‌های مختلف سیال نسبت به موقعیت آن لایه ثابت

باشد. براین اساس زمان توقف متوسط یا میانگین مربوط به لایه‌ای است که با سرعت متوسط حرکت

می‌کند. با استفاده از این مفاهیم می‌توان مشخص نمود چه کسری از سیال با سرعت مثلاً بیشتر از سرعت

متوسط در زمان حرکت کرده و به عبارت دیگر زمان توقف را محاسبه نمود.

* ماکسول - بولتزمن

ویسکوزیته گازها:

تئوری انرژی جنبشی گازها:

فرضیات: حرکت آشفته ذرات تمام جهات وبطور یکسان

- برخورد ذرات الاستیک باشد. - سرعت تمام ذرات برابر سرعت متوسط گاز باشد.

$C = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}$ ثابت بولتزمن: k

λ = mean free path

مسیر آزاد میانگین

d قطر ذرات

n تعداد مول

$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$ ← فاصله‌ای که یک اتم می‌تواند بدون برخورد با اتم‌های دیگر طی کند / فاصله بین اولین تا دومین برخورد

Scanned with CamScanner

بر اساس تئوری انرژی جنبشی و محاسبات آن می‌توان رفتار یک گاز در درون یک ظرف را بیان کرد

سرعت وجود دارد را بررسی نمود و با نوشتن معادلات بتا، موضوع را این طریق و مقایسه با قانون

ویسکوزیته نیوتن رابطه‌ی زیر به دست آورد:

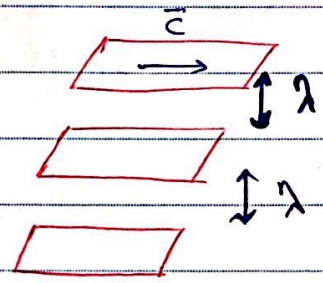
$$\eta = \frac{2,4992 \times 10^{-5}\sqrt{MT}}{d^2(A \times m)} \rightarrow \eta \propto T^{0.5}$$

M وزن اتمی

T کلوین

d قطر اتمی ($\AA$)

* این‌ها ثابت می‌شوند ← قطر ثابت



رابطه نشان می‌دهد ویسکوزیته فقط تابعی از دما است و فشار در آن دخالت ندارد ← علت با افزایش فشار نیروی وارد بر لایه‌ها

بیشتر، اصطکاک بیشتر و تنش برشی و ویسکوزیته نیز افزایش می‌یابد ولی باید توجه داشت افزایش فشار

سبب کاهش فاصله بین لایه‌های اتمی شده، از طرفی کاهش فشار باعث شده است که ویسکوزیته

به مقدار مول n نیز وابسته خواهد بود. $\eta = \text{مستقل از فشار}$ $\eta \propto T^{\frac{1}{2}}$

با توجه به این که λ با عکس n متناسب است، در نتیجه می‌توان نشان داد که n و تغییرات آن بر روی ویسکوزیته

بی تأثیر خواهد بود و طبق رابطه‌ی زیر افزایش فشار از یک طرف سبب افزایش n و از طرف دیگر سبب

کاهش λ خواهد شد و در نتیجه مستقل از فشار عمل خواهد کرد.

$$\eta = \frac{1}{3} n \bar{c} m \lambda$$

$$p\uparrow \rightarrow n\uparrow \quad \lambda\downarrow$$

$$\eta = \frac{\alpha}{14} \frac{\sqrt{mKT}}{\pi^{\frac{1}{2}} d^2}$$

Scanned with CamScanner

Year. 14 Month. Data. Subject

* از نتایج این جنبش نتیجه شد که ویسکوزیته با تقریباً $T^{0.5}$ با رابطه مستقیم دارد.

* η مستقل از فشار و داده خلاف هدبود.

↑ دانسیته ← ↓ حجم ← ↓ فشار

$He \rightarrow \eta_{He} \propto T^{0.65}$ $\quad Ne \rightarrow \eta_{Ne} \propto T^{0.67}$

در حالت کلی: $\eta \propto T^{n}$ $\quad n = 0.6 - \frac{1}{2}$

* در واقعیت این حالت‌ها کره‌های صلب نیستند.

با توجه به این که فرض صلب بودن اتم‌ها و عدم تغییر قطر آن‌ها در حین برخورد، فرض تصحیح نمی‌باشد و می‌توان در اطراف اتم‌ها میدان نیروی فرض کرد که نیروهای جاذبه و دافعه در آن وجود دارند؛ اما این نیروها نسبت به تقریباً عمق تراکم‌ها در میدان‌های نیروی بسیار کم می‌شود و در نتیجه قطر ظاهری اتم‌ها کاهش می‌یابد. این

انرژی پتانسیل بین دو اتم را با رابطه زیر نشان دهیم: $\Phi = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right]$

* σ و ε پارامترهای لنارد-جونز

$\sigma = 2r$

σ: قطر برخورد $\quad \varepsilon$: عمق چاه انرژی

r: شعاع اتمی

بر این اساس و در نظر گرفتن نرم بودن اتم‌ها در حین برخورد رابطه ویسکوزیته با بهصورت زیر اصلاح می‌شود:

رابطه چپمن - انسکوگ $\quad \eta = \frac{2.6693 \times 10^{-5}\sqrt{MT}}{\sigma^2 \Omega}$

Ω: انتگرال برخورد

← معرف نیروی اتم‌ها و متناسب با بی‌بعد $\frac{kT}{\varepsilon}$

MENHAJ

Scanned with CamScanner

گاز	M	σ (A°)	ε/k
H_2	۲٫۰۱۴	۲٫۹۱۵	۳۸
He	۴٫۰۰۳	۲٫۵۷۴	۱۰٫۲
Ne	۲۰٫۱۸۳	۲٫۷۸۹	۳۵٫۷
Ar	۳۹٫۹۴۴	۳٫۴۱۸	۱۲۴

$\frac{kT}{\varepsilon}$	Ω
۰٫۳۰	۲٫۷۸۵
۰٫۳۵	۲٫۶۲۸
۰٫۴۰	۲٫۴۹۲
۰٫۴۵	۲٫۳۶۸
۰٫۵۰	۲٫۲۵۷
۰٫۵۵	۲٫۱۵۴

$\frac{kT}{\varepsilon}$	Ω
۱۰	۰٫۸۲۴۲
۲۰	۰٫۷۴۳۲
۳۰	۰٫۷۰۰۵
۴۰	۰٫۶۷۱۸
۵۰	۰٫۶۵۰۴

مثال ۲-۱۰: ویسکوزیته گاز اکسیژن در دمای ۱۰۰ درجه سانتی گراد را محاسبه کنید.

	M	σ (A°)	ε/k	kT/ε	Ω	η
O_2	۳۲	۳٫۴۳۳	۱۱۳	۳٫۲۰	۱٫۰۱۴	$2{,}14\times10^{-6}\sqrt{p}$
N_2	۲۸٫۰۲	۳٫۶۸۱	۹۱۵	۴٫۰۷	۰٫۹۴۴۴	$2{,}08\times10^{-6}\sqrt{p}$

$\eta_{O_2,3,2} = 2{,}14\times10^{-6}\sqrt{p}$

پاسخ

داده‌های مسئله — آنچه باید به دست آوریم

برای محاسبه درون‌یابی بین اعداد:

$$y = y_a + (y_b - y_a)\frac{x - x_a}{x_b - x_a}$$

$x_a \rightarrow y_a$

$x \rightarrow y(?)$

$x_b \rightarrow y_b$

از رابطه زیر می‌توان ویسکوزیته مخلوط گازها را به دست آورد:

$$\eta_{mix} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i \eta_i}{\sum_{j=1}^{n} x_j \Phi_{ij}}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(1 + \frac{M_i}{M_j}\right)^{-1/2}\left[1 + \left(\frac{\eta_i}{\eta_j}\right)^{1/2}\left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{1/4}\right]^2$$

x_i: نسبت مولی جزء i در مخلوط گازی

مثال) مخلوط دو گاز H_2 و CO_2 ⟵ $i = H_2$ $\quad j = CO_2$

Scanned with CamScanner

$$\eta_{mix} = \frac{X_{H_2}\eta_{H_2}}{X_{H_2}\Phi_{H_2-H_2} + X_{CO_2}\Phi_{H_2-CO_2}} + \frac{X_{CO_2}\eta_{CO_2}}{X_{CO_2}\Phi_{CO_2-CO_2} + X\Phi_{CO_2-H_2}}$$

