• محدوده کار فتوگرامتری برحسب طول موج λ ← از ماوراء بنفش شروع شده و به IR می‌رسد، ولی معمولاً از visible استفاده می‌شود.

هندسه تصویربرداری:
- Frame type Image ← بطور خاص در فتوگرامتری هوایی کاربرد فراوان دارد
- line type "
- Point type "

△ Frame type Image: در یک نقطه مشخص یک Frame از سطح زمین برداشته می‌شود، پس کلیه نقاط روی Frame از این هندسه تبعیت می‌کنند، با توجه به عبور کلیه اشعه‌ها از P.C هندسه تصویربرداری به این نقطه وابسته است و این نقطه، نقطه اساسی بوده که موقعیت آن دقیقاً نشان دهنده موقعیت تصویر گرفته شده است.

• برای تعیین هندسه تصویر ← 3 پارامتر موقعیت X_o, Y_o, Z_o position — 3 پارامتر دوران ω, ϕ, κ attribute

اگر FD (Flight Direct) محور پرواز باشد، محور X جهت پرواز، محور Y عمود بر آن و محور Z عمود بر صفحه این دو و به سمت بالا می‌باشد

• انواع آنالیز:
- Radiometric: کیفیت تصویر را نشان می‌دهد و بهبود می‌بخشد
- Geometric: به جهت اندازه‌گیری بررسی گردد
  - Analogue توسط اپراتور
  - Digital بصورت اتوماتیک

هدف فتوگرامتری ← فضای تصویر را به فضای زمین ببرد.

Analytical Photogrammetry:
- Image Space
- Ground space
- Mathematical model:
  • interpolative
    - 2D
      - Global polynomial
      - Peice wise "
      - Point wise "
      - Multiquadratic Trans.
      - projective "
    - 3D
      - Direct linear Trans.
      - Colinearity Tran.
      - Coplanarity Trans.

دقت ↓ — سرعت محاسبات ↑

دوربین:
- متریک ← تصاویری به ما می دهد که دارای هندسه داخلی می باشد
- غیرمتریک ← resolution بالایی دارند

هر عکس دیجیتال از پیکسل‌های pixle که تابع مختصات (x و y) هستند و کیفیت (gray level) را با هم در عمل می کنند تشکیل شده است.

• سیستم مختصات عکسی خاص دوربین های متریک: بر روی قاب دوربین حداقل ۴ نقطه وجود دارد، که فواصل آن ها در لابراتوار با دقت اندازه گیری می شود، از وصل آن ها به هم مرکز تصویر بدست می آید، حال با داشتن f و فاصله فیدوشیال مارک‌ها هندسه تصویر (هندسه داخلی) کاملاً می تواند مشخص شود، این سیستم مختصات را سیستم مختصات عکسی می نامند.

• سیستم مختصات تصویر: هندسه تصویر در لحظه تصویربرداری است: ما PC را به عنوان مرکز این سیستم می گیریم، * قائم از PC بر تصویر نقطه PP را ایجاد می کند.

تعریف سیستم مختصات تصویر را توجیه داخلی گویند

$$\vec{r_p} = \begin{pmatrix} x_p - x_0 \\ y_p - y_0 \\ -c \end{pmatrix}$$

بردار توجیه داخلی

* برداری است که هر نقطه را از سیستم مختصات عکسی به سیستم مختصات تصویری می برد

• سیستم مختصات ماشینی Image Machine CS: بوسیله کمپاراتورها تعریف می شود و هر جایی قابل تعریف است

در فتوگرامتری معمولاً با سیستم IMC کار می کنیم، سپس آن را به سیستم مختصات تصویر تبدیل می کنیم در مرحله بعد سیستم مختصات تصویر فتوگرامتری را با زمین ارتباط می دهیم.

• خروجی اولیه GPS در سیستم مختصات CT است که بوسیله گرینویچ بر زمین فیکس می شود. برای تعریف موقعیت اجرام سماوی و ماهواره ها باید از سیستم CI استفاده کنیم.

• Z_{CT} حول Z_{CI} در حال دوران است.

• Osculating Parameters: پارامترهای کپلری که در هر لحظه موقعیت ماهواره را تعریف می کند Osculating Parameters نام دارند.

• Osculating Orbit: به مداری گفته می شود که در هر لحظه بر مسیر حرکت ماهواره مماس می شود

! زاویه بین X_G و X_{IT} همان زمان نجومی گرینویچ می باشد
«GAST»

linear Conformal

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \lambda R_\alpha \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix}$$

$\lambda \cos\alpha = a \qquad \lambda \sin\alpha = b \qquad T_x = c \qquad T_y = d$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{ماتریس ضرایب}} \underbrace{\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}}_{\text{مجهولات}} \Longrightarrow L = AX$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & -y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & -y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & x_2 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \qquad \hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

← a و b و c و d محاسبه می‌شوند و از آن‌ها T_y و T_x و α و λ محاسبه خواهند شد

← نقاط چک برای ارزیابی دقت به کار می‌روند و در محاسبات نقشی ندارند

a, b, c, d are computed , X, Y چک Comuted from Conformal transformation

⟶ X, Y / x, y check are known

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}_{\text{computed}} - \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}_{\text{Ground Observed}} = \begin{pmatrix} dX \\ dY \end{pmatrix} = \vec{dr} \quad \text{vector of errors}$$

$$tg\alpha = \frac{dy}{dx} \qquad dr = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M} dr_i^2}{M-1}}$$

- نحوه توزیع (distribution) نقاط کنترل بسیار مهم است، یعنی نقاط کنترل باید طوری طراحی شوند و توزیع شوند که بتوانند کل تصویر را پوشش دهند و بقیه نقاط داخل این نقاط باشند

- اطلاعات: کمی (مسطحاتی، ارتفاعی) / کیفی

△ دقت مسطحاتی

$$\sigma_{pl} = \sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2} = \sqrt{2}\,\sigma_x \quad \text{planimetric accuracy}$$

$$= \sqrt{2}\,\frac{H}{f}\,\sigma_p \longrightarrow \text{pointing accuracy}$$

$$\sigma_p \simeq Sr \quad \text{Spatial resoloution}$$

در حالت آنالوگ $\underbrace{Sr(m)}_{\text{spatial resolution}} = \frac{ns}{lp/mm \times 1000}$

g_p: Ground Pixel size $= \frac{H}{f}\,Sr \longrightarrow$

Ground Resoloution $= k\,g_p = k\,\frac{H}{f}\,S_r$ K: kell Factor $1.5 < k < 3$

△ دقت ارتفاعی

$$\sigma_e = \frac{H}{B}\,\frac{H}{f}\,\sigma_{parallax}$$

نسبت مستقیم به $\frac{B}{H}$ دارد، بستگی به دستگاهی دارد که دید stereo ایجاد می‌کند دارد

- آناگلیف: استفاده از رنگ‌های قرمز و آبی
- Crystal lasers: با استفاده از فرکانس برق و Syncronizer تصویر در یک ثانیه 50 بار تغییر می‌کند
- Spilt Screen: مونیتور را به دو قسمت تقسیم می‌کند
- DMS: یک لایه را به قرمز و تصویر دیگر را به سبز می‌برد و بقیه را به لایه آبی می‌برد و با عینک مخصوص می‌توان stereo دید.

Polynomial:

$X = a_0$	Constant Term	$Y = b_0$
$+ a_1x + a_2y$	linear Term	$+ b_1x + b_2y$
$+ a_3xy + a_4x^2 + a_5y^2$	quadratic Term	$+ b_3xy + b_4x^2 + b_5y^2$
$+ a_6x^2y + a_7xy^2 + \dots$	Cubic Term	$+ b_6x^2y + b_7xy^2 + \dots$

- به هر کدام از جملات polynomial ها یک ترم گفته می‌شود: به a_0 تا a_n و b_0 تا b_n ضرایب polynomial گفته می‌شود.

$X = a_0 + a_1 x + a_2 y +$ linear or 1st order polynomial

$a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 y^2 +$ Quadratic or 2nd order polynomial

$a_6 x^2 y + a_7 x y^2 + \dots$ Cubic or 3rd order polynomial

مسلماً با کزینیم خطاها، خطاهای نوع خطی است و هرچه درجات بالاتر رود، خطا ظریف‌تر می‌شود

← حال اگر به فرض خطا از درجه اول باشد و ما معادله درجه دوم بکار ببریم، خود به خود ما ملاً از خط خطا بیشتر شده و این فاصله با افزایش درجه بیشتر می‌شود. بطور کلی چون ما رفتار خطاها را نمی‌دانیم باید بهترین ترم‌های موجود را بکار ببریم

- Affine Transformation. ≈ 1st order polynomial

$$\begin{cases} X = a_0 + a_1 x + a_2 y \\ Y = b_0 + b_1 x + b_2 y \end{cases}$$

این ترانسفورماسیون 6 مجهول دارد و برای حل آن 3 نقطه کافی است اگر نقاط بیشتر شوند درجه آزادی بالاتر می‌رود.

