



حجم‌های هندسی

اهمیت مطالعه سطح و حجم را در جوامع امروزی از جهات بسیاری می‌توان مورد بررسی قرار داد. یکی از این موارد: بسته‌بندی محصولات غذایی است که اهمیت آن کم‌تر از تولید مواد غذایی نیست به‌عنوان مثال در بسته‌بندی شیرینی و شکلات علاوه بر در نظر گرفتن کیفیت و ظاهر بسته‌بندی، در نظر گرفتن رابطه بین سطح و حجم نیز تاثیر زیادی در فروش این نوع محصولات دارند. به طور کلی ما در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم که نیاز داریم حجم آن‌ها را به‌دست آوریم در این بخش با انواع حجم‌ها و چگونگی به‌دست آوردن آن‌ها آشنا می‌شویم.

انواع حجم

حجم‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱- حجم‌های هندسی ۲- حجم‌های غیر هندسی

حجم‌های هندسی: مربوط به شکل‌های مشخص و تعریف شده هستند، مانند: مکعب، منشور، استوانه و ...

حجم‌های هندسی به سه دسته تقسیم می‌شوند:

۳- حجم‌های کروی

۲- حجم‌های هرمی

۱- حجم‌های منشوری

۱- حجم‌های منشوری:



منشور سه پهلو



مکعب



منشور پنج پهلو



استوانه

۲- حجم‌های هرمی:



هرم



هرم



مخروط

۳- حجم‌های کروی:



کره

حجم‌های غیر هندسی: دارای شکل مشخص و تعریف شده‌ای نیستند، مانند: یک تکه سنگ، کوله پشتی و ...

حجم‌های منشوری

در اصطلاح هندسه، منشور نام اشکالی است که دو قاعده موازی دارند، که این قاعده‌ها دو چندضلعی مساوی هستند و به وسیله پاره‌خطی بهم متصل می‌شوند. حجم‌های منشوری، بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند. منشور را با تعداد پهلوهای آن نام می‌برند.

قاعده منشور: دو سطح بالا و پایین منشور که دو چندضلعی کاملاً مساوی هستند قاعده منشور می‌گویند.

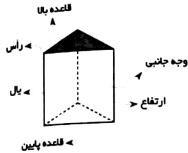
وجه جانبی: بدنه یک منشور از تعدادی مستطیل یا متوازی‌الاضلاع تشکیل شده است. که هر کدام از آن‌ها در واقع دیواره‌های کناری منشور هستند و به آن‌ها وجه‌های منشور یا پهلوهای منشور می‌گویند. به بیان ساده‌تر به سطح‌های اطراف منشور، وجه جانبی می‌گویند.

یال منشور: هر یک از پاره‌خط‌هایی که دو رأس نظیر قاعده رابه هم وصل می‌کنند، یال نام دارند. به بیان ساده‌تر تمامی لبه‌های منشور یال‌های منشور هستند. به عبارت دیگر به محل برخورد سطح‌ها یال می‌گویند. تعداد یال‌های منشور سه برابر تعداد اضلاع قاعده منشور است.

رأس منشور: به نقطه برخورد یال‌ها و قاعده‌های یک حجم منشوری رأس می‌گویند، به بیان

ساده‌تر به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می‌گویند.

ارتفاع منشور: فاصله بین دو قاعده منشور ارتفاع منشور می‌باشد.



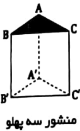
معل در حجم زیر نام منشور، قاعده‌ها، وجوه جانبی، رأس‌ها و یال‌ها را بنویسید.

قاعده‌ها: ۲ تا $ABC, A'B'C'$

رأس‌ها: ۶ تا A, B, C, A', B', C'

وجوه جانبی: ۳ تا $AA'B'B, BB'C'C, AA'C'C$

یال‌ها: ۹ تا $AB, AC, BC, A'B', A'C', B'C', AA', BB', CC'$



دایره یک چندضلعی منتظم با بی‌نهایت ضلع است.