در خصوص مایعات برخلاف گازها تقریبی مشخص در خصوص ویسکوزیته وجود ندارد. بر پایه‌ی رفتار مایعات و با بقایای تلم پوکاه یا مدلی که در بین مولکول‌ها وجود دارد می‌توان تئوری جای خالی و پدیده‌ی تغوذ ویسکوزیته را بررسی کرد: در این تئوری حرکت اتم‌ها یا مولکول‌ها (پیاده شدن) بقایای حضور جای خالی در کنار اتم‌ها امکان پذیر است. با افزایش دما تعداد جاهای خالی و قدرت اتم‌ها افزایش یافته و در نتیجه تغوذ و سیالیت نیز بیشتر خواهد شد.

$D = B \cdot K_B \cdot T$

$B = \frac{\bar{v}}{F}$ تحرک ← $\bar{v}$ سرعت متوسط، F نیروی وارده بر اتم جهت حرکت

$D \propto \exp\left(\frac{-\Delta G}{RT}\right) \rightarrow \eta = A \exp\left(\frac{\Delta G_{vis}}{RT}\right)$

ΔG_{vis}: انرژی فعالسازی ویسکوزیته

$A = \frac{N_A \cdot h}{V}$ ← A ثابت پلانک، N_A عدد آووگادرو، V حجم مولار

$N_A = 6.023 \times 10^{23}$

$h = 6.62 \times 10^{-34}\ J.s$

$D \propto \frac{1}{\eta}$ ← ضریب نفوذ

ویسکوزیته‌ی قطرات فلز: با توجه به تئوری جای خالی که برای مایعات گفته شد و مقاومت در برابر حرکت قطرات با فلز مایع، مایعات معمولی. به مقالات جدید جهت محاسبه‌ی ویسکوزیته‌ی فلز مایع قطرات نیاز داریم؛ بر این اساس از رابطه‌ی آتکین چیمن استفاده شده و مشخص شده که تمام قطرات فلز مایع از این رابطه تبعیت می‌کنند؛ بر این اساس سه پارامتر ویسکوزیته کاهش یافته، دمای کاهش یافته تعریف شده.

Scanned with CamScanner

$\eta^* = f(T^*, V^*)$ $\quad T^* = \frac{kT}{\varepsilon}$ $\quad n = \rho \cdot \frac{1}{m} \cdot N_0$

$\eta^* = \frac{n\sigma^2 N_0}{(mRT)^{\frac{1}{2}}}$ $\quad V^* = \frac{1}{n\sigma^3}$

σ: قطر اتمی گاز ادئیت $\quad N_0$: عدد آوگادرو $\quad \varepsilon$: انرژی پیوند $\quad m$: وزن مولکولی

n: تعداد اتم‌ها در واحد حجم $\quad k$: ثابت بولتزمن

بر اساس این روابط مشکل‌ترین بخش حل این معادلات بدست آوردن ε یا انرژی پیوندهای مولکولی مذاب است. به این دلیل ما ۲ مقدار σ و ε را با استفاده از آزمایش اشعه X بدست آمد و منحنی ۲ عنصری C_2 بدست آمد. حقق شدن این مقادیر با تقریب خوبی در مورد مذاب گیزنتز حاصل می‌شود؛ در نتیجه داده‌های مربوط به این مقادیر از همین تئوری استخراج شد.

با استفاده از این تئوری داده‌های مقداری گاز ادئیت σ و ε برای مذاب مقادیر مختلف محاسبه و در جدول ۳ مقادیر داده شد.

مثال) ویسکوزیته سرب مذاب در نقطه ذوب آن (۶۱۷۱ K) چند پواز است؟

* اگر نقطه ذوب مقادیر را داشته باشیم، می‌توان از رابطه زیر با تقریب خوب $\frac{\varepsilon}{k}$ را محاسبه کرد:

استفاده کرد: $\frac{\varepsilon}{k_B} = 5/2\, T_m$

$\frac{\varepsilon}{k_B} = \frac{5/2}{1.0} \times 6171 = 11290$

$\frac{1}{T^*} = \frac{\varepsilon}{kT} = \frac{11290}{6171} = 5/2$ با استفاده از نمودار شماره ۲۰ $\quad \eta^*(V^*)^2 = 3.9$ ①

Scanned with CamScanner

$$V^* = \frac{1}{n\delta^2} = \qquad n = \rho \cdot \frac{1}{M} \cdot N_0$$

۰/۷۹۵ ②

$$\begin{cases} \rho = 4{,}6 \ g/cm^3 \\ M = 52 \ g/mol \end{cases} , \quad \delta = 2{,}25 \ A^\circ$$

$$①, ② \longrightarrow \eta^* = \frac{3{,}9}{(0{,}795)^2} = 4{,}17$$

$$\eta = \frac{4{,}17 \times (0{,}0032 \times 8134 \times 2121)^{1/2}}{(2{,}25 \times 10^{-10})^2 \times 6{,}022 \times 10^{23}} \Rightarrow \eta_{Cr}^{2121} = 4{,}75 \times 10^{-3} \ kg/m.s$$

تمرین) ویسکوزیته آهن مذاب در دمای ۱۶۰۰°C درصورتی که دانسیته آن برابر با ۷۱۰۰ kg/m^3 باشد، چقدر خواهد بود؟ ($M_{Fe} = 56 \ g/mol$)

بلدیم

- درباره سیلیکاتها متشکل از اسیدهای مختلف دوتایی یا خالصی‌ها موجود در مذاب می‌باشند که به علت دانسیته کمتر روی لایه بالایی مذاب جمع می‌شوند. درباره اکسیدهای متشکل از آنیون‌ها و یا کاتیون‌ها دانست که کدام یک از این اکسیدها در دمای بالا به سرعت مذاب می‌شوند. با توجه به نوع اسید (قلیایی یا اسیدی بودن آن‌ها) ترتیب درباره شیشه‌ها دانست خواهد بود.

FeO, Al_2O_3, CaO, MgO → آمفوتر (اسیدی و بازی) → قلیایی → اکسیژن از دست می‌دهند.

* FeO در کنار SiO_2 اسیدی خواهد بود.

SiO_2 → اسیدی

بدین ترتیب یک جزء اسیدی به صورت تترا اکسید

درباره وجود داشته باشد، با شکست پیوند اتمی اکسیژن درباره حل شده و تشکیل آنیون‌های سیلیکون با

Scanned with CamScanner

خاصیت در حالی که اسیدهای قلیایی با دادن یون اکسیژن به فاز تبدیل به باز می شود و به خاصیتی که

در فاز آزاد نمود می شد. با توجه به این که ساختار اصلی سازه ها از SiO_2 تشکیل

شده است، بالا بودن پیوند قوی بین اکسیژن و سیلیسیم و الکترونگاتیوی بالایی خاصیت اسیدی داشت. سازه

آمفوتر سیالیت و باسیت و الکترونگاتیو بالایی پیوند سیلیسیم و اکسیژن شکسته شود با دو روش:

۱) آمفوتر ها ۲) آمفوتر عناصر قلیایی دهنده اکسیژن، جهت شکستن پیوند $Si-O$

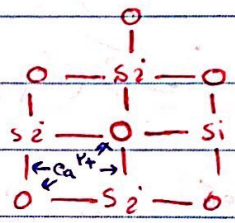
- ساختار SiO_2 فاز شبیه سیلیکای جامد می باشد که در آن هر اتم سیلیسیم با چهار اتم اکسیژن

پیوند برقرار و شبکه پیچیده ای از این پیوندها وجود خاصیت داشت به طوری که تمام سیلیکا در حالت

جامد به صورت SiO_4^{4-} می باشد. با افزودن CaO و تمایل آزاد شدن یون اکسیژن پیوندهای

منظم ساختار پیچیده SiO_4^{4-} شکسته شده و این آنیون ها به راحتی خاصیت خاصیت نمود و در نتیجه سیالیت

افزایش می یابد.