4 مجهول که از قبل وجود داشته λ_x و T_x و T_y و α و 2 مجهول افاین هم به آن‌ها اضافه می‌شود

① در دو جهت محورهای مختصات برهم عمود نیستند $\theta \neq 90°$

② ضریب مقیاس در یک جهت و ضریب مقیاس در جهت دیگر باهم برابر نیستند $\lambda_x \neq \lambda_y$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}}_{L_x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}}_{X}$$

$$L_x = AX$$

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L_x$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}}_{L_y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}}_{Y}$$

$$L_y = AY$$

$$\hat{Y} = (A^T P A)^{-1} A^T P L_y$$

برای محاسبه دقت (x,y) عکس نقاط چک را بوسیله پارامترهای a_0 و a_1 و a_2 محاسبه شده، به زمین می‌بریم حال در مختصات زمینی برای نقاط چک خواهیم داشت یک مختصات محاسبه شده (تبدیل شده توسط ترانسفورماسیون افاین) و یک مختصات که از قبل به روش‌های دیگر بدست آمده و در اختیار ما قرار داده شده، در اینصورت

$$Rmse_{\text{1st order polynomial}} = \sqrt{\frac{\sum dr_i^2}{m-1}}$$

• برای بدست آوردن بهترین polynomial ابتدا conformal حل می‌کنیم تا Rmse کل محاسبه شود، سپس affine حل می‌کنیم و Rmse آن را نیز محاسبه می‌کنیم، سپس ترم‌ها را یکی یکی اضافه کرده و Rmse را با حالت قبل مقایسه می‌کنیم، اگر کوچکتر بود، ترم را قبول کرده و ترم بعدی را اضافه می‌کنیم تا جایی که Rmse کوچک شود و به حد مطلوب برسد.

! اگر 15 نقطه کنترل داشته باشیم، یعنی 30 معادله داریم و می‌توانیم 30 مجهول را محاسبه کنیم، در نتیجه max ترم‌هایی که می‌توانیم بکار ببریم 15 است و اگر بیش از 15 ترم استفاده کنیم، تعداد مجهولات از تعداد معادلات بیشتر می‌شود و نمی‌توان آن را حل کرد.
← زمانی که از 15 ترم استفاده می‌کنیم RMSE نقاط کنترل صفر می‌شود ولی برای نقاط چک اینطور نیست.

! در تبدیلات به کمک polynomial ما تا یک ترم خاصی خطاها کم می‌شود ولی از آن به بعد خطا افزایش می‌یابد؛ این امر دو دلیل عمده دارد:
① از این نقطه به بعد over parametrization داریم و از این نقطه به بعد خود معادله خطا ایجاد می‌کند.
② درجه آزادی کم می‌شود و از دقت ما کاسته می‌شود.
← هرچه ترم‌ها بالاتر رود درجه آزادی کمتری می‌شود.

• Peice-wise Polynomial:

Peice wise یک استراتژی است، برای اینکه یک منطقی اضافه کنیم که هر تصویر را براساس عوارض موجود تقسیم‌بندی کند و در هر منطقه معادله خاص آن را اعمال و حل نماییم.
← یکی از مشکلات PP (Peicewise Polynomial) در مرز ما بین مناطق مختلف است که آن‌ها باهم match نمی‌شوند؛ برای حل این مشکل یکسری Constrain در مرزها می‌گیرند که اغلب به کمک Boundary GCPS این کار انجام می‌شود.

– Peice-wise bilinear functions (1st order Splines)

$$\begin{cases} X = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy \\ Y = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy \end{cases}$$

– Peice-wise biquadratic functions (2nd order Splines)

$$\begin{cases} X = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_6 x^2 y + a_7 xy^2 + a_8 x^2 y^2 \\ Y = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy + b_4 x^2 + b_5 y^2 + b_6 x^2 y + b_7 xy^2 + b_8 x^2 y^2 \end{cases}$$

• Point_wise Polynomial منطق ما در این روش اینستکه تک تک نقاط را ملاک قرار می دهیم

Step1 ← حل یک Global polynomial با ترم های بالا و محاسبه dX و dY هر نقطه کنترل ← فرض ما در این روش اینستکه به احتمال زیاد رفتار خطا حول هر نقطه کنترل همجهت با dr بدست آمده از آن است.

Step2 ← بدست آوردن نقاط کنترل موثر،

← برای بدست آوردن نقاط کنترل موثر دو استراتژی کلی وجود دارد.

nearest n GCPs : نزدیکترین n نقطه کنترل موثر را در نظر می گیریم ، این روش در جاهایی که عوارض مختلف وجود داشته باشد ، مشکل ایجاد می کند.

nearest m GCPs in each quadrant : به مرکزیت نقطه مجهول ، تصویر را به 4 قسمت تقسیم می کنیم که به هر بخش یک quadrant می گویند ، از هر کدام از آن ها m نقطه انتخاب می کنیم (برحسب فاصله هر m تایی که نزدیکتر باشند) سپس وارد محاسبات می شویم

روش محاسبات ← moving average
روش محاسبات ← weighted distance average

moving average : یکسری polynomial تعریف می کنیم ، آن ها را با نقاط کنترل موثر حل می کنیم ، حال از X و Y مرحله قبل استفاده کرده dX و dY را بدست می آوریم سپس با اضافه کردن به X و Y حالت قبل به X و Y حقیقی نزدیک می شویم

weighted distance average : همانطور که از نامش پیداست به خطاها براساس فواصل وزن می دهیم ، در نتیجه خطای کلی حاصل از n نقطه کنترل بدست می آید حال با اضافه کردن به Y و X محاسبه شده از step1 به X و Y نهایی می رسیم

$$\begin{cases} dX = \dfrac{\sum \omega_i dX_i}{\sum \omega_i} \\ dY = \dfrac{\sum \omega_i dY_i}{\sum \omega_i} \end{cases} \qquad \omega = \frac{1}{d^2}$$

برای محاسبه دقت از نقاط چک استفاده می کنیم یعنی با x و y عکس ، X و Y زمینی را از معادلات حساب می کنیم حال X و Y را با X و Y از قبل معلوم بوده مقایسه می کنیم و RMSe دقت را پیدا می کنیم

• Multiquadratic transformation

مانند point wise عمل می‌کند با این تفاوت که همه نقاطی که در مرحله ① از آن‌ها استفاده شود، در مرحله دوم نیز به عنوان نقاط کنترل مورد استفاده قرار می‌گیرد، این مسئله باعث افزایش حجم محاسبات می‌شود ولی محاسبات را همگون و دقت را افزایش می‌دهد.

در multi quadratic یک رابطه بین میزان residual ها و فاصله می‌نویسیم زیرا رفتار خطاها در کل تصویر بستگی به فاصله دارد، در نتیجه تابع فاصله مانند ماتریس ضرایب (ساختار) عمل می‌کند، ارتباط بین توابع فاصله و میزان باقیمانده‌ها برای نقاط کنترل زمینی بوسیله یکسری پارامتر بیان می‌شود که با حل معادلات multi-quadratic محاسبه می‌شوند.

$$f_i = \left[(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_j)^2\right]^{1/2} \qquad f_{ij} = \left[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2\right]^{1/2}$$

$$\begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \\ \vdots \\ dX_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \qquad L_x = AX$$

$$\begin{bmatrix} dY_1 \\ dY_2 \\ \vdots \\ dY_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \qquad L_y = AY$$

مقدار باقیمانده‌ها در این حالت صفر می‌شود، به سادگی می‌توان مقادیر پارامترهای مجهول a_n و ... و a_o و b_n و ... و b_o را بوسیله باقیمانده‌های حاصل از مرحله اول بدست می‌آید.

حال برای نقاط غیر از نقاط کنترل داریم:

$$dX_u = f_{1u}a_1 + f_{2u}a_2 + \cdots + f_{nu}a_n$$
$$dy_u = f_{1u}b_1 + f_{2u}b_2 + \cdots + f_{nu}b_n$$

f_{1u} و f_{2u} و ... نشان دهنده فاصله تا نقاط کنترل می‌باشند.

$$X_{final} = X_{GP} + dX_{Multi-quadratic}$$
$$Y_{final} = Y_{GP} + dY_{Multi-quadratic}$$

x,y photo $\rightarrow$ X,Y computed $\rightarrow$ multi quadratic Parameters $\rightarrow d^m_y$ m-q $\rightarrow X\,Y$ m-q final
$\frac{dX}{dY}_{final} = \frac{dX}{dY}_{ob} - \frac{dX}{dY}_{com} = d^X_Y$ mq

برای محاسبه دقت (x,y) عکسی نقطه چک را وارد معادلات می‌کنیم پس از محاسبه GP و پارامترهای محاسبه شده (X و Y) زمینی را بدست می‌آوریم، در مرحله بعد به کمک نقاط زمینی و فواصلشان و پارامترهای multiquadratic، dX و dY مجهول را محاسبه می‌کنیم و با توجه به X و Y معلوم RMSE محاسبه می‌شود.

! اگر سطحه شود ذو عارضه باشد و بتوان آن را به چندین کلاس تقسیم بندی کرد، point wise بهتر جواب می دهد ولی اگر سطحه با عوارض معمولی باشد یعنی شدت تغییر عوارض روی تصویر کم باشد multi quadratic بهتر جواب می دهد و تصویر ایجاد شده smooth تر می شود

Projective Transformation

- 3D Projective Transformation
  - Special Case: 3D Affine Transformation
  - 3D Similarity (linear Conformal) Transformation
  - Direct linear Transformation (DLT)
- 2D Projective Transformation

3D Projective Transformation

معادلات پروژکتیو 3D، فضای R^3 را به R^3 تبدیل می کنند و معادلات آن به شکل زیر است

$$\begin{cases} x = \dfrac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + a_{44}} \\[2ex] y = \dfrac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + a_{44}} \\[2ex] z = \dfrac{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + a_{44}} \end{cases}$$

خصوصیت کلی این معادلات این است که هر معادله را با هر درجه وارد کنیم، یک معادله با همان درجه خارج می شود.

این معادلات ارتباط دو فضا را با 16 پارامتر برقرار می کنند که یکی از آن ها (a_{44}) وابسته به بقیه است و می توان آن را حذف کرد، اگر این کار را نکنیم، ماتریس ما سینگولار خواهد شد ← 15 پارامتر باید حل شوند تا ارتباط بین دو فضا ایجاد شود.