استوانه: اگر تعداد ضلع‌های یک چندضلعی خیلی زیاد باشد این چندضلعی به دایره تبدیل می‌شود پس می‌توان گفت دایره یک چندضلعی با بی‌نهایت ضلع است. حال اگر روی این دایره (قاعده)، منشوری ساخته شود، آن منشور استوانه نامیده می‌شود. به زبان ساده‌تر استوانه منشوری است با بی‌شمار یال و رأس که قاعده آن دایره‌ای شکل است. (استوانه یک حجم هندسی منشوری است)



حجم‌های هرمی: در اصطلاح هندسی حجم‌های هرمی حجمی است که فقط از یک قاعده تشکیل شده است که به شکل یک چندضلعی و یا دایره است وجوه جانبی‌اش مثلث‌هایی هستند که همه به یک رأس مشترک منتهی می‌شوند. به این رأس مشترک رأس هرم می‌گویند.



مخروط: یک نوع هرم است و قاعده آن چندضلعی است که بی‌شمار ضلع دارد در حقیقت قاعده آن یک دایره است. می‌توان تصور کرد که مخروط از دوران دادن یک مثلث قائم‌الزاویه حول یکی از اضلاع قائم آن به وجود می‌آید.



حجم‌های گروی: به شکل یک گوی - توپ می‌باشد. به بیان ساده‌تر در اصطلاح هندسی شکلی است که از دوران دادن یک نیم دایره یا یک دایره حول قطرش، به وجود می‌آید.

در مورد هرم، مخروط و کره در سال‌های بعد مطالب بیش‌تری مثل حجم و مساحت خواهید آموخت.

معل اگر تعداد ضلع‌های قاعده منشور خیلی زیاد شود منشور به استوانه نزدیک می‌شود این نکته در تعریف استوانه نیز بیان شده است



محاسبه حجم‌های منشوری

حجم: اگر به اطراف خود دقت کنیم، همه اشیایی که می‌بینیم حجم دارند ولی همه آن‌ها شکل هندسی ندارند. حجم یک جسم، مقدار فضایی است که آن جسم اشغال می‌کند، برای به‌دست‌آوردن اندازه حجم یک جسم هندسی راه‌های مختلفی وجود دارد. یکی از این راه‌ها تعیین تعداد مکعب‌های واحد در یک حجم می‌باشد.

مکعب واحد: مکعبی است که اندازه طول، عرض و ارتفاع آن یک واحد باشد.

تعیین تعداد مکعب‌های واحد در یک حجم



همان‌طور که برای به‌دست‌آوردن مساحت اشکال هندسی، ابتدا آن‌ها را به مربع واحد (مربعی که اندازه دو ضلع آن یک باشد) تقسیم می‌کردیم، سپس تعداد آن‌ها را می‌شمردیم و مساحت را به‌دست می‌آوردیم، برای به‌دست‌آوردن حجم اجسام هندسی نیز آن‌ها را به مکعب‌های واحد (مکعبی که اندازه طول، عرض و ارتفاع آن یک باشد) تقسیم می‌کنیم و سپس با شمارش آن‌ها یا کسری از آن‌ها حجم جسم مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

واحد حجم: به مکعبی به ضلع ۱ سانتی‌متر یا ۱ متر، به حجم یک سانتی‌متر مکعب یا یک متر مکعب می‌گویند.



۱ س.م

حجم مکعب مستطیل زیر چند واحد مکعب است؟



پاسخ: مکعب مقابل از ۱۶ واحد مکعب تشکیل شده است.

$$\text{سانتی‌متر مکعب } 16 = 4 \times 2 = 8 \times 2 = \text{حجم مکعب مستطیل}$$



۰/۵ س.م



۱ س.م

حجم شکل مقابل چند سانتی‌متر مکعب است؟



پاسخ:

$$\text{سانتی‌متر مکعب } 14 = 4 \times 2 + 4 \times 0.5 = 8 + 6 = 14 = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

معمولاً مساحت با S نشان داده می‌شود.