ساختار SiO_2

اکسیدهای اسیدی ← H^+ را آمفوتر می دهند.

قلیایی ← H^+ را باسیت می دهند.

$CaO - MgO$

Al_2O_3 آمفوتر ← در کنار SiO_2 خاصیت اسیدی خاصیت داشت.

Scanned with CamScanner

نمودار را در این نقطه قطع فرض کرد. این قسمتی‌ها نشان دهنده نسبت کدام‌یک $\frac{Al_2O_3}{CaO}$ می‌باشد با مشخص بودن این نسبت و تعیین نقطه‌ی تقاطع با خط افقی η_a مقدار معلوم خواهد شد.

Year. ۲۲ Month. Data. Subject

اما این سه پارامتر پایه SiO_2 است پس باید به آن اکسیدهای دهنده‌ی اکسیژن (قلیایی) افزود.

برای محاسبه‌ی ویسکوزیته‌ی سرباره‌ها دانستن ترکیب شیمیایی آن‌ها الزامی می‌باشد. با افزودن اکسیدهای قلیایی مانند CaO و MgO به میزان سرباره‌ی اسیدی میزان ویسکوزیته‌ها کاهش و میزان کاهش ویسکوزیته بستگی به میزان اکسیژن اکسید قلیایی اضافه شده دارد.

ترکیب سرباره‌ی حاوی SiO_2 و Al_2O_3 رفتار Al_2O_3 شبیه به SiO_2 بروز داده و به عنوان اکسید اسیدی رفتار می‌کند ولی این اثر هم اندازه‌ی SiO_2 نمی‌باشد؛ به همین علت اثر آن با پارامتر سیلیس معادل (η_a) بر ویسکوزیته نشان داده شده است. $\eta_a = f(X_{Al_2O_3} + X\frac{Al_2O_3}{CaO})$ طبق نمودار شماره ۱۱ برای محاسبه‌ی سیلیس معادل

سیلیس اسیدی معمولی با مشخص بودن مقدار Al_2O_3 یک خطا افقی رسم می‌کنیم. این خط منحنی‌های موجود در تمام اکسیدهای قلیایی موجود در سرباره شامل MgO و FeO اثر مشابه CaO خط دهنده است و تا مقادیر مشخصی این اثر یکسان می‌باشد؛ به این دلیل با پارامتر تصحیح شده‌ی زیر می‌توان کدام‌یک‌ها را با هم جمع کرد

X_{CaO}^{eff} = کدام‌یک موثر CaO = $X_{CaO} + X_{MgO} + X_{FeO}$ با دو شرط: $X_{MgO} \leq 10\%$ mol ; $X_{FeO} \leq 14\%$ mol

$X_a + X_{SiO_2}$ Al_2O_3 اثر نسبی

SiO_2 و

- علاوه بر ترکیبات ذکر شده افزودن ترکیب CaF_2 و MgF_2 به میزان سرباره‌ی قلیایی، نسبتا مشخص

MENHAJ

Scanned with CamScanner

دیکوزیتیه مطرح شده مکانیزم احتمالی عملکرد آن براساس تشکیل یون های CaF^{1+} بین آنیون های سیلیکاتی و کاهش انرژی پیوند سیلیکات ها و در نتیجه کم شدن ویسکوزیته مطرح بود.

مثال) ویسکوزیته سرباره ای با ترکیب زیر را در دمای 1400°C و 1900°C محاسبه کنید.

CaO ۴۰٪ wt SiO_2 ۴۰٪ wt MgO ۸٪ wt Al_2O_3 ۱۲٪ wt

$M_{Al_2O_3} = 102 \frac{gr}{grmol}$

$M_{CaO} = 56 \frac{gr}{grmol}$ $M_{SiO_2} = 60 \frac{gr}{grmol}$ $M_{MgO} = 40 \frac{gr}{grmol}$

$n_{CaO} = \frac{40}{56} = 0.71$ $n_{SiO_2} = \frac{40}{60} = 0.66$ $n_{MgO} = \frac{8}{40} = 0.2$

$n_{Al_2O_3} = \frac{12}{102} = 0.11$ ① $x_{CaO} = \frac{0.71}{1.48} = 0.482$ ③ $x_{MgO} = \frac{0.2}{1.48} = 0.1358$

مجموع $n = 1.48$ ② $x_{SiO_2} = \frac{0.66}{1.48} = 0.394$ ④ $x_{Al_2O_3} = \frac{0.11}{1.48} = 0.049$

①و③: $X^{eff}_{CaO} = 0.534$

$\frac{X_{Al_2O_3}}{X^{eff}_{CaO}} = \frac{0.049}{0.534} = 0.127$

$X_a + X_{SiO_2} = 0.534 + 0.394 = 0.928$ ← از روی نمودار

از روی نمودار ذیل ← $x_a = 0.1$ معادل ٪۱۰ مولی SiO_2 است ← Al_2O_3 ۰٪۴۹

علاوه بر سرباره های فلاب تنگستن نیز هست $NaCl$ و Na_3AlF_6 و $CaCl_2$ و KOH, $NaOH$ ← در انصهار Al ← کریولیت

سیب ماهش ویسکوزیته سرباره فلاشینگ به علت آن آلودگی یون هایی است به سبب $HgCl_2$

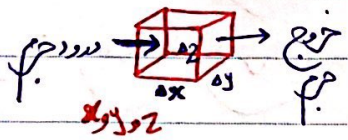
Scanned with CamScanner

Year. ۲۴ Month. Data. Subject

کاهش اصطکاک الترد استاتیکی بین $s_2 = 0$ می‌شود.

معادلات بقاء جرم (پیوستگی) ← دبی جرمی ← $\rho \cdot V \cdot A$ ← $\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s} \cdot m^2 = \frac{kg}{s}$

معادلات بقاء مومنتوم



جریان سیال در اطراف یک جسم

نرخ جرم خروجی از المان − نرخ جرم ورودی به المان = نرخ انباشتگی جرم

$$\frac{\text{تغییرات جرم}}{\text{واحد زمان}} = \frac{\partial \rho}{\partial t}\Delta x \Delta y \Delta z = (\rho v_x|_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z - \rho v_x|_{x+\Delta x} \cdot \Delta y \cdot \Delta z)$$

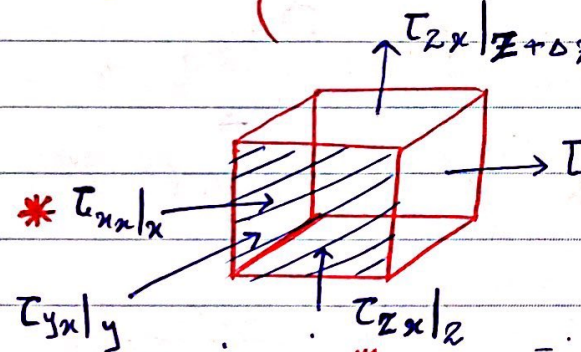
جرم

نوشتن کل معادلات برای ۳ بعد و ساده سازی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z)\right]$$

← معادلات پیوستگی

معادله کلی بقاء مومنتوم:



معادله تنش کل نیروهای وارده بر سیال ناشی از:

۱- انتقال مومنتوم ویسکوز (τ_{yx}) ۲- انتقال مومنتوم بصورت (P.V.V.A)

۳- نیروی وزن (ρg) ۴- فشار خارجی وارده بر سیال (p)

نرخ انتقال مومنتوم = تنش برشی

اگر $\rho = cte$ باشد ← $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ← تنش τ وارده به علت انتقال مومنتوم عمود

$\ast \rightarrow \tau_{xx}$ = تنش وارده به علت انتقال مومنتوم ویسکوز در جهت x به علت مولفه سرعت v_x

معادلات پیوستگی ← $\rho\left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right] = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = 0$

وقتی $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

$\rightarrow \nabla \cdot v = 0$

MENHAJ

Scanned with CamScanner

Year. ۲۰۰۵ Month. Data. Subject

$$\nabla = \text{grad} \qquad (\nabla \cdot) = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t} = -\left(\frac{\tau_{xx}|_{x+\Delta x} - \tau_{xx}|_x}{\Delta x} + \frac{\tau_{yx}|_{y+\Delta y} - \tau_{yx}|_y}{\Delta y} + \right.$$

نرخ انباشتی ورودی

$$\left.\frac{\tau_{zx}|_{z+\Delta z} - \tau_{zx}|_z}{\Delta z}\right) - \left(\frac{\rho v_x \cdot v_x|_{x+\Delta x} - \rho v_x \cdot v|_x}{\Delta x} + \right.$$

$$\left.\frac{\rho v_x v_y|_{y+\Delta y} - \rho v_x v_y|_y}{\Delta y} + \frac{\rho v_x v_z|_{z+\Delta z} - \rho v_x v_z|_z}{\Delta z}\right)$$

$$\frac{-p|_{x+\Delta x} - p|_x}{\Delta x} + \rho g_x$$

نیروی ثقل

در جهت x :

اگر همین معادلات را در جهت y و z هم بنویسیم، در نهایت به معادله زیر می‌رسیم:

معادله کلی ناویر استوکس :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot v) = -[\nabla \cdot \tau] - \nabla(\rho v \cdot v) - \nabla p + \rho g$$

۳ مؤلفه ۹ مؤلفه ۹ مؤلفه ۳ مؤلفه ۳ مؤلفه

برای حل معادله ناویر استوکس نیاز به دانستن ارتباط بین τ و v داریم:

که این روابط به تقاضای عمومی ویسکوزیته نیوتن معروف است.

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = -\eta\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}\right)$$

$$\tau_{xx} = -2\eta \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{2}{3}\eta(\nabla \cdot v)$$

τ_{yy} ، τ_{zz}

$\tau_{zx} = \tau_{xz}$

$\tau_{zy} = \tau_{yz}$

حل معادله‌ی جریان سیال بر حسب سیال به منظور جهت x مؤلفه سرعت و در جهت y کرانیان سرعت دارد.

MENHAJ

Scanned with CamScanner

$\rho = cte$ $\quad \frac{\partial v_x}{\partial y}$ $\quad$ جریان پایا: $\frac{\partial v_x}{\partial t} = 0$ $\quad 0 = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$ + 0 + 0 + 0

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

حل معادلی نادیر استوکس برای سیالات با ثابت ویسکوزیته ثابت و

$\eta, \rho = cte$

حرکت ناظر با سیال:

$$\rho \cdot \frac{Dv}{Dt} = \eta \cdot \nabla^2 \cdot v - \nabla p \cdot \rho g$$

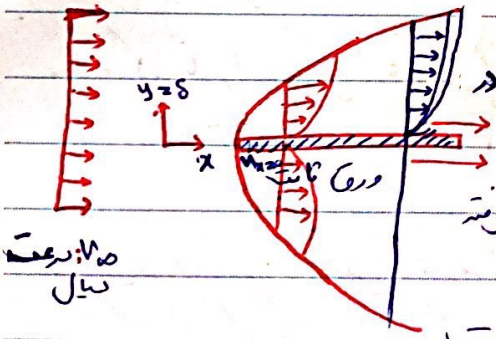
(نیروی حاصل بر سیال ← نیروی ویسکوز)

تغییر سرعت نسبت به زمان ← $\frac{D}{Dt}$ = مشتق اساسی یا مادی $= \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z}$

$v_x = v_x(t, x, y, z)$ فرض می‌شود

نیروی وزن + نیروی فشار + مجموع نیروهای ویسکوز = برابر نیروهای وارد بر سیال → نادیر استوکس

جریان عبوری یک سیال روی یک صفحه تخت:



فرض کنید سیالی با سرعت V_∞ که ثابت می‌باشد در جهت x در

حال حرکت باشد، در مسیر حرکت به ورق با ضخامت نامحدود که ثابت نگه داشته

می‌شود؛ با شرط عدم لغزش سیال روی صفحه می‌توان نتیجه گرفت

Drag force (f_K) نیروی پسا

نیروی پسا که از طرف سیال به ورق وارد شده به قسمت جلوی ورق

در جهت سیال اعمال خواهد شد. بنابراین نیروی درگ مربوط به سرعت

از یک طرف در جهت y تغییر خواهد کرد و از سرعت صفر روی سطح ورق تا V_∞ تغییر خواهد نمود. پس می‌توان

Scanned with CamScanner

لایه‌ای در دو طرف ورق متصل کرد که درون این لایه سرعت سیال کمتر از V_∞ و خارج این لایه برابر با V_∞ ثابت بود. به این لایه، لایه مرزی گفته می‌شود. در نهایت جایی که سرعت سیال درون لایه مرزی به سرعت اولیه سیال نزدیک شود و رابطه‌ی زیر برقرار باشد، $y = \delta$ یا ضخامت لایه مرزی خواهد بود.

هم‌چنین می‌توان مشاهده نمود سرعت سیال در جهت x ثابتی می‌باشد.

با حل معادله‌ی ناویر استوکس در دو جهت x و y و اعمال شرایط مرزی ضخامت لایه مرزی را می‌توان از رابطه‌ی زیر بدست آورد:

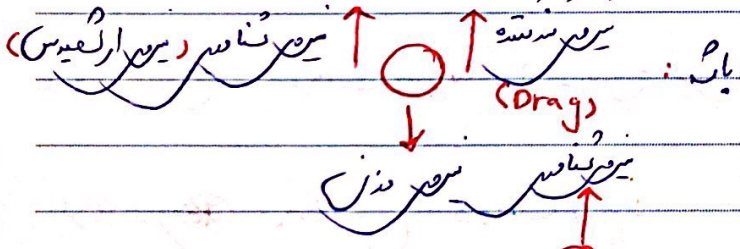
محاسبه‌ی δ از روش حل مستقیم $\delta = a\left(\frac{\nu}{V_\infty}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{\delta}{x} = a(Re_x)^{-\frac{1}{2}}$$

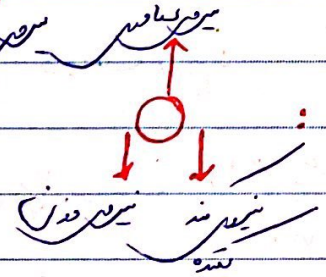
روش تخمین انتگرال $\longrightarrow \delta = 4.64\,(Re_x)^{-\frac{1}{2}}$

جریان عرضی در اطراف یک جسم کروی:

- وقتی که چگالی جسم از چگالی سیال بیشتر باشد:



- وقتی که چگالی جسم از چگالی سیال کمتر باشد:



* برای یک جسم کروی با چگالی ρ_s و شعاع R که درون سیالی با چگالی ρ و ویسکوزیته‌ی η رها می‌شود،