Sepcial Cases:

A. 3D Affine Transformations: if $a_{41} = a_{42} = a_{43} = 0$, $a_{44} = 1$

$$\begin{cases} x = a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14} \\ y = a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24} \\ z = a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34} \end{cases}$$

12 مجهول

انتقال	TX, TY, TZ
دوران	$\alpha X, \alpha Y, \alpha Z$
مقیاس	$\lambda X, \lambda Y, \lambda Y$
عمود نبودن محورها بر هم	$\theta_{xy}, \theta_{xz}, \theta_{yz}$

if: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$ Keep it's Area but not it's space

مساحت شکل ورودی حفظ می شود ولی شکلش تغییر می کند

B • 3D Similarity Transformation Or 3D linear Conformal

نوع خاصی از معادلات افاین است، یعنی اگر A ماتریس ضرایب طوری باشد که اگر آن را در ترانهاده‌اش ضرب کنیم، ضریبی از ماتریس I شود، ماتریس A حالتی از تعامد پیدا می‌کند، در این صورت 3 پارامتر θ_{xy} و θ_{xz} و θ_{yz} مطرح خواهد شد

← اگر $K=1$ شود، تعامد کامل خواهد بود و ضرایب مقیاس در تمام جهات با هم برابر خواهد بود $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = K$ ← تعداد پارامترهای کانفورمال 7 خواهد شد

! [نکته‌جویا: معادلاتی که تحت شرایط فتوگرامتری تعریف می‌شوند، معادلاتی هستند که تحت شرایط هم صفحه‌ای تعریف می‌شوند، این معادلات یک فضای میانی را بین فضای تصویر و فضای زمین تعریف می‌کنند که فضای مدل نام دارد، ما از فضای تصویر بکمک معادلات خاصی که Relative Orientation نام دارند به فضای مدل می‌رویم و از آن جا به کمک معادلات کانفورمال و 7 پارامتر تحت عنوان پارامترهای توجیه مطلق به فضای زمین می‌رویم ← در معادلات کانفورمال (تحت توجیه مطلق) شکل تغییر نمی‌کند و فقط کوچک و بزرگ می‌شود. اگر $K=1$ باشد، تعداد پارامترهای مستقل 6 می‌شود

← در فضای تصویر چون حالت تعامد کامل ایجاد نمی‌شود با معادلات افاین کار داریم ولی فضای مدل کاملاً متعامد و به طور ریاضی تعریف شده می‌باشد]

C • Direct linear Transformation: DLT

اگر بخواهیم توسط معادلات پروژکتیو از فضای دو بعدی به فضای سه بعدی برویم از یک سری ترانسفورماسیون به نام معادلات DLT استفاده می‌کنیم

$$\begin{cases} x = \dfrac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + 1} \\[2ex] y = \dfrac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + 1} \end{cases}$$

این معادلات با 11 پارامتر فضای تصویر را مستقیماً به فضای زمین تبدیل می‌کنند

این معادلات در close range استفاده فراوان دارند، زیرا دوربین‌های برد کوتاه آماتور هستند و فاقد فیدوشل مارک می‌باشند، در نتیجه رفتن به فضای عکس و مختصات عکسی غیرممکن است

← برای حل این معادلات احتیاج به 6 نقطه کنترل است که با یک درجه آزادی $df=1$ معادلات حل می‌شود.

• 2D Projective Transformation

اگر بخواهیم توسط معادلات پروژکتیو از یک فضای دو بعدی به یک فضای دو بعدی دیگر برویم از معادلات 2D Projective استفاده می کنیم، یعنی در این حالت زمین را نیز دو بعدی فرض می کنیم

$$\begin{cases} x = \dfrac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}}{a_{31}X + a_{32}Y + 1} \\ y = \dfrac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}}{a_{31}X + a_{32}Y + 1} \end{cases}$$

معادلات پروژکتیو دو بعدی 8 پارامتر دارد که با 4 نقطه قابل حل است

← برای توجیه این معادلات روش علمی این است که بگوییم Z یک معادله خطی است از X و Y به شکل زیر $Z = AX + BY + C$ یعنی همه نقاط را به این صفحه تصویر می کنیم و صفحه Z را به سطح زمین مماس می کنیم، توجیه شود معادلات 2D Projective از Z=... نیز حاصل می شود ولی توجیه بالا علمی تر است.

← با توجه به اینکه تحت معادلات 2D Projective خطای ناشی از اختلاف ارتفاع نه حذف می شود و نه حفظ می شود بلکه مخدوش می شود و میزان واقعی خود را از دست می دهد

← حسن 2D پروژکتیو این است که ارتفاع را تعریف می کند و اثر ارتفاع و جابجایی ناشی از ارتفاع را به صورت معادله ریاضی تعریف می کند که این خود نیز باعث می شود کلیه عوارض روی زمین بر اساس یک اصول خاص روی صفحه تصویر شوند

rectified Image : اگر در تصویر تمام خطاها به جز ارتفاع ها حذف شده باشد، تصویر بدست آمده را تصویر تصحیح شده گویند، در این حالت زمانی که stereo می بینیم اختلاف ارتفاع ها واقعی خواهد بود. [کلیه نقل و انتقالاتی را که اعم از حذف خطاها می باشد تا از سیستم مختصات خام به سیستم مختصات تصویری عکس ببریم Image rectified گفته می شود]

Ortho Photo : اگر در تصویر تمامی خطاها من جمله خطای جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع حذف شود، تصویر تبدیل به ارتوفتو (تصویر نقشه) می شود ← اگر تصویر استریو را ارتو کنیم و کنار هم بگذاریم دیگر استریو نخواهیم دید، زیرا جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع حذف شده است.

• معادلات ... 2D Projective Trans... را معادلات براساس ترسیم یا گویند

Based on Analytical Rectification

مدل های ریاضی سه بعدی بطور کلی به دو صورت عنوان می شوند

① 3D mathematical models independent from photogrammetry Condition

② 3D mathematical models under photogrammetry condition

← ما در فتوگرامتری با حالت دوم کار داریم یعنی ما باید هندسه تصویر را در لحظه تصویربرداری بدانیم.

Interior Orientation

هندسه تصویربرداری

Exterior Orientation

- تحت شرایط فتوگرامتری کار کردن یعنی فضای تصویر چه مسائلی دارد، حلش کنیم سپس به بیرون تصویر آمده و مسائل خارج از تصویر را حل کنیم.
- برای اینکه بخواهیم هندسه داخلی دوربین را تعریف کنیم باید دوربین ما متریک باشد، یعنی دارای فیدوشل مارک باشد تا به کمک آن بتوانیم مختصات تصویری را تعریف کنیم.
- ما با حل توجیه داخلی محل دقیق مرکز تصویر (پرسپکتیو سنتر) را مشخص می کنیم.
- ما در فضای فتوگرامتری کار می کنیم، ما معادلاتی را که تحت شرایط فتوگرامتری می خواهند کار کنند در فضای سیستم مختصات خام (raw image coordinate system) تعریف می کنیم، سپس آن را به کمک فیدوشل مارکها به فضای سیستم مختصات عکسی می بریم

← هندسه تصویر تابع مرکز P.C است.

$$(x, y) \xrightarrow[\text{Refinement}]{\text{Fiducial mark}} (x', y') \xrightarrow[IO]{(x_0, y_0, -c)} (x'', y'', z'')$$

پارامترهای $(x_0, y_0, -c)$

raw image — photographic C.S — Photogrametric C.S

- بردار حامل توجیه داخلی: رفتن از سیستم مختصات عکسی فتوگرامتری به سیستم مختصات تصویری فتوگرامتری از طریق بردار $\vec{r_a}$ انجام می شود، این بردار موقعیت نقطه a را نسبت به پرسپکتیو سنتر مشخص می کند ← مختصات نقطه a در سیستم مختصات عکسی (x'_a, y'_a) می باشد در نتیجه این بردار نسبت به سیستم مختصات عکسی بصورت زیر است

$$\vec{r_a} = \begin{pmatrix} x'_a - x_0 \\ y'_a - y_0 \\ -c \end{pmatrix}$$

← مدل های ریاضی در فتوگرامتری تحت دو شرط مهم مطرح می شوند

— شرط هم خطی ← نقطه زمینی، تصویرش و مرکز تصویر عکسی بر یک خط راست واقع می باشند

— شرط هم صفحه ای ← دو نقطه روی دو تصویر و دو نقطه PC دو عکس و یک نقطه زمینی عکسی در یک صفحه اند. یا بردار نقطه زمینی A نسبت به پرسپکتیو سنترهای دو عکس و بردار موقعیت PC ها باید به هم هم صفحه اند.

(تماماً در یک صفحه اند)

Colinearity Equation : این معادلات برای هر تصویر تعریف می‌شوند و اساس ترفیع فضایی می‌باشد، بوسیله این معادلات یک ارتباط بین فضای تصویر و فضای زمین برقرار می‌شود بطوریکه می‌توان از تصویر به زمین رفت ولی برای انجام عکس آن باید دو تصویر موجود باشد.