مساحت مربع: اگر ضلع مربع را با a و مساحت را با S نشان دهیم:

$$S = a \times a = a^2 \quad \text{و} \quad \text{خودش} \times \text{یک ضلع} = \text{مساحت مربع}$$



مساحت مستطیل: اگر طول و عرض یک مستطیل به ترتیب a و b و مساحت را با S نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$S = a \times b = ab \quad \text{و} \quad \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل}$$



مساحت مثلث: اگر در یک مثلث ارتفاع را h و قاعده را با a نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} \quad \text{و} \quad S = \frac{a \times h}{2} = \frac{ah}{2} = \frac{1}{2} \times a \times h = \frac{1}{2} ah$$

مساحت لوزی: اگر در یک لوزی قطر بزرگ و کوچک را به ترتیب با a و b نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2} \quad \text{و} \quad S = \frac{a \times b}{2} = \frac{ab}{2} = \frac{1}{2} ab$$

مساحت متوازی الاضلاع: اگر در یک متوازی الاضلاع ارتفاع را با h و قاعده را با a نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} = \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} \quad \text{و} \quad S = a \times h = ah$$

مساحت ذوزنقه: اگر در یک ذوزنقه قاعده‌ها به ترتیب با a و b و ارتفاع را با h نشان دهیم، داریم:

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{مجموع دو قاعده})}{2}$$

$$S = \frac{(a+b) \times h}{2} = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{1}{2}(a+b)h$$

مساحت دایره: اگر در یک دایره شعاع را با r و عدد پی π (۳/۱۴) را با π نشان دهیم:

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 \quad \text{و} \quad S = \pi r \times r = \pi r^2$$

دقت داشته باشید که با عبارتهای a^2 و a^3 در فصل آخر کتاب به طور کامل آشنا خواهید شد.

برای به دست آوردن حجم منشور کافی است که ابتدا مساحت قاعده آن را به دست آوریم، سپس در اندازه ارتفاع منشور ضرب کنیم. بدین ترتیب حجم منشور به دست می‌آید. به عبارتی اگر حجم را با V ، مساحت قاعده را با S و ارتفاع را با h نشان دهیم حجم منشور از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V = S \times h \Rightarrow \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم منشور}$$

حجم مکعبی که طول هر یال آن a باشد از رابطه $V = a \times a \times a$ ($V = a^3$) به دست می‌آید.

حجم مکعبی که طول هر ضلع آن ۵ سانتی‌متر است چه قدر است؟

$$V = a \times a \times a \Rightarrow V = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3$$

$$V = a \times b \times c$$

اگر ابعاد مکعب مستطیلی به صورت a ، b و c باشد، حجم آن برابر است با:

حجم مکعب مستطیلی را که طول آن ۱۰ cm، عرض آن ۸ cm و ارتفاع آن ۵ cm است را بیابید.

$$V = a \times b \times c \Rightarrow V = 10 \times 8 \times 5 = 400 \text{ cm}^3$$

$$V = \pi r \times r \times h$$

برای محاسبه حجم يك استوانه به شعاع قاعده r و ارتفاع h از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم:

حجم استوانه‌ای را بیابید که شعاع قاعده آن ۱۰ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۷ سانتی‌متر باشد.

$$V = \pi r \times r \times h \Rightarrow V = 3/14 \times 10 \times 10 \times 7 = 2198 \text{ cm}^3$$



مساحت جانبی و کل

ما در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و برای برطرف کردن تعدادی از نیازهایمان مجبور هستیم حجم‌هایی را بسازیم و برای ساختن این حجم‌ها نیز از سطوح (کاغذ، مقوا، ورق، کاشی و ...) استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال وقتی در یک خانه ستونی داریم و می‌خواهیم آن را نقاشی کنیم یا وقتی می‌خواهیم هدیه‌ای را کادو کنیم در این مواقع، نیاز به داشتن مساحت جانبی و مساحت کل داریم در این بخش با راه‌های به‌دست آوردن مساحت جانبی و مساحت کل آشنا می‌شویم.

مساحت جانبی



همان‌طور که می‌دانیم تمام وجوه‌های جانبی منشور به شکل مستطیل هستند، اگر مساحت تمام وجوه‌های جانبی را به‌دست آوریم و سپس آن‌ها را با یکدیگر جمع کنیم مساحت جانبی منشور به‌دست می‌آید و یا می‌توان با استفاده از گسترده منشور مساحت جانبی منشور را به‌دست آورد. اگر به گسترده یک منشور از بالا نگاه کنیم متوجه می‌شویم سطح جانبی منشور یک مستطیل است، که یک ضلع آن ارتفاع منشور و ضلع دیگر آن مجموع اندازه اضلاع قاعده منشور (محیط قاعده منشور) است، مساحت این مستطیل همان مساحت جانبی منشور است.

