

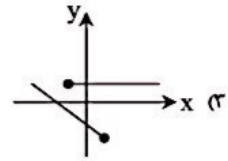
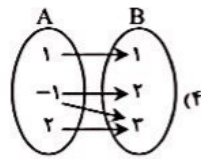


۶۱- کدام گزینه یک تابع را نشان می‌دهد؟

(۱) $f = \{(1, 2), (-1, 2), (-1, 2)\}$

x	۱	۲	-۱	۳
y	۱	۵	۶	۴

(۲)



۶۲- در تابعی که مساحت دایره را (S) بر حسب شعاع آن (r) بیان می‌کند، کدام گزینه درست است؟

- (۱) متغیر مستقل و r متغیر وابسته
 (۲) S متغیر مستقل و r متغیر وابسته
 (۳) S و r هر دو متغیر وابسته
 (۴) S و r هر دو متغیر مستقل

۶۳- تابع f به هر عدد طبیعی، دو برابر ریشه سوم همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. f کدام است؟

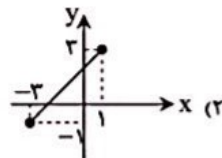
(۱) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt[3]{x} - 4$

(۲) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt[3]{x} - 4$

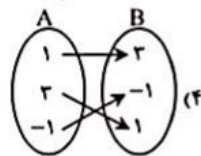
(۳) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt{x} - 4$

(۴) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt{x} - 4$

۶۴- کدام تابع دارای دامنه و برد برابر است؟



(۱) $f = \{(1, 2), (2, 4), (-1, 1), (4, 2)\}$



(۳) $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow B$
 $f(x) = x^2$

۶۵- حاصل عبارت $\frac{3}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{x-1}$
 (۲) $\frac{4}{x+1}$
 (۳) $\frac{2}{x-1}$
 (۴) $\frac{2}{x+1}$

۶۶- اگر برد تابع $f: A \rightarrow B$ ، مجموعه $\{-1, 2, 2, 0\}$ باشد، دامنه این تابع کدام است؟

(۱) $\{4, -4, -2, 2\}$
 (۲) $\{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}\}$
 (۳) $\{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0, 1\}$
 (۴) $\{3, -1, 0, 2\}$

۶۷- اختلاف معکوس دو عدد زوج متوالی مثبت برابر با $\frac{1}{4}$ است. عدد کوچک‌تر کدام است؟

(۱) ۶
 (۲) ۸
 (۳) ۱۰
 (۴) ۱۲

۶۸- در مورد معادله $\frac{6}{x^2-3x+2} - \frac{3}{x-2} = 2$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱) یک جواب منفی و یک جواب مثبت دارد.
 (۲) یک جواب منفی دارد.
 (۳) دو جواب مثبت دارد.
 (۴) دو جواب منفی دارد.

۶۹- حجم یک مکعب به صورت $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ است. طول ضلع این مکعب کدام است؟

(۱) $x+2$
 (۲) $x-2$
 (۳) $x-4$
 (۴) $x+4$

۷۰- اگر مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $kx^2 + (k-7)x + 3 = 0$ ، برابر با $\frac{5}{3}$ باشد، ریشه بزرگ‌تر معادله کدام است؟

(۱) $1/5$
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) $3/5$

ریاضیات ۶۶

۶۱- پاسخ: گزینه ۲ Δ ساده \bullet حیطه: دانش \bullet صفحه‌های ۶۰ و ۶۳ ریاضی و آمار ۱
نکته: یک رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به مجموعه B) یک تابع نامیده می‌شود؛ هرگاه متناظر با هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظر کرد.

تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
گزینه ۱: چون $(-1, 2), (-1, 2) \in A$ پس این رابطه تابع نیست.

گزینه ۳: چون خطی موازی محور OYها یافت می‌شود که نمودار تابع را در دو نقطه قطع می‌کند پس این رابطه تابع نیست.

گزینه ۴: چون از ۱- دو پیکان خارج شده است پس این رابطه یک تابع نیست.
ولی گزینه ۲ یک تابع است.