معادلات شرط هم خطی از لحاظ ریاضی بدان معنی هستند که بردار مکان نقطه A نسبت به مرکز پرسپکتیو ($\vec{R}$) و بردار مکان نقطه a نسبت به مرکز پرسپکتیو در فضای تصویر ($\vec{r}$) در یک امتدادند.

$$\frac{|\vec{r}|}{|\vec{R}|} = K$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -c \end{pmatrix} \qquad \vec{R} = \begin{pmatrix} X_A - X_o \\ Y_A - Y_o \\ Z_A - Z_o \end{pmatrix}$$

ما برای موازی کردن این دو بردار احتیاج به سه دوران داریم که حاصلضرب سه ماتریس دوران متعامد می‌باشد

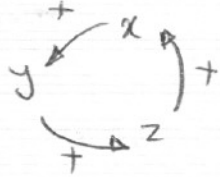
$$\begin{bmatrix} M_{K_1} & M_{\phi_1} & M_{\omega_1} = M & \omega \text{ Primary} \\ M_{K_2} & M_{\omega_2} & M_{\phi_2} = M & \phi \text{ Primary} \\ M_{\omega_3} & M_{\phi_3} & M_{K_3} = M & K \text{ Primary} \end{bmatrix} \qquad M = M^{-1}$$

ماتریس M یک ماتریس unique (یکتا) است اما مقادیر دوران برحسب آنکه کدام دوران اول اعمال شود متفاوت است، زیرا دوران اول، دوران‌های بعدی را تحت تأثیر می‌گذارد

$$M_\omega : \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix}, \quad M_\phi : \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix}$$

$$M_K : \begin{pmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

سوی مثبت دوران‌ها:



$$M_{\omega\ \text{primary}} = M_K M_\phi M_\omega$$

$$\vec{r} = K M \vec{R} \qquad \begin{pmatrix} x - x_o \\ y - y_o \\ -c \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} m_{11}(X - X_o) + m_{12}(Y - Y_o) + m_{13}(Z - Z_o) \\ m_{21}(X - X_o) + m_{22}(Y - Y_o) + m_{23}(Z - Z_o) \\ m_{31}(X - X_o) + m_{32}(Y - Y_o) + m_{33}(Z - Z_o) \end{pmatrix}$$

$$x - x_o = -c \frac{m_{11}(X - X_o) + m_{12}(Y - Y_o) + m_{13}(Z - Z_o)}{m_{31}(X - X_o) + m_{32}(Y - Y_o) + m_{33}(Z - Z_o)}$$

$$y - y_o = -c \frac{m_{21}(X - X_o) + m_{22}(Y - Y_o) + m_{23}(Z - Z_o)}{m_{31}(X - X_o) + m_{32}(Y - Y_o) + m_{33}(Z - Z_o)}$$

e.o.p { Position Parameter $X_0\ Y_0\ Z_0$
Orientation " $\omega\ \phi\ K$

I O P { $x_0\ y_0\ -c$

در معادلات شرط هم خطی ما سعی می کنیم ابتدا در مرحله پالایش تصاویر، مشکلات تصویر را حل کنیم سپس از این معادلات استفاده کنیم، در معادلات شرط هم خطی می توان پارامترهای توجیه داخلی را نیز وارد نمود و مسئله را به self calibration تبدیل کرد و با توجه به مقادیر قبلی توجیه داخلی که در دوربین های متریک معلوم است، به مقادیر جدید رسید.

اگر دوربین ما متریک باشد، می توان پارامترهای پالایش تصویر را نیز وارد نمود و مقادیر جدید برای آنها را محاسبه کرد.

Self calibration Parameters $X_0\ Y_0\ Z_0\ \omega\ \phi\ K\ x_0\ y_0\ -c$

اگر بخواهیم با 6 پارامتر توجیه خارجی کار کنیم به ترفیع فضایی می رسیم.

در قبل صحبتی در مورد معادلات DLT شده بود، در اینجا لازم به ذکر است که این معادلات مانند معادلات شرط هم خطی نمی توانند تصویر را تصحیح کنند زیرا محدود به 11 پارامتر هستند، DLT، 11 پارامتر دارد یعنی 2 پارامتر بیشتر از معادلات شرط هم خطی که آن دو پارامتر پارامترهای اداین هستند.

▲ Space Resection :

منظور از ترفیع این است که در یک نقطه مجهول بایستیم و به نقاط معلوم نشانه روی کنیم در فتوگرامتری هم عملیات نشانه روی از مرکز پرسپکتیو انجام می پذیرد، که نقاط معلوم همان نقاط کنترل زمینی هستند. مجهولات ما Z_0 و Y_0 و X_0 و K و ϕ و ω هستند که با معادلات شرط هم خطی ترفیع را انجام می دهیم و مجهولات را محاسبه می کنیم.

◄ ما با حل ترفیع و محاسبه 6 مجهول می توانیم از فضای زمین به فضای تصویر برویم حال اگر بخواهیم از فضای تصویر به فضای زمین برویم با یک عکس امکان پذیر نیست و احتیاج به دو عکس داریم، زیرا معلومات ما y و x و مجهولات Z و Y و X می باشند. ولی با وجود دو تصویر ٤ معلوم و سه مجهول وجود دارد و مسئله با یک درجه آزادی حل می شود

◄ بعد از انجام space resection، 6 مجهول توجیه خارجی مشخص می شود در و با توجه به معلوم بودن موقعیت نقاط پرسپکتیو، حال از دو نقطه معلوم به نقاط مجهول نشانه روی می کنیم که معادلات space Intersection ایجاد شده و ارتباط دو طرفه بین تصویر و زمین ایجاد می شود.

حل Space Resection

$$m = m_{11}(X - X_0) + m_{12}(Y - Y_0) + m_{13}(Z - Z_0)$$

$$n = n_{21}(X - X_0) + n_{22}(Y - Y_0) + n_{23}(Z - Z_0)$$

$$q = q_{31}(X - X_0) + q_{32}(Y - Y_0) + q_{33}(Z - Z_0)$$

$$x - x_0 = -c\frac{m}{q} = -cr \longrightarrow x - x_0 + cr = 0$$

$$y - y_0 = -c\frac{n}{q} = -cs \longrightarrow y - y_0 + cs = 0$$

$$F = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = 0$$

r و s غیرخطی اند چون دوران در آن ها وجود دارد، پس باید ابتدا توسط بسط تیلور، آن ها را خطی کرد

$$F = F_0 + \frac{\partial F}{\partial L}\Big|_{\bar{L}_0}^{\bar{X}_0}(\hat{L} - \bar{L}_0) + \frac{\partial F}{\partial X}\Big|_{\bar{L}_0}^{\bar{X}_0}(\hat{X} - \bar{X}_0)$$

مشاهده شده: −
تصحیح شده: ^

مشتق معادلات به پارامترهای مجهول
مشتق معادلات به مشاهدات

$$\underbrace{A}\hat{V} + B\hat{X} + \omega = 0$$

اضافات
تصحیحات

$$\begin{cases} \hat{X} + \bar{X}_0 = \bar{X}_1 \\ \hat{Y} + \bar{Y}_0 = \bar{Y}_1 \end{cases} \longrightarrow A = I$$

$$\hat{V} + B\hat{X} + \omega = 0$$

$$\begin{cases} \hat{\hat{X}} = \hat{X}_0 + \hat{X} \\ \hat{X}^{i+1} = \bar{X}^i + \hat{X}^i \end{cases}$$

$$\hat{X} = (B^T P B)^{-1} B^T P \omega$$

اگر با یک دستگاه و یک دقت مشاهدات را انجام دهیم $P = I$ خواهد بود

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F(x)}{\partial Par} \\ \frac{\partial F(y)}{\partial par} \end{bmatrix} = c\begin{bmatrix} dr \\ ds \end{bmatrix} = c\begin{bmatrix} d\left(\frac{m}{q}\right) \\ d\left(\frac{n}{q}\right) \end{bmatrix} = \frac{c}{q^2}\begin{bmatrix} q\,dm - m\,dq \\ q\,dn - n\,dq \end{bmatrix}$$

$$= \frac{c}{q}\begin{bmatrix} dm - r\,dq \\ dn - s\,dq \end{bmatrix} = \frac{c}{q}\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -r \\ 0 & 1 & -s \end{bmatrix}}_{D}\begin{bmatrix} dm \\ dn \\ dq \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dm \\ dn \\ dq \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial m}{\partial X_0} & \frac{\partial m}{\partial Y_0} & \frac{\partial m}{\partial Z_0} & \cdots & \frac{\partial m}{\partial K} \\ \frac{\partial n}{\partial X_0} & \frac{\partial n}{\partial Y_0} & \frac{\partial n}{\partial Z_0} & \cdots & \frac{\partial n}{\partial K} \\ \frac{\partial q}{\partial X_0} & \frac{\partial q}{\partial Y_0} & \frac{\partial q}{\partial Z_0} & \cdots & \frac{\partial q}{\partial K} \end{bmatrix}}_{E}\underbrace{\begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \\ d\omega \\ d\phi \\ dK \end{bmatrix}}_{\Delta}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial Par} \\ \frac{\partial F_y}{\partial Par} \end{bmatrix} = \frac{c}{q} D E \Delta$$