مثال مساحت جانبی منشور زیر را با استفاده از مساحت تمام وجوه جانبی آن به‌دست آورید. (اندازه‌ها بر حسب cm هستند)

پاسخ: وجوه منشور مقابل از ۳ مستطیل تشکیل شده است که یک ضلع تمام آن‌ها ۱۲ (ارتفاع منشور) است و ضلع دیگر آن‌ها یکی ۸، دیگری ۶ و مستطیل آخر ۱۰ می‌باشد پس ما سه مستطیل با این ابعاد داریم: 8×12 و 6×12 و 10×12 مساحت این سه مستطیل را به‌دست می‌آوریم.



$$\text{مساحت مستطیل اول} = 8 \times 12 = 96 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت مستطیل دوم} = 6 \times 12 = 72 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت مستطیل سوم} = 10 \times 12 = 120 \text{ cm}^2$$

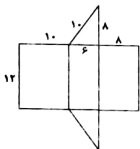
$$\text{مساحت مستطیل سوم} + \text{مساحت مستطیل دوم} + \text{مساحت مستطیل اول} = \text{مساحت جانبی منشور}$$

$$= 96 + 72 + 120 = 288 \text{ cm}^2$$

از جمع این سه مساحت، مساحت جانبی منشور به‌دست می‌آید.

روش گسترده منشور: اگر به گسترده منشور از بالا نگاه کنیم، سطح جانبی منشور به شکل یک مستطیل بزرگ است که یک ضلع آن ارتفاع منشور و ضلع دیگر آن مجموع اندازه اضلاع مثلث (محیط مثلث) است. مساحت این مستطیل بزرگ، همان مساحت جانبی منشور است. (اندازه‌ها بر حسب cm هستند)

مثال مساحت جانبی منشوری را که شکل گسترده آن به‌صورت زیر است را حساب کنید.



پاسخ: همان‌طور که از روی گسترده این منشور مشخص است سطوح جانبی منشور یک مستطیل بزرگ است که یک ضلع این مستطیل ۱۲ (ارتفاع منشور) سانتی‌متر است.

$$\text{ارتفاع منشور} = 12 \text{ cm} \text{ یک ضلع مستطیل بزرگ}$$

$$\text{جمع اضلاع قاعده (محیط قاعده منشور)} = 8 + 6 + 10 = 24 \text{ cm} \text{ ضلع دیگر مستطیل بزرگ}$$

$$24 \times 12 = 288 \text{ cm}^2 = \text{مساحت جانبی منشور} = \text{مساحت مستطیل بزرگ}$$

مساحت جانبی منشور: به طور کلی مساحت جانبی همه حجم‌های منشوری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده منشور} = \text{مساحت جانبی منشور}$$



که اگر مساحت را با S و محیط قاعده را با P و ارتفاع حجم منشوری را با h نشان می‌دهیم خواهیم داشت:

$$S = Ph$$



مساحت جانبی یک منشور پنج پهلورا که اندازه هر ضلع آن ۲ سانتی متر است و ارتفاع آن نیز ۱۲ سانتی متر است را به دست آورید

مثال

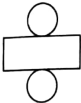
پاسخ:

قاعده این منشور یک پنج ضلعی منتظم است که محیط آن برابر است با،

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی منشور}$$

$$10 \text{ cm} = 5 \times 2 = \text{محیط } 5 \text{ ضلعی منتظم} = P = \text{محیط قاعده}$$

$$S = P \cdot h = 10 \times 12 = 120 \text{ cm}^2$$



مساحت جانبی استوانه: اگر استوانه را نیز رسم کنیم می‌بینیم که سطح جانبی استوانه نیز یک مستطیل است که یک ضلع این مستطیل ارتفاع استوانه و یک ضلع دیگر آن به اندازه محیط قاعده (محیط دایره) می‌باشد. پس مساحت جانبی استوانه نیز از روش زیر به دست می‌آید:

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده استوانه (دایره)} = \text{مساحت جانبی استوانه}$$



به طور کلی مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع r از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = 2\pi r \times \text{شعاع} = 2\pi r \times r = 2\pi r^2$$



$$S = Ph = 2\pi rh$$



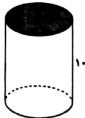
مساحت جانبی استوانه زیر را به دست آورید. ($\pi = 3/14$)