۶۲- پاسخ: گزینه ۲ Δ ساده \bullet حیطه: دانش \bullet صفحه ۵۸ ریاضی و آمار ۱

تابعی که مساحت دایره را بر حسب شعاع آن بیان می‌کند به صورت $s(r) = \pi r^2$ است، که در آن r متغیر مستقل و s متغیر وابسته است. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۶۳- پاسخ: گزینه ۲ Δ ساده \bullet حیطه: دانش \bullet صفحه ۶۸ ریاضی و آمار ۱

اگر عدد طبیعی مورد نظر را در نظر بگیریم، دو برابر ریشه سوم آن به صورت $2\sqrt[3]{x}$ و ضابطه این تابع به صورت $f(x) = 2\sqrt[3]{x} - 4$ است. از طرفی دامنه این تابع اعداد طبیعی است، بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۶۴- پاسخ: گزینه ۴ Δ متوسط \bullet حیطه: کاربرد \bullet صفحه ۶۸ ریاضی و آمار ۱
دامنه و برد را در هر گزینه مشخص می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 1 \text{ دامنه} &= \{1, 2, -1, 4\} & \times &= \{2, 4, 1, 2\} \\ 2 \text{ دامنه} &= \{-3 \leq x \leq 1\} & \times &= \{-1 \leq y \leq 3\} \\ 3 \text{ دامنه} &= \{1, 2, 3\} & \times &= \{1, 4, 9\} \\ 4 \text{ دامنه} &= \{1, 3, -1\} & \times &= \{3, -1, 1\} \end{aligned}$$

بنابراین تنها در گزینه ۴ دامنه و برد تابع برابر هستند.

۶۵- پاسخ: گزینه ۱ Δ متوسط \bullet حیطه: کاربرد \bullet صفحه ۲۴ ریاضی و آمار ۱
با مخرج مشترک گرفتن بین کسرهای داریم:

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} &= \frac{3}{x-1} + \frac{2x}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{3(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{2x}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{3x+3+2x-x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{4x+4}{(x-1)(x+1)} = \frac{4(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{x-1} \end{aligned}$$

۶۶- پاسخ: گزینه ۳ Δ متوسط \bullet حیطه: کاربرد \bullet صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ ریاضی و آمار ۱
برای بدست آوردن دامنه تابع کافی است، ضابطه تابع را با تک‌تک مقادیر برد برابر قرار دهیم:

$$\begin{aligned} -2x+2 &= -1 \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ -2x+2 &= 2 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ -2x+2 &= 3 \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ -2x+2 &= 4 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1 \\ -2x+2 &= 0 \Rightarrow -2x = -2 \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

بنابراین دامنه این تابع، مجموعه $\left\{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0, 1\right\}$ است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۲ Δ متوسط \bullet حیطه: کاربرد \bullet صفحه ۵۲ ریاضی و آمار ۱

دو عدد زوج متوالی را x و x+2 در نظر می‌گیریم. معکوس آن‌ها $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{x+2}$ می‌شود. چون x+2 از x بزرگ‌تر است و هر دو عدد مثبت‌اند، پس $\frac{1}{x}$ از $\frac{1}{x+2}$ بزرگ‌تر است. اختلاف آن‌ها برابر با $\frac{1}{x}$ است. پس داریم:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x+2-x}{x(x+2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow x(x+2) = 8$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} &= \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{(x+2)-x}{x(x+2)} = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \frac{2 \times 4 - (x^2+2x)}{(x^2+2x) \times 4} &= \frac{-x^2-2x+8}{4 \times (x^2+2x)} = \frac{1}{4} \Rightarrow -x^2-2x+8=0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2+2x-8=0 \xrightarrow[\text{جمله مشترک}]{\text{تجزیه با اتحاد}} (x+4)(x-2) = \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$$

پس دو عدد مورد نظر ۸ و ۱۰ هستند که عدد کوچک‌تر x=۸ است.