بطور کلی $\longrightarrow V + \frac{c}{q} D E \Delta + \omega = 0$

$$\frac{c}{q} \underset{2\times3}{D} \underset{3\times6}{E} = \underset{2\times6}{B^e} = \begin{bmatrix} c/q & 0 & -cr/q \\ 0 & c/q & -cs/q \end{bmatrix}_{2\times3} \begin{bmatrix} \frac{\partial m}{\partial X_0} & \cdots & \frac{\partial m}{\partial K} \\ \frac{\partial n}{\partial X_0} & \cdots & \frac{\partial n}{\partial K} \\ \frac{\partial q}{\partial X_0} & \cdots & \frac{\partial q}{\partial K} \end{bmatrix}_{3\times6}$$

$$\Delta = \left(B^{e^T} P B^e\right)^{-1} B^{e^T} P \omega$$

$$m = m_{11}(X - X_0) + m_{12}(Y - Y_0) + m_{13}(Z - Z_0)$$

$$n = m_{21}(X - X_0) + m_{22}(Y - Y_0) + m_{23}(Z - Z_0)$$

$$q = m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)$$

$$B^e_{1,1} = \frac{\partial f(x)}{\partial X_0} = \frac{c}{q}\frac{\partial m}{\partial X_0} - \frac{cr}{q}\frac{\partial q}{\partial X_0} = -\frac{c}{q} m_{11} + \frac{cr}{q} m_{31}$$

$$B^e_{1,2} = \frac{\partial f(x)}{\partial Y_0} = \frac{c}{q}\frac{\partial m}{\partial Y_0} - \frac{cr}{q}\frac{\partial q}{\partial Y_0} = -\frac{c}{q} m_{12} + \frac{cr}{q} m_{32}$$

$$B^e_{1,3} = \frac{\partial f(x)}{\partial Z_0} = \frac{c}{q}\frac{\partial m}{\partial Z_0} - \frac{cr}{q}\frac{\partial q}{\partial Z_0} = -\frac{c}{q} m_{13} + \frac{cr}{q} m_{33}$$

$$B^e_{1,4} = \frac{\partial f(x)}{\partial \omega} = \frac{c}{q}\frac{\partial m}{\partial \omega} - \frac{cr}{q}\frac{\partial q}{\partial \omega}$$

$\vdots$

$$B^e_{2,1} = \frac{\partial f(y)}{\partial X_0} = \frac{c}{q}\frac{\partial n}{\partial X_0} - \frac{cs}{q}\frac{\partial q}{\partial X_0} = -\frac{c}{q} m_{21} + \frac{cs}{q} m_{31}$$

$$B^e_{2,2} = \frac{\partial f(y)}{\partial Y_0} = \frac{c}{q}\frac{\partial n}{\partial Y_0} - \frac{cs}{q}\frac{\partial q}{\partial \cancel{X_0}} = -\frac{c}{q} m_{22} + \frac{cs}{q} m_{32}$$

$$B^e_{2,3} = \frac{\partial f(y)}{\partial Z_0} = \frac{c}{q}\frac{\partial n}{\partial Z_0} - \frac{cs}{q}\frac{\partial q}{\partial Z_0} = -\frac{c}{q} m_{23} + \frac{cs}{q} m_{33}$$

$\vdots$

$$B^e_{2,6} = \frac{\partial f(y)}{\partial K} = \frac{c}{q}\frac{\partial n}{\partial K} - \frac{cs}{q}\frac{\partial q}{\partial K}$$

حل space resection برای n نقطه

$$V+B\Delta+\omega=0$$

$$\begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ \vdots \\ v_{xn} \\ v_{yn} \end{bmatrix}_{2n\times1} + \begin{bmatrix} Be^1 \\ Be^2 \\ \vdots \\ Be^n \end{bmatrix}_{2n\times6} \begin{bmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \\ d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \end{bmatrix}_{6\times1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1x} \\ \varepsilon_{1y} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nx} \\ \varepsilon_{ny} \end{bmatrix}_{2n\times1} = 0$$

$$P_{2n\times2n} \begin{bmatrix} 1/\sigma_{x_1}^2 & & & & 0 \\ & 1/\sigma_{y_1}^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1/\sigma_{x_n}^2 & \\ 0 & & & & 1/\sigma_{y_n}^2 \end{bmatrix}_{2n\times2n}$$

حل space resection برای دو تصویر (n نقطه روی یکی و m نقطه روی دیگری)

$$\begin{bmatrix} v_{x11} \\ v_{y11} \\ v_{x12} \\ v_{y12} \\ \vdots \\ v_{x1n} \\ v_{y1n} \\ v_{x21} \\ v_{y21} \\ \vdots \\ v_{x2m} \\ v_{y2m} \end{bmatrix}_{(2n+2m)\times1} + \begin{bmatrix} Be^{11} & 0 \\ Be^{12} & \vdots \\ \vdots & 0 \\ Be^{1n} & 0 \\ 0 & Be^{21} \\ 0 & Be^{22} \\ 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & Be^{2m} \end{bmatrix}_{(2n+2m)\times12} \begin{bmatrix} dX_0^1 \\ dY_0^1 \\ \vdots \\ d\kappa^1 \\ dX_0^2 \\ dY_0^2 \\ \vdots \\ d\kappa^2 \end{bmatrix}_{12\times1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{x11} \\ \varepsilon_{y11} \\ \varepsilon_{x12} \\ \varepsilon_{y12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{x1n} \\ \varepsilon_{y1n} \\ \varepsilon_{x21} \\ \varepsilon_{y21} \\ \vdots \\ \varepsilon_{x2m} \\ \varepsilon_{y2m} \end{bmatrix}_{(2m+2n)\times1} = 0$$

$$P = \begin{bmatrix} 1/\sigma_{x11}^2 & & & & & & & & \underset{\text{صفر}}{0} \\ & 1/\sigma_{y11}^2 & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & \\ & & & 1/\sigma_{x1n}^2 & & & & & \\ & & & & 1/\sigma_{y1n}^2 & & & & \\ & & & & & 1/\sigma_{x21}^2 & & & \\ \underset{\text{صفر}}{0} & & & & & & 1/\sigma_{y21}^2 & & \\ & & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & 1/\sigma_{x2m}^2 & \\ & & & & & & & & 1/\sigma_{y2m}^2 \end{bmatrix}_{(2m+2n)\times(2m+2n)}$$

حل : Based of Selfcalibration :

معلومات ما (x و y) نقاط تصویری و (X و Y و Z) نقاط کنترل زمینی می باشند و پارامترهای توجیه داخلی و خارجی مجهولند، مسلماً در این بحث تعداد مجهولات بیشتر است و معادلات پیچیده تری شوند و مشتقات ما فرق خواهند کرد.

معلومات : (x و y) ← Observation   مجهولات : x_0, y_0, c iop

$(X, Y, Z) \rightarrow$ GCPs $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \phi, K$ eop

$$f(x) = x - x_0 + cr = 0$$
$$f(y) = y - y_0 + cs = 0 \longrightarrow \begin{bmatrix} f(x) \\ f(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} = 0$$
$$r = m/q \qquad s = n/q$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial Par} \\ \frac{\partial f(y)}{\partial Par} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} dx_0 \\ dy_0 \end{bmatrix} + dc \begin{bmatrix} r \\ s \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} dr \\ ds \end{bmatrix}$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & r \\ 0 & -1 & s \end{bmatrix}}_{B^i} \begin{bmatrix} dx^0 \\ dy^0 \\ dc \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} dr \\ ds \end{bmatrix}$$

$$= \underset{2\times3}{B^i} \; \underset{3\times1}{\Delta^i} + \underset{2\times6}{B^e} \; \underset{6\times1}{\Delta^e}$$

$$\underset{\text{raw image}}{(x, y)} \xrightarrow[\text{refinement}]{\text{Image}} \underset{\text{photographic}}{(x', y')} \xrightarrow{\text{IOP}} \underset{\text{photogrametric}}{(x'', y'')} \xrightarrow{\text{eop}} \underset{\text{Ground space}}{(X, Y, Z)}$$

Space Resection (6 parameters)

Self Calibration (9 parameters)

DLT یا غیره

Space Intersection

در این مرحله دو نقطه معلوم داریم از آنجا به نقاط مجهول تناظر می‌بریم، پس با 4 معادله 3 مجهول مختصات نقطه زمینی را به دست می‌آوریم ← معادلات شرط هم خطی را برای دو تصویر می‌نویسیم و آن‌ها را باهم تناظر می‌دهیم.

$$\begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix} = \lambda R_{\omega\phi K} \begin{pmatrix} X-X_0 \\ Y-Y_0 \\ Z-Z_0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X-X_0 \\ Y-Y_0 \\ Z-Z_0 \end{pmatrix} = KR^T \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} X = X_0^r + K_r U_r \\ Y = Y_0^r + K_r V_r \\ Z = Z_0^r + K_r W_r \end{cases} \qquad \begin{cases} X = X_0^l + K_l U_l \\ Y = Y_0^l + K_l V_l \\ Z = Z_0^l + K_l W_l \end{cases}$$

$$X_0^r + K_r U_r = X_0^l + K_l U_l$$
$$Y_0^r + K_r V_r = Y_0^l + K_l V_l$$
$$Z_0^r + K_r W_r = Z_0^l + K_l W_l$$

می‌توان دو معادله را در نظر گرفت و مسأله را حل کرد و 2 مجهول را به دست آورد یا با سه معادله و دو مجهول و یک درجه آزادی مسأله را به روش سرشکنی حل نمود.

$$K_r = \frac{(X_0^r - X_0^l) V_l - (Y_0^r - Y_0^l) U_l}{V_r U_l - U_r V_l} = - \frac{\begin{vmatrix} X_0^r - X_0^l & Y_0^r - Y_0^l \\ U_l & U_r \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} U_r & V_r \\ U_l & V_l \end{vmatrix}}$$

! با محاسبه K_r می‌توان یک ارتباط دو طرفه بین دو فضای زمین و تصویر برقرار نمود

space resection و space intersection مهمترین معادلات در فتوگرامتری تحلیلی هستند

ادامه صفحه ۱۱

$$\frac{c}{\cos\theta} = \bar{c}$$

$$\begin{cases} x'_p = \overbrace{x'_0 + x_0 + y_0 \operatorname{tg}\theta}^{x''_0} - \bar{c}\dfrac{n}{q}\sin\theta - c\dfrac{m}{q} \\ y'_p = \overbrace{y'_0 + \dfrac{1}{\lambda\cos\theta} y_0}^{y''_0} - \dfrac{\bar{c}n}{q\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'_p = x''_0 - \dfrac{\bar{c}n}{q}\sin\theta - c\dfrac{m}{q} \\ y'_p = y''_0 - \dfrac{1}{\lambda}\dfrac{\bar{c}n}{q} \end{cases}$$