مثال

پاسخ: قاعده این استوانه یک دایره می‌باشد که برای پیدا کردن مساحت جانبی ابتدا باید محیط این دایره را به دست آوریم. پس داریم:

$$P = 2\pi r \times \text{شعاع} = 2 \times 3/14 \times 10 = 31/4 \text{ cm}$$

$$S = Ph = 31/4 \times 10 = 314 \text{ cm}^2$$



مساحت جانبی مکعب: مساحت جانبی یک مکعب همواره از رابطه زیر به دست می‌آید زیرا وجه‌های هر مکعب هم اندازه و مربع شکل می‌باشند.

$$S = 4 \times \text{وجه} = 4 \times a$$



اگر اندازه هر یال يك مكعب a باشد مساحت جانبی آن برابر است با:

$$S = 4 \times a \times a$$



برای کاشی کردن بدنه یک حوض مکعب شکل که اندازه هر ضلع آن ۵ متر است چند مترمربع کاشی نیاز داریم؟

مثال

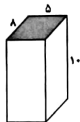
$$\text{مساحت جانبی} = S = 4 \times a \times a \Rightarrow 4 \times 5 \times 5 = 100 \text{ m}^2$$

پاسخ:

مساحت جانبی مکعب مستطیل: برای به دست آوردن مساحت جانبی یک مکعب مستطیل نمی توان یک رابطه کلی ارائه کرد زیرا بسته به بر که مکعب مستطیل از چه وجهی روی زمین قرار گرفته است، مساحت جانبی آن متفاوت است.

مکعب مستطیلی به ابعاد ۸، ۵ و ۱۰ را در دو حالت زیر قرار داده ایم، در هر حالت مساحت جانبی آن را به دست آورید.

مثال



ارتفاع $\times$ محیط قاعده = مساحت جانبی

(اندازه ها بر حسب cm است)

$$P \text{ محیط قاعده } = 2 \times (8 + 5) = 26 \text{ cm}$$

$$S \text{ جانبی} = P \cdot h \Rightarrow S = 26 \times 10 = 260 \text{ cm}^2$$

مساحت کل

مساحت کل منشور: برای به دست آوردن مساحت کل یک منشور کافی است مساحت جانبی منشور را با مساحت قاعده بالا و مساحت قاعده پایین جمع کرد و چون قاعده بالا و پایین منشور با هم برابر هستند، پس مساحت کل را به شکل زیر می نویسیم:

$$\text{مساحت کل منشور} = (\text{مساحت قاعده} \times 2) + \text{مساحت جانبی منشور}$$



قاعده منشوری، مربعی به ضلع ۶ سانتی متر است. اگر ارتفاع منشور ۱۵ سانتی متر باشد، مساحت کل این منشور چند سانتی متر مربع است؟

مثال

پاسخ: ابتدا باید محیط قاعده منشور را که در اینجا یک مربع است را به دست آوریم پس با استفاده از آن مساحت جانبی این منشور را به دست می آوریم در انتها نیز مساحت قاعده منشور را که در اینجا یک مربع است را پیدا کرده و چون مساحت قاعده بالا و پایین با هم برابر است حاصل را در عدد ۲ ضرب می کنیم پس جواب به دست آمده را با مساحت جانبی جمع کرده تا مساحت کل منشور به دست آید.

$$P = 4 \times 6 = 24 \text{ cm} \quad \text{محیط قاعده (مربع)} \quad 9 \quad \text{مساحت قاعده} \times 2 + \text{مساحت جانبی} = \text{مساحت کل منشور}$$

$$P = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحت قاعده (مربع)} \quad 9 \quad S = P \cdot h \Rightarrow 24 \times 15 = 360 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحت جانبی}$$

$$S = 360 + 2 \times 36 = 360 + 72 = 432 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحت کل منشور}$$

مساحت کل مکعب مستطیل: به طور کلی مساحت کل یک مکعب مستطیل به ابعاد a ، b و c از رابطه زیر به دست می آید.

