

باسمه تعالی

## دوره‌ی تابستانی المپیاد کامپیوتر

### آزمون گراف

چهارشنبه ۲۸ مرداد ۱۳۹۴ مدرسین: جیل عاملی، میری وقت: ۴ ساعت و ۴۵ دقیقه

مسئله‌ی چهارم ..... ۲۰ امتیاز

فرض کنید  $G$  یک گراف ساده است.

- (ا) اگر گراف  $G$ ، هر زیرگراف القایی با ۶ رأس، دست کم ۱۲ یال داشته باشد،  $G$  حداقل چند یال دارد؟  
(ب) اگر گراف  $G$ ، هر زیرگراف القایی با ۶ رأس، دست کم ۱۱ یال داشته باشد،  $G$  حداقل چند یال دارد؟

مسئله‌ی پنجم ..... ۲۰ امتیاز

فرض کنید  $G$  یک گراف ساده  $2n$ -رأسی و ماکسیمال (یالی) است که حداکثر ۱۰ رأس از درجه‌ی  $n-1$  دارد و تطابق کامل ندارد.  $G$  چند گراف مختلف از نظر یک‌ریختی می‌تواند باشد؟

مسئله‌ی ششم ..... ۲۰ امتیاز

ثابت کنید هر گراف دوبخشی را می‌توان با  $k$  رنگ، طوری رنگ کرد که هر رأس مانند  $v$  از هر رنگ حداقل  $\lfloor \frac{d_v}{k} \rfloor$  یال داشته باشد.