Scanned with CamScanner

اگر $\rho_s > \rho$ باشد، جسم در ابتدا شروع به سقوط درون سیال می‌کند و هر لحظه بر سرعت آن افزوده می‌گردد. با توجه به مقاومت سیال در برابر حرکت جسم کروی در نهایت به یک سرعت v_t خواهیم رسید که حرکت جسم کروی با آن سرعت یکنواخت است. v_t را سرعت حدی می‌نامند. با موازنه بین نیروهای وزن ($\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g$)، نیروی شناوری ($\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$) و نیروی درگ ($f_k = 6\pi R \eta v_\infty$) می‌توان به راحتی اثر این جسم کروی را بررسی کرد.

v_∞ = سرعت حرکت جسم کروی نسبت به سیال

بر این اساس نیروی کل وارده بر جسم کروی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$F = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g + 6\pi R \eta v_\infty \longrightarrow$$ نیروی وارده بر جسم کروی به سمت بالا

با بررسی‌های به عمل آمده توسط آقای استوکس در سرعت v_t نیروی وزن جسم کروی برابر با نیروی کل وارده خواهد شد:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 (\rho_s - \rho) g = 6\pi R \eta v_t \quad (*) \quad R_e < 0.1 \leftarrow$$ رابطه استوکس

با رسیدن به سرعت v_t موازنه بین نیروهای اصلی انجام خواهد شد:

نیروی کل وارده = نیروی وزن جسم

به جسم

از رابطه $(*)$ می‌خواهیم η را بدست آوریم:

$$\eta = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 (\rho_s - \rho) g}{6\pi R v_t} = \frac{2}{9} \frac{R^2 (\rho_s - \rho) g}{v_t}$$

* در تمامی مسائل پدیده‌های انتقال باید عدد رینولدز محاسبه شود.

جریان ناآرام:

Scanned with CamScanner

نیروی اینرسی:

نیروی ویسکوز: نیروی چسبنده $Re = \frac{\rho v D}{\eta} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ویسکوز}}$

نیروی اصطکاک (F):

ضریب اصطکاک (f):

- در جریان ناآرام و تغییر شکل حرکت سیال از آرام به ناآرام، تفاوتی بین نیروهای وارده از سیال به جداره کانال و همچنین نیروهای مقاوم در برابر حرکت سیال وجود خواهد داشت. براین اساس می‌توان نشان داد افت فشار ناشی از مقاومت این نیروها در جریان آرام و ناآرام متفاوت بوده به طوری که مقدار آن در جریان ناآرام بیشتر خواهد بود.

- این اختلاف افت فشار ناشی از نیروی اصطکاک، در جریان ناآرام می‌باشد.

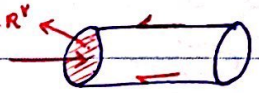
- با مقارنه نیروهای وارده بر یک سیال در یک لوله افقی شامل نیروی عمودی وارده بر سیال و نیروی اصطکاک، روابط زیر حاصل خواهد شد:

نیروی عمودی وارده بر سیال / انرژی جنبشی / سطح جانبی لوله

$$F_K = f \cdot A \cdot K = f(2\pi R L)\left(\frac{1}{2}\rho \bar{v}^2\right)$$

$$f_s = \tau_0 (2\pi R L) = \Delta P \cdot \pi R^2$$

$$f = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2}\rho \bar{v}^2}, \quad f = \frac{1}{4}\left(\frac{D}{L}\right)\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho \bar{v}^2}$$

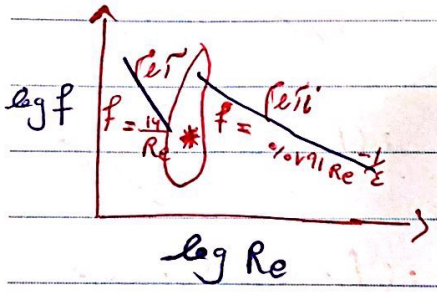


اثبات شده که ضریب اصطکاک فقط تابعی از عدد رینولدز است.

۱) لوله صیقلی - افقی $Re \leq 2100$ جریان آرام $\rightarrow f = \frac{16}{Re}$

Scanned with CamScanner

۲) جریان ناآرام : $f = 0.0791\ Re^{-\frac{1}{4}}$ $2100 < Re < 10^5$



* منفعت‌گذار : تعیین‌کننده جریان آرام است یا ناآرام !

اثر زبری بر ضخامت لایه : ε : زبری مطلق ε/D : زبری نسبی

قطر لوله

زبری مطلق : متوسط ارتفاع برآمدگی‌های روی سطح (واحد : mm)

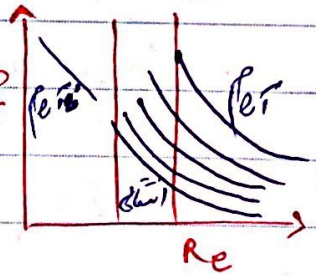
	ε (mm)
بتن	۰.۳ - ۳
چدن	۰.۲۵۹
لوله‌های گالوانیزه	۰.۱۵
لوله‌های کشش	۰.۰۰۱۵

* تلفات مقاومت به جریان بیشتر از آهن و بعد بیشتر تلفات است.

↑ اصطکاک ← زبری ↑

- بررسی تأثیر زبری نسبی بر روی تغییرات f نسبت به عدد Re

دیاگرام‌هایی رسم شده به نام دیاگرام‌های مودی معروف شده. در این دیاگرام تغییرات f نسبت به عدد Re رسم شده و مناطق جریان آرام، جریان انتقالی و جریان ناآرام مشخص شده است.



تغییرات f نسبت به عدد Re بصورت زیر است. با تقریب

زبری نسبی

زبری از نظر تئوری قابل محاسبه خواهد بود :

$$f = -3.4 \log\left[\left(\frac{\varepsilon}{3.7D}\right)^{1.11} + \frac{6.9}{Re}\right]$$

معادله جریان ناآرام ← رابطه‌ها مانند

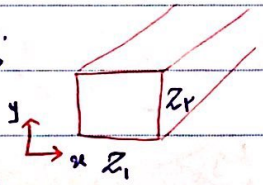
استفاده می‌شود.

Scanned with CamScanner

جریان سیال دو بعدی مقطع غیر استوانه‌ای:

برای جریان بین دو صفحه موازی به

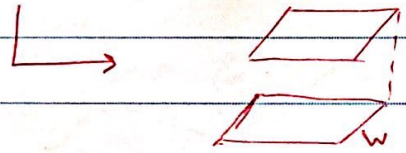
قطر معادل D_e :



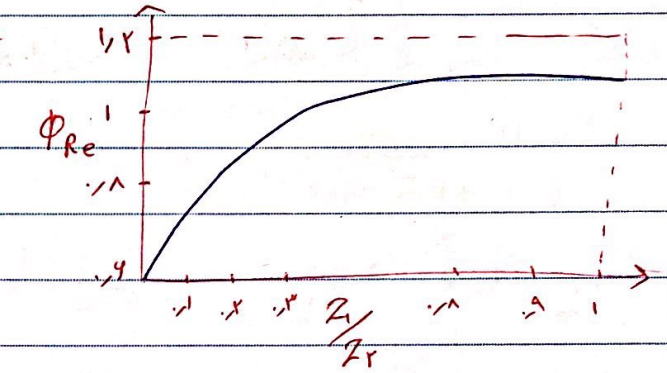
فاصله 2δ از هم باشند و عرض ورق‌ها

$$D_e = \frac{4 \times \text{مساحت سطح مقطع}}{\text{محیط تر شونده}} = \frac{4 Z_1 Z_2}{2(Z_1+Z_2)}$$

w باشد : $D_e = \frac{4 \times 2\delta \times w}{2(w+2\delta)}$



با ساده سازی رابطه قبلی متوجه این می‌شویم که $w \gg \delta$



باشد، رابطه بین f و عدد رینولدز به صورت زیر

ϕ_{Re} تابعی از نسبت $\frac{Z_1}{Z_2}$ است که از نمودار به دست می‌آید. به دست می‌آید :

$$f = \frac{16}{\phi_{Re}}$$

تأثیر اصطکاک بر حرکت یک جسم کروی درون یک سیال و مانند نیروهای وارد بر یک جسم کروی درون سیال