$$S = 2(a \times b + a \times c + b \times c) \quad \text{مساحت کل منشور}$$



اگر بخواهیم با مقوا مکعب مستطیلی به ابعاد ۸، ۱۰ و ۱۲ سانتی متر بسازیم، به چند سانتی مترمربع مقوا نیاز داریم؟

مثال

$$S = 2(a \times b + a \times c + b \times c) \quad \text{مساحت کل}$$

پاسخ:

$$S = 2(8 \times 10 + 8 \times 12 + 10 \times 12) = 2(80 + 96 + 120) = 592 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{مقدار مقوای مورد نیاز}$$

مساحت کل مکعب: به طور کلی مساحت کل مکعبی به طول یال a با رابطه زیر به دست می آید:

$$S = 6 \times a \times a = \text{مساحت کل}$$



مثال

مساحت کل مکعبی به ضلع ۳ سانتی متر را حساب کنید.

$$S = 6 \times 3 \times 3 = 54 \text{ cm}^2$$

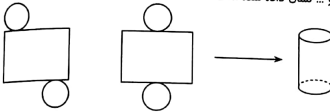
پاسخ:

گسترده حجم های هندسی

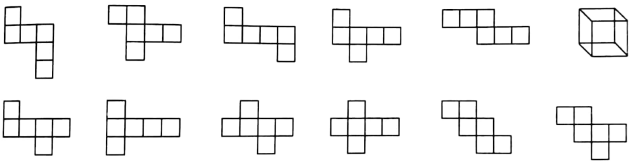


در این قسمت گسترده تعدادی از حجم های هندسی مثل استوانه، مکعب و ... نشان داده شده است.

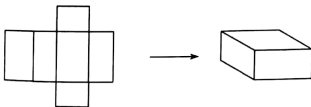
شکل گسترده استوانه:



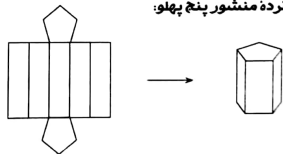
شکل گسترده مکعب:



گسترده مکعب مستطیل:



گسترده منشور پنج پهلو:



اگر مستطیل را از طول لوله کنیم، محیط قاعده استوانه (دایره) برابر با طول مستطیلی است که در گسترده استوانه می بینید و عرض مستطیل همان ارتفاع استوانه است.

اگر ضلع مکعبی را m برابر کنیم، حجم آن $m \times m \times m$ برابر، مساحت جانبی و مساحت کل آن $m \times m$ برابر می شوند.

مثال

اگر ضلع مکعبی را سه برابر کنیم، حجم، مساحت جانبی و مساحت کل آن چند برابر می شود؟

پاسخ: بنا بر نکته (۲)

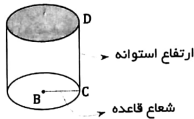
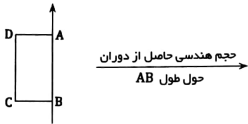
برابر ۹ $= 3 \times 3 =$ مساحت کل و مساحت جانبی و برابر ۲۷ $= 3 \times 3 \times 3 =$ حجم



حجم و سطح

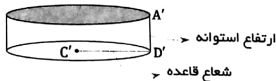
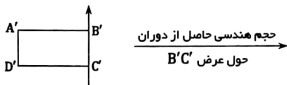
با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می‌شود. یک مستطیل با طول یا عرض مشخص را به دو صورت می‌توان به یک حجم منشوری تبدیل کرد.
حالت اول: مستطیل را حول طول آن دوران دهیم (بجراخیم) در این صورت شکل حاصل از این دوران یک استوانه خواهد بود. که در این حالت طول مستطیل، ارتفاع استوانه و عرض مستطیل شعاع قاعده استوانه می‌باشد.

➤ قاعده استوانه



حالت دوم: مستطیل را حول عرض آن دوران دهیم، در این صورت شکل حاصل از این دوران یک استوانه خواهد بود. که در این حالت عرض مستطیل، ارتفاع استوانه و طول مستطیل، شعاع قاعده استوانه می‌باشد.

➤ قاعده استوانه



بر حالت کلی آن ضلعی که حول آن دوران انجام می‌شود، ارتفاع استوانه و ضلع دیگر، شعاع قاعده استوانه است.

مثال: از دوران اشکال زیر حول محور دوران، چه حجمی حاصل می‌شود؟