Computing of approximate values of eop

این مرحله به دو روش linear Conformal و DLT قابل انجام است

linear Conformal : معمولاً سعی می‌کنند platform در تمام عکسبرداری افقی باشد

پس $\omega = \varphi = 0$ تنها 4 مجهول K و X_0 و Y_0 و Z_0 باقی می‌ماند

$$c = C_x = X_0 \qquad d = C_y = Y_0 \qquad \alpha = K = tg^{-1}\frac{b}{a} \qquad \lambda = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$Z = \lambda f + h_m \qquad \begin{pmatrix} b = \lambda \sin\alpha \\ a = \lambda \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \lambda\, R(\alpha) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \end{pmatrix}$$

DLT : کاملتر و دقیق‌تر از کانفورمال است، تنها ما باید یک رابطه پارامترهای توجیه داخلی و خارجی را با پارامتر DLT پیدا کنیم، یعنی باید ببینیم ابتدا دو سیستم مختصات باهم چگونه اند فرق سیستم مختصات تصویری با عکسی در این است که در سیستم مختصات تصویری خام محورها برهم عمود نیستند و مقیاس‌ها باهم برابر نمی‌باشند (2 پارامتر افاین) در اینصورت :

تصویری خام

$$\begin{cases} x'_p = \dfrac{A_1X + B_1Y + C_1Z + D_1}{A_3X + B_3Y + C_3Z + 1} \\[2ex] y'_p = \dfrac{A_2X + B_2Y + C_2Z + D_2}{A_3X + B_3Y + C_3Z + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_p - x_0 = -c\,\dfrac{m_{11}(X-X_0) + m_{12}(Y-Y_0) + m_{13}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} \\[2ex] y_p - y_0 = -c\,\dfrac{m_{21}(X-X_0) + m_{22}(Y-Y_0) + m_{23}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} \end{cases}$$

بین دو فضا ارتباط برقرار می‌کنیم :

$$\begin{cases} x_p = x'_p - x'_0 - (y'_p - y'_0)\,\lambda \sin\theta \\ y_p = (y'_p - y'_0)\,\lambda \cos\theta \end{cases}$$

λ، rate تغییر مقیاس از یک محور به محور دیگر است

$$\begin{cases} x_p - x_0 = -c\,\dfrac{m}{q} \\[1ex] y_p - y_0 = -c\,\dfrac{n}{q} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'_p - x'_0 - x_0 - (y'_p - y'_0)\,\lambda \sin\theta = -c\,\dfrac{m}{q} \\[1ex] (y'_p - y'_0)\,\lambda \cos\theta - y_0 = -c\,\dfrac{n}{q} \end{cases}$$

$$x'_p = x'_0 + x_0 + \frac{1}{\lambda\cos\theta}\left(y_0 - c\,\frac{n}{q}\right)\lambda\sin\theta - c\,\frac{m}{q}$$

$$y'_p = y'_0 + \frac{1}{\lambda\cos\theta}\,y_0 - \frac{cn}{q\lambda\cos\theta}$$

با توجه به معادله بدست آمده ضرایب DLT برحسب پارامترهای توجیه خارجی محاسبه می‌شوند

$$A_1 = (m_{31} x''_0 - m_{11} c - m_{21} \bar{c} \sin\theta)/G$$

$$B_1 = (m_{32} x''_0 - m_{12} c - m_{22} \bar{c} \sin\theta)/G$$

$$C_1 = (m_{33} x''_0 - m_{13} c - m_{23} \bar{c} \sin\theta)/G$$

$$D_1 = x''_0 + c(m_{11} X_0 + m_{12} Y_0 + m_{13} Z_0)/G + \bar{c} \sin\theta (m_{21} X_0 + m_{22} Y_0 + m_{23} Z_0)/G$$

$$A_2 = (m_{31} y''_0 - m_{21} \bar{c}/\lambda)/G \qquad B_2 = (m_{32} y''_0 - m_{22} \bar{c}/\lambda)/G$$

$$C_2 = (m_{33} y''_0 - m_{23} \bar{c}/\lambda)/G \qquad D_2 = y''_0 + \frac{\bar{c}}{\lambda}(m_{21} X_0 + m_{22} Y_0 + m_{23} Z_0)/G$$

$$A_3 = \frac{m_{31}}{G} \qquad B_3 = \frac{m_{32}}{G} \qquad C_3 = \frac{m_{33}}{G}$$

$$G = -(m_{31} X_0 + m_{32} Y_0 + m_{33} Z_0)$$

• ماهواره‌های Geo refrencing : ماهواره‌هایی هستند که همراه با زمین با همان سرعت دوران می‌کنند؛ در ارتفاع 36000 km از سطح زمین می‌باشند و معمولاً استوایی اند برخلاف ماهواره‌های تصویربرداری که غالباً خورشیدآهنگ و قطبی هستند.

ضرورت‌های real time شدن فتوگرامتری

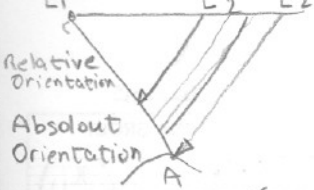
← عکسبرداری آنالوگ ← روش Digital Photogrammetry

← مشخص نمودن نقاط کنترل قبل از عکسبرداری ← GPS+INS

← اگر دوربین داشته باشیم که مرکز PC آن نسبت به GPS و INS کالیبره شده باشد دیگر احتیاج به نقاط کنترل نداریم.

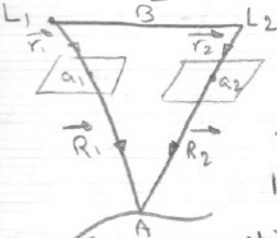
← برای بالا بردن سرعت می‌توان بعد سوم را با کمک تکنولوژی دیگری مثل laser Scanning بدست آورد تا دیگر احتیاج به تصویر استریو و استفاده از 60٪ عکس نباشیم.

← اگر بتوان مشکل detection و Identification را حل نمود به realtime photogrammetry می‌رسیم.



△ Coplanarity Condition

طبق این شرط نقطه زمینی A و نقاط تصویر متناظر آن a_1 و a_2 و نقاط پرسپکتیو سمت چپ و راست همگی در یک صفحه قرار دارند.



$$\vec{B}\cdot(\vec{R_1}\times\vec{R_2}) = 0$$

چون بدست آوردن 12 مجهول در معادلات شرط هم خطی سخت است و زمان بر ما با کمک معادلات شرط هم صفحه‌ای ابتدا کمک 5 پارامتر شعاع ها را در فضای واسطه‌ای بنام مدل متقاطع (توجیه نسبی کلیلی) می‌کنیم، سپس توسط ترانسفورماسیون linear Conformal بین مدل و زمین ارتباط برقرار می‌کنیم (توجیه مطلق کلیلی)

آنچه که واضح است در اینجا ما احتیاج نداریم مختصات دقیق PC ها را بدانیم (در سیستم مختصات زمینی)

زیرا هدف ما تنها متقاطع کردن شعاع های نورانی است در اینصورت سیستم را طوری تعریف می‌کنیم که مرکز PC اول مبداء سیستم مختصات مدل و جهت x را حفظ و اصل بین دو مرکز پرسپکتیو و محور y را طوری در نظر می‌گیریم که سیستم دست راستی شود

سیستم اول را origin در نظر گرفته و دومی را نسبت به اولی توجیه می‌کنیم یعنی آن را آنقدر تغییر می‌دهیم تا شعاع های متناظر متقاطع شوند ← تقاطع شعاع ها بمعنای ایجاد دید سه بعدی از منطقه است اما این دید واقعی نیست زیرا Scaling و leveling انجام نشده که در توجیه مطلق انجام می‌شود.

$$F = \vec{B}\cdot(\vec{R_1}\times\vec{R_2}) = 0 = \begin{vmatrix} X_{O_2}-X_{O_1} & Y_{O_2}-Y_{O_1} & Z_{O_2}-Z_{O_1} \\ X-X_{O_1} & Y-Y_{O_1} & Z-Z_{O_1} \\ X-X_{O_2} & Y-Y_{O_2} & Z-Z_{O_2} \end{vmatrix} = 0 \begin{array}{l} \text{اعضای } B \\ \text{اعضای } R_1 \\ \text{اعضای } R_2 \end{array}$$

$$\vec{R_1} = \lambda_1 M_1^T \vec{r_1} \qquad \vec{R_2} = \lambda_2 M_2^T \vec{r_2}$$

M ماتریس تبدیل فضای مدل به تصویر ، M^T ماتریس تبدیل فضای تصویر به مدل است

پارامترها بطور کلی λ_1 و λ_2 و ω_1 و ω_2 و ϕ_1 و ϕ_2 و k_1 و k_2 و X_{o_1} و X_{o_2} و Y_{o_1} و Y_{o_2} و Z_{o_1} و Z_{o_2}