۶۸- پاسخ: گزینه ۱ Δ متوسط \bullet حیطه: کاربرد \bullet صفحه‌های ۵۲ تا ۵۰ ریاضی و آمار ۱
نکته: برای حل معادله‌های شامل عبارتهای گویا، ابتدا با توجه به خاصیت‌های

معادله و مخرج مشترک‌گیری، معادله‌ای نظیر $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ به دست می‌آید. به شرط

اینکه $Q(x) \neq 0$ ، وقتی معادله جواب دارد که $P(x) = 0$ است. سپس ریشه‌های این معادله را به دست می‌آوریم. از بین ریشه‌های بدست آمده، آن‌هایی را قبول

می‌کنیم که مخرج کسر $\frac{P(x)}{Q(x)}$ را صفر نکنند.

با مخرج مشترک گرفتن معادله را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{6}{x^2-2x+2} - \frac{3}{x-2} &= 2 \Rightarrow \frac{6}{(x-2)(x-1)} - \frac{3}{x-2} = 2 \\ \Rightarrow \frac{6-3(x-1)-2(x-2)(x-1)}{(x-2)(x-1)} &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{6-3x+3-2x^2+6x-4}{(x-2)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{-2x^2+3x+5}{(x-2)(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow -2x^2+3x+5=0 \Rightarrow \Delta = (3)^2 - 4(-2)(5) = 9+40 = 49$$

$$x_1 = \frac{-3+\sqrt{49}}{-4} = \frac{-3+7}{-4} = -1 \text{ و } x_2 = \frac{-3-\sqrt{49}}{-4} = \frac{-3-7}{-4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

چون هیچ‌کدام از جواب‌ها مخرج کسر را صفر نمی‌کنند، قابل قبول هستند.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۶۹- پاسخ: گزینه ۲ Δ متوسط \bullet حیطه: استدلال \bullet صفحه ۱۳ ریاضی و آمار ۱

نکته: حجم یک مکعب با طول ضلع a برابر a^3 است.

$$\text{ابتدا عبارت داده شده را تجزیه می‌کنیم: } (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

بنابراین طول ضلع مکعب $x-2$ است.

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 12x - 8 &= (x-2)^3 \\ = (x)^3 + 3 \times (x)^2 \times (-2) + 3 \times x \times (-2)^2 + (-2)^3 &= (x-2)^3 \end{aligned}$$

بنابراین طول ضلع مکعب $x-2$ است.

۷۰- پاسخ: گزینه ۱ Δ دشوار \bullet حیطه: کاربرد \bullet صفحه ۴۵ ریاضی و آمار ۱

نکته: مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ برابر با $-\frac{b}{a}$ است.

با توجه به نکته بالا، مجموع ریشه‌های معادله $\frac{k}{a}x^2 + \frac{(k-7)}{b}x + \frac{3}{c} = 0$ برابر

با $-\frac{(k-7)}{k}$ است که طبق گفته سؤال باید $\frac{5}{3}$ شود:

$$\frac{-(k-7)}{k} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{-k+7}{k} = \frac{5}{3} \Rightarrow 5k = -2k+14$$

$$\Rightarrow 7k = 14 \Rightarrow k = \frac{14}{7} = 2$$

با جای‌گذاری $k=2$ ، معادله را به روش کلی حل می‌کنیم:

$$kx^2 + (k-7)x + 3 = 0 \xrightarrow{k=2} 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(2)(3) = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2} \\ x = \frac{5-1}{4} = 1 \end{cases}$$

پس ریشه بزرگ‌تر معادله $x = 1/5$ است.

اقتصاد ۶۶

۷۱- پاسخ: گزینه ۲ Δ متوسط \bullet حیطه: کاربرد \bullet بخش ۱

در تکمیل فرم اظهارنامه مالیاتی، تولیدکنندگان سود ویژه خود را که حاصل تفاضل درآمد از هزینه‌های مستقیم و هزینه‌های غیرمستقیم (هزینه فرصت) است، درج می‌کنند. به دلیل آنکه کامل بوده و مورد قبول اقتصاددانان می‌باشد.