نشان دهنده دهنده بیشتر از حرکت جسم، سرعت به حرکت می‌رسد

نیروی دراگ

$$F = f \cdot A \cdot K = f(\pi R^2) \cdot (\tfrac{1}{2}\rho v_t^2)$$

سطح تماس

انرژی جنبشی

با افزودن اصطکاک بین سیال و جسم ↑

نیروی شناوری

$$F_k = \tfrac{4}{3}\pi R^3 (\rho_s - \rho) g$$

نیروی وزن جسم

$$F_k = 2\pi R \eta v_t$$

استوکس $Re < 0.1$

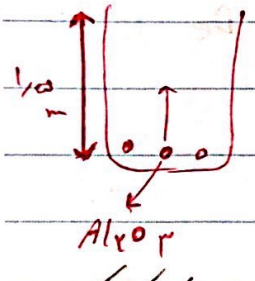
$$\begin{cases} f = 12\dfrac{\eta}{\rho v_t R} = \dfrac{24}{Re} & Re < 0.1 \\ f = \dfrac{18.5}{Re^{\frac{3}{5}}} & 2 < Re < 500 \\ f = 0.44 & 500 < Re < 2 \times 10^5 \end{cases}$$

آیرو دینامیک استوکس برقرار باشد.

قانون نیوتن

Scanned with CamScanner

مثال) اگر یک ذره Al_2O_3 (آلومینا) درون مخلوط فولاد تشکیل شود و قطر آن ۰/۰۰۱ متر باشد، چه زمانی طول می‌کشد تا این ذره از کف پاتیل به ارتفاع ۱/۵ متر به بالا برسد؟



$\rho_{steel} = 7140\ kg/m^3$

$\rho_{Al_2O_3} = 2980\ kg/m^3$

$\eta_{فولاد} = 91 \times 10^{-4}\ Pa.s$

نیروی شناوری رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است.

باید با فرض رژیم نیروی درگ، صحت آن را بعد از محاسبه Re بررسی کنیم.

$$Re = \frac{\rho_f D}{\eta} = \frac{7140 \times 2 \times 10^{-3}}{91 \times 10^{-4}} v_t \longrightarrow \text{معادله ①} \longrightarrow Re = 2348\, v_t$$

رژیم: $2 < Re < 500$

$$f = \frac{18/5}{Re^{3/5}} \longrightarrow \frac{0/1705}{v_t^{3/5}}$$

$$v_t = \left[\frac{8R(\rho_s - \rho)g}{3\rho f}\right]^{1/2}$$

$$v_t = \frac{0/1078}{f^{1/2}} \quad \text{معادله ②} \quad \left[f \cdot \pi R^2 \cdot \frac{1}{2}\rho v_t^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 (\rho_s - \rho)g\right]$$

$$v_t = 0/1144\ (m/s) \qquad v_t = \frac{h}{t} \longrightarrow t = \frac{h}{v_t} = \frac{1/5}{0/1144} = 10/41\ (s)$$

$$Re = \frac{\rho v_t D}{\eta} = 327 < 500 \longrightarrow \text{فرض برقرار است.}$$

تمرین) اگر یک جسم کروی به قطر 1cm و به مقدار رها شود، سرعت حدی آن چقدر خواهد بود؟

$D = 1 \times 10^{-2}\ m$ $\quad 0 < Re < 2 \times 10^5$ رژیم $\quad \eta_{مایع} = 1/18 \times 10^{-3}\ Pa.s$

$\rho_{مایع} = 1/177\ kg/m^3$ $\quad \rho_{جسم} = 7500\ kg/m^3$

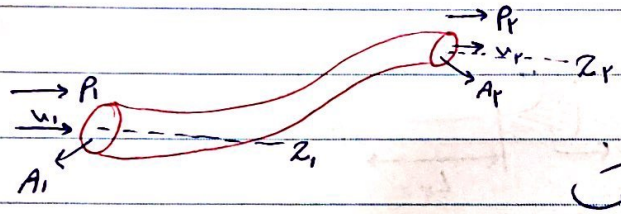
$$Re = \frac{\rho v_t D}{\eta} = \frac{1/177 \times v_t \times 1 \times 10^{-2}}{1/18 \times 10^{-3}} = 430\, v_t \quad ① \qquad f = 0/44$$

$$v_t = \left[\frac{8R(\rho_s - \rho)g}{3\rho f}\right]^{1/2} \longrightarrow v_t = \left(\frac{8 \times 0/01 \times 10^{-2}(-1/177 + 7500) \times 9/8}{3 \times 1/177\ f}\right)^{1/2} = \left(\frac{29439/5}{3/531\ f}\right)^{1/2}$$

$$\frac{2/185}{f^{1/2}} \quad ② \qquad v_t = 63/71 \xrightarrow{①} Re = 2705/2 < 2 \times 10^5 \longrightarrow \text{برقرار است.}$$

Scanned with CamScanner

«معادله‌ی انرژی مکانیکی و کاربرد آن در سیال»



معادله‌ی بین دو نقطه‌ی واقع بر مسیر سیال شامل: انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و انرژی مربوط به اصطکاک

معادله‌ی برنولی را می‌دهد (اتلاف اصطکاکی) تمام مسیر / اعمالی + انرژی پتانسیل + انرژی جنبشی = کار انجام شده روی سیال به علت حرکت جریان

$$\frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} = \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(Z_2 - Z_1) + \dots$$

معادله‌ی برنولی اصلاح شده (اتلاف اصطکاک) ← تنش در داخل لوله (کار خارجی)

$$\left(\frac{P_2}{\rho} - \frac{P_1}{\rho}\right) + \left(\frac{\bar{V}_2^2}{2\beta_2} - \frac{\bar{V}_1^2}{2\beta_1}\right) + g(Z_2 - Z_1) - Q - W + E_f = 0$$

(اتلاف اصطکاک) ← (تغییر در جریان آشفتگی)

جریان آشفته / جریان نا آشفته

$\beta = 1$ ← → $\beta = 0.5$

* برای حل معادله‌ی برنولی نیاز به دانستن ضریب اصطکاک و به طبع آن E_f (f) داریم.

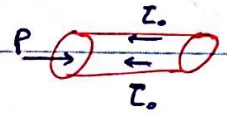
لوله‌ی افقی $Z_1 = Z_2$ ← انرژی پتانسیل = ۰

سرعت ثابت $(\bar{V}_1 = \bar{V}_2)$ ← انرژی جنبشی = ۰

Q و W = ۰

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = -E_f \quad (1) \qquad f = \frac{\tau_0}{\frac{1}{4}\rho V^2} \quad (3)$$

$$(P_1 - P_2)\pi R^2 = \tau_0 (2\pi RL) \quad (2)$$



$$E_f = 2f \frac{L}{D} \bar{V}^2$$

- ضریب اصطکاک تابعی از عدد رینولدز است: $f = \frac{16}{Re}$ ← آبی

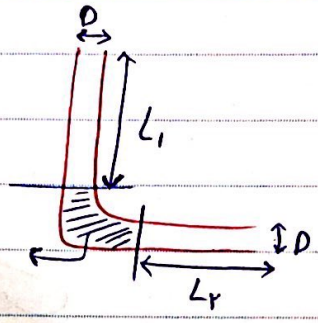
$f = \varphi Re$

- وجود اتصالات مانند سه راهی، خم‌ها، زانویی‌ها، شیرهای مختلف، تغییر قطر لوله‌ها سبب تغییر میزان تلفات اصطکاکی می‌شود و در نتیجه انرژی کل لازم برای انتقال سیال را نیز تغییر می‌دهد.