$\lambda_1 = \lambda_2 = 1 \qquad \omega_1 = \phi_1 = k_1 = bZ_1 = bY_1 = 0 \qquad bX_1 = \text{known (arbitrary)}$ هستند

$$\underbrace{\omega_2 ,\ \phi_2 ,\ k_2 ,\ bZ_2 ,\ bY_2}_{\text{5 مجهول توجیه نسبی}} \text{ مجهول} \qquad , bX_2 = 0$$

$$\vec{R}_{1i} = \lambda_1 M_1^T r_1 = \begin{pmatrix} X_i - X_0^{1} \\ Y_i - Y_0^{1} \\ Z_i - Z_0^{1} \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ -c \end{pmatrix}$$

$$\vec{R}_{2i} = \lambda_2 M_2^T r_2 = \begin{pmatrix} X_i - X_0^{2} \\ Y_i - Y_0^{2} \\ Z_i - Z_0^{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{21}\cos\varphi\cos k - y_{21}\cos\varphi\sin k - c\sin\varphi \\ x_{21}(\cos\omega\sin k + \sin\omega\sin\phi\cos k) + y_{21}(\cos\omega\cos k - \sin\omega\sin\varphi\sin k) + \dots \\ x_{21}(\sin\omega\sin - \cos\omega\sin\varphi\cos k) + \dots \end{pmatrix}$$

← معادلات شرط هم صفحه‌ای مستقل از مدل می‌شوند، در معادلات شرط هم خطی نیاز به نقطه کنترل داشتیم تا به فضای تصویر برویم و معادلات در فضای تصویر حل می‌شوند

← برای حل معادلات شرط هم صفحه ای 5 مجهول داریم که با 5 نقطه حل می‌شود زیرا هر نقطه یک معادله را ایجاد می‌کند ← با توجه به

$$F = \vec{B}(\vec{R} \times \vec{R}) = 0$$

می‌بینیم که F غیر خطی است پس باید ابتدا F را خطی کنیم.

$$F_i = F_0 + AV + B\Delta$$

مشتق نسبت به مشاهدات ← ↓ بردار اصلاحات — مشتق نسبت به مجهولات

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta by_2 \\ \Delta bz_2 \\ \Delta\omega_2 \\ \Delta\phi_2 \\ \Delta K_2 \end{bmatrix}$$

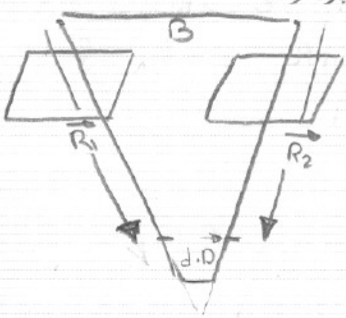
$$[A_i] = \left[\frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} , \frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} , \frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} , \frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} \right]$$

$$[B_i] = \left[\frac{\partial F_i}{\partial by_2} \quad \frac{\partial F_i}{\partial bz_2} \quad \frac{\partial F_i}{\partial \omega_2} \quad \frac{\partial F_i}{\partial \phi_2} \quad \frac{\partial F_i}{\partial K_2} \right]$$

$$\Delta = -(B^T M^{-1} B)^{-1} B^T M^{-1} F \qquad M = AP^{-1}A^T$$

← بطور کلی شرط هم صفحه‌ای فضای مدل را برای ما تعریف می‌کند، معادلات حل می‌شود و پارامترهای مجهول بدست می‌آیند، با محاسبه پارامترهای مجهول سطح های متناظر متقاطع می‌شوند. البته باید توجه داشت که باید با تعداد نقاط زیاد و تکرار کافی این عمل را انجام داد، زیرا باید با دقت کافی به مدل برسیم چون خود تبدیل مدل به زمین هم با کاهش دقت همراه است، برای همین امروزه ترجیح داده می‌شود با کمک معادلات شرط هم خطی از تصویر به زمین برسیم

!؟ ← می‌دانیم جابجایی ناشی از ارتفاع ایجاد پارالاکس X می‌کند، بهمین دلیل است که نمی‌توانیم دو اشعه را متقاطع کنیم و R_1 و R_2 متنافر خواهند بود؛ حال اگر از K_1 برابر بردار R_1 به K_2 برابر بردار R_2 یک بردار عمود کنیم این بردار Residual Parallax خواهد بود با توجه به این مفهوم می‌نویسیم



$$\vec{B} = K_1\vec{R_1} + K_2\vec{R_2} + d\,\underset{(\vec{R_1}\times\vec{R_2})}{\vec{D}}$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} X_{o2}-X_{o1} \\ Y_{o2}-Y_{o1} \\ Z_{o2}-Z_{o1} \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1z_2 - z_2y_1 \\ z_1x_2 - x_1z_2 \\ x_1y_2 - x_2y_1 \end{pmatrix}$$

مجهولات: K_1 و K_2 و d

معلومات: R_1 و R_2 و D

← حال به دنبال نقطه تقاطع می‌گردیم؛ بهترین نقطه‌ای که معرف تقاطع است نقطه میانی می‌باشد

$$\underset{\text{مختصات نقطه در فضای مدل}}{\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}} = K_1\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{o1} \\ Y_{o1} \\ Z_{o1} \end{pmatrix} + \tfrac{1}{2}\,d\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix}$$

$$K_1 = \frac{\vec{B}\cdot(\vec{D}\times\vec{R_2})}{\vec{R_1}\cdot(\vec{D}\times\vec{R_2})} \qquad K_2 = \frac{\vec{R_1}\cdot(\vec{D}\times\vec{B})}{\vec{R_1}\cdot(\vec{D}\times\vec{R_2})} \qquad d = \frac{\vec{R_1}\cdot(\vec{B}\times\vec{R_2})}{\vec{R_1}\cdot(\vec{D}\times\vec{R_2})}$$

Residual Parallax: $P = d(Dx^2 + Dy^2 + Dz^2)^{1/2}$

بعد از حل residual parallax توجیه نسبی حاصل می‌شود و ما وارد فضای مدل می‌شویم

فضای مدل، فضایی سه بعدی است که خطاهای تصویر در آن وجود ندارد

برای تبدیل فضای سه بعدی مدل به فضای سه بعدی زمین یک 7 پارامتر توجیه مطلق تکمیلی را انجام می‌دهیم $\underset{\text{common }\omega}{\Omega}$ و $\underset{\text{common }\phi}{\Phi}$ و $\underset{\text{common }k}{K}$ و T_x و T_y و T_z

common k و common ω مدل را به یک اندازه می‌چرخانند و تأثیری در توجیه مدل ندارد

ولی common φ دو تصویر را از همه صفحه در می‌آورد و نیاز به b_z دارند

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \lambda R_{\Omega\Phi K}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix}$$

معادله به علت وجود R غیرخطی است

اگر زوایای دوران کوچک باشند ماتریس دوران بصورت

$$R=\begin{pmatrix} 1 & K & -\phi \\ -K & 1 & \Omega \\ \phi & -\Omega & 1 \end{pmatrix}$$

در می آید

$$\lambda R=\begin{pmatrix} \lambda & \lambda K & -\lambda\phi \\ -\lambda K & \lambda & \lambda\Omega \\ \lambda\phi & -\lambda\Omega & \lambda \end{pmatrix}$$

$a=\lambda \quad b=\lambda K \quad c=\lambda\phi$

$d=-\lambda\Omega \quad e=T_x \quad f=T_y$

$g=T_Z$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b & -c \\ -b & a & -d \\ c & d & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} e \\ f \\ g \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x & y & -z & 0 & 1 & 0 & 0 \\ y & -x & 0 & -z & 0 & 1 & 0 \\ z & 0 & x & y & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{pmatrix} \longrightarrow L=AX$$

$$\hat{X}=(A^TPA)^{-1}A^TPL$$

برای حل این معادلات احتیاج به حداقل 3 نقطه داریم تا با 2 درجه آزادی پارامترها را محاسبه کنیم، بعد از محاسبه مجهولات با توجه به مجهولات می توان پارامترها را محاسبه کرد

$$\lambda=(a^2+b^2)^{1/2} \quad K=tg^{-1}(b/a) \quad \phi=tg^{-1}(c/\lambda) \quad \Omega=tg^{-1}\left(\frac{-d}{\lambda}\right)$$

$$T_x=e \qquad T_y=f \qquad T_Z=g$$

این روش میزان تکرار را به حداقل می رساند، حال به کمک پارامترها و مختصات نقاط زمینی، مختصات را در فضای مدل بدست می آوریم. سپس مجدداً مختصات مدل را با ترانسفورماسیون کانفورمال به زمین می بریم و این عمل را آنقدر تکرار می کنیم تا مدل با زمین یکی شود

△ مقایسه DLT ، هم خطی و هم صفحه ای با هم

- در معادلات DLT احتیاج به 22 پارامتر داریم تا ارتباط دو طرفه برقرار کنیم یعنی 11 پارامتر برای عکس سمت چپ و 11 پارامتر برای عکس سمت راست.
- در معادلات شرط هم خطی اگر پارامترهای توجیه داخلی را مجهول در نظر بگیریم فرض کنیم دوربین های دو عکس یکسان نیستند پارامترهای تغییر کرده اند، 22 مجهول وجود خواهد داشت.

$$(x,y)^1 \xrightarrow[\text{image refinement}]{2} (x',y')^1 \xrightarrow[iop]{3} (x'',y'')^1 \xrightarrow[eop]{6} (X,Y,Z)_G$$

$$(x,y)^2 \xrightarrow[2]{} (x',y') \xrightarrow[iop\ 3]{} (x'',y'') \xrightarrow[eop\ 6]{}$$