Scanned with CamScanner

$$E_f = 2f\left[\left(\frac{L}{D}\right)_{\text{لوله}} + \sum\left(\frac{L_e}{D}\right)_{\text{اتصالات}}\right]\bar{v}^2$$

L_e: طول معادل



L_e: طول معادل این قسمت

انقباض ناگهانی $E_f = \frac{1}{2} e_f \bar{v}^2$

$e_f = \left(1 - \frac{A_s}{A_L}\right)^2$

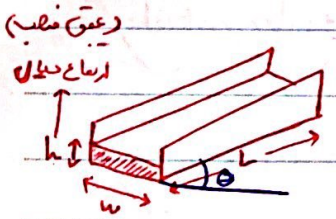
انبساط ناگهانی $E_f = e_f \left(1 - \frac{A_s}{A_L}\right)$

L_e/D	اتصال
۱۵	خمیدگی ۴۵°
۳۱	» ۹۰° با شعاع انحنا متوسط
۷۵	خم ۱۸۰°
۴۰	شیر دروازه‌ای باز است

A_s: سطح مقطع لوله کوچک

A_L: » » » بزرگ

جریان سیال در یک کانال روباز با در نظر گرفتن ضریب اصطکاک:



$$\textcircled{1}\quad (\rho g h w L)\sin\theta = \tau_0 \cdot L(2h+w) = \frac{1}{2} f \rho \bar{v}^2 (2h+w)$$

معادله بین دو سطح مقطع در سیال در جهت جریان شامل مؤلفه‌ی وزن سیال،

تنش برشی مقاوم در جداره‌ی کانال و نیروی اصطکاکی

سیال با عمق h در کانالی به عرض w

و طول L و زاویه‌ی θ جریان یابد.

$$\bar{v} = 2\left(\frac{D_e^{\frac{f}{2}} \cdot g\sin\theta}{\varepsilon^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad D_e = \text{قطر معادل} = \frac{4hw}{2h+w} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1},\textcircled{2}\quad \frac{\bar{v}^2}{v} = \frac{D_e g\sin\theta}{2f}$$

جریان تام $Re > 10^5$

$$f = \frac{1}{8}\left(\frac{\varepsilon}{D_e}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\dot{v} = \bar{v} \cdot hw = \frac{2hw D_e^{\frac{2}{3}}}{\varepsilon^{\frac{1}{4}}} \cdot (g\sin\theta)^{\frac{1}{2}}$$

دبی حجمی

ε: زبری مطلق

Scanned with CamScanner

Year. ۳۵ Month. Data. Subject

مثال) مجاری استوانه‌ای شکل مقاطع از زمین قائم به فاصله‌ی متری از کانالی به عمق ۰٫۳ m و ارتفاع ۰٫۴ m استوانه می‌شود. اگر این کانال تا ۶۰° با افق تماس باشد و دبی جرمی آب $500\ kg/s$ در نظر گرفته شود، عمق تقریبی آب در کانال چقدر خواهد بود؟

$w = 0.3\ m$ ، $0.4\ m$ $\quad \theta = 60^\circ$ $\quad \dot{m} = 500\ kg/s$

$\varepsilon = 2 \times 10^{-4}\ m$ $\quad \rho_{pb} = 10500\ kg/m^3$ $\quad \eta_{pb} = 1.82 \times 10^{-3}$ $\quad \rho = 0.5$

$$D_e = \frac{4hw}{2h+w} = \frac{1.2h}{2h+0.3} \qquad \dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{500\ kg/s}{1000\ kg/m^3}$$

$$\dot{V} = 4.98 \times 10^{-4}\ m^3/s \qquad \dot{V} = \bar{v}.hw = \frac{3.418\,h}{(2h+0.3)^{2/3}}$$

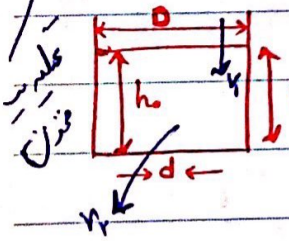
$$h = 0.0004 \qquad \frac{3.418\,h^{5/3}}{(2h+0.3)^{2/3}} = 4.98 \times 10^{-4}$$

* عدد رینولدز را کنترل کنید چقدر شد.

$\bar{v} = 2\ m/s$ $\quad D_e = 0.142$

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D_e}{\eta} = 2.48 \times 10^4 \longrightarrow$$ پس رابطه $Re > 8000$ برقرار است.

الف) وقتی h_0 ثابت باشد: (نیروی پسا)



$$\bar{v}_2 = \frac{\sqrt{2gh_0}}{\left(\frac{1}{\beta_2} + e_f\right)^{1/2}}$$

ضریب تخلیه $= C_D = \left(\frac{1}{\beta_2} + e_f\right)^{-1/2}$

سرعت خروج سیال از روزنه وقتی h_0 ثابت باشد $\leftarrow v_2 = C_D\sqrt{2gh_0}$

ب) اگر h با زمان تغییر کند؟ $\leftarrow$ emptying تخلیه

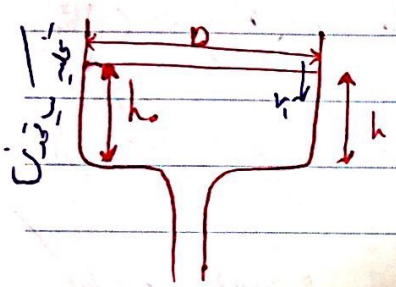
$$\bar{v}_2 = C_D\sqrt{2gh} \qquad \bar{v}_1 = -\frac{dh}{dt}$$

$$\bar{v}_2 = C_D\sqrt{2gh_0} - C_D^2\left(\frac{d}{D}\right)^2 gt \qquad t = \frac{\sqrt{h_0} - \sqrt{h}}{C_D\left(\frac{d}{D}\right)^2\sqrt{\frac{g}{2}}} = \frac{1}{C_D}\left(\frac{D}{d}\right)^2\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

زمان تخلیه

MENHAJ

Scanned with CamScanner



$$E_f = 2f \cdot \frac{L}{D} \cdot \bar{v}^2$$

مزیت سیال از قدرت با یک نازل $(h_0 : cte)$:

$$E_f = 2f\left(\frac{L}{D}\right)\bar{v}_2^2 + \frac{1}{2} e_f \bar{v}_2^2$$

$$\bar{v}_2 = \frac{\sqrt{2g(h_0 + L)}}{\left[\left(\frac{1}{\beta_2}\right) + e_f + 4f\left(\frac{L}{D}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}$$

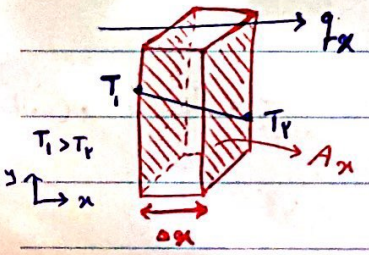
* مثال حل شده مکانیک سیالات داشته می‌شود.

انتقال حرارت: ۱- هدایت (جامدات، مایعات، گازها) — ۲- همرفت (جابجایی) (سیالات (مایعات و گازها)) — ۳- تشعشع (تابش) (نیاز به محیط مادی ندارد)

تشعشع $\propto T^4$ میزان که مقدار انتقال یافته.

قانون فوریه: $q_x = -K \cdot A_x \cdot \frac{dT}{dx}$ (میزان)

قانون سرد شدن نیوتن: $q_x = h \cdot A (T_s - T_\infty)$



سطح با انتقال حرارت مایعات مستقیم دارد.

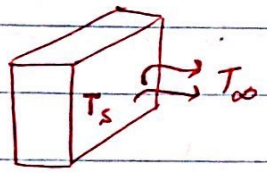
$K \rightarrow$ ضریب هدایت حرارتی (جنس ماده) $\rightarrow \left[\frac{W}{m.K} \text{ یا } \frac{J}{m.s.K}\right]$

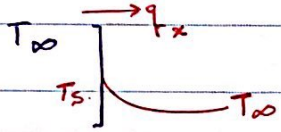
Q: میزان انتقال حرارت (J, cal) و نرخ انتقال حرارت $\left[\frac{J}{s}\right]$ یا $[W]$ (وات)

k بستر ← ماده عایق تر

Scanned with CamScanner

نرخ انتقال حرارت از سطح جامد T_s به سیال T_∞:





h: ضریب انتقال حرارت به روش جابجایی

$$q_x = h \cdot A (T_s - T_\infty) \qquad [h] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

h^*: ضریب انتقال حرارت به نوع سیال، به شکل هندسی جامد (تفاوت‌ها در انتقال حرارت سریع‌تر طرف) و به نوع حرکت سیال بستگی دارد.

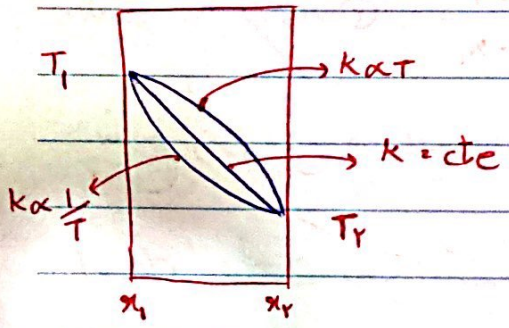
k^*: ضریب هدایت حرارتی با تغییر دما، تغییر می‌کند. در مورد فلزی معمولاً با افزایش دما k کمتر می‌شود و در مورد غیر فلزی بیشتر می‌شود.

معمولاً k با افزایش دما کم می‌شود. مثلاً در مورد فولاد معمولی k با افزایش دما کاهش یافته ولی در فولادهای زنگ‌نزن k بیشتر می‌شود.

$$q_x = A_x \cdot k(T) \frac{dT}{dx}$$

$k(T)$: ضریب هدایت وابسته به دما

$$\rightarrow k_{(T)}\, dT = -q_x \frac{dx}{A_x}$$



$$\int_{T_1}^{T_2} k_{(T)}\, dT = -q_x \int \frac{dx}{A_x}$$

$$k_m = (T_2 - T_1) = -q_x \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A_x}$$

k_m = ضریب هدایت متوسط

مشابهت المثنی مقاومت حرارتی:

$$\text{مقاومت حرارتی} = \frac{\text{اختلاف دمایی}}{\text{نشار جریان حرارتی}}$$

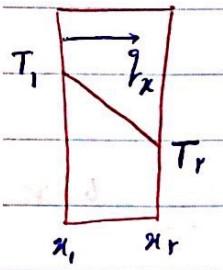
و انتقال حرارت هم می‌توان مقاومت حرارتی تعریف کرد.

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{پتانسیل محرک}}{\text{نشار جریان}} \rightarrow R = \frac{\Delta V}{I}$$

Scanned with CamScanner

مقاومت حرارتی در روش همرفتی: $R_h = \frac{T_s - T_\infty}{q_x}$ مقاومت حرارتی در هدایت $R_k = \frac{\Delta T}{q_x}$ ← شار حرارت در جهت x

$$R_h = \frac{1}{A \cdot h}$$



اگر سطح A ثابت فرض شود. $\frac{T_1 - T_2}{q_x} = \frac{x_1 - x_2}{A \cdot k_m} \longrightarrow$

$$\frac{q_x}{A} = \frac{k_m (T_1 - T_2)}{x_2 - x_1} \longrightarrow T_1 > T_2$$

$\frac{q_x}{A}$ = شار حرارتی در واحد سطح $= q'_x \left[\frac{W}{m^2}\right]$ $\quad q'_x = \frac{q_x}{A} = \frac{k_m (T_1 - T_2)}{x_2 - x_1}$ ①

از این رابطه برای بدست آوردن q_x استفاده می‌شود.

برای بدست آوردن دما (T) در هر نقطه‌ی دلخواه در دیوار، می‌توان به صورت زیر نوشت:

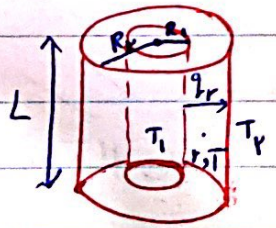
$$\frac{T_1 - T}{q_x} = \frac{1}{k_m} \cdot \frac{x - x_1}{A} \quad ②$$

تلفیق رابطه ① و ②: $\frac{q_x}{A k_m} = \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} = \frac{T_1 - T}{x - x_1}$

نتیجه: برای (برای یک) دیوار یا معادله دمایی در دیوار تخت:

$$T = T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

استقال حرارت در استوانه توخالی:



R_1: شعاع داخلی $\quad R_2$: شعاع خارجی

L: طول استوانه $\quad T_1$: سطح داخلی $\quad T_2$: سطح خارجی

$$\frac{T_1 - T_2}{q_r} = \frac{1}{k_m} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{2\pi r L}$$

Scanned with CamScanner

$$q_r = \frac{2\pi k_m L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

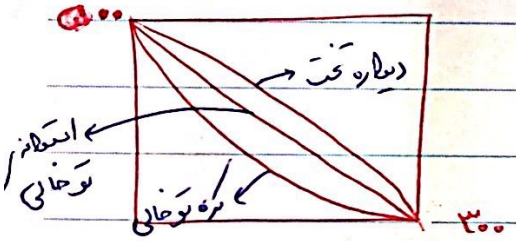
توزیع دما: $T = T_1 - (T_1 - T_2)\frac{\ln\frac{r}{R_1}}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$

q_r بالا بر سه نقطه‌ی T_1 و T_2 و T یکسان است.

کره توخالی: R_1 شعاع داخلی و T_1 — R_2 شعاع خارجی و T_2

$$q_r = \frac{4\pi k_m (T_1 - T_2) R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

$$T = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)(r - R_1)R_2}{(R_2 - R_1)r}$$



$x = 0/05\,m$

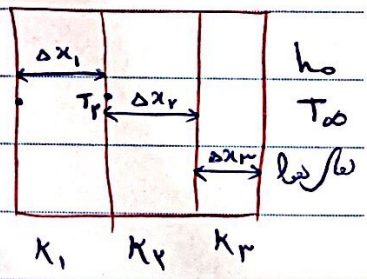
دمای دیواری بین دو دمای ۳۰۰ و ۵۰۰ برای ۳ جسم

با ضخامت $0.05\,m$ ←

انتقال حرارت مرکب دیواره هر یک از جنس‌های مختلف:

$$\frac{T_1 - T_\infty}{q_x} = R_{k_1} + R_{k_2} + R_{k_3} + R_{h_0} = R_{کل}$$

↳ خارجی

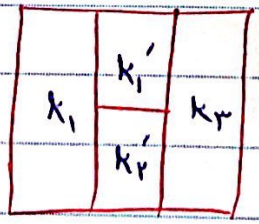


$$R_{k_1} = \frac{T_1 - T_2}{R_x}, \quad R_{k_1} = \frac{\Delta x_1}{k_1 \cdot A}, \quad R_{h_0} = \frac{1}{A \cdot h_0}$$

$$\frac{T_1 - T_\infty}{q_x} = \frac{\Delta x_1}{k_1 \cdot A} + \frac{\Delta x_2}{k_2 \cdot A} + \frac{\Delta x_3}{k_3 \cdot A} + \frac{1}{A \cdot h_0}$$

مقاومت‌ها متوالی هستند.

$$\frac{T_1 - T_\infty}{q_x} = \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_3}{k_3} + \frac{1}{h_0}$$



k_1' و k_2' موازی هستند ← در مثال مقاومی میرد.

Scanned with CamScanner