اگر یک دوربین باشد 11 پارامتر داریم

— در حالت شرط هم صفحه‌ای هم باز اگر از دو دوربین استفاده شود 22 پارامتر داریم؛ پس روش‌ها در تعداد مجهول با هم فرقی نمی‌کنند

$$(x,y)^1 \xrightarrow{2} (x',y')^1 \xrightarrow{3} (x'',y'') \xrightarrow[\text{توجیه نسبی}]{5} (x_m, y_m, z_m) \xrightarrow[\text{توجیه مطلق}]{7} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_G$$

$$(x,y)^2 \xrightarrow{2} (x',y')^2 \xrightarrow{3} (x'',y'')$$

تعیین موقعیت GPS توسط PC

اگر بتوانیم توسط یک syncronizer زمان باز و بسته شدن شاتر را با زمان تعیین موقعیت یکی کنیم و بتوانیم مرکز فاز آنتن را درست تعیین موقعیت کنیم می‌توانیم مختصات PC را در سیستم CIO داشته باشیم و سپس توسط GAST و پارامترهای پرسشن و نوتیشن به سیستم CT می‌آییم؛ این سیستم توسط WGS84 تعریف می‌شود

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{GPS} = \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}_{PC} + \underbrace{\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix}}$$

بردار مرکز PC نسبت به مرکز فاز

حال باید مسئله همزمانی باز و بسته شدن GPS را رفع کنیم، برای حل این مسئله GPS را طوری تنظیم می‌کنیم تا به عنوان مثال 5 s، 5 s تعیین موقعیت کند؛ حال با توجه به این موقعیت‌ها مسیر حرکت Platform بدست می‌آید که معادله‌ی خطی یا نهایتاً منحنی درجه 2 است؛ در این صورت اگر بتوانیم معادله این منحنی را بیابیم و به جای زمان آن زمان te (زمان باز و بسته شدن شاتر) را قرار دهیم، موقعیت PC تعیین می‌شود

t_{e1} t_{e2}

t_{1gps} t_{2gps}

$$\begin{cases} X = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \\ Y = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \\ Z = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 \end{cases}$$

a_0 مقدار اولیه
a_1 سرعت
a_2 شتاب

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & t & t^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & t & t^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

$$L = AX$$

! این معادلات 9 مجهول دارد که با 3 نقطه کنترل حل می‌شود و با بالا رفتن نقاط درجه آزادی بالا می‌رود

$$\underset{3m\times1}{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ \vdots \\ X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{bmatrix}} = \underset{3m\times9}{\begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & t_1 & t_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & t_1 & t_1^2 \\ \vdots & & & & \vdots & & & & \vdots \\ 1 & t_m & t_m^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & t_m & t_m^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & t_m & t_m^2 \end{bmatrix}} \underset{9\times1}{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}}$$

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad \longrightarrow P = I$$

- می‌توان برای تعیین دوران‌های هواپیما در GPS در ابتدا و انتهای هواپیما کار گذاشت تا با مشخص شدن امتداد، دوران‌ها معین شوند. اما این کار دقت بالایی را به ما نمی‌دهد، برای حل این مشکل از INS استفاده می‌شود.

INS از دو بخش تشکیل شده است INS - Accelerator → شتاب‌سنج
Gyroscope → ω و ϕ و K

INS زوایای اولر را به ما می‌دهد که مستقیماً قابل تبدیل به ω و ϕ و K با توجه به اینکه محورهای مختصات قبلاً تعریف شده‌اند.

GPS + INS پارامترهای توجیه خارجی را حل می‌کند و دیگر نیازی به نقاط کنترل وجود نخواهد داشت.

laser Scanning
- GPS موقعیت کل laser را می‌دهد
- INS دوران‌ها را می‌دهد
- Laser Scanning فاصله را اندازه‌گیری می‌کند

در این روش اطلاعات اضافی زیادی وجود دارد که باید فیلتر شود در نهایت حاصل کار به صورت DEM یا DTM قابل ارائه است.

$\sigma_e = 0.3\ C.I$
دقت ارتفاعی

← با این روش DSM (Digital Surface Model) هم می‌توان تهیه کرد، DSM خط ارتفاعی است که از سطح عبور می‌کند، از بالای ساختمان‌ها، درخت‌ها و... از این روش در بدست آوردن میزان حجم جنگل، حجم چوب، خطوط ماهانه و... استفاده می‌شود.

در دوربین‌های line type صفحه فیلم قاعدتاً استوانه‌ای است و لنز در مرکز استوانه قرار دارد فاصله کانونی f همواره ثابت می‌ماند، خطوط برداشت شده موازی با محور پرواز ولی عمل Scanning عمود بر محور پرواز انجام می‌شود resoloution مرکز تصویر از کنار تصویر بالاتر است.

panoramic effect سطر عمده برای دوربین‌های point type و line type می‌باشد در line type و Point type به علت وجود دوران‌ها سایز پیکسل‌های مرکزی با پیکسل‌های دورتر متفاوت است.

درحالت خطای film deformation خطای عمده تغییر مقیاس X و Y خواهد بود یعنی حتی در امتداد X هم مقیاس ها باهم متفاوت خواهد بود و مقیاس های X و Y نیز باهم متفاوت خواهد بود ، در اینصورت از معادلات DLT برای ایجاد ارتباط فضای تصویر با زمین نمی توان استفاده کرد و احتیاج به محاسبه پارامترهای اضافی داریم ، اگر دوربین آنالوگ باشد مسأله پیچیده خواهد شد ولی در دوربین های متریک تکنیک فیدوشیال مارکها این اصل که خطاها روی فیدوشیال مارکها هم وجود دارد می توان خطا را فرموله کرد

اگر بخواهیم با پلی نومیال ها خطا را حذف کنیم با 4 نقطه می توان از 4 ترم استفاده کرد اگر خطا از حالت خطی بیشتر باشد باید تعداد فیدوشیال مارکها را زیاد نمود

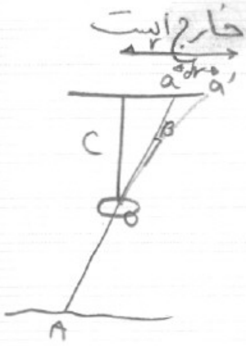
△ اعوجاج شعاعی لنز

$$\begin{cases} x' - x = dx = x\,\dfrac{dr}{r} \\ y' - y = dy = y\,\dfrac{dr}{r} \end{cases}$$

dr از منحنی اعوجاجات شعاعی لنز بدست می آید که از یک پلی نومیال با درجات فرد تبعیت می کند

$$dr = K_0 r + K_1 r^3 + K_2 r^5 + \dots$$

△ خطای انکسار : این خطا بصورت شعاعی و همیشه بسمت خارج است



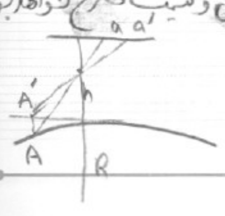
ضریب دوربین های pancormatic ← $K = 0.00241 \left(\dfrac{Z_0}{Z_0^2 + 6Z_0 + 250} + \dfrac{Z^2}{Z_0^2 (Z^2 - 6Z + 250)} \right)$

(Z_0 ← ارتفاع پرواز ، Z ← ارتفاع متوسط منطقه)

$$\begin{cases} dr \cos\beta = d\beta \sqrt{c^2 + x^2} \\ dr = \dfrac{c^2 + r^2}{c}\, d\beta \end{cases} \qquad \frac{dr}{r} = \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y}$$

$$\begin{cases} x' = x - dx \\ y' = y - dy \end{cases}$$

△ خطای کرویت زمین : اگر سیستم مختصات مانند زمین واقعی کروی باشد، خطای کرویت نداریم ولی اگر سیستم مختصات طور دیگری تعریف شود ، خطای کرویت شعاعی و بسمت خارج خواهد بود



$$x' = x + dx \qquad dx = x\,\frac{dr}{r} \qquad dr = \frac{h r^3}{2Rc^2}$$

$$y' = y + dy \qquad dy = y\,\frac{dr}{r}$$

اگر سیستم مختصات ما کروی باشد این خطا در نظر گرفته نمی‌شود و اگر زمین مسطح باشد سیستم‌های lambert، Mercator و TM، UTM و Azimut و ... این خطا را داریم

△ Image Motion ← یا در اثر حرکت Platform به وجود می‌آید یا در اثر دینامیک بودن تصویر ← مقدار این خطا از لحاظ ریاضی محاسبه می‌شود و به صورت سیستماتیک حذف می‌شود

$$U_{theoric} = \frac{c}{h} V_{theoric}$$

$$U_{Practic} = \frac{1}{2} U_{theoric}$$

— خطای چرخش زمین هم مخصوص تصاویر دینامیک می‌باشد.

محاسبه مختصات مسطحاتی نقطه به کمک معادلات شرط هم خطی

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -c \end{bmatrix} = KM \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{K} M^T \begin{bmatrix} x \\ y \\ -c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} X - X_0 = \frac{1}{K}\left[M_{11}x + M_{21}y + M_{31}(-c)\right] \\ Y - Y_0 = \frac{1}{K}\left[M_{12}x + M_{22}y + M_{32}(-c)\right] \\ Z - Z_0 = \frac{1}{K}\left[M_{13}x + M_{23}y + M_{33}(-c)\right] \end{cases}$$

$$\frac{X - X_0}{Z - Z_0} = \frac{M_{11}x + M_{21}y + M_{31}(-c)}{M_{13}x + M_{23}y + M_{33}(-c)}$$

$$\frac{Y - Y_0}{Z - Z_0} = \frac{M_{21}x + M_{22}y + M_{32}(-c)}{M_{13}x + M_{23}y + M_{33}(-c)}$$

$$\begin{cases} X - X_0 = (Z - Z_0)\,\dfrac{M_{11}x + M_{21}y + M_{31}(-c)}{M_{13}x + M_{23}y + M_{33}(-c)} \\[2ex] Y - Y_0 = (Z - Z_0)\,\dfrac{M_{21}x + M_{22}y + M_{32}(-c)}{M_{13}x + M_{23}y + M_{33}(-c)} \end{cases}$$